

Estimation of layered earth conductivity with electromagnetic induction data in the low induction number range using the genetic algorithm method

Babaei, M.¹  | Hosseini Pilangorgi, S. M.² 

1. Department of Geophysics, Hamedan Branch, Islamic Azad University, Hamedan, Iran.

2. Department of Electrical Engineering, Faculty of Engineering, Bu-Ali-Sina University, Hamedan, Iran.

Corresponding Author E-mail: m_babaei@iauh.ac.ir

(Received: 26 Nov 2024, Revised: 29 Jan 2025, Accepted: 29 April 2025, Published online: 20 Sep 2025)

Summary

Estimating the electromagnetic parameters of the subsurface is crucial for the non-invasive characterization of soil properties such as clay content, water content, contaminants and aquifers. It is also of significant importance in agriculture for managing water resources. In this context, several geophysical methods, including electromagnetic (EM) techniques, have been developed to measure parameters such as the conductivity of subsurface layers. In this study, the conductivity of horizontal subsurface layers within the exploration depth of the EM-38 device was estimated using electromagnetic data in the low induction number (LIN) range. The data were acquired using the EM-38 device, depending on the horizontal and vertical orientation of the transmitter and receiver dipoles, and were received at the receiver coil. Additionally, the combined data obtained from both horizontal and vertical modes could be used as combined-mode data. To perform the inversion process, synthetic data for three modes (horizontal, vertical, and combined) were first generated. Subsequently, the electrical conductivity of the horizontal layers in the model was estimated using linear inversion for each of these three datasets in the low induction number range. Ordinary least squares, Tikhonov regularization (of zeroth, first, and second orders), and genetic algorithms (GA) were employed to estimate the parameters. The results demonstrated that, for this problem, Tikhonov regularization of zeroth, first, and second orders does not significantly improve the solution, and the model obtained using these techniques deviates considerably from the true model. Genetic algorithms, which are intelligent optimization techniques, have been applied to solve nonlinear inverse problems in various fields of geophysics. Genetic algorithms (GA), inspired by the concept of evolution, represent a class of search and optimization methods. These algorithms encode potential solutions to a specific problem in chromosome-like data structures.

By applying recombination operators to these chromosomal data structures, genetic algorithms preserve the critical information stored within these structures. The inversion results showed that, for the employed model, genetic algorithms and the ordinary least squares method with combined-mode data provided the conductivity of the layers with errors of less than 4% and 5%, respectively. In the inversion using both the ordinary least squares method and genetic algorithms, the parameters estimated using combined-mode data exhibited the lowest root mean square error (RMSE) compared to the other two modes, while the horizontal mode had the highest error. Therefore, for this problem, the genetic algorithm was identified as a more robust and accurate method compared to ordinary least squares, and the combined-mode data proved to be more suitable than the other two modes. The data resolution matrix and the model resolution matrix were both identity matrices, indicating the uniqueness of the data and the model parameters. Moreover, the model covariance matrix revealed that noise in the data was strongly mapped, particularly onto the second parameter of the model.

Keywords: Electromagnetic induction, Genetic algorithm, Apparent electrical conductivity, Low Induction number, Linear inversion.

Cite this article: Babaei, M., & Hosseini Pilangorgi, S. M. (2025). Estimation of layered earth conductivity with electromagnetic induction data in the low induction number range using the genetic algorithm method. *Journal of the Earth and Space Physics*, 51(2), 289-307. DOI: <http://doi.org/10.22059/jesphys.2025.385912.1007646>

E-mail: (2) m.hosseini@basu.ac.ir



© Authors Retain the Copyright and Full Publishing Rights.

Publisher: University of Tehran Press.

DOI: <http://doi.org/10.22059/jesphys.2025.385912.1007646>

Print ISSN: 2538-371X
Online ISSN: 2538-3906

تخمین رسانندگی زمین لایه‌ای با داده‌های القای الکترومغناطیسی در محدوده عدد القای پایین با روش الگوریتم ژنتیک

مجتبی بابایی^۱ | سید منوچهر حسینی پیلانگرگی^۲

۱. گروه ژئوفیزیک، واحد همدان، دانشگاه آزاد اسلامی، همدان، ایران.

۲. گروه مهندسی برق، دانشکده مهندسی، دانشگاه بوعلی سینا، همدان، ایران.

رایانامه نویسنده مسئول: m_babaei@iauh.ac.ir

(دریافت: ۱۴۰۳/۹/۶، بازنگری: ۱۴۰۳/۱۰/۲۹، پذیرش نهایی: ۱۴۰۴/۲/۹، انتشار آنلاین: ۱۴۰۴/۶/۲۹)

چکیده

تخمین پارامترهای الکترومغناطیسی سطح زیرین زمین برای تعیین ویژگی‌های خاک مانند محتوای رس یا متغیرهای هیدرولوژیکی و در حوزه کشاورزی برای مدیریت منابع آب، بسیار مورد توجه هستند. در این راستا چندین روش ژئوفیزیکی، از جمله الکترومغناطیسی (EM) برای اندازه‌گیری رسانندگی لایه‌های زیر سطحی توسعه یافته است. در این مطالعه رسانندگی لایه‌های افقی زمین، در عمق قابل کاوش دستگاه EM-38 با استفاده از داده‌های الکترومغناطیسی در محدوده عدد القای پایین برای مدل مصنوعی به‌دست می‌آید. داده‌های دستگاه EM-38 بسته به جهت‌گیری دوقطبی‌های پیچیده‌ای فرستنده و گیرنده در سه مد افقی، قائم و ترکیبی از داده‌های دو مد مذکور در پیچیده گیرنده قابل دریافت هستند. در این تحقیق، با استفاده از هر سه دسته داده و کاربست دو روش کمترین مربعات معمولی و الگوریتم ژنتیک، پارامترهای رسانندگی زمین مدل محاسبه و نتایج جهت تعیین توانایی هر یک از سه مد پیچیده و دو روش به‌کار رفته در دقت پارامترهای به‌دست‌آمده مقایسه می‌شوند. نتایج تحقیق نشان داد برای مدل به‌کار رفته، استفاده از الگوریتم ژنتیک و روش کمترین مربعات معمولی با داده‌های مد ترکیبی، رسانندگی لایه‌ها به‌ترتیب با خطای کمتر از ۴ و ۵ درصد به‌دست می‌آورد. مسئله تخمین رسانندگی در این حوزه، یک مسئله وارون خطی بدوضع است. لذا از منظم‌سازی مرتبه صفر، اول و دوم تیخونوف برای تخمین پارامترها با داده‌های هر سه مد نیز استفاده و نشان داده می‌شود که منظم‌سازی در این مسئله کمکی به بهبود کیفیت پارامترها نمی‌کند و اساساً منجر به بازتولید مدل اصلی نمی‌شود.

واژه‌های کلیدی: القای الکترومغناطیسی، الگوریتم ژنتیک، رسانندگی الکتریکی ظاهری، عدد القای پایین، وارون خطی.

۱. مقدمه

الکترومغناطیسی دریافت می‌شوند. این داده‌ها که در ابتدا فرض می‌شود توسط یک نیم‌فضای همگن تولید شده‌اند، ولتاژی هستند که رسانندگی ظاهری زمین زیر سطح را منعکس می‌کنند. پس از آن لازم است این داده‌ها با انجام روش‌های وارون‌سازی برای تعیین هر یک از پارامترهای هندسی و فیزیکی زمین مورد مطالعه به کار روند. از میان روش‌های مطالعه متعددی که در حوزه القای الکترومغناطیسی وجود دارد، در این مقاله از داده‌های EM حوزه فرکانس، با دستگاه اندازه‌گیری حلقه-حلقه، در حالتی که داده‌های با شرط عدد القای پایین

روش‌های الکترومغناطیسی در دو حوزه زمان، (TEM) و فرکانس، (FEM) به‌منظور تصویربرداری از رسانندگی الکتریکی لایه‌های زیر سطحی زمین توسعه یافته‌اند. در روش القای الکترومغناطیسی در حوزه فرکانس، از دو پیچیده فرستنده و گیرنده با آرایش‌های هندسی مختلف استفاده می‌شود. پیچیده فرستنده میدان‌های الکترومغناطیسی وابسته به زمان را محدوده فرکانس کمتر از ۲۰ کیلوهرتز تولید می‌کنند. این میدان‌ها پس از ورود به زمین و تحت تأثیر پارامترهای هندسی و فیزیکی پاسخ القای الکترومغناطیسی را تولید می‌کنند که در پیچیده گیرنده به‌عنوان داده‌های القای

استناد: بابایی، مجتبی و حسینی پیلانگرگی، سید منوچهر (۱۴۰۴). تخمین رسانندگی زمین لایه‌ای با داده‌های القای الکترومغناطیسی در محدوده عدد القای پایین با روش الگوریتم

ژنتیک. مجله فیزیک زمین و فضا، ۵۱(۲)، ۲۸۹-۳۰۷. DOI: <http://doi.org/10.22059/jesphys.2025.385912.1007646>

رایانامه: (۱) m.hoseini@basu.ac.ir

عموماً کمتر از 100 mS/m است مدل خطی مناسب است (مک‌نیل، ۱۹۸۰). دیدا و همکاران (۲۰۰۳) رسانندگی زمین لایه‌ای را با وارون سازی داده‌ها و با استفاده از تکنیک گردایان متقاطع به‌دست آوردند. حل پیشرو و یک الگوریتم وارون برای داده‌های الکترومغناطیسی حلقه-حلقه (EM)، بر اساس تقریب بورن غیرخطی برای حل معادله انتگرال $2/5$ بعدی توسعه داده شده است (سونگ و کیم، ۲۰۰۸). پرز-فلورس و همکاران (۲۰۱۲) با استفاده از معادلات انتگرالی و با داده‌های EM، تصویر سه‌بعدی از زمین مورد مطالعه به‌دست آوردند. بیمیش (۲۰۱۱) نشان داد که در بسیاری از کاربردهای عملی، ابزارهای EM حلقه-حلقه عمدتاً با شرایطی مواجه هستند که در آن تقریب LIN برآورده نمی‌شود و نتایج حاصل از تفسیر و وارون‌سازی به مدل‌های نادرست منجر می‌شوند. وی تحلیلی از سیستم‌های LIN، وقتی رسانندگی الکتریکی زمین در محدوده نسبتاً بالا در حدود $0/001$ تا $0/2$ زمینس بر متر هستند و در نتیجه از محدوده عدد القای کوچک خارج می‌شوند، ارائه و روشی برای تصحیح داده‌ها در این شرایط عرضه کرد. پرنو و همکاران (۲۰۲۱) در شرایطی که رسانندگی الکتریکی زمین مورد مطالعه بیشتر و در محدوده $0/001$ تا 1 زمینس بر متر است، با روشی مشابه، تصحیحات داده‌های رسانندگی ظاهری زمین را انجام دادند.

