

تخمین رسانندگی زمین لایه‌ای با داده‌های القای الکترومغناطیسی در محدوده عدد القای پایین با

روش الگوریتم ژنتیک

ردیف	نام و نام خانوادگی	وابستگی سازمانی	
۱	مجتبی بابایی	Mojtaba Babaei	استادیار؛ گروه ژئوفیزیک، واحد همدان، دانشگاه آزاد اسلامی، همدان، ایران
۲	سید منوچهر حسینی پیلانگرگی	Seyed Manouchehr Hosseini Pilangorgi	استادیار؛ گروه برق، دانشگاه بوعلی سینا، همدان، ایران

چکیده

تخمین پارامترهای الکترومغناطیسی سطح زیرین زمین برای تعیین ویژگی‌های خاک مانند محتوای رس یا متغیرهای هیدرولوژیکی و در حوزه کشاورزی برای مدیریت منابع آب، بسیار مورد توجه هستند. در این راستا چندین روش ژئوفیزیکی، از جمله الکترومغناطیسی (EM) برای اندازه‌گیری رسانندگی لایه‌های زیر سطحی توسعه یافته است. در این مطالعه رسانندگی لایه‌های افقی زمین، در عمق قابل کاوش دستگاه EM-38 با استفاده از داده‌های الکترومغناطیسی در محدوده عدد القای پایین برای مدل مصنوعی به دست می‌آید. داده‌های دستگاه EM-38 بسته به جهت‌گیری دوقطبی‌های پیچیده‌ای فرستنده و گیرنده در سه مد افقی، قائم و ترکیبی از داده‌های دو مد مذکور در پیچیده گیرنده قابل دریافت هستند. در این تحقیق، با استفاده از هر سه دسته داده و کاربست دو روش کمترین مربعات معمولی و الگوریتم ژنتیک، پارامترهای رسانندگی زمین مدل محاسبه و نتایج جهت تعیین توانایی هر یک از سه مد پیچیده‌ها و دو روش به کار رفته در دقت پارامترهای به دست آمده مقایسه می‌شوند. نتایج تحقیق نشان داد برای مدل به کار رفته، استفاده از الگوریتم ژنتیک و روش کمترین مربعات معمولی با داده‌های مد ترکیبی، رسانندگی لایه‌ها به ترتیب با خطای کمتر از ۴ و ۵ درصد به دست می‌آورد. مساله تخمین رسانندگی در این حوزه، یک مساله وارون خطی بدووضع است. لذا از منظم‌سازی مرتبه صفر، اول و دوم تیخونوف برای تخمین پارامترها با داده‌های هر سه مد نیز استفاده و نشان داده می‌شود که منظم‌سازی در این مساله کمکی به بهبود کیفیت پارامترها نمی‌کند و اساساً منجر به بازتولید مدل اصلی نمی‌شود.

واژه‌های کلیدی: القای الکترومغناطیسی، الگوریتم ژنتیک، رسانندگی الکتریکی ظاهری، عدد القای پایین، وارون خطی

مقدمه

روش‌های الکترومغناطیسی در دو حوزه زمان، (TEM) و فرکانس، (FEM) به منظور تصویربرداری از رسانندگی الکتریکی لایه‌های زیر سطحی زمین توسعه یافته‌اند. در روش القای الکترومغناطیسی در حوزه فرکانس، از دو پیچیده فرستنده و گیرنده با آرایش‌های هندسی مختلف استفاده می‌شود. پیچیده فرستنده میدان‌های الکترومغناطیسی وابسته به زمان را محدوده فرکانس کمتر از ۲۰ کیلوهرتز تولید می‌کنند. این میدان‌ها

پس از ورود به زمین و تحت تاثیر پارامترهای هندسی و فیزیکی پاسخ القای الکترومغناطیسی را تولید می کنند که در پیچه گیرنده به عنوان داده های القای الکترومغناطیسی دریافت می شوند. این داده ها که در ابتدا فرض می شود توسط یک نیم فضای همگن تولید شده اند، ولتاژهایی هستند که رسانندگی ظاهری زمین زیر سطح را منعکس می کنند. پس از آن لازم است این داده ها با انجام روش های وارون سازی برای تعیین هر یک از پارامترهای هندسی و فیزیکی زمین مورد مطالعه به کار روند. از میان روش های مطالعه متعددی که در حوزه القای الکترومغناطیسی وجود دارد، در این مقاله از داده های EM حوزه فرکانس، با دستگاه اندازه گیری حلقه-حلقه، در حالتی که داده های با شرط عدد القایی پایین (Low Induction Number) به دست آمده اند، استفاده می شود. این روش به اختصار، روش LIN نامیده می شود.

در شرایط آب و هوایی کشورهای نیمه خشک از جمله ایران، داشتن اطلاعات در مورد توزیع فضایی رطوبت خاک، به ویژه در بخش کشاورزی که در آن اطلاعات رطوبت برای برنامه ریزی آبیاری حیاتی است، بسیار مهم است. اندازه گیری و تخمین دقیق رطوبت خاک برای کشاورزان امری ضروری است؛ زیرا می توانند دینامیک آب در مزارع زراعی خود را بررسی کنند (واتسون و همکاران، ۲۰۱۷). از این رو از این روش در مطالعات خاک و کشاورزی، برای بررسی خواص خاک مانند شوری، بافت، رطوبت یا تراکم (سای و همکاران، ۲۰۱۵؛ استنلی و همکاران، ۲۰۱۴؛ هیل و اشمیدهاالتر، ۲۰۱۵؛ رحیمیان و هاشمی نژاد، ۱۳۸۹) و برای تخمین ضخامت لایه خاک (سای و همکاران، ۲۰۰۹) استفاده شده است. همچنین در مطالعات باستان شناسی (سلا و همکاران، ۲۰۱۵؛ کریستین و همکاران، ۲۰۱۶)، برای اکتشاف مواد معدنی (پرز-فلورس و همکاران، ۲۰۱۲)، به منظور شناسایی آلاینده ها (بلمونت و همکاران، ۲۰۱۴؛ دامونت و همکاران، ۲۰۱۷) و برای تعیین محل خطوط لوله، کابل ها و همچنین لوله های بتنی، پلاستیکی و فولادی (داس سنتوس و پرسانی، ۲۰۱۱؛ القادی و همکاران، ۲۰۱۴؛ تیاسون و همکاران، ۲۰۱۷؛ پرنو و همکاران، ۱۳۹۹) این تکنیک به کار رفته است. تعیین رسانندگی الکتریکی و رطوبت خاک بر روی لایه های مختلف خاک با استفاده از تکنیک های حلقه-حلقه با دستگاه EM-38 در محیط های خشک در آفریقای جنوبی انجام شده است (راتشیدانا و همکاران، ۲۰۲۳). ویت (۲۰۱۲) با فرض آن که رسانندگی خاک نسبتاً پایین است، پاسخ القای الکترومغناطیسی در پیچه های دستگاه EM-38 به صورت یک مدل خطی در نظر گرفت. این فرض همواره درست نیست و با افزایش رسانندگی خاک، خطای مدل قابل توجه است و خروجی با فرض خطی بودن مدل نسبت به فرض مدل غیر خطی برای یک مدل زمین با رسانندگی ثابت 100 mS/m می تواند تا ۵ درصد متفاوت باشد (شولتز، ۲۰۰۵). برای خاک هایی که در آن رسانندگی عموماً کمتر از 100 mS/m است مدل خطی مناسب است (مک نیل، ۱۹۸۰). دیدا و همکاران (۲۰۰۳) رسانندگی زمین لایه ای را با وارون سازی داده ها و با استفاده از تکنیک گرادیان متقاطع به دست آوردند. حل پیشرو و یک الگوریتم وارون برای داده های الکترومغناطیسی حلقه-حلقه (EM)، بر اساس تقریب بورن غیر خطی برای حل معادله انتگرال $2/5$ بعدی توسعه داده شده است (سونگ و کیم، ۲۰۰۸). پرز-فلورس و همکاران (۲۰۱۲) با استفاده از معادلات انتگرالی و با داده های EM، تصویر سه بعدی از زمین مورد مطالعه به دست آوردند. بیمیش (۲۰۱۱) نشان داد که در بسیاری از کاربردهای عملی، ابزارهای EM حلقه-حلقه عمدتاً با شرایطی مواجه هستند که در آن تقریب LIN برآورده نمی شود و نتایج حاصل از تفسیر و وارون سازی به مدل های نادرست منجر می شوند. وی تحلیلی از سیستم های LIN، وقتی رسانندگی الکتریکی زمین در محدوده نسبتاً بالا در حدود $0/01$ تا $0/2$ زیمنس بر متر هستند و در نتیجه از محدوده عدد القای کوچک خارج می شوند، ارائه و روشی برای تصحیح داده ها در این شرایط عرضه کرد. پرنو و همکاران (۲۰۲۱) در شرایطی که رسانندگی الکتریکی زمین مورد مطالعه بیشتر و در محدوده $0/01$ تا 1 زیمنس بر متر است، با روشی مشابه، تصحیحات داده های رسانندگی ظاهری زمین را انجام دادند.

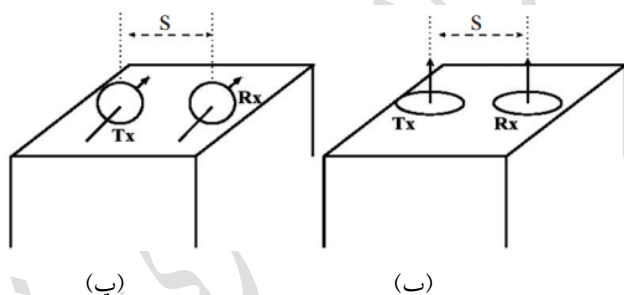
در این مقاله، ما رسانندگی های یک زمین لایه ای را با استفاده از داده های دستگاه EM-38 و در محدوده عدد القای کوچک و با روش وارون کمترین مربعات معمولی، کمترین مربعات با منظم سازی تیخونوف مرتبه های صفر، اول و دوم برای سه مدل دستگاه، یعنی افقی، قائم و ترکیبی به دست خواهیم آورد. در تحقیقات پیشین برای تخمین پارامترها تنها از داده های مدل ترکیبی استفاده شده بود. در این تحقیق داده های علاوه بر مدل ترکیبی، دو مدل افقی و قائم نیز برای بررسی و مقایسه میزان توانمندی هر یک از این مدل ها در به دست آوردن رسانندگی های مدل زمین لایه ای به کار خواهد رفت. بهینه سازی سراسری هوشمند مبتنی بر ازدحام ذرات، یادگیری ماشین و الگوریتم های ژنتیک، در حل مسائل وارون غیر خطی در چندین حوزه ژئوفیزیک به کار رفته است (دا کنسیسانو و سمپایو، ۲۰۱۹؛ بابایی و مسیبیان، ۱۴۰۱؛ بابایی و حسینی

پیلاننگرگی، ۱۴۰۳؛ لوو و همکاران، ۲۰۲۳). در این پژوهش از الگوریتم ژنتیک برای اولین بار از روش فرا ابتکاری و هوشمند الگوریتم ژنتیک، در مساله وارون برای هر یک از مدهای یاد شده استفاده خواهد شد. استفاده از روش هوشمند این امکان را فراهم می‌سازد که با تنظیم پارامترهای موجود در روش، از جمله فضای جستجو، کیفیت پارامترهای به دست آمده را بهبود بخشید.

