

## Evaluation of Tropospheric Delay Interpolation Methods from Scattered GPS Station Observations

Afshari Harzevili, A.<sup>1</sup>  | Amerian, Y.<sup>1</sup> 

1. Department of Geodesy, Faculty of Geodesy and Geomatics Engineering, K. N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran.

Corresponding Author E-mail: [amerian@kntu.ac.ir](mailto:amerian@kntu.ac.ir)

(Received: 18 Nov 2024, Revised: 18 Dec 2024, Accepted: 29 April 2025, Published online: 20 Sep 2025)

### Summary

This study comprehensively evaluates the effectiveness of five interpolation methods, Kriging, Support Vector Machine (SVM), Random Forest (RF), Natural Neighbor (NN), and Artificial Neural Network (ANN), in estimating Precipitable Water Vapor (PWV) based on GPS data collected from 25 strategically located stations across the diverse geographic region of Los Angeles. The predictors utilized in this study include critical factors such as latitude, longitude, elevation, and tropospheric delay components derived from high-precision GPS observations. The analysis primarily focuses on two representative dates, July 24, 2021 (summer), and January 28, 2022 (winter), specifically chosen for their contrasting meteorological conditions. These dates enable a detailed evaluation of seasonal variability in PWV distribution and provide an opportunity to test the robustness of the selected methods under varying atmospheric conditions.

Tropospheric delay, a key parameter in GNSS-based atmospheric studies, was computed by separating it into its hydrostatic (Zenith Hydrostatic Delay: ZHD) and wet (Zenith Wet Delay: ZWD) components. ZHD was accurately calculated using the well-established Saastamoinen model, which relies on meteorological variables such as surface pressure and station altitude. ZWD was subsequently derived as the difference between ZHD and the Zenith Total Delay (ZTD). The final PWV values were estimated by applying a region-specific coefficient that depends on the weighted mean temperature ( $T_m$ ). This critical parameter,  $T_m$ , was determined using ERA-5 reanalysis data to ensure precise calculations.

The results demonstrate that SVM emerged as the most effective interpolation method, achieving the lowest Root Mean Square Error (RMSE) of 0.6 mm in winter and exhibiting remarkable robustness across diverse spatial and temporal conditions. Kriging, another reliable method, provided accurate results in regions with dense station coverage but encountered difficulties in sparsely populated areas. RF and NN exhibited better performance in winter conditions, benefiting from the reduced atmospheric noise and more stable meteorological conditions during this season. Conversely, ANN, while theoretically capable of modeling complex relationships, was limited in this study by suboptimal network configurations and sensitivity to sparse data distribution. This underscores the importance of careful architectural design and parameter tuning to unlock its full potential.

Seasonal differences in PWV distribution were clearly depicted in the high-resolution maps generated for the selected dates. During summer, PWV values exhibited significant diurnal fluctuations, with peaks in coastal regions during the afternoon due to elevated temperatures and humidity levels. In contrast, the winter maps displayed more stable distributions with lower peak values, reflecting cooler temperatures and reduced atmospheric moisture. These observations highlight the challenges posed by the dynamic summer conditions while emphasizing the critical role of meteorological parameters such as temperature, pressure, and humidity in influencing PWV estimation accuracy.

This study underscores the necessity of selecting appropriate interpolation methods tailored to specific conditions for accurate PWV estimation. SVM demonstrated exceptional capability in handling nonlinear relationships and scattered datasets, making it the most reliable method in this study. Furthermore, while ANN showed room for improvement, its performance could be significantly enhanced with better configurations and deeper architectures specifically tailored for atmospheric complexities. These findings provide valuable insights into GNSS-based atmospheric research and contribute to the advancement of meteorological modeling, weather forecasting, and climate science.

**Keywords:** Artificial Neural Network, Kriging, Precipitable Water Vapor, Random Forest, Support Vector Machine.

Cite this article: Afshari, A., & Amerian, Y. (2025). Evaluation of Tropospheric Delay Interpolation Methods from Scattered GPS Station Observations. *Journal of the Earth and Space Physics*, 51(2), 377-392. DOI: <http://doi.org/10.22059/jesphys.2025.385101.1007641>

E-mail: (1) [aidaafshari.far77@gmail.com](mailto:aidaafshari.far77@gmail.com)



© Authors Retain the Copyright and Full Publishing Rights.  
Publisher: University of Tehran Press.  
DOI: <http://doi.org/10.22059/jesphys.2025.385101.1007641>

Print ISSN: 2538-371X  
Online ISSN: 2538-3906

# ارزیابی روش‌های درون‌یابی تأخیر وردسپهری حاصل از مشاهدات ایستگاه‌های پراکنده سامانه تعیین موقعیت جهانی

آیدا افشاری هرزویلی<sup>۱</sup> | یزدان عامریان<sup>۱</sup>

۱. گروه ژئودزی، دانشکده مهندسی نقشه‌برداری، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران.