در این مقاله، ما رسانندگی‌های یک زمین لایه‌ای را با استفاده از داده‌های دستگاه EM-38 و در محدوده عدد القای کوچک و با روش وارون کمترین مربعات معمولی، کمترین مربعات با منظم‌سازی تیخونوف مرتبه‌های صفر، اول و دوم برای سه مد دستگاه، یعنی افقی، قائم و ترکیبی به‌دست خواهیم آورد. در تحقیقات پیشین برای تخمین پارامترها تنها از داده‌های مد ترکیبی استفاده شده بود. در این تحقیق داده‌های علاوه بر مد ترکیبی، دو مد افقی و قائم نیز برای بررسی و مقایسه میزان توانمندی هر یک از این مدها در به‌دست آوردن رسانندگی‌های مدل زمین لایه‌ای به کار خواهد رفت. بهینه‌سازی سراسری هوشمند مبتنی بر ازدحام ذرات، یادگیری ماشین و الگوریتم‌های ژنتیک، در حل مسائل وارون غیرخطی در چندین حوزه ژئوفیزیک به

(Low Induction Number) به‌دست آمده‌اند، استفاده می‌شود. این روش به اختصار، روش LIN نامیده می‌شود. در شرایط آب‌وهوایی کشورهای نیمه‌خشک از جمله ایران، داشتن اطلاعات در مورد توزیع فضایی رطوبت خاک، به‌ویژه در بخش کشاورزی که در آن اطلاعات رطوبت برای برنامه‌ریزی آبیاری حیاتی است، بسیار مهم است. اندازه‌گیری و تخمین دقیق رطوبت خاک برای کشاورزان امری ضروری است؛ زیرا می‌توانند دینامیک آب در مزارع زراعی خود را بررسی کنند (واتسون و همکاران، ۲۰۱۷). از این رو از این روش در مطالعات خاک و کشاورزی، برای بررسی خواص خاک مانند شوری، بافت، رطوبت یا تراکم (سای و همکاران، ۲۰۱۵؛ استلی و همکاران، ۲۰۱۴؛ هیل و اشمیدهاالتر، ۲۰۱۵؛ رحیمیان و هاشمی‌نژاد، ۱۳۸۹) و برای تخمین ضخامت لایه خاک (سای و همکاران، ۲۰۰۹) استفاده شده است. همچنین در مطالعات باستان‌شناسی (سلا و همکاران، ۲۰۱۵؛ کریستین و همکاران، ۲۰۱۶)، برای اکتشاف مواد معدنی (پرز-فلورس و همکاران، ۲۰۱۲)، به‌منظور شناسایی آلاینده‌ها (بلمونته و همکاران، ۲۰۱۴؛ دامونت و همکاران، ۲۰۱۷) و برای تعیین محل خطوط لوله، کابل‌ها و همچنین لوله‌های بتنی، پلاستیکی و فولادی (داس سنتوس و پرسانی، ۲۰۱۱؛ القادی و همکاران، ۲۰۱۴؛ تیاسون و همکاران، ۲۰۱۷؛ پرنو و همکاران، ۱۳۹۹) این تکنیک به کار رفته است. تعیین رسانندگی الکتریکی و رطوبت خاک بر روی لایه‌های مختلف خاک با استفاده از تکنیک‌های حلقه-حلقه با دستگاه EM-38 در محیط‌های خشک در آفریقای جنوبی انجام شده است (راتشیدانا و همکاران، ۲۰۲۳). ویت (۲۰۱۲) با فرض آن که رسانندگی خاک نسبتاً پایین است، پاسخ القای الکترومغناطیسی در پیچه‌های دستگاه EM-38 به‌صورت یک مدل خطی در نظر گرفت. این فرض همواره درست نیست و با افزایش رسانندگی خاک، خطای مدل قابل توجه است و خروجی با فرض خطی بودن مدل نسبت به فرض مدل غیرخطی برای یک مدل زمین با رسانندگی ثابت 100 mS/m می‌تواند تا ۵ درصد متفاوت باشد (شولتر و راپل، ۲۰۰۵). برای خاک‌هایی که در آن رسانندگی

ضریب کالیبراسیون، رسانندگی ظاهری زمین را بر حسب میلی‌زیمنس بر متر نشان می‌دهد. این ابزار با دست قابل حمل است و می‌توان از آن بر روی زمین یا در ارتفاع‌های بالاتر از سطح زمین استفاده کرد. طبیعی است که با افزایش ارتفاع دستگاه از سطح زمین، حساسیت دستگاه به رسانندگی الکتریکی در عمق‌های بیشتر کاهش می‌یابد. بنابراین با اندازه‌گیری در چندین ارتفاع، می‌توانیم سونداژ عمقی رسانندگی الکتریکی را به دست آوریم (کافمن و کلر، ۱۹۸۳). با تغییر جهت‌گیری پیچه‌ها، پاسخ دریافتی ابزار نسبت به تغییرات در رسانندگی الکتریکی خاک متفاوت خواهد بود. بنابراین، با جهت‌گیری عمودی یا افقی پیچه‌ها، اطلاعات بیشتری در مورد رسانندگی الکتریکی زمین مورد مطالعه به دست خواهد آمد.

با تعریف عمق پوسته δ به عنوان عمقی که در آن میدان مغناطیسی اولیه به $1/e$ از مقدار اصلی خود ضعیف شده است، می‌توانیم عدد القایی N_B را به صورت نسبت فاصله بین سیم پیچ S به عمق پوسته δ تعریف کنیم. برای یک زمین نیم‌فضا با رسانندگی یکنواخت σ می‌توان نشان داد (مک نیل، ۱۹۸۰):

$$N_B = \frac{S}{\delta} = S \sqrt{\frac{\mu_0 \omega \sigma}{2}} \quad (۱)$$

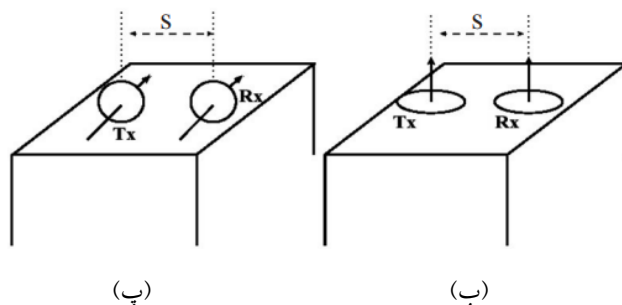
که در آن با فرض فرکانس دستگاه $f = 14.6 \text{ kHz}$ ، بسامد زاویه‌ای به کار رفته در رابطه (۱) برابر $\omega = 91.7 \times 10^3 \text{ s}^{-1}$ است. زمین زیرسطحی مورد مطالعه، غیر مغناطیسی بوده و بنابراین تراوایی مغناطیسی برابر $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ Tm/A}$ در نظر گرفته می‌شود.

کار رفته است (دا کنسیساتو و سمپایو، ۲۰۱۹؛ بابایی و مسییان، ۱۴۰۱؛ بابایی و حسینی پیلانگرگی، ۱۴۰۳؛ لوی و همکاران، ۲۰۲۳). در این پژوهش از الگوریتم ژنتیک برای اولین بار از روش فرا ابتکاری و هوشمند الگوریتم ژنتیک، در مسئله وارون برای هر یک از مدهای یاد شده استفاده خواهد شد. استفاده از روش هوشمند این امکان را فراهم می‌سازد که با تنظیم پارامترهای موجود در روش، از جمله فضای جستجو، کیفیت پارامترهای به دست آمده را بهبود بخشید.

۲. روش‌شناسی تحقیق

۱-۲. مسئله پیشرو در روش LIN

مبانی فیزیکی روش LIN توسط مک‌نیل (۱۹۸۰) و وارد و هومان (۱۹۸۸) ارائه شده است. ابزار مورد استفاده در این روش با عنوان EM-38، ساخت شرکت ژئونیکس است. این دستگاه از دو پیچه تشکیل شده است که توسط یک میله ۱ متری از هم جدا شده‌اند (شکل ۱). در این شکل، T_x و R_x به ترتیب، پیچه‌های فرستنده و گیرنده هستند. جریان متناوبی با فرکانس $14/6$ کیلوهرتز از پیچه فرستنده از سیم پیچ فرستنده عبور و میدان مغناطیسی اولیه را تولید می‌کند. این میدان اولیه سبب ایجاد جریان در خاک می‌شود و این جریان تولید شده در زمین، میدان الکترومغناطیسی ثانویه ایجاد می‌کند که توسط سیم پیچ گیرنده حس می‌شود. میدان مغناطیسی متغیر با زمان در پیچه گیرنده ولتاژ القا می‌کند و سنج متصل به این پیچه با یک



(پ)

(ب)



(الف)

شکل ۱. الف- دستگاه EM-38. هندسه پیچه‌های فرستنده و گیرنده: ب. جهت‌گیری یا مد قائم و پ. جهت‌گیری یا مد افقی بردارهای گشتاور دو قطبی پیچه‌ها.

(۲) شارش جریان در هر نقطه از سطح زیر زمین مستقل از جریان در هر نقطه دیگر است؛ زیرا جفت‌شدگی مغناطیسی بین تمام حلقه‌های جریان ناچیز است.

با این مفروضات، رسانندگی ظاهری در عمق z از سطح زمین برای یک نیم‌فضای همگن برای دو جهت‌گیری از روابط (۴) و (۵) به‌دست می‌آیند (مک‌نیل، ۱۹۸۰):

$$\sigma_a^V(h) = \int_0^\infty \varphi^V(z+h)\sigma(z)dz \quad (۴)$$

$$\sigma_a^H(h) = \int_0^\infty \varphi^H(z+h)\sigma(z)dz \quad (۵)$$

$\varphi^H(z+h)$ و $\varphi^V(z+h)$ توابع حساسیت دستگاه نام دارند. مطابق شکل ۲، مدل زمین شامل M لایه‌های افقی با ضخامت مشخص dz_j ، رسانندگی الکتریکی σ_j را در نظر می‌گیریم. تراوایی مغناطیسی همه لایه‌ها $\mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_M = \mu_0$ فرض می‌شود و z_i ها عمق مرز لایه‌ها از سطح زمین هستند. عمق کاوش دستگاه EM-38 حدود یک متر است (پرنو و همکاران، ۲۰۲۱). با برداشت رسانندگی‌های ظاهری σ_a^H و σ_a^V در ارتفاع‌های مختلف، $h_1, h_2, \dots, h_N$ بالای سطح زمین و استفاده از دو معادله انتگرال (۲) و (۳)، مدل خطی پیشرو برای وارون‌سازی ساخته می‌شود و پس از آن می‌توان مشخصات رسانندگی الکتریکی لایه‌ها را با فرایند وارون تخمین زد (دیدار و همکاران، ۲۰۰۳).

مک‌نیل (۱۹۸۰)، توابع حساسیت در عمق z از سطح زمین برای دو حالت جهت‌گیری افقی و قائم گشتاورهای دوقطبی پیچیده‌ها (شکل‌های ۱-الف و ۱-ب) را به‌صورت زیر به‌دست آورده است که به‌ترتیب با روابط (۲) و (۳) ارائه شده‌اند. بالانویس‌های H و V به‌ترتیب نشان‌دهنده جهت‌گیری‌های عمودی و افقی پیچیده‌ها هستند:

$$\varphi^V(z) = \frac{\frac{4z}{s}}{(4(\frac{z}{s})^2 + 1)^{3/2}} \quad (۲)$$

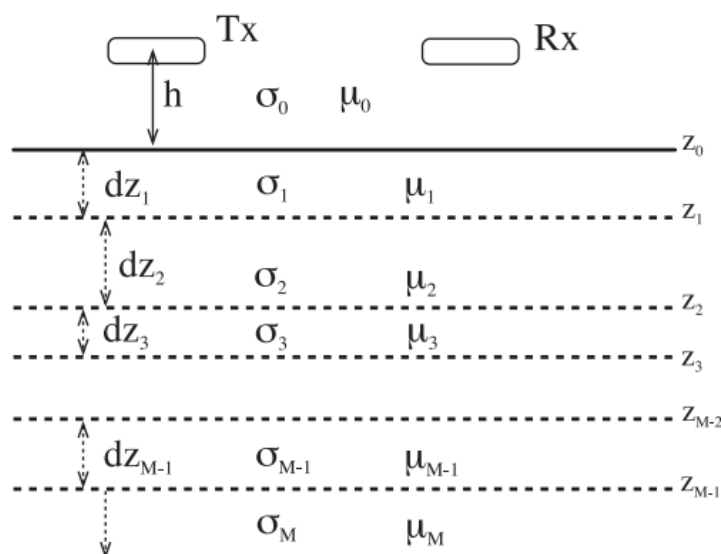
و

$$\varphi^H(z) = 2 - \frac{\frac{4z}{s}}{(4(\frac{z}{s})^2 + 1)^{1/2}} \quad (۳)$$

با توجه به این که فاصله پیچیده‌ها برابر ۱ متر در نظر گرفته می‌شوند، می‌توان از نوشتن s در روابط (۲) و (۳) چشم‌پوشی کرد. ضمناً بدیهی است که توابع حساسیت فاقد دیمانسیون هستند و با افزایش عمق، حساسیت دستگاه کاهش می‌یابد.