روش‌شناسی تحقیق

۱-۲. مساله پیشرو در روش LIN

مبانی فیزیکی روش LIN توسط مک‌نیل (۱۹۸۰) و وارد و هومان (۱۹۸۸) ارائه شده است. ابزار مورد استفاده در این روش با عنوان EM-38، ساخت شرکت ژئونیکس است. این دستگاه از دو پیچه تشکیل شده است که توسط یک میله ۱ متری از هم جدا شده‌اند (شکل ۱). در این شکل، Tx و Rx به ترتیب، پیچه‌های فرستنده و گیرنده هستند. جریان متناوبی با فرکانس ۱۴.۶ کیلوهرتز از پیچه فرستنده عبور و میدان مغناطیسی اولیه را تولید می‌کند. این میدان اولیه سبب ایجاد جریان در خاک می‌شود و این جریان تولید شده در زمین، میدان الکترومغناطیسی ثانویه ایجاد می‌کند که توسط سیم پیچ گیرنده حس می‌شود. میدان مغناطیسی متغیر با زمان در پیچه گیرنده ولتاژ القا می‌کند و سنج متصل به این پیچه با یک ضریب کالیبراسیون، رسانندگی ظاهری زمین را بر حسب میلی‌زیمنس بر متر نشان می‌دهد. این ابزار با دست قابل حمل است و می‌توان از آن بر روی زمین یا در ارتفاع‌های بالاتر از سطح زمین استفاده کرد. طبیعی است که با افزایش ارتفاع دستگاه از سطح زمین، حساسیت دستگاه به رسانندگی الکتریکی در عمق‌های بیشتر کاهش می‌یابد. بنابراین با اندازه‌گیری در چندین ارتفاع، می‌توانیم سونداژ عمقی رسانندگی الکتریکی را به دست آوریم (کافمن و کلر، ۱۹۸۳). با تغییر جهت گیری پیچه‌ها، پاسخ دریافتی ابزار نسبت به تغییرات در رسانندگی الکتریکی خاک متفاوت خواهد بود. بنابراین، با جهت‌گیری عمودی یا افقی پیچه‌ها، اطلاعات بیشتری در مورد رسانندگی الکتریکی زمین مورد مطالعه به دست خواهد آمد.



شکل ۱. الف- دستگاه EM-38. هندسه پیچه‌های فرستنده و گیرنده: ب. جهت‌گیری یا مد قائم و پ. جهت‌گیری یا مد افقی بردارهای گشتاور دوقطبی پیچه‌ها

با تعریف عمق پوسته δ به عنوان عمقی که در آن میدان مغناطیسی اولیه به $1/e$ از مقدار اصلی خود ضعیف شده است، می‌توانیم عدد القایی N_B را به صورت نسبت فاصله بین سیم پیچ S به عمق پوسته δ تعریف کنیم. برای یک زمین نیم فضا با رسانندگی یکنواخت σ می‌توان نشان داد (مک‌نیل، ۱۹۸۰):

$$N_B = \frac{S}{\delta} = S \sqrt{\frac{\mu_0 \omega \sigma}{2}} \quad (1)$$

که در آن با فرض فرکانس دستگاه $f = 14.6 \text{ kHz}$ ، بسامد زاویه‌ای به کار رفته در رابطه (۱) برابر $\omega = 91.7 \times 10^3 \text{ s}^{-1}$ است. زمین زیرسطحی مورد مطالعه، غیر مغناطیسی بوده و بنابراین تراوایی مغناطیسی برابر $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ Tm/A}$ در نظر گرفته می‌شود. مک‌نیل (۱۹۸۰)، توابع حساسیت در عمق z از سطح زمین برای دو حالت جهت‌گیری افقی و قائم گشتاورهای دوقطبی پیچه‌ها (شکل‌های ۱-الف) و (۱-ب) را به صورت زیر به دست آورده است که به ترتیب با روابط (۲) و (۳) ارائه شده‌اند. بالانویس‌های V و H به ترتیب نشان‌دهنده جهت‌گیری‌های عمودی و افقی پیچه‌ها هستند:

$$\varphi^V(z) = \frac{\frac{4z}{s}}{(4(\frac{z}{s})^2 + 1)^{3/2}} \quad (2)$$

و

$$\varphi^H(z) = 2 - \frac{\frac{4z}{s}}{(4(\frac{z}{s})^2 + 1)^{\frac{1}{2}}} \quad (3)$$

با توجه به این که فاصله پیچه‌ها برابر ۱ متر در نظر گرفته می‌شوند، می‌توان از نوشتن s در روابط (۲) و (۳) چشم‌پوشی کرد. ضمناً بدیهی است که توابع حساسیت فاقد دیمانیون هستند و با افزایش عمق، حساسیت دستگاه کاهش می‌یابد.

برای ادامه بحث دو شرط اساسی زیر باید لحاظ شود (بورچرز و همکاران، ۱۹۹۷):

(۱) مدل زیرسطحی یک محیط لایه‌بندی افقی است که در آن خطوط جریان کاملاً افقی هستند.

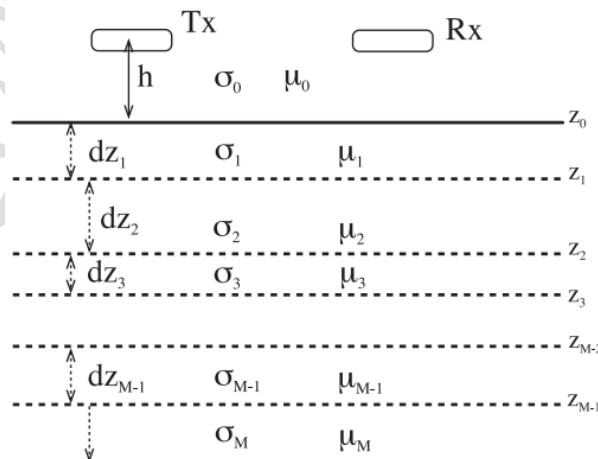
(۲) شارش جریان در هر نقطه از سطح زیر زمین مستقل از جریان در هر نقطه دیگر است؛ زیرا جفت‌شدگی مغناطیسی بین تمام حلقه‌های جریان ناچیز است.

با این مفروضات، رسانندگی ظاهری در عمق z از سطح زمین برای یک نیم‌فضای همگن برای دو جهت‌گیری از روابط (۴) و (۵) به دست می‌آیند (مک نیل، ۱۹۸۰):

$$\sigma_a^V(h) = \int_0^\infty \varphi^V(z+h) \sigma(z) dz \quad (4)$$

$$\sigma_a^H(h) = \int_0^\infty \varphi^H(z+h) \sigma(z) dz \quad (5)$$

$\varphi^H(z+h)$ و $\varphi^V(z+h)$ توابع حساسیت دستگاه نام دارند. مطابق شکل (۲)، مدل زمین شامل M لایه‌های افقی با ضخامت مشخص dz_i رسانندگی الکتریکی σ_i را در نظر می‌گیریم. تراوایی مغناطیسی همه لایه‌ها $\mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_M = \mu_0$ فرض می‌شود و z_i ها عمق مرز لایه‌ها از سطح زمین هستند. عمق کاوش دستگاه EM-38 حدود یک متر است (پرنو و همکاران، ۲۰۲۱). با برداشت رسانندگی‌های ظاهری σ_a^H و σ_a^V در ارتفاع‌های مختلف، $h_1, h_2, \dots, h_N$ بالای سطح زمین و استفاده از دو معادله انتگرال (۲) و (۳)، مدل خطی پیشرو برای وارون‌سازی ساخته می‌شود و پس از آن می‌توان مشخصات رسانندگی الکتریکی لایه‌ها را با فرایند وارون تخمین زد (دیدار و همکاران، ۲۰۰۳).



شکل ۲. مدل زمین با لایه‌های تخت

هر دسته داده برداشت شده حاصل از جهت‌گیری افقی، $\sigma_a^V(h_i)$ ، یا قائم، $\sigma_a^H(h_i)$ ، پیچه‌ها با $i = 1, 2, \dots, N$ و یا ترکیبی از آن‌ها را می‌توان برای تعریف بردار داده‌ها به کار برد. در اینجا بردار کلی داده‌ها با رابطه (۶) بیان می‌شود و در حل وارون مساله، از سه شکل بردار استفاده

خواهیم کرد.

$$[d(\sigma)]^T = \begin{bmatrix} d^V \\ d^H \end{bmatrix} = [\sigma_a^V(h_1), \sigma_a^V(h_2), \dots, \sigma_a^V(h_N); \sigma_a^H(h_1), \sigma_a^H(h_2), \dots, \sigma_a^H(h_N)]^T \quad (6)$$

h_i ، ارتفاعی است در آن اندازه گیری نام انجام می شود و $\sigma_i^H(h)$ و $\sigma_i^V(h)$ اندازه گیری ها در ارتفاع h_i هستند ($i = 1, 2, \dots, N$). حال دو معادله انتگرال (۴) و (۵) به دستگاه معادلات جبری خطی با فرم ماتریسی زیر تبدیل می شوند:

$$\sigma^H = H\sigma \quad (7)$$

$$\sigma^V = V\sigma \quad (8)$$

در این روابط، σ بردار رسانندگی های واقعی لایه ها و σ^V و σ^H بردارهای رسانندگی ظاهری یا همان داده های برداشت شده توسط دستگاه هستند. درایه های ماتریس های V و H به ترتیب با روابط (۹) و (۱۰) تعریف می شوند (دید، ۲۰۰۳):

$$V_{i,j} = \int_{z_{j-1}}^{z_j} \varphi^V(z + h_i) dz \quad (9)$$

$$H_{i,j} = \int_{z_{j-1}}^{z_j} \varphi^H(z + h_i) dz \quad (10)$$

که در آن $i = 1, 2, \dots, N$ و $j = 1, 2, \dots, M$

با جای گذاری روابط (۲) و (۳) در روابط (۹) و (۱۰) و انجام عملیات ریاضی، فرم صریح زیر را برای این دو تابع به دست می آوریم:

$$V_{i,j} = \frac{1}{\sqrt{4(z_{j-1} + h_i)^2 + 1}} - \frac{1}{\sqrt{4(z_j + h_i)^2 + 1}} \quad (11)$$

$$H_{i,j} = 2(z_j - z_{j-1}) + \sqrt{4(z_{j-1} + h_i)^2 + 1} - \sqrt{4(z_j + h_i)^2 + 1} \quad (12)$$

دستگاه معادلات را به صورت ماتریسی و با در نظر گرفتن ابعاد بردارها و ماتریس ها، به صورت زیر بازنویسی می کنیم:

$$G_{(2N \times M)} \sigma_{(M \times 1)} = d_{(2N \times 1)} \quad (13)$$

که در آن:

$$G_{(2N \times M)} = \begin{bmatrix} V_{(N \times M)} \\ H_{(N \times M)} \end{bmatrix} \quad (14)$$

ماتریس کرنل مساله برای حالت ترکیبی را تعریف می کند. برای مد افقی و قائم، ابعاد بردارها و کرنل متناظر آنها کوچک تر است.