رایانامه نویسنده مسئول: [amerian@kntu.ac.ir](mailto:amerian@kntu.ac.ir)

(دریافت: ۱۴۰۳/۸/۲۸، بازنگری: ۱۴۰۳/۹/۲۸، پذیرش نهایی: ۱۴۰۴/۶/۲۹)

## چکیده

این مطالعه به بررسی روش‌های درون‌یابی مقدار بخار آب قابل‌بارش (PWV) (Precipitable Water Vapor) با استفاده از داده‌های ایستگاه‌های GPS (Global Positioning System) پراکنده در منطقه لس‌آنجلس می‌پردازد. منطقه مورد مطالعه به دلیل تنوع جغرافیایی و اقلیمی، شامل مناطق ساحلی، کوهستانی و دشت‌ها، و همچنین تغییرات فصلی، برای ارزیابی روش‌های مختلف انتخاب شده است. روش‌های مختلف درون‌یابی مورد بررسی، شامل عیارستنجی (Kriging)، ماشین بردار پشتیبان (Support Vector Machine) SVM، جنگل تصادفی RF، شبکه عصبی مصنوعی (Artificial Neural Network) ANN و شبکه عصبی طبیعی (Natural Neighbor) NN (Random Forest) بودند. ابتدا تأخیر ترопسferی محاسبه و تأثیر پارامترهای هواشناسی مانند دمای سطح (Surface Temperature)، فشار سطح (Surface Pressure) و میانگین وزنی دما (Weighted Mean Temperature) بر PWV بررسی شد. نتایج نشان داد که مدل SVM به دلیل توانایی بالا در مدل‌سازی روابط غیرخطی، بهترین عملکرد را داشته و در مناطق کوهستانی دقت بیشتری ارائه داده است. همچنین، روش عیارستنجی نیز عملکرد مناسبی داشت، اما به دلیل فرض‌های ساده‌تر، ضعیفتر از SVM عمل کرد. جنگل تصادفی نیز به دلیل نیاز به داده‌های متراکم، نتایج مطلوبی ارائه نکرد. نتایج در تاریخ‌های ۲۴ و ۲۸ ژانویه ۲۰۲۱ و ۲۰۲۲، با تحلیل‌های آماری تأیید شد. نقشه‌های توزیع PWV جو نیز تهیه و تحلیل شدند که تغییرات زمانی و فضایی PWV را نشان دادند. این مطالعه به اهمیت انتخاب صحیح روش‌های درون‌یابی برآورد دقیق PWV و کاربرد آنها در پیش‌بینی‌های جوی تأکید دارد.

**واژه‌های کلیدی:** بخار آب قابل‌بارش، جنگل تصادفی، سامانه تعیین موقعیت جهانی، شبکه عصبی مصنوعی، ماشین بردار پشتیبان.

## ۱. مقدمه

مسیر مستقیم، مسیر منحنی را طی می‌کنند. این پدیده در وردسپهر که در فن‌آوری اطلاعات مکانی (Geomatics) به تأخیر ترопسferی یا وردسپهری (ZTD) Zenith Total Delay معروف است، یکی از مهم‌ترین چالش‌های GNSS به شمار می‌رود و منجر به کاهش دقت در تعیین موقعیت می‌شود (سیبر، ۲۰۰۳).