برای ادامه بحث دو شرط اساسی زیر باید لحاظ شود (بورچرز و همکاران، ۱۹۹۷):

(۱) مدل زیرسطحی یک محیط لایه‌بندی افقی است که در آن خطوط جریان کاملاً افقی هستند.



شکل ۲. مدل زمین با لایه‌های تخت.

ماتریس کرنل مسئله برای حالت ترکیبی را تعریف می‌کند. برای مد افقی و قائم، ابعاد بردارها و کرنل متناظر آنها کوچک‌تر است.

۲-۲. حل وارون داده‌ها

به‌عنوان یک روش ساده در حل مسائل وارون خطی، برای محاسبه پارامترها (رسانندگی‌ها)، بسته به تعداد داده‌ها، N و تعداد مجهولات، M از کمترین مربعات، ($N > M$) یا کمینه طول $M > N$ استفاده می‌شود. در این مقاله مسئله به‌صورت فرامعین ($N > M$) در نظر گرفته می‌شود و با اندازه‌گیری رسانندگی‌های ظاهری در ارتفاع‌های مشخص بالای سطح زمین مورد مطالعه، داده‌ها تولید و با وارون‌سازی و همچنین روش فراابتکاری الگوریتم ژنتیک، رسانندگی لایه‌ها به‌دست می‌آیند. این فرایند مطابق شکل ۱ برای سه مد، الف-افقی، ب-قائم و پ-ترکیب دو حالت الف و ب دو قطبی پیچیده‌ها انجام و نتایج مقایسه می‌شوند.

رابطه (۱۳) یک دستگاه شامل $(2N \times M)$ معادله است که برای تعیین رسانندگی الکتریکی لایه‌ها با استفاده از داده‌های اندازه‌گیری شده موجود در بردار $\mathbf{d}$ در اختیار داریم. مسئله فرامعین است و با حل مسئله کمینه‌مربعات می‌توان حل را برآورد کرد:

$$E = \|\mathbf{G}\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{d}\|^2 \quad (15)$$

کمینه تابع E ، رسانندگی الکتریکی لایه‌های مفروض را به‌دست می‌دهد. با ضرب طرفین رابطه (۱۳) در $\mathbf{G}^T$ خواهیم داشت: $\mathbf{G}^T \mathbf{G} \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{G}^T \mathbf{d}$ و می‌توان نوشت:

$$\mathbf{B}\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{b} \quad (16)$$

که $\mathbf{B} = \mathbf{G}^T \mathbf{G}$ و $\mathbf{b} = \mathbf{G}^T \mathbf{d}$ است.

به این ترتیب خواهیم داشت:

$$\mathbf{B} = \mathbf{V}^T \mathbf{V} + \mathbf{H}^T \mathbf{H} \quad (17)$$

که ماتریس $\mathbf{B}$ یک ماتریس متقارن و معین مثبت است. بردار $\mathbf{b}$ به‌صورت

$$\mathbf{b} = \mathbf{V}^T \mathbf{d}^V + \quad (18)$$

$\mathbf{H}^T \mathbf{d}^H$ خواهد بود.

عدد شرط $\kappa(\mathbf{B}) = \lambda_{\max} / \lambda_{\min}$ که در آن $\lambda_{\max}$ و $\lambda_{\min}$ به‌ترتیب بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین مقادیر ویژه $\mathbf{B}$

هر دسته داده برداشت شده حاصل از جهت‌گیری افقی، $\sigma_a^V(h_i)$ یا قائم، $\sigma_a^H(h_i)$ پیچیده‌ها با $i = 1, 2, \dots, N$ و یا ترکیبی از آنها را می‌توان برای تعریف بردار داده‌ها به کار برد. در اینجا بردار کلی داده‌ها با رابطه (۶) بیان می‌شود و در حل وارون مسئله، از سه شکل بردار استفاده خواهیم کرد.

$$[\mathbf{d}(\boldsymbol{\sigma})]^T = \begin{bmatrix} \mathbf{d}^V \\ \mathbf{d}^H \end{bmatrix} = [\sigma_a^V(h_1), \sigma_a^V(h_2), \dots, \sigma_a^V(h_N); \sigma_a^H(h_1), \sigma_a^H(h_2), \dots, \sigma_a^H(h_N)]^T \quad (6)$$

h_i ، ارتفاعی است در آن اندازه‌گیری نام انجام می‌شود و $\sigma_i^V(h)$ و $\sigma_i^H(h)$ اندازه‌گیری‌ها در ارتفاع h_i هستند ($i = 1, 2, \dots, N$). حال دو معادله انتگرال (۴) و (۵) به‌دستگاه معادلات جبری خطی با فرم ماتریسی زیر تبدیل می‌شوند:

$$\boldsymbol{\sigma}^H = \mathbf{H}\boldsymbol{\sigma} \quad (7)$$

$$\boldsymbol{\sigma}^V = \mathbf{V}\boldsymbol{\sigma} \quad (8)$$

در این روابط، $\boldsymbol{\sigma}$ بردار رسانندگی‌های واقعی لایه‌ها و $\boldsymbol{\sigma}^V$ و $\boldsymbol{\sigma}^H$ بردارهای رسانندگی ظاهری یا همان داده‌های برداشت شده توسط دستگاه هستند. درایه‌های ماتریس‌های $\mathbf{H}$ و $\mathbf{V}$ به‌ترتیب با روابط (۹) و (۱۰) تعریف می‌شوند (دیدا و همکاران ۲۰۰۳):

$$V_{i,j} = \int_{z_{j-1}}^{z_j} \varphi^V(z + h_i) dz \quad (9)$$

$$H_{i,j} = \int_{z_{j-1}}^{z_j} \varphi^H(z + h_i) dz \quad (10)$$

که در آن $i = 1, 2, \dots, N$ و $j = 1, 2, \dots, M$

با جای‌گذاری روابط (۲) و (۳) در روابط (۹) و (۱۰) و انجام عملیات ریاضی، فرم صریح زیر را برای این دو تابع به‌دست می‌آوریم:

$$V_{i,j} = \frac{1}{\sqrt{4(z_{j-1} + h_i)^2 + 1}} - \frac{1}{\sqrt{4(z_j + h_i)^2 + 1}} \quad (11)$$

$$H_{i,j} = 2(z_j - z_{j-1}) + \sqrt{4(z_{j-1} + h_i)^2 + 1} - \sqrt{4(z_j + h_i)^2 + 1} \quad (12)$$

دستگاه معادلات را به‌صورت ماتریسی و با در نظر گرفتن ابعاد بردارها و ماتریس‌ها، به‌صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\mathbf{G}_{(2N \times M)} \boldsymbol{\sigma}_{(M \times 1)} = \mathbf{d}_{(2N \times 1)} \quad (13)$$

که در آن:

$$\mathbf{G}_{(2N \times M)} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{(N \times M)} \\ \mathbf{H}_{(N \times M)} \end{bmatrix} \quad (14)$$

تقریبی از n امین عملگر مشتق است، به‌عنوان منظم‌سازی مرتبه n ام نامیده می‌شود. دو انتخاب مرسوم دیگر برای L_n عملگر مشتق گسسته مرتبه اول و دوم هستند (دیدا و همکاران، ۲۰۰۳). با این انتخاب‌ها و کاربست رابطه (۲۰)، به‌ترتیب منظم‌سازی مرتبه اول و دوم تیخونوف را خواهیم داشت.

در حالت کلی برای $\alpha > 0$ ، کمینه پروفیل رسانندگی σ_a با حل سیستم خطی زیر به‌دست می‌آید:

$$\hat{B}\sigma_\alpha = \mathbf{b} \quad (21)$$

$$\hat{B}\sigma_\alpha = \mathbf{B} + \alpha \mathbf{L}_n^T \mathbf{L}_n \quad (22)$$

و $\mathbf{B}$ با معادله (۱۷) تعریف می‌شود.

این مسئله را می‌توان با روش کمینه‌مربعات نامنفی $NNLS$ حل کرد. مسئله اصلی در تنظیم تیخونوف، انتخاب پارامتر α است. اگر برای مقادیر مختلف α ، نمودار $\|\mathbf{G}\sigma - \mathbf{d}\|$ بر حسب $\|\mathbf{L}\sigma\|$ رسم شود، یک منحنی به شکل L ظاهر می‌شود. برای مقادیر بزرگ α ، به‌طور مؤثر $\|\mathbf{L}\sigma\|$ و برای مقادیر کوچک α عبارت $\|\mathbf{G}\sigma - \mathbf{d}\|$ را کمینه می‌کنیم. مقدار بهینه α در گوشه این منحنی، جایی که منحنی بیشترین انحنا را دارد، قرار دارد. در این مقاله از روش Curvature Method، برای یافتن نقطه زانویی (Knee point) استفاده شد.

بورچرز و همکاران (۱۹۹۷) برای حل این مسئله، با این فرض که پروفیل‌های رسانندگی الکتریکی خاک به‌صورت هموار تغییر می‌کند، منظم‌سازی مرتبه دوم را انتخاب کردند. دیدا و همکاران (۲۰۰۳)، با استفاده از منظم‌سازی تیخونوف و الگوریتم گرادیان مزدوج رسانندگی‌های یک زمین لایه‌ای را تنها برای مد ترکیبی به‌دست آوردند.

۲-۲-۱. حل وارون با کمترین مربعات

مدل زمین را شامل پنج لایه افقی با ضخامت‌های دلخواه و با این شرط که مجموع ضخامت‌ها از یک متر بیشتر نشود (محدوده برداشت با EM-38) در نظر می‌گیریم (پرنو و همکاران، ۲۰۲۱). دستگاه بالای سطح زمین مدل و در ارتفاع‌های h_i قرار می‌گیرد (شکل ۲) و برداشت در ۹

هستند، معیاری از دشواری محاسبه $\sigma = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{b}$ در مواجهه با عدم قطعیت و خطاهای گرد کردن داده‌هاست و برای مقادیر بزرگ $\kappa(\mathbf{B})$ ، در صورت تغییر کوچک در $\mathbf{B}$ و $\mathbf{b}$ یا یکی از آنها حل دستگاه برای σ ممکن است به شدت مختل شود. در چنین شرایطی مسئله بدوضع است. به لحاظ پایداری حل، عدد شرط باید تا حد امکان به یک نزدیک باشد.