۲-۲. حل وارون داده ها

به عنوان یک روش ساده در حل مسائل وارون خطی، برای محاسبه پارامترها (رسانندگی ها)، بسته به تعداد داده ها، N و تعداد مجهولات، M از کمترین مربعات، ($N > M$) یا کمینه طول $M > N$ استفاده می شود. در این مقاله مساله به صورت فرامعین ($N > M$) در نظر گرفته می شود و با اندازه گیری رسانندگی های ظاهری در ارتفاع های مشخص بالای سطح زمین مورد مطالعه، داده ها تولید و با وارون سازی و همچنین روش فراابتکاری الگوریتم ژنتیک، رسانندگی لایه ها به دست می آیند. این فرایند مطابق شکل (۱) برای سه مد، الف-افقی، ب-قائم و پ- ترکیب دو حالت الف و ب دو قطبی پیچیده ها انجام و نتایج مقایسه می شوند.

رابطه (۱۳) یک دستگاه شامل $(2N \times M)$ معادله است که برای تعیین رسانندگی الکتریکی لایه ها با استفاده از داده های اندازه گیری شده موجود در بردار d در اختیار داریم. مساله فرامعین است و با حل مسئله کمینه مربعات می توان حل را برآورد کرد:

$$E = \| G\sigma - d \|^2 \quad (15)$$

کمینه تابع E ، رسانندگی الکتریکی لایه های مفروض را به دست می دهد. با ضرب طرفین رابطه (۱۳) در G^T خواهیم داشت:

$$G^T G \sigma = G^T d$$

و می توان نوشت:

$$B\sigma = b \quad (16)$$

که $\mathbf{b} = \mathbf{G}^T \mathbf{d}$ و $\mathbf{B} = \mathbf{G}^T \mathbf{G}$ است.

به این ترتیب خواهیم داشت:

$$\mathbf{B} = \mathbf{V}^T \mathbf{V} + \mathbf{H}^T \mathbf{H} \quad (17)$$

که ماتریس $\mathbf{B}$ یک ماتریس متقارن و معین مثبت است. بردار $\mathbf{b}$ به صورت

$$\mathbf{b} = \mathbf{V}^T \mathbf{d}^V + \mathbf{H}^T \mathbf{d}^H \quad (18)$$

خواهد بود.

عدد شرط $\kappa(\mathbf{B}) = \lambda_{\max} / \lambda_{\min}$ که در آن $\lambda_{\min}$ و $\lambda_{\max}$ به ترتیب بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین مقادیر ویژه $\mathbf{B}$ هستند، معیاری از دشواری محاسبه $\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{B}^{-1} \mathbf{b}$ در مواجهه با عدم قطعیت و خطاهای گرد کردن داده‌هاست و برای مقادیر بزرگ $\kappa(\mathbf{B})$ ، در صورت تغییر کوچک در $\mathbf{B}$ و $\mathbf{b}$ یا یکی از آن‌ها حل دستگاه برای $\boldsymbol{\sigma}$ ممکن است به شدت مختل شود. در چنین شرایطی مساله بدوضع است. به لحاظ پایداری حل، عدد شرط باید تا حد امکان به یک نزدیک باشد.

حل مساله وارون گسسته عبارت از یافتن $\boldsymbol{\sigma}$ است به نحوی که $\|\mathbf{B}\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{b}\|$ را کمینه کند. ماتریس $\mathbf{B}$ که با رابطه (۱۷) تعریف شده است، بدوضع بوده و حل مسئله کمینه مربعات نسبت به خطاهای کوچک در داده‌ها بسیار حساس است. یکی از راهکارهای کاهش این حساسیت، استفاده از منظم‌سازی تیخونوف است که بر اساس آن مجموع عدم برازش بین داده‌های ژئوفیزیکی محاسبه شده و مشاهده شده، $\Phi_d(\mathbf{m})$ ، و ناهمواری مدل، $\Phi_m(\mathbf{m})$ ، را به عنوان تابع تیخونوف، $\Phi(\mathbf{m})$ ، تعریف می‌کنیم و می‌خواهیم با انتخاب مناسب پارامتر α این تابع را کمینه کنیم (تیخونوف و آرسنن، ۱۹۹۷):

$$\Phi(\mathbf{m}) = \Phi_d(\mathbf{m}) + \alpha \Phi_m(\mathbf{m}) \quad (19)$$

پارامتر α پارامتر منظم‌سازی است که با انتخاب مقدار بهینه آن، بین هنجار عدم برازش داده‌ها (Misfit function) و هنجار مدل تعادل برقرار می‌شود. $\mathbf{m}$ بردار پارامترهای مدل یا همان توزیع رسانندگی (σ) لایه‌های زیرسطحی است. برای به دست آوردن کمترین طول پارامتر مدل، از عملگر مرتبه صفرم، مشتق اول و مشتق دوم استفاده می‌کنیم. در مساله این تحقیق رابطه (۱۹) به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\min \|\mathbf{G}\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{d}\|^2 + \alpha^2 \|\mathbf{L}_n \boldsymbol{\sigma}\|^2 \quad (20)$$

در حالت حدی به ازای $\alpha = 0$ ، مساله وارون به حل مسئله کمینه مربعات تبدیل می‌شود. $\mathbf{L}_n$ عملگر مشتق مرتبه n ام است. یک انتخاب رایج $\mathbf{L}_1$ ، ماتریس همانی $\mathbf{L}_0 = \mathbf{I}$ است و معمولاً به عنوان رگرسیون مرتبه صفر نامیده می‌شود و با این انتخاب، تکنیک منظم‌سازی تیخونوف مرتبه صفر را خواهیم داشت. در این مورد، ترکیب وزنی از هنجار باقیمانده و هنجار $\boldsymbol{\sigma}$ را کمینه می‌کنیم. منظم‌سازی با $\mathbf{L}$ که تقریبی از n امین عملگر مشتق است، به عنوان منظم‌سازی مرتبه n ام نامیده می‌شود. دو انتخاب مرسوم دیگر برای $\mathbf{L}_n$ عملگر مشتق گسسته مرتبه اول و دوم هستند (دیدار و همکاران، ۲۰۰۳). با این انتخاب‌ها و کاربست رابطه (۲۰)، به ترتیب منظم‌سازی مرتبه اول و دوم تیخونوف را خواهیم داشت.

در حالت کلی برای $\alpha > 0$ ، کمینه پروفیل رسانندگی $\boldsymbol{\sigma}_\alpha$ ، با حل سیستم خطی زیر به دست می‌آید:

$$\hat{\mathbf{B}}\boldsymbol{\sigma}_\alpha = \mathbf{b} \quad (21)$$

که $\hat{\mathbf{B}}$ یک ماتریس متقارن و معین مثبت به شکل زیر است:

$$\hat{\mathbf{B}}\boldsymbol{\sigma}_\alpha = \mathbf{B} + \alpha \mathbf{L}_n^T \mathbf{L}_n \quad (22)$$

و $\mathbf{B}$ با معادله (۱۷) تعریف می‌شود.

این مساله را می‌توان با روش کمینه مربعات نامنفی NNLS حل کرد. مسئله اصلی در تنظیم تیخونوف، انتخاب پارامتر α است. اگر برای مقادیر مختلف α ، نمودار $\|\mathbf{G}\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{d}\|$ بر حسب $\|\mathbf{L}\boldsymbol{\sigma}\|$ رسم شود، یک منحنی به شکل L ظاهر می‌شود. برای مقادیر بزرگ α ، به طور موثر $\|\mathbf{L}\boldsymbol{\sigma}\|$ و برای مقادیر کوچک α عبارت $\|\mathbf{G}\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{d}\|$ را کمینه می‌کنیم. مقدار بهینه α در گوشه این منحنی، جایی که منحنی بیشترین انحنا را دارد، قرار دارد. در این مقاله از روش Curvature Method، برای یافتن نقطه زانویی (Knee point) استفاده شد.

بورچرز و همکاران (۱۹۹۷) برای حل این مساله، با این فرض که پروفیل‌های رسانندگی الکتریکی خاک به صورت هموار تغییر می‌کند، منظم‌سازی مرتبه دوم را انتخاب کردند. دیدا (۲۰۰۳)، با استفاده از منظم‌سازی تیخونوف و الگوریتم گرادیان مزدوج رسانندگی‌های یک زمین لایه‌ای را تنها برای مد ترکیبی به دست آوردند.

۲-۲-۱. حل وارون با کمترین مربعات

مدل زمین را شامل پنج لایه افقی با ضخامت‌های دلخواه و با این شرط که مجموع ضخامت‌ها از یک متر بیشتر نشود (محدوده برداشت با EM-38 در نظر می‌گیریم (پرنو و همکاران، ۲۰۲۱). دستگاه بالای سطح زمین مدل و در ارتفاع‌های h_i قرار می‌گیرد (شکل ۲) و برداشت در ارتفاع از سطح زمین انجام می‌شود. با دستگاه EM-38 برای رعایت شرط تقریب LIN باید رسانندگی زمین، بسیار کم ($\sigma < 12 \text{ mS/m}$) باشد (بیمیش، ۲۰۱۱) که در مدل‌سازی و انتخاب رسانندگی لایه‌ها، این موضوع رعایت شده است. جدول (۱) برای مدل مورد نظر، عمق مرز مشترک لایه‌ها که به طور تصادفی انتخاب شده‌اند و رسانندگی هر لایه را نشان می‌دهد.

جدول ۱. مقادیر مفروض برای عمق و ضخامت لایه‌های مدل

عمق لایه (m)	رسانندگی (mS/)
۰/۰۵	۶/۳
۰/۱۶	۷/۴
۰/۲۵	۵/۹
۰/۶۳	۴/۷
۰/۹۱	۱/۳

با فاصله گرفتن دستگاه از سطح زمین حساسیت دستگاه نسبت به میدان‌های دریافتی کاهش می‌یابد؛ بنابراین عملاً یک سونداژ قائم اجرا می‌شود (کافمن و کلر، ۱۹۸۳). با قرائت رسانندگی‌های ظاهری، می‌توان پارامترهای مجهول یعنی رسانندگی لایه‌ها را به دست آورد. در حالتی که دوقطبی‌ها در به ترتیب در مد قائم و افقی هستند، رسانندگی لایه‌ها با استفاده از کمترین مربعات معمولی از روابط (۲۳) و (۲۴) به دست می‌آیند:

$$\sigma = (V^T V)^{-1} V^T d \quad (23)$$

$$\sigma = (H^T H)^{-1} H^T d \quad (24)$$

اگر در محاسبه رسانندگی‌ها، داده‌های حاصل از هر دو مد را با هم ترکیب کنیم، با حل کمترین مربعات معمولی، رسانندگی لایه‌ها از رابطه (۲۵) به دست خواهد آمد:

$$\sigma = [V^T V + H^T H]^{-1} [V^T d + H^T d] \quad (25)$$

در ادامه برای محاسبه پارامترها با منظم‌سازی تیخونوف مرتبه صفر، یک و دو، از رابطه (۲۲) در حل کمترین مربعات معمولی و الگوریتم استفاده شد.