وردسپهر، پایین‌ترین لایه جوّ، حاوی حدود ۷۵ درصد از جرم کل جوّ و تقریباً تمام بخار آب موجود در هوا است (والاس و هابز، ۲۰۰۶). ضخامت این لایه بسته به فصل و موقعیت جغرافیایی بین ۷ تا ۱۸ کیلومتر متغیر است (کلیجر، ۲۰۰۴). تأخیر ترопسferی به دلیل تأثیر دما، فشار و رطوبت

سامانه‌های ناوبری جهانی ماهواره‌ای (GNSS)، یکی از پیشرفته‌ترین فناوری‌های راهبردی قرن بیست و یکم هستند که نقش محوری در گستره وسیعی از کاربردهای علمی، مهندسی و تجاری ایفا می‌کنند. این سامانه‌ها با دقت بالا امکان تعیین دقیق موقعیت مکانی، سرعت و زمان را در زمینه‌هایی چون زمین‌سنجی، نقشه‌برداری، ناوبری هوایی، کشاورزی دقیق و مدیریت بحران کاربرد گسترده‌ای یافته است (هافمن- ولنهوف، ۲۰۰۱). امواج GNSS هنگام عبور از جوّ زمین، به ویژه در لایه‌های وردسپهر (Troposphere) و یون‌سپهر (Ionosphere)، دچار شکست می‌شوند و به جای طی کردن

استناد: افشاری هرزویلی، آیدا و عامریان یزدان (۱۴۰۴). ارزیابی روش‌های درون‌یابی تأخیر وردسپهری حاصل از مشاهدات ایستگاه‌های پراکنده سامانه تعیین موقعیت جهانی. مجله فیزیک زمین و فضا، (۵۱)، ۳۷۷-۳۹۲.

رایانامه: <http://doi.org/10.22059/jesphys.2025.385101.1007641>



ناشر: مؤسسه انتشارات دانشگاه تهران.

DOI: <http://doi.org/10.22059/jesphys.2025.385101.1007641>

ساستاموینن (Saastamoinen) استفاده شده است. این مدل با بهره‌گیری از کمیت‌های هواشناسی مانند فشار و ارتفاع ایستگاه، تأخیر خشک را به صورت دقیق برآورد می‌کند:

$$(1) \quad ZHD = \frac{0.002277P_S}{(1-0.0026\cos^2\varphi-0.00000028H_S)}$$

که در آن  $P_S$  فشار هوا در سطح زمین بر حسب هکتوپاسکال،  $\varphi$  عرض جغرافیابی ایستگاه و  $H_S$  ارتفاع ایستگاه بر حسب متر از سطح دریا است (ساستاموینن، ۱۹۷۲).

تأخیر کل تروپسفری شامل دو مؤلفه ZWD و ZHD است. معادله ZTD به صورت زیر تعریف می‌شود (عبداله، ۲۰۱۶):

$$(2) \quad ZHD - ZTD = ZWD$$

بعد از محاسبه ZHD و ZTD، تأخیر تروپسفری از طریق تفاضل ZHD و ZTD به دست می‌آید. ZWD به دلیل تأثیرات بخار آب در جو تغییرپذیر است و به صورت مستقیم بر برآورد دقیق کمیت PWV اثر می‌گذارد. بخار آب قابل بارش به کل بخار آب موجود در ستونی از جو با سطح مقطعی به مساحت یک مترمربع گفته می‌شود که از سطح زمین تا بالاترین نقطه‌ای که بارش می‌تواند رخ دهد، امتداد دارد (کارلسون، ۱۹۹۳). برای محاسبه PWV از رابطه زیر استفاده شده است:

$$(3) \quad ZWD = ZTD - ZHD$$

که در آن  $\Pi$  ضربی وابسته به شرایط جوی و عرض جغرافیابی است. این ضربی برای هر منطقه متفاوت است و بسته به دما و فشار هوا تغییر می‌کند (اگووا، ۲۰۱۵):

$$(4) \quad \Pi = \frac{10^6}{\rho_w \times R \times \left(\frac{k_3}{T_m} + k_2\right)}$$

در این رابطه مقادیر  $R = 0.4613 J.g^{-1}.K^{-1}$ ،  $k_2 = (3.739 \pm 0.12) \times 22.1 \pm 2.2 K.hpa^{-1}$  و  $k_3 = 10^5 K^2.hpa^{-1}$  می‌باشند.  $\rho_w$  چگالی آب،  $T_m$  ثابت جهانی گاز،  $k_2$  و  $k_3$  ثابت‌های فیزیکی تجربی می‌باشند. از میان این کمیت‌ها، مهم‌ترین و تأثیرگذارترین مؤلفه، Weighted Mean میانگین وزنی دمای جو (Temperature) بر حسب کلوین است. این کمیت با