حل مسئله وارون گسسته عبارت از یافتن σ است به نحوی که $\|\mathbf{B}\sigma - \mathbf{b}\|$ را کمینه کند. ماتریس $\mathbf{B}$ که با رابطه (۱۷) تعریف شده است، بدوضع بوده و حل مسئله کمینه‌مربعات نسبت به خطاهای کوچک در داده‌ها بسیار حساس است. یکی از راهکارهای کاهش این حساسیت، استفاده از منظم‌سازی تیخونوف است که بر اساس آن مجموع عدم برازش بین داده‌های ژئوفیزیکی محاسبه‌شده و مشاهده‌شده، $\Phi_d(\mathbf{m})$ و ناهموازی مدل، $\Phi_m(\mathbf{m})$ را به‌عنوان تابع تیخونوف، $\Phi(\mathbf{m})$ ، تعریف می‌کنیم و می‌خواهیم با انتخاب مناسب پارامتر α این تابع را کمینه کنیم (تیخونوف و آرسنین، ۱۹۷۷):

$$\Phi(\mathbf{m}) = \Phi_d(\mathbf{m}) + \alpha \Phi_m(\mathbf{m}) \quad (19)$$

پارامتر α پارامتر منظم‌سازی است که با انتخاب مقدار بهینه آن، بین هنجار عدم‌برازش داده‌ها (Misfit function) و هنجار مدل تعادل برقرار می‌شود. $\mathbf{m}$ بردار پارامترهای مدل یا همان توزیع رسانندگی (σ) لایه‌های زیرسطحی است. برای به‌دست آوردن کمترین طول پارامتر مدل، از عملگر مرتبه صفرم، مشتق اول و مشتق دوم استفاده می‌کنیم. در مسئله این تحقیق رابطه (۱۹) به‌صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\min \|\mathbf{G}\sigma - \mathbf{d}\|^2 + \alpha^2 \|\mathbf{L}_n \sigma\|^2 \quad (20)$$

در حالت حدی به ازای $\alpha = 0$ ، مسئله وارون به حل مسئله کمینه‌مربعات تبدیل می‌شود. L_n عملگر مشتق مرتبه n ام است. یک انتخاب رایج L ، ماتریس همانی $L_0 = \mathbf{I}$ است و معمولاً به‌عنوان رگرسیون مرتبه صفر نامیده می‌شود و با این انتخاب، تکنیک منظم‌سازی تیخونوف مرتبه صفر را خواهیم داشت. در این مورد، ترکیب وزنی از هنجار باقی‌مانده و هنجار σ را کمینه می‌کنیم. منظم‌سازی با L که

را با هم ترکیب کنیم، با حل کمترین مربعات معمولی، رسانندگی لایه‌ها از رابطه (۲۵) به دست خواهد آمد:

$$\sigma = [V^T V + H^T H]^{-1} [V^T d + H^T d] \quad (25)$$

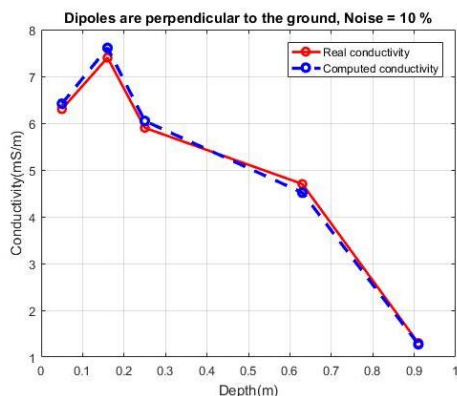
در ادامه برای محاسبه پارامترها با منظم‌سازی تیخونوف مرتبه صفر، یک و دو، از رابطه (۲۲) در حل کمترین مربعات معمولی و الگوریتم استفاده شد.

۲-۲-۲. نتایج وارون‌سازی با کمترین مربعات

داده‌های مصنوعی حاصل از مدل زمین لایه‌ای برای هر سه مدل و روش کمترین مربعات معمولی با داده‌های بدون و با ۱۰ درصد نوفه گاوسی تولید و در محاسبه پارامترها استفاده شد.

الف) دو قطبی‌های عمود بر سطح زمین یا مدل قائم مطابق شکل ا-ب

پس از اجرای کمترین مربعات معمولی با داده‌های بدون نوفه و کاربست رابطه (۲۳)، نمودار رسانندگی بر حسب عمق مطابق شکل ۳-الف به دست آمد. ملاحظه می‌شود که نمودارها برازش تقریباً کامل دارند و پارامترها با خطای بسیار کوچک (۰/۰۴ درصد) به دست آمده‌اند. با داده‌های با نوفه ۱۰ درصد نیز، مطابق شکل ۳-ب پارامترها با تقریب خوب و با خطای کمتر از ۵ درصد به دست می‌آیند. لازم به ذکر است که رسانندگی هر لایه ثابت بوده و نقاط در نمودارهای رسم شده برای این کمیت، نشان‌دهنده رسانندگی هر لایه است.



(ب)

ارتفاع از سطح زمین انجام می‌شود. با دستگاه EM-38 برای رعایت شرط تقریب LIN باید رسانندگی زمین، بسیار کم ($\sigma < 12 \text{ mS/m}$) باشد (بیمیش، ۲۰۱۱) که در مدل‌سازی و انتخاب رسانندگی لایه‌ها، این موضوع رعایت شده است. جدول (۱) برای مدل مورد نظر، عمق مرز مشترک لایه‌ها که به‌طور تصادفی انتخاب شده‌اند و رسانندگی هر لایه را نشان می‌دهد.

جدول ۱. مقادیر مفروض برای عمق و ضخامت لایه‌های مدل.

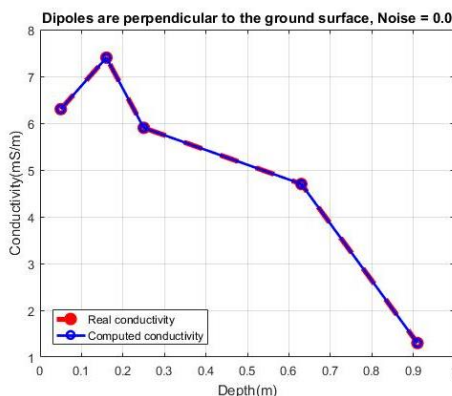
رسانندگی (mS/m)	عمق لایه (m)
۶/۳	۰/۰۵
۷/۴	۰/۱۶
۵/۹	۰/۲۵
۴/۷	۰/۶۳
۱/۳	۰/۹۱

با فاصله گرفتن دستگاه از سطح زمین حساسیت دستگاه نسبت به میدان‌های دریافتی کاهش می‌یابد؛ بنابراین عملاً یک سونداژ قائم اجرا می‌شود (کافمن و کلر، ۱۹۸۳). با قرائت رسانندگی‌های ظاهری، می‌توان پارامترهای مجهول یعنی رسانندگی لایه‌ها را به دست آورد. در حالتی که دوقطبی‌ها در به ترتیب در مدل قائم و افقی هستند، رسانندگی لایه‌ها با استفاده از کمترین مربعات معمولی از روابط (۲۳) و (۲۴) به دست می‌آیند:

$$\sigma = (V^T V)^{-1} V^T d \quad (23)$$

$$\sigma = (H^T H)^{-1} H^T d \quad (24)$$

اگر در محاسبه رسانندگی‌ها، داده‌های حاصل از هر دو مدل

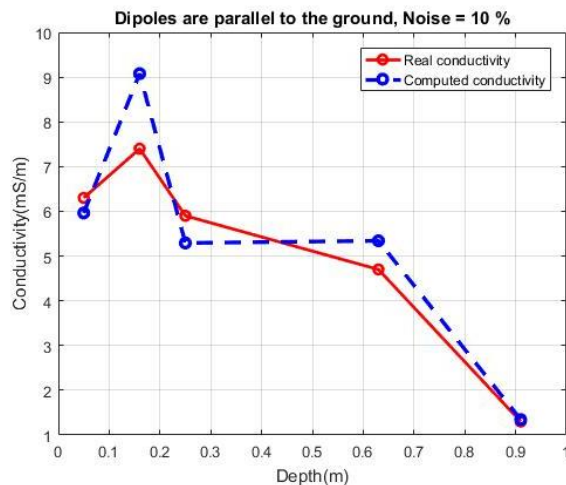


(الف)

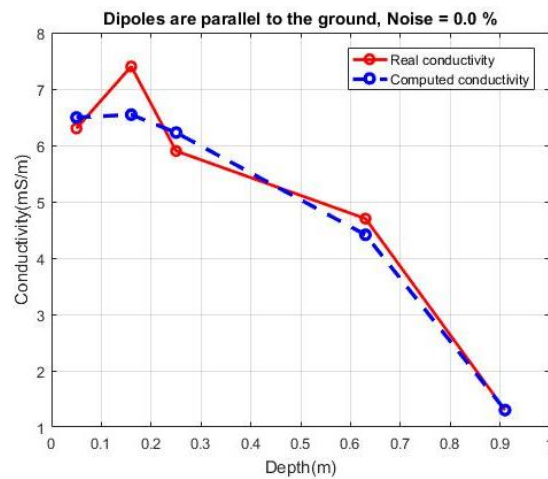
شکل ۳. نمودار رسانندگی واقعی (نمودار قرمز) و رسانندگی محاسبه شده با کمترین مربعات (نمودار آبی) برای مدل قائم الف-با داده‌های بدون نوفه ب-با داده‌های با ۱۰ درصد نوفه.

توسط پیچه‌ها در دو مد افقی (نمودار آبی) و قائم (نمودار قرمز) رسم شد. ملاحظه می‌شود که بزرگی داده‌ها، به استثنای دو ارتفاع اول پیچه‌ها، پاسخ مد افقی از پاسخ مد قائم کمتر است و این موضوع در دقت پارامترهای به‌دست آمده از دو مد مؤثر است.

در این مرحله، پارامترها را با ترکیب داده‌های به‌دست آمده از هر دو مد و با استفاده از رابطه (۲۵) به‌دست می‌آوریم. با کاربست روش کمترین مربعات معمولی با داده‌های بدون نوفه شکل ۶-الف و با نوفه ده درصد شکل ۶-ب پارامترها به‌دست می‌آیند.