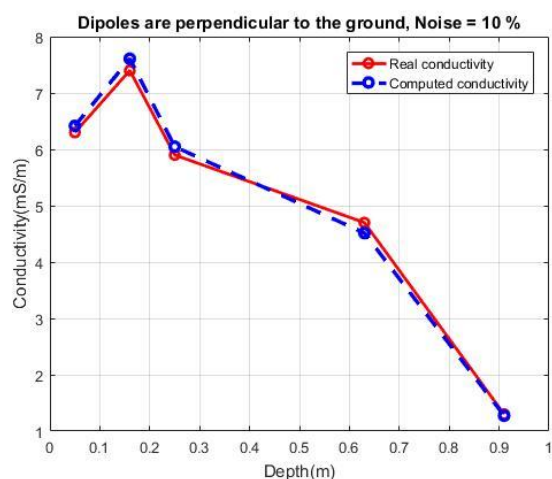
۲-۲-۲. نتایج وارون‌سازی با کمترین مربعات

داده‌های مصنوعی حاصل از مدل زمین لایه‌ای برای هر سه مد و روش کمترین مربعات معمولی با داده‌های بدون و با ۱۰ درصد نوفه گاوسی تولید و در محاسبه پارامترها استفاده شد.

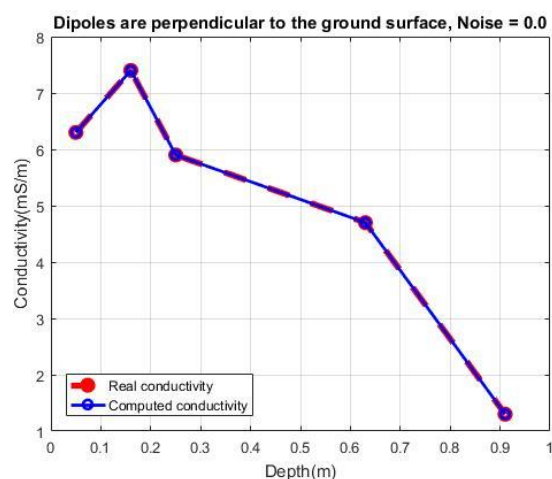
الف- دو قطبی‌های عمود بر سطح زمین یا مد قائم مطابق شکل (۱-ب)

پس از اجرای کمترین مربعات معمولی با داده‌های بدون نوفه و کاربست رابطه (۲۳)، نمودار رسانندگی بر حسب عمق مطابق شکل (۳-الف) به دست آمد. ملاحظه می‌شود که نمودارها برازش تقریباً کامل دارند و پارامترها با خطای بسیار کوچک (۰/۰۴ درصد) به دست آمده‌اند. با داده‌های با نوفه ۱۰ درصد نیز، مطابق شکل (۳-ب) پارامترها با تقریب خوب و با خطای کمتر از ۵ درصد به دست می‌آیند.

لازم به ذکر است که رسانندگی هر لایه ثابت بوده و نقاط در نمودارهای رسم شده برای این کمیت، نشان‌دهنده رسانندگی هر لایه است.



(ب)

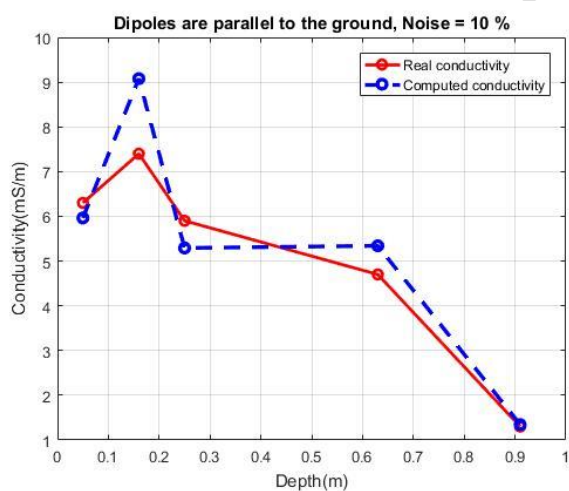


(الف)

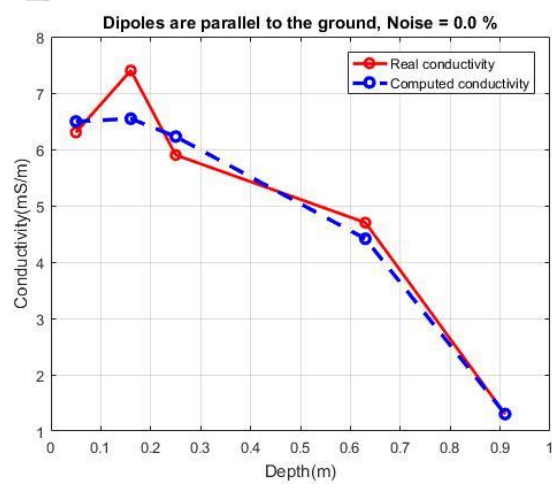
شکل ۳: نمودار رسانندگی واقعی (نمودار قرمز) و رسانندگی محاسبه شده با کمترین مربعات (نمودار آبی) برای مد قائم الف-ب با داده‌های بدون نوفه ب- با داده‌های با ۱۰ درصد نوفه

ب- مد دو قطبی‌های افقی (شکل ۱-پ)

در این حالت نیز نتایج وارون با کمترین مربعات، با داده‌های بدون نوفه و با نوفه ۱۰ درصد به ترتیب با شکل‌های (۴-الف) و (۴-ب) نمایش داده شده‌اند.



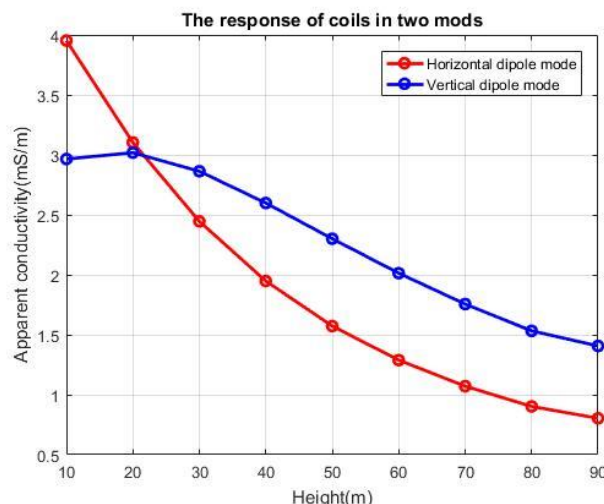
(ب)



(الف)

شکل ۴: نمودار رسانندگی واقعی (نمودار قرمز) و رسانندگی محاسبه شده با کمترین مربعات (نمودار آبی) برای مد افقی، الف-ب با داده‌های بدون نوفه ب- با داده‌های با نوفه ۱۰ درصد

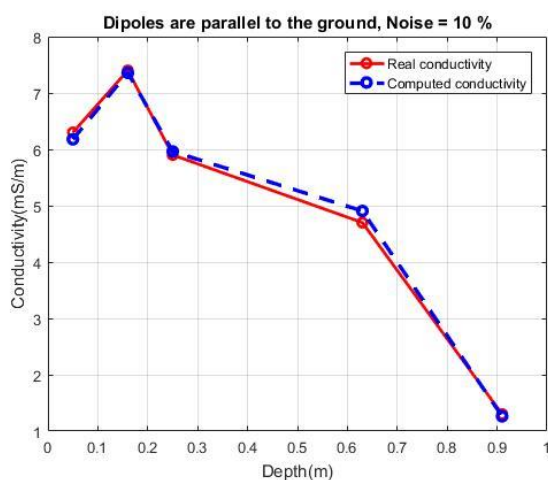
از هر دو نمودار ملاحظه می‌شود که نمودار رسانندگی‌های واقعی و محاسبه شده با کمترین مربعات معمولی با داده‌های بدون نوفه و با نوفه، در مقایسه با مد قائم، برازش خوبی ندارند. یک دلیل این موضوع می‌تواند دامنه پاسخ متفاوت این مدل‌ها باشد. برای تشریح بیشتر این مطلب در شکل (۵) نمودار داده‌های اندازه‌گیری شده (رسانندگی ظاهری) توسط پیچه‌ها در دو مد افقی (نمودار آبی) و قائم (نمودار قرمز) رسم شد. ملاحظه می‌شود که بزرگی داده‌ها، به استثنای دو ارتفاع اول پیچه‌ها، پاسخ مد افقی از پاسخ مد قائم کمتر است و این موضوع در دقت پارامترهای به دست آمده از دو مد موثر است.



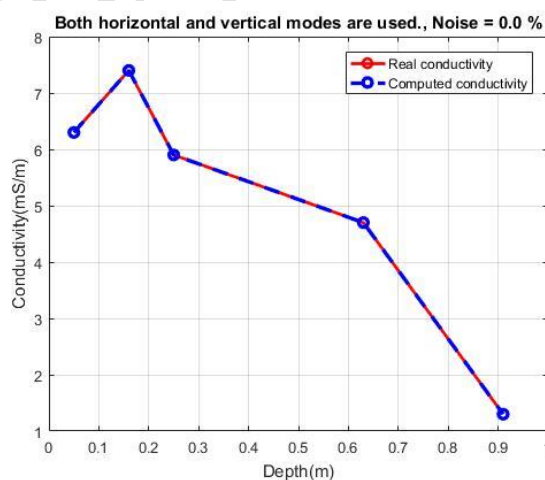
شکل ۵: نمودار داده‌ها (رسانندگی ظاهری) در دو مد افقی (نمودار قرمز) و مد قائم (نمودار آبی) بر حسب ارتفاع پیچه‌ها از سطح زمین

پ- ترکیب داده‌های دو مد افقی و قائم (مد ترکیبی)

در این مرحله، پارامترها را با ترکیب داده‌های به دست آمده از هر دو مد و با استفاده از رابطه (۲۵) به دست می‌آوریم. با کاربست روش کمترین مربعات معمولی با داده‌های بدون نوفه (شکل ۶-الف) و با نوفه ده درصد (شکل ۶-ب) پارامترها به دست می‌آیند.