در مسیر سیگنال‌های GNSS به وجود می‌آید و به دو مؤلفه اصلی تقسیم می‌شود: تأخیر آب ایستایی ZHD (Zenith) و تأخیر تروپسفری (Hydrostatic Delay) ZWD. این اصطلاحات به طور خاص در مدل‌سازی و تصحیح سیگنال‌های GNSS مورد استفاده قرار می‌گیرند. چالش اصلی در مدل‌سازی تأخیر تروپسفری، پراکندگی و تراکم کم ایستگاه‌های GPS است. این پراکندگی باعث می‌شود که در بسیاری از مناطق داده‌های کافی برای تصحیح تأخیر وجود نداشته باشد. استفاده از روش‌های درون‌یابی برای برآورد این کمیت‌ها در مناطقی با ایستگاه‌های پراکنده ضروری است و این روش‌ها می‌توانند به دقت بیشتری در برآورد تأخیر تروپسفری کمک کنند (لو و الموافی، ۲۰۱۱).

ساختار مقاله حاضر به شرح زیر است: در بخش دوم، به معنی جزئیات مربوط به جمع‌آوری داده‌ها و روش‌های مورد استفاده برای درون‌یابی داده‌ها پرداخته می‌شود. بخش سوم به جزئیات ارزیابی نتایج اختصاص دارد. در نهایت، جمع‌بندی یافته‌ها و نتیجه‌گیری کلی از تحقیق در بخش چهارم ارائه شده است.

## ۲. روش پژوهش

در این بخش به بررسی و توضیح روش‌های مختلف درون‌یابی که برای ارزیابی تأخیر تروپسفری با استفاده از Dاده‌های پراکنده ایستگاه‌های GPS و محاسبه مقدار PWV استفاده شده است، پرداخته می‌شود. از آنجاکه تأخیر تروپسفری به شدت به شرایط جوی و موقعیت مکانی وابسته است، استفاده از روش‌های پیشرفته درون‌یابی برای مدل‌سازی دقیق این تأخیر ضروری است. ابتدا مدل‌سازی و تصحیح تأخیر تروپسفری و همچنین برآورد PWV بررسی می‌شود و سپس جزئیات مربوط به روش‌های درون‌یابی ارائه خواهد شد.

### ۲-۱. مدل‌سازی و تصحیح تأخیر تروپسفری

ZHD به دلیل ثبات نسبی، حدود ۹۰ درصد از کل تأخیر تروپسفری را شامل می‌شود. برای محاسبه ZHD از مدل

آمریکا مورد استفاده قرار گرفتند. این منطقه به دلیل تنوع جغرافیایی و اقلیمی شامل مناطق ساحلی، کوهستانی و دشت‌ها انتخاب شد. این ویژگی‌ها امکان بررسی عملکرد مدل‌های درون‌یابی در شرایط مختلف فضایی و زمانی را فراهم می‌کند و چالشی مناسب برای ارزیابی دقت روش‌های مورد استفاده در پژوهش ایجاد می‌کند.

داده‌ها دو بازه زمانی ۲۴ تا ۳۰ ژوئیه ۲۰۲۱ (تابستان) و ۲۴ تا ۳۰ ژانویه ۲۰۲۲ (زمستان) جمع آوری شدند. این دو بازه زمانی به دلیل تفاوت‌های فصلی در مقادیر PWV و تأثیر تغییرات دما و رطوبت بر تأخیر تروپوسفری انتخاب شدند. در تابستان، دماهای بالاتر و رطوبت کمتر شرایطی متفاوت نسبت به زمستان با دماهای پایین‌تر و رطوبت بیشتر ایجاد می‌کند. این شرایط به تحلیل عملکرد مدل‌ها در پیش‌بینی PWV در بازه‌های زمانی و فضایی متنوع کمک می‌کند. از ۲۵ ایستگاه موجود، ۲۰ ایستگاه به عنوان ایستگاه‌های مرجع شبکه UNAVCO برای برآورد PWV استفاده شد و ۵ ایستگاه دیگر به عنوان ایستگاه‌های کنترل برای بررسی و مقایسه نتایج روش‌های درون‌یابی انتخاب شدند. جزئیات این ایستگاه‌ها در جدول ۱ ارائه شده است و موقعیت جغرافیایی بهمراه توزیع ارتفاعی دقیق منطقه لس آنجلس در شکل ۱ نشان داده شده است.