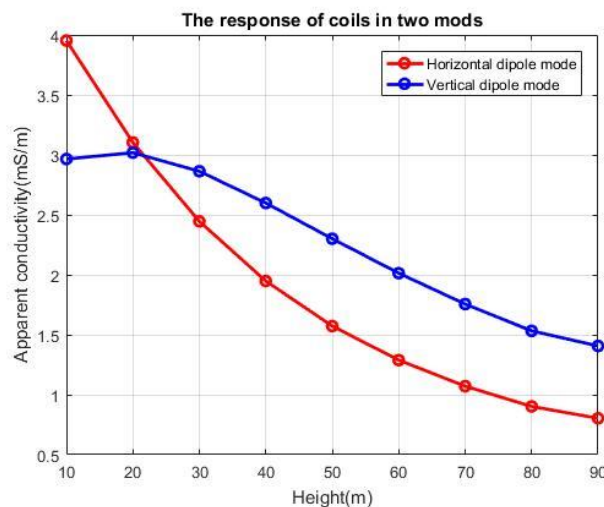


(ب)

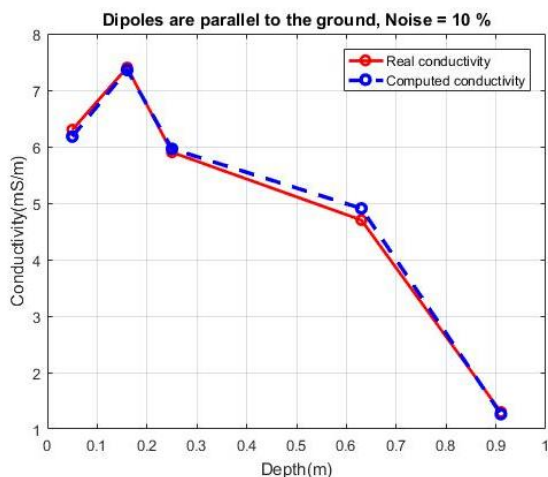


(الف)

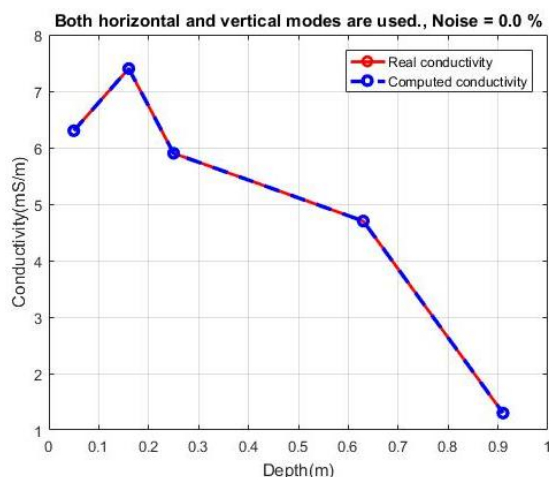
شکل ۴. نمودار رسانندگی واقعی (نمودار قرمز) و رسانندگی محاسبه‌شده با کمترین مربعات (نمودار آبی) برای مد افقی، الف-با داده‌های بدون نوفه ب-با داده‌های با نوفه ۱۰ درصد.



شکل ۵. نمودار داده‌ها (رسانندگی ظاهری) در دو مد افقی (نمودار قرمز) و مد قائم (نمودار آبی) بر حسب ارتفاع پیچه‌ها از سطح زمین پ-ترکیب داده‌های دو مد افقی و قائم (مد ترکیبی).



(ب)



(الف)

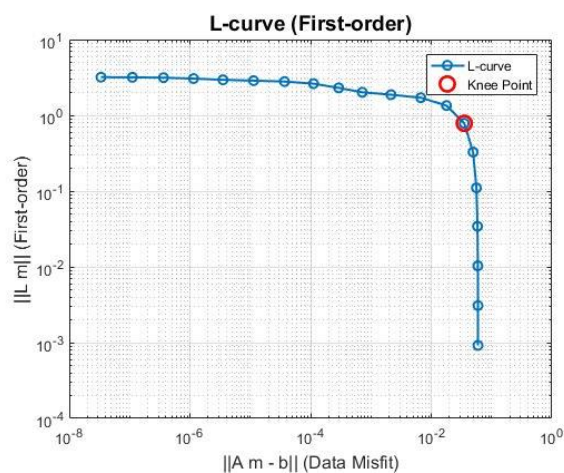
شکل ۶. نمودار رسانندگی واقعی (نمودار قرمز) و رسانندگی محاسبه شده با کمترین مربعات (نمودار آبی) با ترکیب داده‌های بدون نوفه دو مد قائم و افقی.

در این مرحله با استفاده از رابطه (۲۰) و اجرای فرایند منظم‌سازی مرتبه صفر، اول و دوم تیخونوف، پارامترها برای مد قائم محاسبه می‌شوند. مقادیر پارامتر منظم‌سازی برای هر سه مد و سه مرتبه منظم‌سازی تیخونوف مورد بحث با استفاده از روش L-curve محاسبه و در جدول ۲ ارائه شده است.

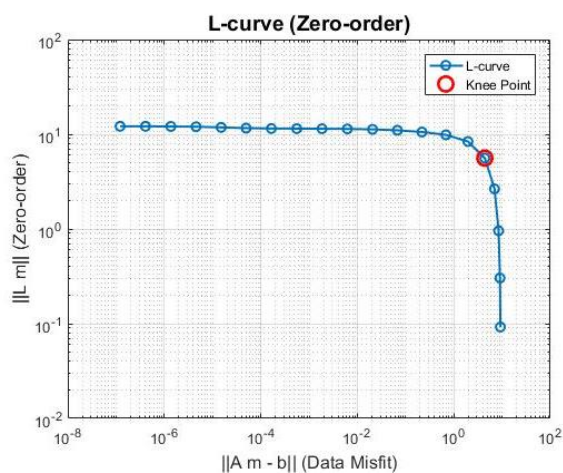
۹ نمودار منحنی L برای همه مدها و همه مرتبه‌های منظم‌سازی به دست آمد که در اینجا برای اختصار، در شکل ۵ صرفاً نمودارهای مد ترکیبی برای مرتبه صفر و اول ارائه می‌شوند.

برای مد ترکیبی، مطابق شکل ۶-الف حل وارون معمولی کمترین مربعات با داده‌های بدون نوفه منجر به برازش بسیار خوب بین نمودارهای پارامترهای واقعی و محاسبه‌ای می‌شود و خطای محاسبه هر پنج پارامتر رسانندگی حدود ۰/۰۳ درصد است. با حل کمترین مربعات معمولی و داده‌های با ده درصد نوفه گاوسی، چنان که در شکل ۶-ب دیده می‌شود، برازش خوبی بین دو نمودار وجود دارد و پارامترها با دقت قابل قبول و با خطای کمتر از ۵ درصد به دست می‌آیند.

۲-۳. حل وارون با منظم‌سازی تیخونوف



(ب)



(الف)

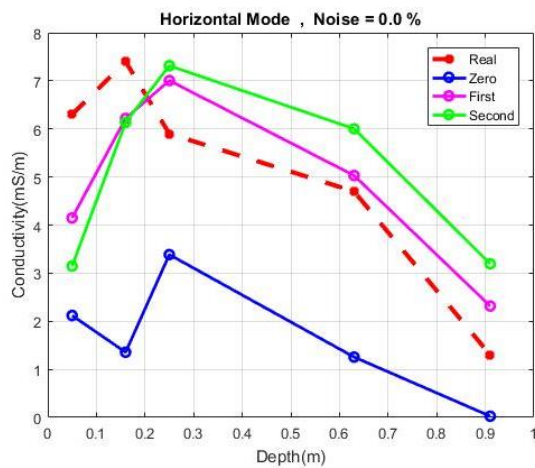
شکل ۷. نمودار منحنی L برای مد ترکیبی. الف-مرتبه صفر ب-مرتبه اول تیخونوف.

برای هر سه مد، پس از انجام وارون‌سازی داده‌های بدون نوفه مدل با روش منظم‌سازی تیخونوف مرتبه صفر، اول و دوم، نمودار رسانندگی واقعی و تخمینی لایه‌ها در شکل ۸ آورده شده است.

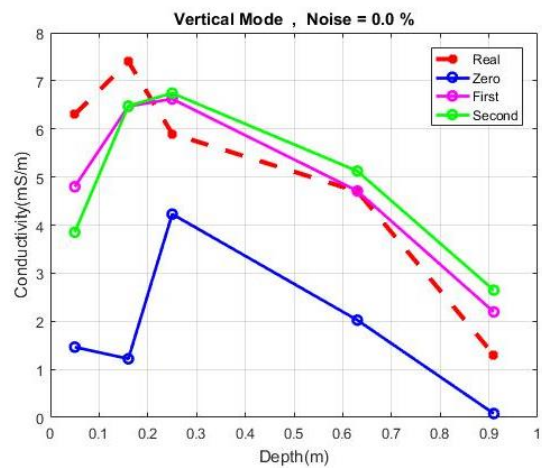
نقطه زانوی منحنی مقدار بهینه پارامتر منظم‌سازی را به دست می‌دهد. مقادیر بهینه پارامتر منظم‌سازی برای همه مدها و مرتبه‌های مورد بحث، در جدول ۲ آورده شده است.

جدول ۲. مقادیر بهینه پارامتر منظم‌سازی برای سه مد افقی، قائم و ترکیبی و سه مرتبه منظم‌سازی صفر، اول و دوم تیخونوف.

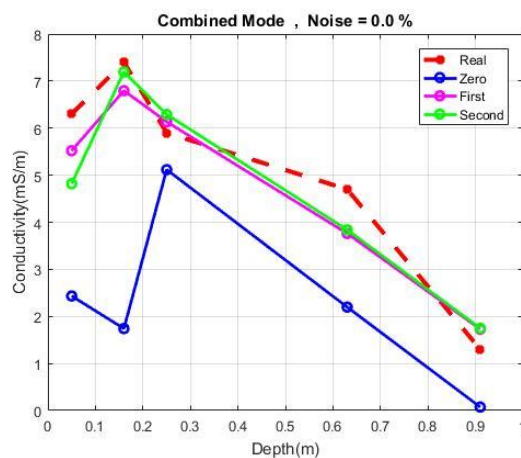
پارامتر منظم‌ساز			مد
مرتبه صفر	مرتبه اول	مرتبه دوم	
۰/۴۸۳	۰/۰۴۲	۰/۰۰۲	افقی (H)
۰/۸۸۵	۰/۰۷۸	۰/۰۰۷	قائم (V)
۰/۸۸۶	۰/۲۶۳	۰/۰۲۳	ترکیبی (HV)



(ب)



(الف)



(پ)

شکل ۸. نمودار رسانندگی واقعی (نمودار قرمز) و رسانندگی محاسبه شده با کمترین مربعات منظم‌شده تیخونوف مرتبه صفر (نمودار آبی)، مرتبه اول (نمودار بنفش) و مرتبه دوم (نمودار سبز)، با داده‌های بدون نوفه، الف-مد قائم، ب-مد افقی، پ-مد ترکیبی.

برای مشاهده کمی نتایج وارون سازی با منظم سازی های انجام شده خطای جذر میانگین مربع برای هر مد و مرتبه محاسبه و در جدول ۳ آورده شده اند.

جدول ۳. خطای جذر میانگین مربع برای سه مد پیچیده و سه مرتبه منظم سازی تیخونوف.

مد ترکیبی	مد افقی	مد قائم	
۶۴/۲۸	۷۳/۸۱	۷۱/۷۴	مرتبه صفر
۳/۷۴	۷/۶۲	۶/۰۵	مرتبه اول
۲۴/۷۷	۷۵/۰۹	۵۰/۳۱	مرتبه دوم

با توجه به نمودارهای شکل ۸ و اعداد جدول ۳ ملاحظه می شود نتیجه وارون سازی با داده های بدون نوفه نامطلوب بوده و اساساً منعکس کننده یا تقریبی از مدل واقعی نیست. به عبارت دیگر، با وجود این که عدد شرط در ماتریس کرنل منظم شده، به مراتب کوچک تر از ماتریس کرنل بدون منظم سازی است (جدول ۴)، منظم سازی در مورد این مسئله، وضعیت را بهبود نمی بخشد. بدیهی است که با داده های با نوفه نیز منظم سازی تیخونوف به نتایج نامطلوب تر منجر خواهد شد.