(ب)



(الف)

شکل ۶: نمودار رسانندگی واقعی (نمودار قرمز) و رسانندگی محاسبه شده با کمترین مربعات (نمودار آبی) با ترکیب داده‌های بدون نوفه دو مد قائم و افقی

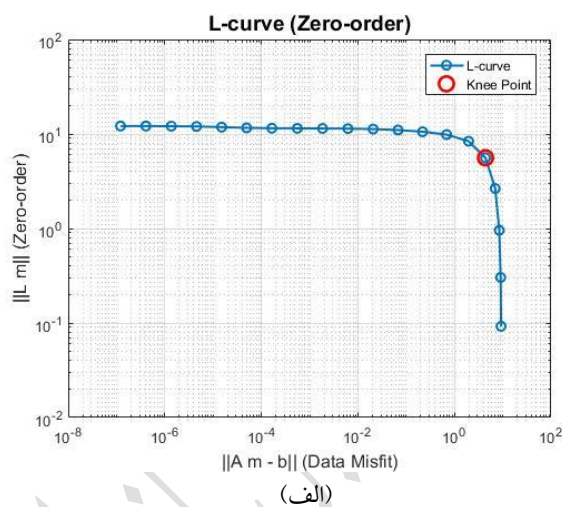
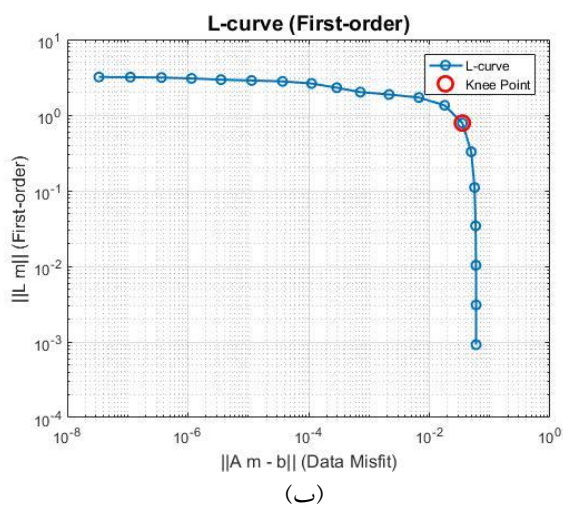
برای مد ترکیبی، مطابق شکل (۶-الف) حل وارون معمولی کمترین مربعات با داده‌های بدون نوفه منجر به برازش بسیار خوب بین نمودارهای پارامترهای واقعی و محاسبه‌ای می‌شود و خطای محاسبه هر پنج پارامتر رسانندگی حدود ۰/۰۳ درصد است. با حل کمترین مربعات معمولی و داده‌های با ده درصد نوفه گاوسی، چنان که در شکل (۶-ب) دیده می‌شود، برازش خوبی بین دو نمودار وجود دارد و پارامترها با دقت قابل قبول و با خطای کمتر از ۵ درصد به دست می‌آیند.

۲-۲-۳. حل وارون با منظم‌سازی تیخونوف

در این مرحله با استفاده از رابطه (۲۰) و اجرای فرایند منظم‌سازی مرتبه صفر، اول و دوم تیخونوف، پارامترها برای مد قائم محاسبه می‌شوند. مقادیر پارامتر منظم‌سازی برای هر سه مد و سه مرتبه منظم‌سازی تیخونوف مورد بحث با استفاده از روش L-curve محاسبه و در جدول (۲)

ارائه شده است.

۹ نمودار منحنی L برای همه مدها و همه مرتبه‌های منظم‌سازی به دست آمد که در اینجا برای اختصار، در شکل (۵) صرفاً نمودارهای مد ترکیبی برای مرتبه صفر و اول ارائه می‌شوند.



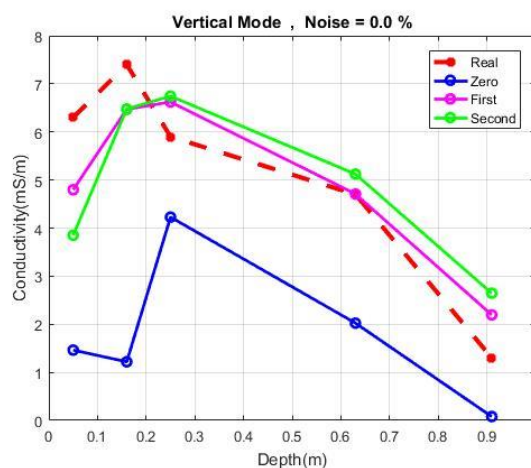
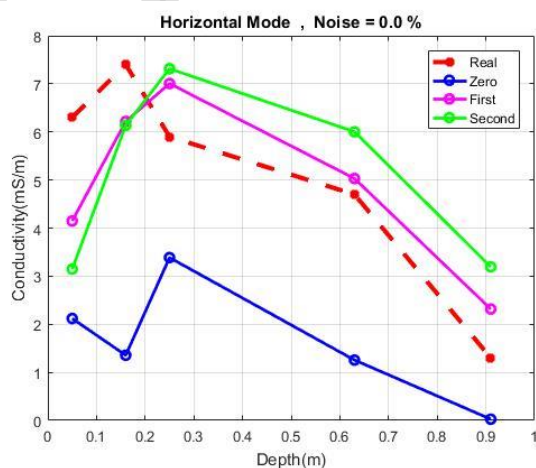
شکل ۲. نمودار منحنی L برای مد ترکیبی. الف- مرتبه صفر ب- مرتبه اول تیخونوف

نقطه زانوی منحنی مقدار بهینه پارامتر منظم‌سازی را به دست می‌دهد. مقادیر بهینه پارامتر منظم‌سازی برای همه مدها و مرتبه‌های مورد بحث، در جدول (۲) آورده شده است.

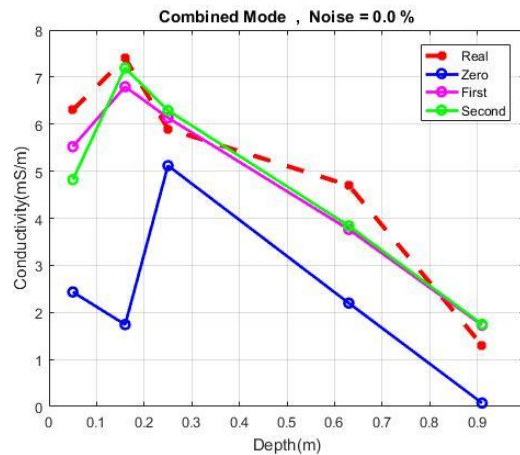
جدول ۲. مقادیر بهینه پارامتر منظم‌سازی برای سه مد افقی، قائم و ترکیبی و سه مرتبه منظم‌سازی صفر، اول و دوم تیخونوف

پارامتر منظم‌ساز			مد
مرتبه دوم	مرتبه اول	مرتبه صفر	
۰/۰۰۲	۰/۰۴۲	۰/۴۸۳	افقی (H)
۰/۰۰۷	۰/۰۷۸	۰/۸۸۵	قائم (V)
۰/۰۲۳	۰/۲۶۳	۰/۸۸۶	ترکیبی (HV)

برای هر سه مد، پس از انجام وارون‌سازی داده‌های بدون نوفه مدل با روش منظم‌سازی تیخونوف مرتبه صفر، اول و دوم، نمودار رسانندگی واقعی و تخمینی لایه‌ها در شکل (۸) آورده شده است.



(الف)



(ب)

شکل ۸. نمودار رسانندگی واقعی (نمودار قرمز) و رسانندگی محاسبه شده با کمترین مربعات منظم شده تیخونوف مرتبه صفر (نمودار آبی)، مرتبه اول (نمودار بنفش) و مرتبه دوم (نمودار سبز)، با داده‌های بدون نوفه، الف-مد قائم، ب-مد افقی، پ-مد ترکیبی برای مشاهده کمی نتایج وارون‌سازی با منظم‌سازی‌های انجام شده خطای جذر میانگین مربع برای هر مد و مرتبه محاسبه و در جدول (۳) آورده شده‌اند.

جدول ۳. خطای جذر میانگین مربع برای سه مد پیچیده‌ها و سه مرتبه منظم‌سازی تیخونوف

	مد قائم	مد افقی	مد ترکیبی
مرتبه صفر	۷۱/۷۴	۷۳/۸۱	۶۴/۲۸
مرتبه اول	۶/۰۵	۷/۶۲	۳/۷۴
مرتبه دوم	۵۰/۳۱	۷۵/۰۹	۲۴/۷۷

با توجه به نمودارهای شکل (۸) و اعداد جدول (۳) ملاحظه می‌شود نتیجه وارون‌سازی با داده‌های بدون نوفه نامطلوب بوده و اساساً منعکس-کننده یا تقریبی از مدل واقعی نیست. به عبارت دیگر، با وجود این که عدد شرط در ماتریس کرنل منظم شده، به مراتب کوچک‌تر از ماتریس کرنل بدون منظم‌سازی است (جدول ۴)، منظم‌سازی در مورد این مساله، وضعیت را بهبود نمی‌بخشد. بدیهی است که با داده‌های با نوفه نیز منظم‌سازی تیخونوف به نتایج نامطلوب‌تر منجر خواهد شد.

۲-۲-۴ روش فرا ابتکاری الگوریتم ژنتیک

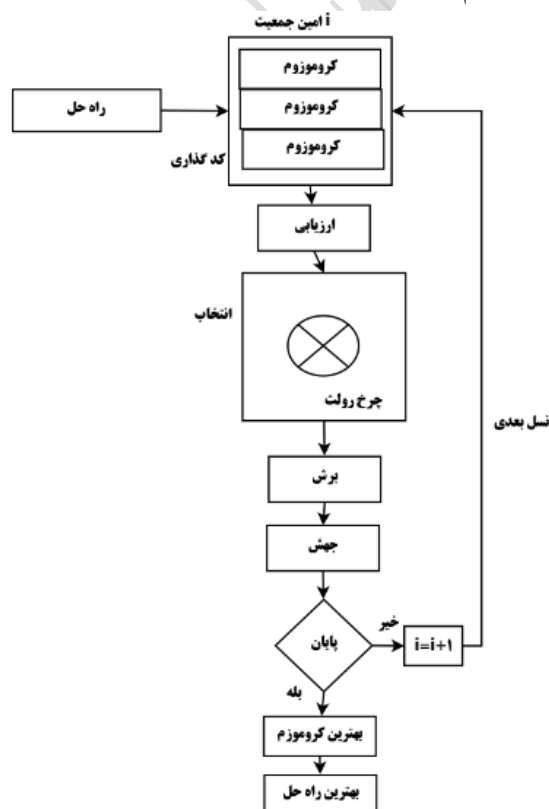
الگوریتم ژنتیک (Genetic Algorithms) یا به اختصار (GA)، دسته‌ای از الگوریتم‌های جستجو و بهینه‌سازی هستند که از مفهوم تکامل (Evolution) الهام گرفته شده‌اند. این دسته از الگوریتم‌ها، جواب‌های محتمل (Potential Solutions) برای یک مساله خاص را در یک ساختار داده‌ای کروموزوم مانند کدبندی می‌کنند. الگوریتم ژنتیک از طریق اعمال عملگرهای باز ترکیب (Recombination Operators) بر روی ساختارهای داده‌ای کروموزوم مانند، اطلاعات حیاتی ذخیره شده در این ساختارهای داده‌ای را حفظ می‌کند. اجزای الگوریتم ژنتیک به صورت فهرست موارد زیر هستند:

- نمونه‌سازی اولیه (Initialization): فرآیند با ایجاد یک جمعیت اولیه از افراد تصادفی آغاز می‌شود.
- ارزیابی سازگاری (Fitness Evaluation): سازگاری هر فرد توسط تابعی ارزیابی می‌شود که عملکرد آن‌ها را در حل مساله اندازه‌گیری می‌کند.
- انتخاب (Selection): افراد با آمادگی بالاتر احتمال بیشتری برای انتخاب شدن به عنوان والدین برای نسل بعدی دارند.

- همگذاری: (Crossover) افراد انتخاب شده تحت همگذاری قرار می گیرند و مواد ژنتیکی آنها برای ایجاد فرزندان ترکیب می شود.
- جهش (Mutation): گاهی اوقات، تغییرات تصادفی در ماده ژنتیکی فرزندان برای حفظ تنوع اثرگذار خواهد بود.
- تکرار (Repeat): فرآیند انتخاب، تقاطع و جهش تا زمانی که یک شرط خاتمه برآورده شود، ادامه می یابد.