استفاده از روش‌های مختلفی قابل محاسبه است، که در این مطالعه از رابطه ارائه شده توسط بیویس برای محاسبه میانگین وزنی دما استفاده شده است (بیویس و همکاران، ۱۹۹۲):

$$T_m = 85.63 + 0.668T_S \quad (5)$$

$T_S$  دمای سطح (Surface Temperature) بر حسب کلوین در مکان ایستگاه است و در مطالعه حاضر، از متغیر دمای ۲ متری (2m Temperature) موجود در داده‌های باز تحلیل شده ERA-5 برای آن استفاده شده است.

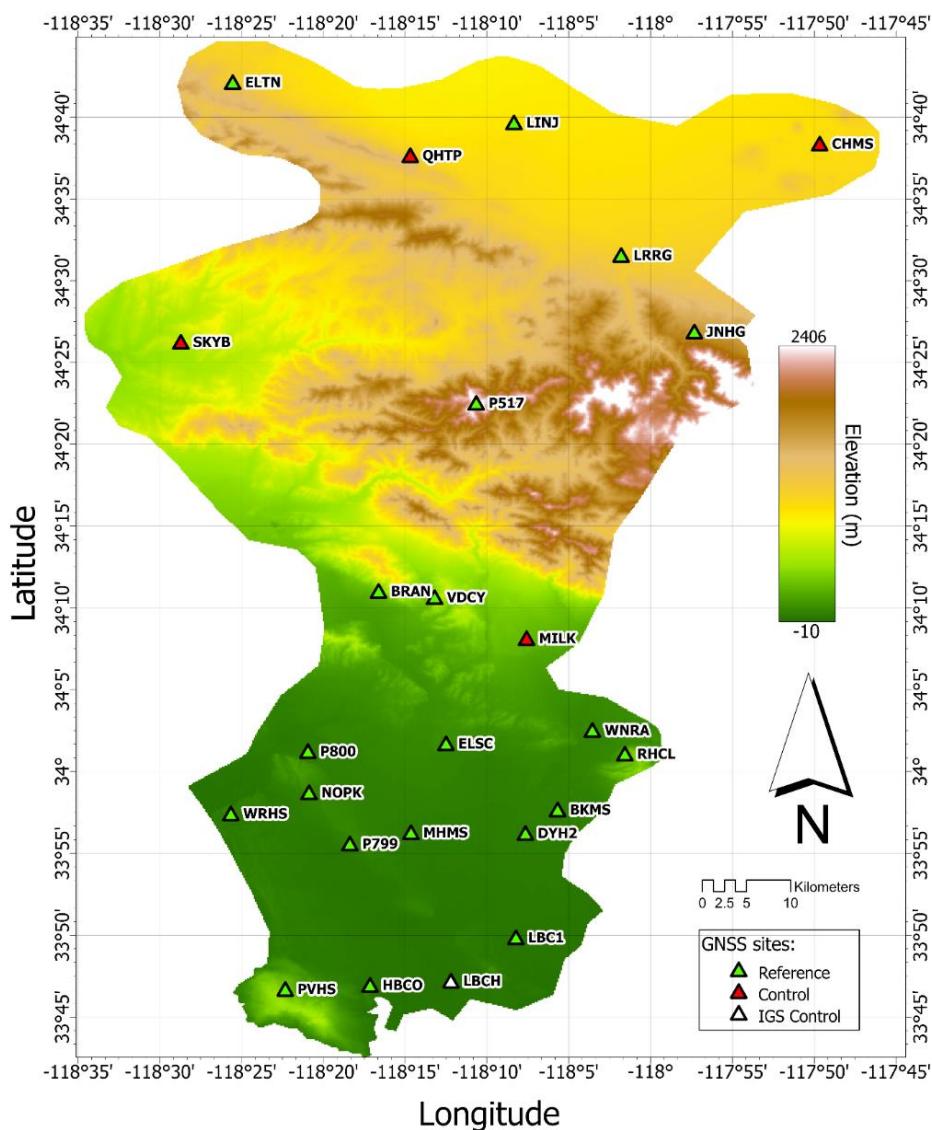
در این مطالعه، پارامترهای هواشناسی دمای سطحی و فشار سطحی به عنوان عوامل کلیدی در محاسبه PWV مورد استفاده قرار گرفته‌اند. دمای سطحی از طریق رابطه بیویس برای محاسبه  $T_m$  به کار رفته و به طور مستقیم بر مقدار  $\Pi$  تأثیر می‌گذارد. فشار سطحی نیز برای محاسبه ZHD به کار گرفته شده است، که یکی از اجزای اصلی در تعیین ZTD و در نتیجه PWV است.