۲-۲-۴. روش فرا ابتکاری الگوریتم ژنتیک

الگوریتم ژنتیک (Genetic Algorithms) یا به اختصار (GA)، دسته ای از الگوریتم های جستجو و بهینه سازی هستند که از مفهوم تکامل (Evolution) الهام گرفته شده اند. این دسته از الگوریتم ها، جواب های محتمل (Potential Solutions) برای یک مسئله خاص را در یک ساختار داده ای کروموزوم مانند کدبندی می کنند. الگوریتم ژنتیک از طریق اعمال عملگرهای بازترکیب (Recombination Operators) بر روی ساختارهای داده ای کروموزوم مانند، اطلاعات حیاتی ذخیره شده در این ساختارهای داده ای را حفظ می کند. اجزای الگوریتم ژنتیک به صورت فهرست موارد زیر هستند:

- نمونه سازی اولیه (Initialization): فرایند با ایجاد یک جمعیت اولیه از افراد تصادفی آغاز می شود.

- ارزیابی سازگاری (Fitness Evaluation): سازگاری هر فرد توسط تابعی ارزیابی می شود که عملکرد آنها را در حل مسئله اندازه گیری می کند.

- انتخاب (Selection): افراد با آمادگی بالاتر احتمال بیشتری برای انتخاب شدن به عنوان والدین برای نسل بعدی دارند.

- همگذاری: (Crossover) افراد انتخاب شده تحت همگذاری قرار می گیرند و مواد ژنتیکی آنها برای ایجاد فرزندان ترکیب می شود.

- جهش (Mutation): گاهی اوقات، تغییرات تصادفی در ماده ژنتیکی فرزندان برای حفظ تنوع اثرگذار خواهد بود.

- تکرار (Repeat): فرایند انتخاب، تقاطع و جهش تا زمانی که یک شرط خاتمه برآورده شود، ادامه می یابد.

۳. اجرای الگوریتم ژنتیک برای محاسبه پارامترها

در این پژوهش برای محاسبه رسانندگی لایه ها با الگوریتم ژنتیک، رسانندگی ظاهری برداشت شده با دستگاه EM-38 به طور مصنوعی تولید می شود. در الگوریتم اجرا شده، رسانندگی ظاهری مربوط به هر پاسخ (کروموزوم) با رسانندگی ظاهری واقعی مقایسه و با محاسبه معکوس میانگین مربع خطا، تابع برازش تعریف می شود. کروموزومی دارای پاسخ مناسب تری است که میانگین مربع خطای کمتر یا معکوس میانگین مربع خطای بیشتری داشته باشد. با این فرایند نیمی از کروموزوم ها انتخاب شده و در نسل بعد مورد بهره برداری قرار می گیرند. در نسل بعد کروموزوم های انتخاب شده با فرایندی با عنوان فرایند همگذاری با یکدیگر ترکیب و کروموزوم های جدیدی که فرزند نامیده می شود تولید می شوند. ترکیب ژن این کروموزوم های جدید، ترکیبی از ژن های والدین آنهاست. در یک نسل تعدادی از کروموزوم ها نیز در ژن های خود دچار جهش می شوند که در این تحقیق، هر کروموزوم تا ۳ جهش را به طور تصادفی در ژن های خود خواهد داشت. کروموزومی که در جمعیت برای نسل بعدی حفظ و نگهداری می شود به وسیله قانون تکامل داروین انتخاب می شود. کروموزومی که مقدار

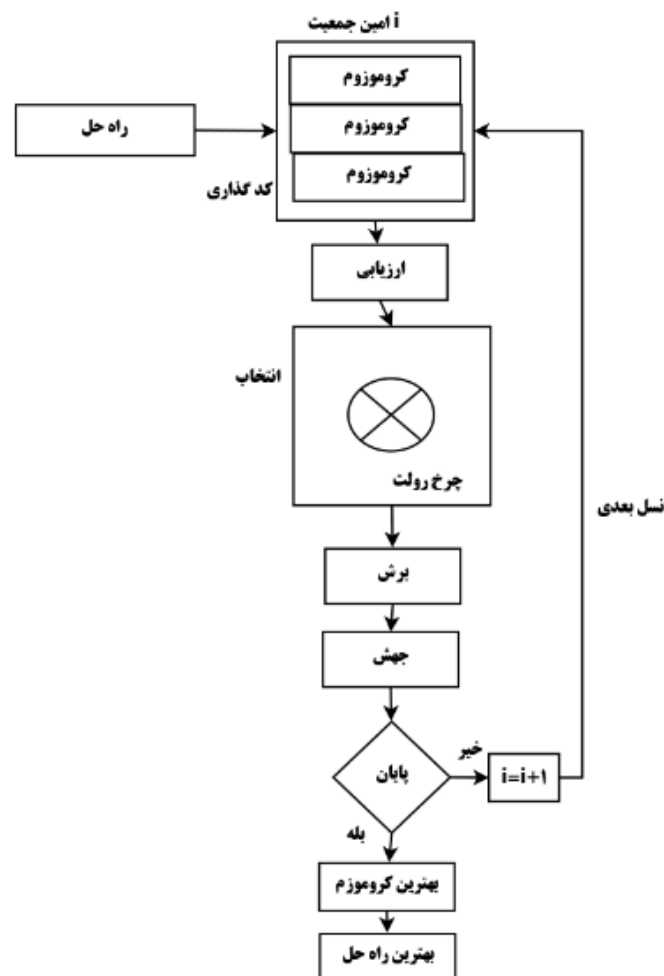
برای تولید نسل بعدی بیشتر و برعکس، هر چه کروموزوم برازش ضعیف‌تری ایجاد کند، این احتمال کمتر است. شیوه پیاده‌سازی چرخ رولت به این صورت است که در چرخه الگوریتم ژنتیک در گام دوم همه کروموزوم‌ها ارزیابی می‌شوند و طبق این ارزیابی می‌دانیم هر کروموزوم بر اساس تابع برازش چه ارزشی را به دست آورده است. با استفاده از این مقادیر، احتمال انتخاب شدن هر کروموزوم مشخص می‌شود. احتمال p_i برای کروموزوم i ام از حاصل تقسیم برازش آن کروموزوم، f_i ، بر مجموع برازش همه کروموزوم‌ها به دست می‌آید.

$$p_i = \frac{f_i}{\sum_{i=1}^n f_i} \quad (26)$$

هر قدر عدد به دست آمده بزرگ‌تر باشد، احتمال انتخاب آن کروموزوم بیشتر بوده و به عبارت دیگر شانس بیشتری برای تولید نسل بعدی خواهد داشت.

برازش بالاتری دارد از احتمال بالاتری برای انتخاب دوباره در نسل بعدی برخوردار است. بعد از چندین نسل، مقدار کروموزوم به یک مقدار خاص که بهترین راه حل برای مسئله است همگرا می‌شود. الگوریتم در شکل ۱۳ ارائه شده است.

چرخ رولت یکی از پرکاربردترین مکانیزم‌های انتخاب است. این روش با نام انتخاب بر اساس میزان مناسب بودن تابع برازش کروموزوم نیز نامیده می‌شود. چنان که در شکل ۹ مشخص است، در گام دوم الگوریتم، هر کروموزوم با استفاده از تابع برازش ارزیابی می‌شود. در مکانیزم چرخ رولت هر یک از کروموزوم‌ها بسته به میزان مناسب بودن (بر اساس تابع برازش) احتمال انتخاب شدن را دارا هستند. به عبارت دیگر هر قدر یک کروموزوم بهتر باشد (برازش بهتری ایجاد کند) احتمال انتخاب شدن آن



شکل ۹. الگوریتم چرخ رولت (زهرایی و حسینی، ۱۳۹۳).

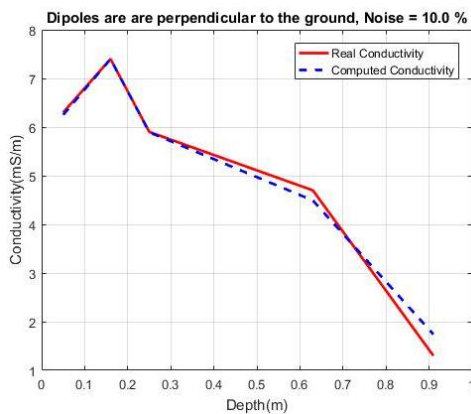
کمینه‌های محلی تابع، ۳ جهش تصادفی در فرزندان ایجاد شد. این فرایند تا کمینه شدن مقدار خطای تابع برازش تکرار می‌شود و در نتیجه رسانندگی پنج لایه به‌دست می‌آید. شرط توقف تکرار در برنامه، به‌صورت زیر تعریف شد:

$$\varepsilon = 1/n \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\sigma_{noisy} - \sigma}{\sigma} \right)^2} < 2 \times 10^{-2} \quad (27)$$

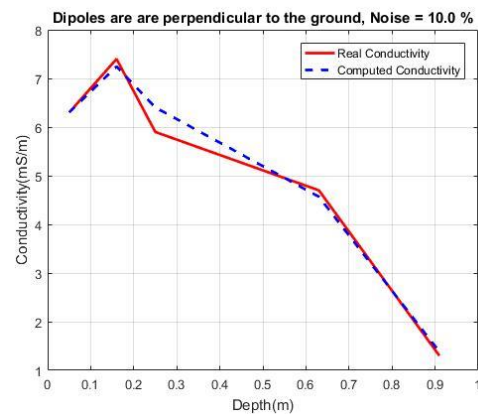
که در این رابطه، ε حد همگرایی الگوریتم با بهینه برازش تعیین شده و σ و σ_{noisy} به‌ترتیب رسانندگی حاصل از پارامترهای مفروض و رسانندگی به‌دست‌آمده از الگوریتم و n تعداد داده‌هاست.

برای مدهای افقی، قائم و ترکیبی پیچه‌ها، رسانندگی لایه‌ها با داده‌ها با نوفه ۱۰ درصد به‌دست آمد و نمودار رسانندگی بر حسب عمق برای این سه مد مطابق شکل ۱۰ است.

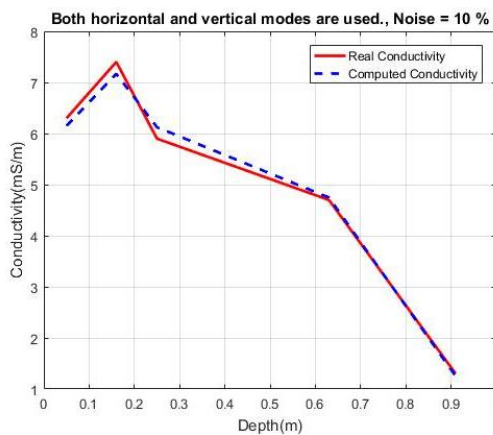
برای اجرای الگوریتم و فرایند بهینه‌سازی، رسانندگی هر لایه با ۱۶ بیت نمایش داده شد که مجموع بیت‌های این سه پارامتر یک کروموزوم ۸۰ بیتی را می‌سازد. در ابتدا یک جمعیت تصادفی با تعداد ۱۲۰۰۰ کروموزوم در نظر گرفته شد. انتخاب این تعداد کروموزوم با اجرای مکرر الگوریتم و بررسی میزان خطای داده‌ها انجام شد. در نظر گرفتن جمعیت با تعداد بیشتر، تغییر معناداری در کاهش خطا نداشته و از سوی دیگر سبب افزایش زمان اجرای برنامه می‌شود. پس از انتخاب جمعیت، تابع برازش از معکوس اختلاف بین رسانندگی ظاهری محاسبه شده با پارامترهای حاصل از الگوریتم و رسانندگی به‌دست‌آمده توسط پارامترهای اولیه انتخابی محاسبه و سپس به کمک این تابع، ۶۰۰۰ عضو از این جمعیت انتخاب و با آن نسل بعدی جمعیت ایجاد شد. برای جلوگیری از همگرایی در



(ب)



(الف)



(پ)

شکل ۱۰. نمودار رسانندگی واقعی (نمودار قرمز) و رسانندگی محاسبه شده با الگوریتم ژنتیک (نمودار آبی)، با داده‌های با نوفه ۱۰ درصد برای الف- مد افقی، ب- مد قائم و پ- مد ترکیبی.