۳-۱. اجرای الگوریتم ژنتیک برای محاسبه پارامترها

در این پژوهش برای محاسبه رسانندگی لایه ها با الگوریتم ژنتیک، رسانندگی ظاهری برداشت شده با دستگاه EM-38 به طور مصنوعی تولید می شود. در الگوریتم اجرا شده، رسانندگی ظاهری مربوط به هر پاسخ (کروموزوم) با رسانندگی ظاهری واقعی مقایسه و با محاسبه معکوس میانگین مربع خطا، تابع برازش تعریف می شود. کروموزومی دارای پاسخ مناسب تری است که میانگین مربع خطای کمتر یا معکوس میانگین مربع خطای بیشتری داشته باشد. با این فرآیند نیمی از کروموزوم ها انتخاب شده و در نسل بعد مورد بهره برداری قرار می گیرند. در نسل بعد کروموزوم های انتخاب شده با فرآیندی با عنوان فرآیند همگذاری با یکدیگر ترکیب و کروموزوم های جدیدی که فرزند نامیده می شود تولید می شوند. ترکیب ژن این کروموزوم های جدید، ترکیبی از ژن های والدین آنهاست. در یک نسل تعدادی از کروموزوم ها نیز در ژن های خود دچار جهش می شوند که در این تحقیق، هر کروموزوم تا ۳ جهش را به طور تصادفی در ژن های خود خواهد داشت. کروموزومی که در جمعیت برای نسل بعدی حفظ و نگهداری می شود به وسیله قانون تکامل داروین انتخاب می شود. کروموزومی که مقدار برازش بالاتری دارد از احتمال بالاتری برای انتخاب دوباره در نسل بعدی برخوردار است. بعد از چندین نسل، مقدار کروموزوم به یک مقدار خاص که بهترین راه حل برای مساله است همگرا می شود. الگوریتم در شکل (۱۳) ارائه شده است.



شکل ۹. الگوریتم چرخ رولت (زهراپی و حسینی، ۱۳۹۳).

چرخ رولت یکی از پرکاربردترین مکانیزم های انتخاب است. این روش با نام انتخاب بر اساس میزان مناسب بودن تابع برازش کروموزوم نیز نامیده می شود. چنان که در شکل (۹) مشخص است، در گام دوم الگوریتم، هر کروموزوم با استفاده از تابع برازش ارزیابی می شود. در

مکانیزم چرخ رولت هر یک از کروموزوم‌ها بسته به میزان مناسب بودن (بر اساس تابع برازش) احتمال انتخاب شدن را دارا هستند. به عبارت دیگر هر قدر یک کروموزوم بهتر باشد (برازش بهتری ایجاد کند) احتمال انتخاب شدن آن برای تولید نسل بعدی بیشتر و برعکس، هر چه کروموزوم برازش ضعیف‌تری ایجاد کند، این احتمال کمتر است. شیوه پیاده‌سازی چرخ رولت به این صورت است که در چرخه الگوریتم ژنتیک در گام دوم همه کروموزوم‌ها ارزیابی می‌شوند و طبق این ارزیابی می‌دانیم هر کروموزوم بر اساس تابع برازش چه ارزشی را به دست آورده است. با استفاده از این مقادیر، احتمال انتخاب شدن هر کروموزوم مشخص می‌شود. احتمال p_i برای کروموزوم i ام از حاصل تقسیم برازش آن کروموزوم، f_i ، بر مجموع برازش همه کروموزوم‌ها به دست می‌آید.

$$p_i = \frac{f_i}{\sum_{i=1}^n f_i} \quad (26)$$

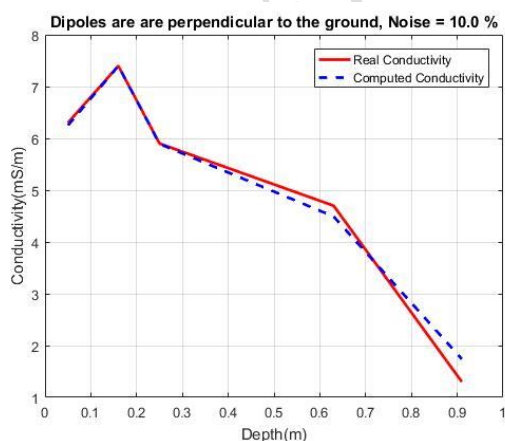
هر قدر عدد به دست آمده بزرگتر باشد، احتمال انتخاب آن کروموزوم بیشتر بوده و به عبارت دیگر شانس بیشتری برای تولید نسل بعدی خواهد داشت.

برای اجرای الگوریتم و فرایند بهینه‌سازی، رسانندگی هر لایه با ۱۶ بیت نمایش داده شد که مجموع بیت‌های این سه پارامتر یک کروموزوم ۸۰ بیتی را می‌سازد. در ابتدا یک جمعیت تصادفی با تعداد ۱۲۰۰۰ کروموزوم در نظر گرفته شد. انتخاب این تعداد کروموزوم با اجرای مکرر الگوریتم و بررسی میزان خطای داده‌ها انجام شد. در نظر گرفتن جمعیت با تعداد بیشتر، تغییر معناداری در کاهش خطا نداشته و از سوی دیگر سبب افزایش زمان اجرای برنامه می‌شود. پس از انتخاب جمعیت، تابع برازش از معکوس اختلاف بین رسانندگی ظاهری محاسبه شده با پارامترهای حاصل از الگوریتم و رسانندگی به دست آمده توسط پارامترهای اولیه انتخابی محاسبه و سپس به کمک این تابع، ۶۰۰۰ عضو از این جمعیت انتخاب و با آن نسل بعدی جمعیت ایجاد گردید. برای جلوگیری از همگرایی در کمینه‌های محلی تابع، ۳ جهش تصادفی در فرزندان ایجاد شد. این فرآیند تا کمینه شدن مقدار خطای تابع برازش تکرار می‌شود و در نتیجه رسانندگی پنج لایه به دست می‌آید. شرط توقف تکرار در برنامه، به صورت زیر تعریف شد:

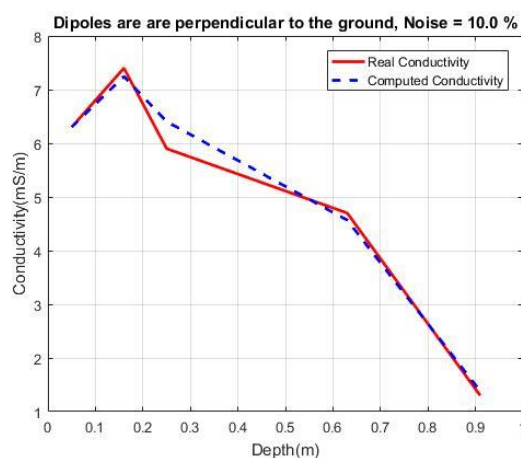
$$\varepsilon = 1/n \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\sigma_{noisy} - \sigma}{\sigma} \right)^2} < 2 \times 10^{-2} \quad (27)$$

که در این رابطه، ε حد همگرایی الگوریتم با بهینه برازش تعیین شده و σ و σ_{noisy} به ترتیب رسانندگی حاصل از پارامترهای مفروض و رسانندگی به دست آمده از الگوریتم و n تعداد داده‌هاست.

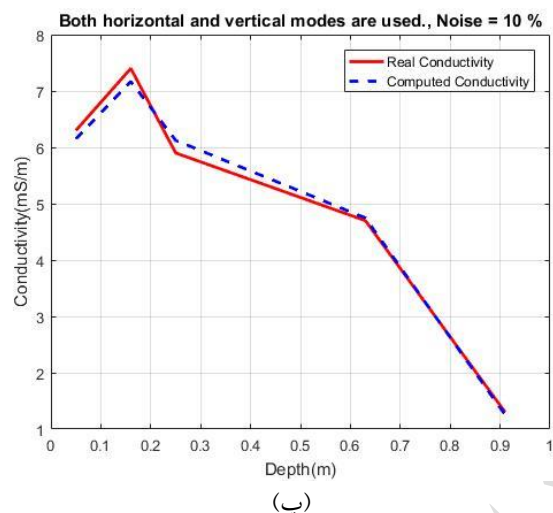
برای مدهای افقی، قائم و ترکیبی پیچه‌ها، رسانندگی لایه‌ها با داده‌ها با نوفه ۱۰ درصد به دست آمد و نمودار رسانندگی بر حسب عمق برای این سه مدل مطابق شکل (۱۰) است.



(ب)



(الف)



شکل ۱۰. نمودار رسانندگی واقعی (نمودار قرمز) و رسانندگی محاسبه شده با الگوریتم ژنتیک (نمودار آبی)، با داده‌های با نوفه ۱۰ درصد برای الف-مد افقی، ب-مد قائم و پ-مد ترکیبی

بر خلاف تخمین پارامترها با روش منظم‌سازی تیخونوف، تکنیک الگوریتم ژنتیک مانند حل کمترین مربعات معمولی به شکل مناسبی مدل را بازسازی می‌کند. به طور کیفی و از شکل (۱۰) پیداست که مد ترکیبی، یعنی استفاده از هر دو دسته داده به دست آمده با پیچیده‌ها در حالت افقی و قائم به نتیجه بهتری منجر شده و رسانندگی‌ها را با خطای کمتری به دست می‌آورد. لازم به ذکر است که در اجرای الگوریتم ژنتیک، انتخاب تعداد جمعیت و همچنین بازه پیشنهادی برای رسانندگی‌ها در سرعت همگرایی الگوریتم و همچنین دقت داده‌ها موثر است.

۴. تفسیر نتایج

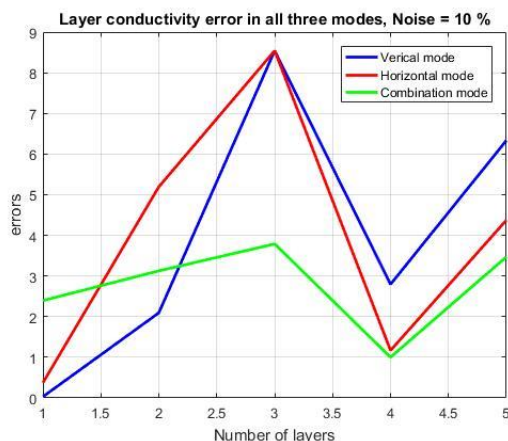
در جدول (۴)، عدد شرط مربوط به هر یک از ماتریس‌های کرنل در فرایند کمترین مربعات معمولی، تیخونوف مرتبه صفر، اول و دوم محاسبه شده است. هر قدر عدد شرط بزرگتر باشد، مساله ناپایدارتر بوده و به نوفه حساس‌تر است. ملاحظه می‌شود که عدد شرط برای تیخونوف مرتبه صفر به یک نزدیک، برای کمترین مربعات، تیخونوف مرتبه اول و دوم بزرگ‌تر یا بسیار بزرگ‌تر از یک است.