بزرگ‌تر باشد، مسئله ناپایداری تر بوده و به نوبه حساس‌تر است. ملاحظه می‌شود که عدد شرط برای تیخونوف مرتبه صفر به یک نزدیک، برای کمترین مربعات، تیخونوف مرتبه اول و دوم بزرگ‌تر یا بسیار بزرگ‌تر از یک است.

با این حساب حل مسئله با منظم‌سازی تیخونوف مرتبه صفر پایدار و با موارد مذکور دیگر ناپایدار است. البته ناپایداری حل به معنی کیفیت حل نیست و کیفیت حل را با کمیت‌های دیگری از جمله ماتریس وضوح پارامترها، ماتریس وضوح داده‌ها و ماتریس کوواریانس مدل می‌توان مشخص کرد.

برای تحلیل عملکرد دو تکنیک به کار رفته در حل مسئله و با داده‌های حاوی ۱۰ درصد نوفه، نمودار خط‌های محاسبه پارامترها با روش کمترین مربعات معمولی و الگوریتم ژنتیک در شکل ۱۱ آورده شده است.

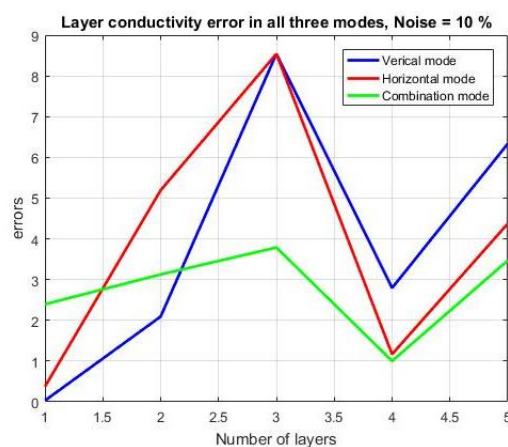
بر خلاف تخمین پارامترها با روش منظم‌سازی تیخونوف، تکنیک الگوریتم ژنتیک مانند حل کمترین مربعات معمولی به شکل مناسبی مدل را بازسازی می‌کند. به‌طور کیفی و از شکل ۱۰ پیداست که مد ترکیبی، یعنی استفاده از هر دو دسته داده به‌دست آمده با پیچیده‌ها در حالت افقی و قائم به نتیجه بهتری منجر شده و رسانندگی‌ها را با خطای کمتری به‌دست می‌آورد. لازم به ذکر است که در اجرای الگوریتم ژنتیک، انتخاب تعداد جمعیت و همچنین بازه پیشنهادی برای رسانندگی‌ها در سرعت همگرایی الگوریتم و همچنین دقت داده‌ها مؤثر است.

۴. تفسیر نتایج

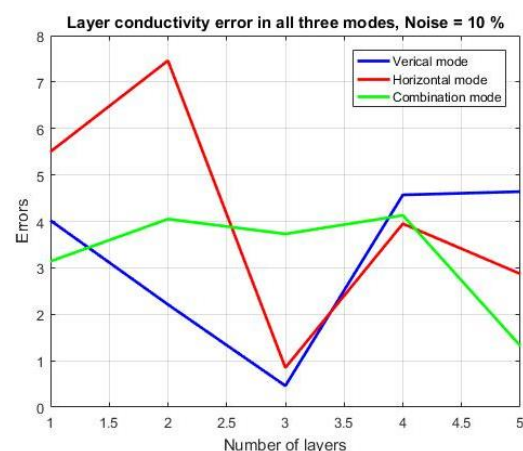
در جدول ۴، عدد شرط مربوط به هر یک از ماتریس‌های کرنل در فرایند کمترین مربعات معمولی، تیخونوف مرتبه صفر، اول و دوم محاسبه شده است. هر قدر عدد شرط

جدول ۴. عدد شرط ماتریس‌ها در فرایند کمترین مربعات و منظم‌سازی تیخونوف برای سه مد.

نوع ماتریس	عدد شرط		
	مد ترکیبی	مد قائم	مد افقی
کمترین مربعات معمولی	۲۴۹۷/۶	۲۲۰۰۶	۴.۶×۱۰^۷
تیخونوف مرتبه صفر	۱/۰۱۶	۱/۰۰۹	۱/۰۰۷۱
تیخونوف مرتبه اول	۱۳/۲۷۸	۱۳/۵۴۰	۱۳/۶۵۰
تیخونوف مرتبه دوم	۹۷/۶۱۴	۱۰۱/۱۸۲	۱۰۳/۰۰۶



(ب)



(الف)

شکل ۱۱. نمودار قدرمطلق خطا در محاسبه رسانندگی در مد قائم (نمودار آبی)، مد افقی (نمودار قرمز) و مد ترکیبی (نمودار سبز) با داده‌های با نوفه ۱۰ درصد با الف-کمترین مربعات معمولی، ب-الگوریتم ژنتیک.

خطا مربوط به حل مسئله با داده‌های مد ترکیبی و الگوریتم ژنتیک است.

ماتریس وضوح مدل R توانایی عملکرد وارون را برای تعیین یکتای پارامترهای مدل تخمین زده می‌سجد. ماتریس وضوح داده N توانایی عملکرد وارون را برای تعیین یکتای داده‌ها اندازه گیری می‌کند که این موضوع معادل توصیف اهمیت یا استقلال اطلاعات ارائه شده توسط داده‌ها است. سرانجام، ماتریس کوواریانس واحد $[cov_u \mathbf{m}]$ نشان می‌دهد چگونه نوفه در داده‌ها به عدم قطعیت‌ها در پارامترهای مدل برآورد شده نگاشت می‌شود. اگر $R = I_M$ ، تمام پارامترهای مدل کاملاً حل شده‌اند، یا به‌طور معادل تمام پارامترهای مدل به‌طور یکتا تعیین می‌شوند (استر، ۲۰۱۸). I_M ماتریس همانی است. در شکل ۱۲-الف تصویر ماتریس وضوح مدل برای مد ترکیبی آورده شده است که قطری بودن این ماتریس نشان از تخمین یکتای پارامترها دارد. شکل ۱۲-ب تصویر ماتریس وضوح داده را نشان می‌دهد. این ماتریس نیز همانی است و بیان می‌دارد که داده‌ها مستقل هستند.

از مقایسه دو نمودار مشخص است که تخمین پارامترها با داده‌های مد ترکیبی به نتایج بهتری منجر شده‌اند. برای مقایسه بهتر و کمی نتایج، متناظر با نمودارهای شکل ۱۷، در جدول‌های ۵ و ۶ خطای محاسبه رسانندگی هریک از پنج لایه مدل به ترتیب با روش کمترین مربعات معمولی و با روش الگوریتم ژنتیک و آورده شده است. چون اساساً منظم‌سازی تیخونوف منجر به ساخت مدلی غیر واقعی می‌شود، خطاهای این روش ارائه نشده است.

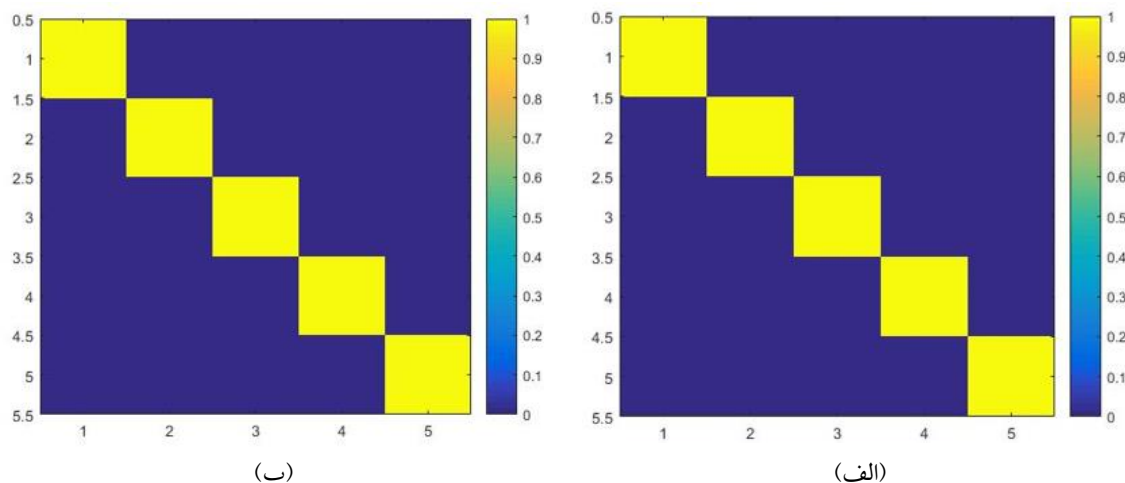
ملاحظه می‌شود که به‌طور کلی، پارامترها با روش کمترین مربعات معمولی با خطای کمتر از ۸ درصد و با روش الگوریتم ژنتیک با خطای کمتر از ۹ درصد به‌دست آمده‌اند. در هر دو روش، رسانندگی‌ها با داده‌های مد افقی نسبت به دو مد دیگر دارای خطای بیشتری هستند. داده‌های مد ترکیبی منجر به نتایج بهتری می‌شوند و بیشینه خطای محاسبات در این مد برای هر دو تکنیک حدود ۴ درصد است. برای مقایسه بهتر، جذر خطای میانگین مربع (RMS) خطاها نیز برای هر دو تکنیک و مد به‌طور جداگانه محاسبه و در جدول‌های ۵ و ۶ آورده شده‌اند. کمترین مقدار این

جدول ۵. خطای محاسبه رسانندگی‌ها برای مدل زمین با پنج لایه افقی با کمترین مربعات معمولی.

خطای RMS مد‌ها	5	4	3	2	1	شماره لایه
۱/۶۱	۴/۶۴	۴/۵۷	۰/۴۶	۲/۲۱	۴/۰۲	مد قائم
۲/۱۰	۲/۸۷	۳/۹۵	۰/۸۵	۷/۴۶	۵/۵۰	مد افقی
۱/۵۳	۱/۳۲	۴/۱۳	۳/۷۳	۴/۰۵	۳/۱۴	مد ترکیبی

جدول ۶. خطای محاسبه رسانندگی‌ها برای مدل زمین با پنج لایه افقی برای مدل زمین با پنج لایه افقی با الگوریتم ژنتیک.

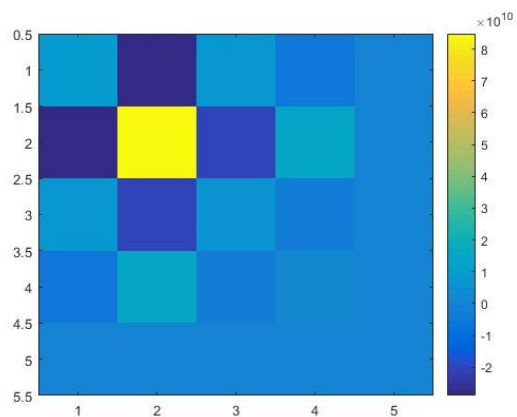
خطای RMS مد‌ها	5	4	3	2	1	شماره لایه
۲/۲۳	۶/۳۳	۲/۷۹	۸/۵۴	۲/۰۹	۰/۰۳	مد قائم
۲/۱۹	۴/۳۷	۱/۱۶۸	۸/۵۳	۵/۱۹	۰/۳۷	مد افقی
۱/۳۱	۳/۴۶	۱/۰۰	۳/۷۸	۳/۱۲	۲/۳	مد ترکیبی



شکل ۱۲. تصویر الف-ماتریس وضوح مدل، ب-ماتریس وضوح داده، برای مدل ترکیبی.

دوقطبی پیچیده‌های فرستنده و گیرنده موازی سطح زمین (مد افقی)، عمود بر سطح زمین (مد قائم) و داده‌های ترکیب دو مد یاد شده (مد ترکیبی) تولید شدند. نتایج به‌دست آمده نشان دادند که روش کمترین مربعات معمولی و الگوریتم ژنتیک به خوبی مدل را بازسازی می‌کنند و پارامترهای مدل (رسانندگی لایه‌ها) با دقت قابل قبولی به‌دست می‌آیند. در این تحقیق، مرتبه‌های صفر، اول و دوم منظم‌سازی تیخونوف برای تخمین پارامترهای مدل به کار رفتند که با توجه به خطای بالای به‌دست آمده برای تخمین پارامترهای مدل کمکی به بهبود مسئله نمی‌کنند و اساساً مدل به‌دست آمده از مدل واقعی بسیار دور است. در وارون‌سازی با هر دو روش کمترین مربعات و الگوریتم ژنتیک، پارامترها با داده‌های مد ترکیبی کمترین و با داده‌های مد افقی بیشترین مقدار خطای جذر میانگین مربع را نسبت به دو مدل دیگر داشتند. بنابراین در این محاسبه پارامترها، روش الگوریتم ژنتیک نسبت به کمترین مربعات معمولی روشی قدرتمندتر و دقیق‌تر و داده‌های مد ترکیبی نسبت به دو مدل دیگر مناسب‌تر تشخیص داده شدند. ماتریس وضوح داده‌ها و ماتریس وضوح مدل نیز ماتریس همانی به‌دست آمدند که نشان‌گر تعیین یکتای داده‌ها و پارامترهای مدل هستند. همچنین ماتریس کوواریانس مدل نشان داد که نوفه در داده‌ها به شدت و به‌ویژه در دومین پارامتر مدل نگاهت می‌شوند.

شکل ۱۳ تصویر ماتریس کوواریانس مدل را نشان می‌دهد.



شکل ۱۳. تصویر ماتریس کوواریانس مدل برای مدل ترکیبی.

چنان که ملاحظه می‌شود، تأثیر نوفه بر پارامترهای دوم و سوم (رسانندگی لایه‌های دوم و سوم) به مراتب بیشتر از سایر لایه‌هاست که این موضوع با اعداد جدول‌های ۵ و ۶ تأیید می‌شود.

۵. نتیجه‌گیری

در این تحقیق، رسانندگی الکتریکی مدل زمین با لایه‌های افقی با وارون خطی داده‌های الکترومغناطیسی با دستگاه EM-38 و در محدوده عدد القای کم، با دو روش کمترین مربعات بدون منظم‌سازی و منظم‌سازی شده با تیخونوف مرتبه‌های صفر، اول و دوم و همچنین الگوریتم ژنتیک به‌دست آمد. داده‌های مصنوعی در سه حالت

مراجع

- عمق و مکان بی‌هنجاری‌های حاصل از داده‌های الکترومغناطیس زمینی حوزه فرکانس با استفاده از روش تصویر برداری عمق از نقاط بینهایت. نشریه پژوهش‌های ژئوفیزیک کاربردی، ۷(۱)، ۲۴۳-۲۵۲.
- رحیمیان، م. ح. و هاشمی‌نژاد، ی. (۱۳۸۹). واسنجی دستگاه القاگر الکترومغناطیس (EM-38) برای ارزیابی شوری خاک. مجله پژوهش‌های خاک (علوم خاک و آب)، ۲۴(۳)، ۴۲-۳۳.
- زهرایی، ب.؛ حسینی، س. م. (۱۳۹۳). الگوریتم ژنتیک و بهینه‌سازی مهندسی. چاپ دوم. تهران. انتشارات گوتنبرگ.
- Aster, R. C., Borchers, B., & Thurber, C. H. (2018). *Parameter estimation and inverse problems*: Elsevier.
- Beamish, D., 2011. Low induction number, ground conductivity meters: a correction procedure in the absence of magnetic effects. *J. Appl. Geophys.*, 75, 244-253.
- Belmonte-Jiménez, S. I., Bortolotti-Villalobos, A., Campos-Enríquez, J. Ó., Pérez-Flores, M. A., Delgado-Rodríguez, O., & Ladrón de Guevara-Torres, M. de la A. (2014). Electromagnetic methods application for characterizing a site contaminated by leachates. *Revista Internacional de Contaminación Ambiental*, 30(3), 317-329.
- Borchers, B., Uram, T., & Hendrickx, J. M. (1997). Tikhonov regularization of electrical conductivity depth profiles in field soils. *Soil Science Society of America Journal*, 61(4), 1004-1009.
- Cella, F., Paoletti, V., Florio, G., & Fedi, M. (2015). Characterizing elements of urban planning in Magna Graecia using geophysical techniques: the case of Tirenna (Southern Italy). *Archaeological Prospection*, 22(3), 207-219.
- Christiansen, A. V., Pedersen, J. B., Auken, E., Søe, N. E., Holst, M. K., & Kristiansen, S. M. (2016). Improved geoarchaeological mapping with electromagnetic induction instruments from dedicated processing and inversion. *Remote Sensing*, 8(12), 1022.
- Da Conceição Batista, J., & Sampaio, E. E. S. (2019). Magnetotelluric inversion of one-and two-dimensional synthetic data based on hybrid genetic algorithms. *Acta Geophysica*, 67, 1365-1377.
- Deidda, G. P., Bonomi, E., & Manzi, C. (2003). Inversion of electrical conductivity data with Tikhonov regularization approach: some considerations. *Annals of Geophysics*, 46(3), 549-558.
- Dos Santos, V. R. N., & Porsani, J. L. (2011). Comparing performance of instrumental drift correction by linear and quadratic adjusting in inductive electromagnetic data. *Journal of Applied Geophysics*, 73(1), 1-7.
- Dumont, G., Robert, T., Marck, N., & Nguyen, F. (2017). Assessment of multiple geophysical techniques for the characterization of municipal waste deposit sites. *Journal of Applied Geophysics*, 145, 74-83.
- El-Qady, G., Metwally, M., & Khozaym, A. (2014). Tracing buried pipelines using multi frequency electromagnetic. *NRIAG Journal of Astronomy and Geophysics*, 3(1), 101-107.
- Kaufman, A. & Keller, G. (1983). *Frequency and Transient Soundings*: Elsevier.
- Heil, K., & Schmidhalter, U. (2015). Comparison of the EM38 and EM38-MK2 electromagnetic induction-based sensors for spatial soil analysis at field scale. *Computers and Electronics in Agriculture*, 110, 267-280.
- Luo, W., Ge, J., Liu, H., Wu, S., Wang, H., Yuan, Z., Luan, X., Dong, H., & Fukushima, E. F. (2023). A fast tracking method for magnetic abnormalities using distributed Overhauser magnetometer system based on genetic algorithm. *Review of Scientific Instruments*, 94(6), 064501.
- McNeill, J. 1980, Electromagnetic terrain conductivity measurement at low induction numbers, Technical Note TN-6, Geonics Ltd.
- Parnow, S., Oskooi, B., & Florio, G. (2021). Improved linear inversion of low induction number electromagnetic data. *Geophysical Journal International*, 224(3), 1505-1522.
- Pérez-Flores, M. A., Antonio-Carpio, R. G., Gómez-Treviño, E., Ferguson, I., & Méndez-Delgado, S. (2012). Imaging of 3D electromagnetic data at low-induction numbers. *Geophysics*, 77(4), WB47-WB57.
- Ratshiedana, P. E., Abd Elbasit, M. A., Adam, E.,
- بابایی، م. و مسیبیان، س. ا. (۱۴۰۱). تفسیر داده‌های القای الکترومغناطیسی با روش بهینه‌سازی ازدحام ذرات برای تعیین پارامترهای کره رسانا به عنوان مدلی از مهمات منفجر نشده. مجله ژئوفیزیک ایران. ۱۶ (۲)، ۲۳۱-۲۴۰.
- بابایی، م. و حسینی پیلانگرگی، س. م. (۱۴۰۳). تخمین پارامترهای هندسی مهمات منفجر نشده به روش القای الکترومغناطیس با استفاده از الگوریتم ژنتیک. مجله ژئوفیزیک ایران. ۱۸ (۵)، ۶۷-۸۲.
- پرنو، س.؛ اسکویی، ب. و جیوانی، ف. (۱۳۹۹). برآورد

- Chirima, J. G., Liu, G., & Economon, E. B. (2023). Determination of soil electrical conductivity and moisture on different soil layers using electromagnetic techniques in irrigated arid environments in South Africa. *Water*, 15(10), 1911 .
- Saey, T., De Smedt, P., Delefortrie, S., Van De Vijver, E., & Van Meirvenne, M. (2015). Comparing one-and two-dimensional EMI conductivity inverse modeling procedures for characterizing a two-layered soil. *Geoderma*, 241, 12-23 .
- Saey, T., Simpson, D., Vermeersch, H., Cockx, L., & Van Meirvenne, M. (2009). Comparing the EM38DD and DUALEM-21S sensors for depth-to-clay mapping. *Soil Science Society of America Journal*, 73(1), 7-12 .
- Schultz, G. & Ruppel, C. (2005). Inversion of inductive electromagnetic data in highly conductive terrains. *Geophysics*, 70(1), G16-G28 .
- Song, Y., & Kim, J.-H. (2008). An efficient 2.5 D inversion of loop-loop electromagnetic data. *Exploration geophysics*, 39(1), 68-77 .
- Stanley, J. N., Lamb, D. W., Falzon, G., & Schneider, D. A. (2014). Apparent electrical conductivity (ECa) as a surrogate for neutron probe counts to measure soil moisture content in heavy clay soils (Vertosols). *Soil research*, 52(4), 373-378 .
- Thiesson, J., Tabbagh, A., Dabas, M., & Chevalier, A. (2017). Characterization of buried cables and pipes using electromagnetic induction loop-loop frequency-domain devices. *Geophysics*, 83(1), E1-E10 .
- Tikhonov, A. N., & Arsenin, V. Y. (1977). Solutions of ill-posed problems. VH Winston & Sons. In: Washington, DC: John Wiley & Sons, New York.
- Wait, J. (2012). *Geo-electromagnetism*: Elsevier.
- Ward, S.H. & Hohmann, G.W., 1988. Electromagnetic theory for geophysical applications. in *Electromagnetic Methods in Applied Geophysics: Volume 1, Theory*, 130–311, Society of Exploration Geophysicists.
- Watson, H. D., Neely, H. L., Morgan, C. L., McInnes, K. J., & Molling, C. C. (2017). Identifying subsoil variation associated with gilgai using electromagnetic induction. *Geoderma*, 295, 34-40.