جدول ۴. عدد شرط ماتریس‌ها در فرایند کمترین مربعات و منظم‌سازی تیخونوف برای سه مد

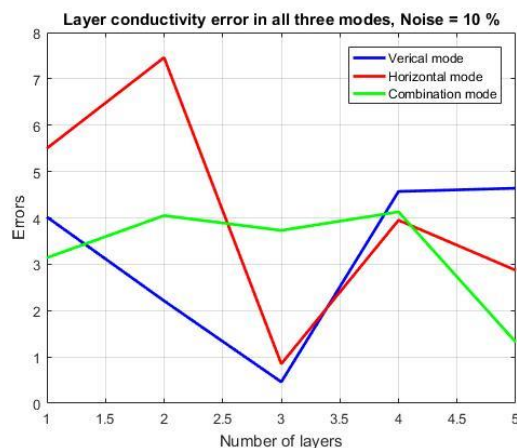
نوع ماتریس	عدد شرط		
	مد ترکیبی	مد قائم	مد افقی
کمترین مربعات معمولی	۲۴۹۷/۶	۲۲۰۰۶	۴.۶×۱۰^۷
تیخونوف مرتبه صفر	۱/۰۱۶	۱/۰۰۹	۱/۰۰۷۱
تیخونوف مرتبه اول	۱۳/۲۷۸	۱۳/۵۴۰	۱۳/۶۵۰
تیخونوف مرتبه دوم	۹۷/۶۱۴	۱۰۱/۱۸۲	۱۰۳/۰۶

با این حساب حل مساله با منظم‌سازی تیخونوف مرتبه صفر پایدار و با موارد مذکور دیگر ناپایدار است. البته ناپایداری حل به معنی کیفیت حل نیست و کیفیت حل را با کمیت‌های دیگری از جمله ماتریس وضوح پارامترها، ماتریس وضوح داده‌ها و ماتریس کوواریانس مدل می‌توان مشخص نمود.

برای تحلیل عملکرد دو تکنیک به کار رفته در حل مساله و با داده‌های حاوی ۱۰ درصد نوفه، نمودار خطاهای محاسبه پارامترها با روش کمترین مربعات معمولی و الگوریتم ژنتیک در شکل (۱۱) آورده شده است.



(ب)



(الف)

شکل ۱۱. نمودار قدرمطلق خطا در محاسبه رسانندگی در مد قائم (نمودار آبی)، مد افقی (نمودار قرمز) و مد ترکیبی (نمودار سبز) با داده‌های با نوفه ۱۰ درصد با الف - کمترین مربعات معمولی، ب - الگوریتم ژنتیک

از مقایسه دو نمودار مشخص است که تخمین پارامترها با داده‌های مد ترکیبی به نتایج بهتری منجر شده‌اند. برای مقایسه بهتر و کمی نتایج، متناظر با نمودارهای شکل (۱۷)، در جدول‌های (۵) و (۶) خطای محاسبه رسانندگی هریک از پنج لایه مدل به ترتیب با روش کمترین مربعات معمولی و با روش الگوریتم ژنتیک و آورده شده است. چون اساساً منظم‌سازی تیخونوف منجر به ساخت مدلی غیر واقعی می‌شود، خطاهای این روش ارائه نشده است.

جدول ۵. خطای محاسبه رسانندگی‌ها برای مدل زمین با پنج لایه افقی با کمترین مربعات معمولی

شماره لایه	1	2	3	4	5	خطای RMS مدها
مد قائم	4.02	2.21	0.46	4.57	4.64	1.61
مد افقی	5.50	7.46	0.85	3.95	2.87	2.10
مد ترکیبی	3.14	4.05	3.73	4.13	1.32	1.53

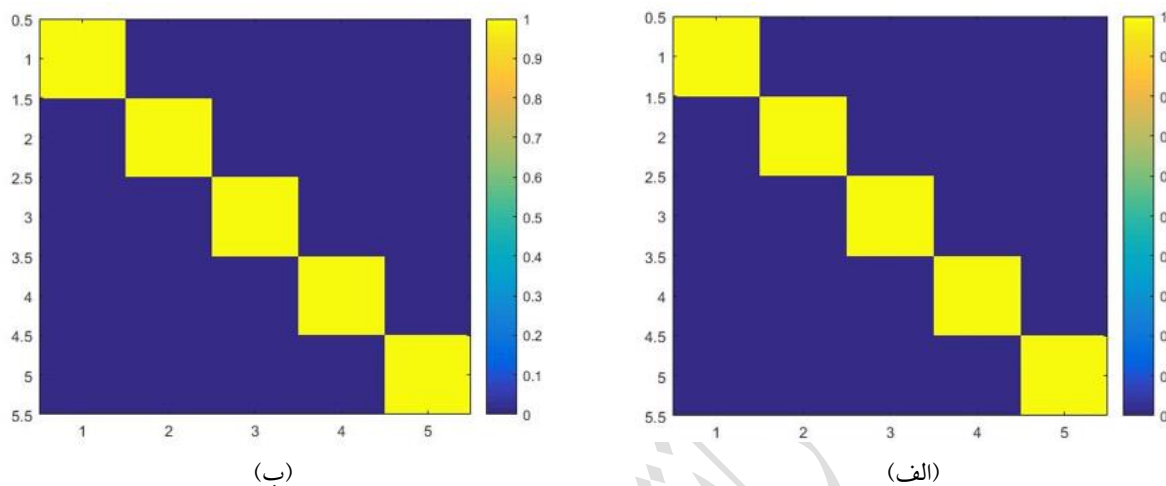
جدول ۶. خطای محاسبه رسانندگی‌ها برای مدل زمین با پنج لایه افقی با الگوریتم ژنتیک

شماره لایه	1	2	3	4	5	خطای RMS مدها
مد قائم	0.03	2.09	8.54	2.79	6.33	2.23
مد افقی	0.37	5.19	8.53	1.168	4.37	2.19
مد ترکیبی	2.3	3.12	3.78	1.00	3.46	1.31

ملاحظه می‌شود که به طور کلی، پارامترها با روش کمترین مربعات معمولی با خطای کمتر از ۸ درصد و با روش الگوریتم ژنتیک با خطای کمتر از ۹ درصد به دست آمده‌اند. در هر دو روش، رسانندگی‌ها با داده‌های مد افقی نسبت به دو مد دیگر دارای خطای بیشتری هستند. داده‌های مد ترکیبی منجر به نتایج بهتری می‌شوند و بیشینه خطای محاسبات در این مد برای هر دو تکنیک حدود ۴ درصد است. برای مقایسه بهتر، جذر خطای میانگین مربع (RMS) خطاها نیز برای هر دو تکنیک و مد به طور جداگانه محاسبه و در جدول‌های (۵) و (۶) آورده شده‌اند. کمترین مقدار این خطا مربوط به حل مساله با داده‌های مد ترکیبی و الگوریتم ژنتیک است.

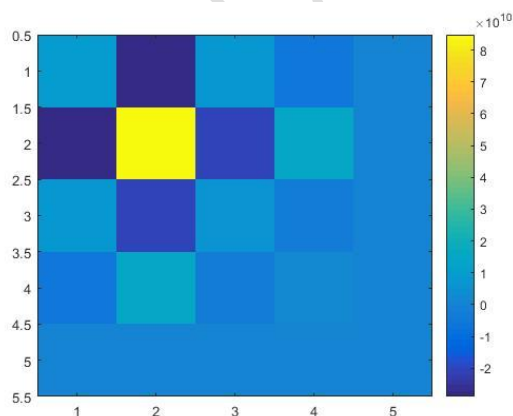
ماتریس وضوح مدل R توانایی عملگر وارون را برای تعیین یکنای پارامترهای مدل تخمین زده می‌سجد. ماتریس وضوح داده N توانایی عملگر وارون را برای تعیین یکنای داده‌ها اندازه‌گیری می‌کند که این موضوع معادل توصیف اهمیت یا استقلال اطلاعات ارائه شده توسط

داده‌ها است. سرانجام، ماتریس کوواریانس واحد $[cov_u \mathbf{m}]$ نشان می‌دهد چگونه نوفه در داده‌ها به عدم قطعیت‌ها در پارامترهای مدل برآورد شده نگاشت می‌شود. اگر $\mathbf{R} = \mathbf{I}_M$ ، تمام پارامترهای مدل کاملاً حل شده‌اند، یا به طور معادل تمام پارامترهای مدل به طور یکتا تعیین می‌شوند (استر، ۲۰۱۸). $\mathbf{I}_M$ ماتریس همانی است. در شکل (۱۲-الف) تصویر ماتریس وضوح مدل برای مد ترکیبی آورده شده است که قطری بودن این ماتریس نشان از تخمین یکتای پارامترها دارد. شکل (۱۲-ب) تصویر ماتریس وضوح داده را نشان می‌دهد. این ماتریس نیز همانی است و بیان می‌دارد که داده‌ها مستقل هستند.



شکل ۱۲. تصویر الف- ماتریس وضوح مدل، ب- ماتریس وضوح داده، برای مد ترکیبی

شکل (۱۳) تصویر ماتریس کوواریانس مدل را نشان می‌دهد.



شکل (۱۳). تصویر ماتریس کوواریانس مدل برای مد ترکیبی

چنان که ملاحظه می‌شود، تاثیر نوفه بر پارامترهای دوم و سوم (رسانندگی لایه‌های دوم و سوم) به مراتب بیشتر از سایر لایه‌هاست که این موضوع با اعداد جدول‌های (۵) و (۶) تایید می‌شود.

۵. نتیجه‌گیری

در این تحقیق، رسانندگی الکتریکی مدل زمین با لایه‌های افقی با واورن خطی داده‌های الکترومغناطیسی با دستگاه EM-38 و در محدوده عدد القای کم، با دو روش کمترین مربعات بدون منظم‌سازی و منظم‌سازی شده با تیخونوف مرتبه‌های صفر، اول و دوم و همچنین الگوریتم ژنتیک به دست آمد. داده‌های مصنوعی در سه حالت دوقطبی پیچیده‌های فرستنده و گیرنده موازی سطح زمین (مد افقی)، عمود بر سطح زمین

(مد قائم) و داده‌های ترکیب دو مد یاد شده (مد ترکیبی) تولید شدند. نتایج به دست آمده نشان دادند که روش کمترین مربعات معمولی و الگوریتم ژنتیک به خوبی مدل را بازسازی می‌کنند و پارامترهای مدل (رسانندگی لایه‌ها) با دقت قابل قبولی به دست می‌آیند. در این تحقیق، مرتبه‌های صفر، اول و دوم منظم‌سازی تیخونوف برای تخمین پارامترهای مدل به کار رفتند که با توجه به خطای بالای به دست آمده برای تخمین پارامترهای مدل کمکی به بهبود مساله نمی‌کنند و اساساً مدل به دست آمده از مدل واقعی بسیار دور است. در وارون‌سازی با هر دو روش کمترین مربعات و الگوریتم ژنتیک، پارامترها با داده‌های مد ترکیبی کمترین و با داده‌های مد افقی بیشترین مقدار خطای جذر میانگین مربع را نسبت به دو مد دیگر داشتند. بنابراین در این در محاسبه پارامترها، روش الگوریتم ژنتیک نسبت به کمترین مربعات معمولی روشی قدرتمندتر و دقیق‌تر و داده‌های مد ترکیبی نسبت به دو مد دیگر مناسب‌تر تشخیص داده شدند. ماتریس وضوح داده‌ها و ماتریس وضوح مدل نیز ماتریس همانی به دست آمدند که نشان‌گر تعیین یکتای داده‌ها و پارامترهای مدل هستند. همچنین ماتریس کوواریانس مدل نشان داد که نوفه در داده‌ها به شدت و به ویژه در دومین پارامتر مدل نگاشت می‌شوند.

۶. مراجع

بابایی، مجتبی، مسیبیان، سید احسان. (۱۴۰۱). تفسیر داده‌های القای الکترومغناطیسی با روش بهینه‌سازی ازدحام ذرات برای تعیین پارامترهای کره رسانا به عنوان مدلی از مهمات منفجر نشده. مجله ژئوفیزیک ایران. ۱۶ (۲)، ۲۳۱-۲۴۰.

بابایی، مجتبی، حسینی پیلانگرگی، سید منوچهر. (۱۴۰۳). تخمین پارامترهای هندسی مهمات منفجر نشده به روش القای الکترومغناطیس با استفاده از الگوریتم ژنتیک. مجله ژئوفیزیک ایران. ۱۸ (۵)، ۶۷-۸۲.

پرنو، سعید، اسکویی، بهروزو جیووانی، فلوریو. (۱۳۹۹). برآورد عمق و مکان بی‌هنجاری‌های حاصل از داده‌های الکترومغناطیس زمینی حوزه فرانکس با استفاده از روش تصویر برداری عمق از نقاط بینهایت. نشریه پژوهش‌های ژئوفیزیک کاربردی، ۱۷ (۱)، ۲۴۳-۲۵۲.

رحیمیان، محمدحسن و هاشمی‌نژاد، یوسف. (۱۳۸۹). واسنجی دستگاه القاگر الکترومغناطیس (EM-38) برای ارزیابی شوری خاک. مجله پژوهش‌های خاک (علوم خاک و آب)، ۲۴ (۳)، ۴۲-۳۳.

زهرایی، بنفشه؛ حسینی، سید موسی. (۱۳۹۳). الگوریتم ژنتیک و بهینه‌سازی مهندسی. چاپ دوم. تهران. انتشارات گوتنبرگ.

- Aster, R. C., Borchers, B., & Thurber, C. H. (2018). *Parameter estimation and inverse problems*: Elsevier.
- Babaei, M., & Hosseini Pilangorgi, S. M. (2024). Estimation of conductive and non-conductive spherical geometrical parameters as a model of unexploded ordnance with electromagnetic induction data using genetic algorithm. *Iranian Journal of Geophysics*, 67-82 .
- BELMONTE-JIMÉNEZ, S. I., BORTOLOTTI-VILLALOBOS, A., CAMPOS-ENRÍQUEZ, J. Ó., PÉREZ-FLORES, M. A., DELGADO-RODRÍGUEZ, O., & LADRÓN DE GUEVARA-TORRES, M. d. l. Á. (2014). Electromagnetic methods application for characterizing a site contaminated by leachates. *Revista internacional de contaminación ambiental*, 30(3), 317-329 .
- Borchers, B., Uram, T., & Hendrickx, J. M. (1997). Tikhonov regularization of electrical conductivity depth profiles in field soils. *Soil Science Society of America Journal*, 61(4), 1004-1009 .
- Cella, F., Paoletti, V., Florio, G., & Fedi, M. (2015). Characterizing elements of urban planning in Magna Graecia using geophysical techniques: the case of Tiren (Southern Italy). *Archaeological Prospection* . ۲۲ (۳)، ۲۰۷-۲۱۹ .
- Christiansen, A. V., Pedersen, J. B., Auken, E., Sørensen, N. E., Holst, M. K., & Kristiansen, S. M. (2016). Improved geoarchaeological mapping with electromagnetic induction instruments from dedicated processing and inversion. *Remote Sensing*, 8(12), 1022 .
- da Conceição Batista, J., & Sampaio, E. E. S. (2019). Magnetotelluric inversion of one-and two-dimensional synthetic data based on hybrid genetic algorithms. *Acta Geophysica*, 67, 1365-1377 .
- Deidda, G. P., Bonomi, E., & Manzi, C. (۲۰۰۳). Inversion of electrical conductivity data with Tikhonov regularization approach: some considerations. *Annals of Geophysics*, 46 . (۳)
- dos Santos, V. R. N., & Porsani, J. L. (2011). Comparing performance of instrumental drift correction by linear and quadratic adjusting in inductive electromagnetic data. *Journal of Applied Geophysics*, 73(1), 1-7 .
- Dumont, G., Robert, T., Marck, N., & Nguyen, F. (2017). Assessment of multiple geophysical techniques for the

- characterization of municipal waste deposit sites. *Journal of Applied Geophysics*, 145, 74-83 .
- El-Qady, G., Metwaly, M., & Khozaym, A. (2014). Tracing buried pipelines using multi frequency electromagnetic. *NRIAG Journal of Astronomy and Geophysics*, 3(1), 101-107 .
- Kaufman, A. & Keller, G. (1983). *Frequency and Transient Soundings*: Elsevier.
- Heil, K., & Schmidhalter, U. (2015). Comparison of the EM38 and EM38-MK2 electromagnetic induction-based sensors for spatial soil analysis at field scale. *Computers and Electronics in Agriculture*, 110, 267-280 .
- Luo, W., Ge, J., Liu, H., Wu, S., Wang, H., Yuan, Z., . . . Fukushima, E. F. (2023). A fast tracking method for magnetic abnormalities using distributed Overhauser magnetometer system based on genetic algorithm. *Review of Scientific Instruments*, 94 .
- McNeill, J. 1980, Electromagnetic terrain conductivity measurement at low induction numbers, Technical Note TN-6, Geonics Ltd.
- Parnow, S., Oskooi, B., & Florio, G. (2021). Improved linear inversion of low induction number electromagnetic data. *Geophysical Journal International*, 224(3), 1505-1522 .
- Pérez-Flores, M. A., Antonio-Carpio, R. G., Gómez-Treviño, E., Ferguson, I., & Méndez-Delgado, S. (2012). Imaging of 3D electromagnetic data at low-induction numbers. *Geophysics*, 77(4), WB47-WB57 .
- Ratshiedana, P. E., Abd Elbasit, M. A., Adam, E., Chirima, J. G., Liu, G., & Economon, E. B. (2023). Determination of soil electrical conductivity and moisture on different soil layers using electromagnetic techniques in irrigated arid environments in South Africa. *Water*, 15(10), 1911 .
- Saey, T., De Smedt, P., Delefortrie, S., Van De Vijver, E., & Van Meirvenne, M. (2015). Comparing one-and two-dimensional EMI conductivity inverse modeling procedures for characterizing a two-layered soil. *Geoderma*, 241, 12-23 .
- Saey, T., Simpson, D., Vermeersch, H., Cockx, L., & Van Meirvenne, M. (2009). Comparing the EM38DD and DUALEM-21S sensors for depth-to-clay mapping. *Soil Science Society of America Journal*, 73(1), 7-12 .
- Schultz, G & , Ruppel, C. (2005). Inversion of inductive electromagnetic data in highly conductive terrains. *Geophysics*, 70(1), G16-G28 .
- Song, Y., & Kim, J.-H. (2008). An efficient 2.5 D inversion of loop-loop electromagnetic data. *Exploration geophysics*, 39(1), 68-77 .
- Stanley, J. N., Lamb, D. W., Falzon, G., & Schneider, D. A. (2014). Apparent electrical conductivity (ECa) as a surrogate for neutron probe counts to measure soil moisture content in heavy clay soils (Vertosols). *Soil research*, 52(4), 373-378 .
- Thiesson ,J., Tabbagh, A., Dabas, M., & Chevalier, A. (2018). Characterization of buried cables and pipes using electromagnetic induction loop-loop frequency-domain devices. *Geophysics*, 83(1), E1-E10 .
- Tikhonov, A. N., & Arsenin, V. Y. (1977). *Solutions of ill-posed problems*. VH Winston & Sons. In: Washington, DC: John Wiley & Sons, New York.
- Wait, J. (2012). *Geo-electromagnetism*: Elsevier.
- Ward, S. H., & Hohmann, G. W. (1987). *Electromagnetic theory for geophysical applications* .
- Watson, H. D., Neely, H. L., Morgan, C. L., McInnes, K. J., & Molling, C. C. (2017). Identifying subsoil variation associated with gilgai using electromagnetic induction. *Geoderma*, 295, 34-40 .

Estimation of layered earth conductivity with electromagnetic induction data in the low induction number range using the genetic algorithm method

Abstract

Estimating the electromagnetic parameters of the subsurface is crucial for the non-invasive characterization of soil properties such as clay content, water content, contaminants, and aquifers. It is also of significant importance in agriculture for managing water resources. In this context, several geophysical methods, including electromagnetic (EM) techniques, have been developed to measure parameters such as the conductivity of subsurface layers. In this study, the conductivity of horizontal subsurface layers within the exploration depth of the EM-38 device was estimated using electromagnetic data in the low induction number (LIN) range. The data were acquired using the EM-38 device, depending on the horizontal and vertical orientation of the transmitter and receiver

dipoles, and were received at the receiver coil. Additionally, the combined data obtained from both To perform the inversion horizontal and vertical modes could be used as combined-mode data. process, synthetic data for three modes (horizontal, vertical, and combined) were first generated. Subsequently, the electrical conductivity of the horizontal layers in the model was estimated using linear inversion for each of these three datasets in the low induction number range. Ordinary least squares, Tikhonov regularization (of zeroth, first, and second orders), and genetic algorithms (GA) were employed to estimate the parameters. The results demonstrated that, for this problem, Tikhonov regularization of zeroth, first, and second orders does not significantly improve the solution, and the Genetic model obtained using these techniques deviates considerably from the true model. algorithms, which are intelligent optimization techniques, have been applied to solve nonlinear inverse problems in various fields of geophysics. Genetic algorithms (GA), inspired by the concept of evolution, represent a class of search and optimization methods. These algorithms encode potential solutions to a specific problem in chromosome-like data structures. By applying recombination operators to these chromosomal data structures, genetic algorithms preserve the critical information The inversion results showed that, for the employed model, genetic stored within these structures. algorithms and the ordinary least squares method with combined-mode data provided the conductivity of the layers with errors of less than 4% and 5%, respectively. In the inversion using both the ordinary least squares method and genetic algorithms, the parameters estimated using combined-mode data exhibited the lowest root mean square error (RMSE) compared to the other two modes, while the horizontal mode had the highest error. Therefore, for this problem, the genetic algorithm was identified as a more robust and accurate method compared to ordinary least squares, and the combined-mode data proved to be more suitable than the other two modes. The data resolution matrix and the model resolution matrix were both identity matrices, indicating the uniqueness of the data and the model parameters. Moreover, the model covariance matrix revealed that noise in the data is strongly mapped, particularly onto the second parameter of the model.

Keywords: Electromagnetic induction, Genetic algorithm, Apparent electrical conductivity, Low Induction number, Linear inversion