## ۲-۲. جمع آوری داده‌ها

در این مطالعه، داده‌های GPS از ۲۵ ایستگاه پراکنده در محدوده جغرافیایی ۳۳°/۷۵ تا ۳۴°/۷۵ درجه شمالی و ۱۱۷°/۵ تا ۱۱۸°/۵ درجه غربی در منطقه لس آنجلس ایالات متحده

جدول ۱. جزئیات ایستگاه‌های کنترل.

نام ایستگاه	طول جغرافیایی (°)	عرض جغرافیایی (°)	ارتفاع ارتمتریک (m)
CHMS	-۱۱۸/۸۲۷۷	۳۴/۶۴۰۵	۷۶۰/۳
LBCH	-۱۱۸/۲۰۳۳	۳۳/۷۸۷۸	-۲۷/۶
MILK	-۱۱۸/۱۲۶۳	۳۴/۱۳۶۸	۲۴۷/۹
QHTP	-۱۱۸/۲۴۴۸	۳۴/۶۲۸۷	۸۶۳
SKYB	-۱۱۸/۴۷۸۶	۳۴/۴۳۸۶	۵۲۰/۲



شکل ۱. نقشه توزیع ارتفاعی منطقه لس‌آنجلس همراه با موقعیت ایستگاه‌های مرجع و کنترل GNSS.

PWV و ZTD شدند. این داده‌ها در محاسبات مربوط به مورد استفاده قرار گرفتند. آدرس پایگاه داده به شرح زیر است:

<https://cds.climate.copernicus.eu/>

**۲-۳-۲. پیش‌پردازش داده‌ها**  
- پردازش تأخیر تروپسفری: داده‌های GPS با استفاده از نرم‌افزار برنیز (Bernese) پردازش و ZTD استخراج شدند. برای محاسبه ZHD، از مدل ساستاموینن استفاده شد و مقادیر ZHD از ZTD تفاضل گرفته شد تا ZWD به دست آید. این مقادیر در محاسبات مرتبط با PWV به کار گرفته شدند.

## ۲-۳. منابع و پردازش داده‌ها

### ۲-۳-۱. منابع داده‌ها

- شبکه UNAVCO: داده‌های GPS شامل مختصات جغرافیایی (عرض، طول و ارتفاع)، ZTD، DTD و اطلاعات زمانی از پایگاه داده شبکه UNAVCO استخراج شدند. این پایگاه داده یکی از معتبرترین منابع برای دسترسی به داده‌های GNSS است. آدرس پایگاه داده به شرح زیر است:

<https://www.unavco.org/data/gps-gnss/data-access-methods/data-access-methods.html>

- پایگاه داده ERA-5: داده‌های جوی شامل مقادیر دما و فشار سطحی از پایگاه داده باز تحلیل ERA-5 دریافت

فضایی تعیین می‌شود،  $n$  تعداد نقاط نمونه‌برداری شده است.

در این روش، ابتدا نیم‌پراش‌نما (Semivariogram) محاسبه می‌شود تا ساختار فضایی داده‌ها تحلیل و مدل پراش‌نگار (Variogram) مناسب برای آن تعیین شود. در این پژوهش، از مدل کروی (Spherical) به عنوان مدل پراش‌نگار استفاده شد که برای داده‌های با همبستگی قوی تا یک فاصله مشخص مناسب است (بلنچ، ۲۰۰۴؛ وبستر و الیور، ۲۰۰۷).

پارامترهای مدل پراش‌نگار کروی به صورت خودکار بر اساس توزیع فضایی داده‌ها تعیین شدن تا دقیق‌تر باشد برآورد فراهم شود. در این مطالعه، روش عیارسنجی Ordinary Kriging Three (Dimensional: OK 3D) به کار گرفته شد که از کمیت‌های عرض جغرافیایی، طول جغرافیایی و ارتفاع به عنوان ورودی مدل استفاده می‌کند. این کمیت‌ها امکان ایجاد پراش‌نگار فضایی دقیق و برآورد مقدار PWV در نقاطی که داده‌های مشاهده‌ای موجود نیست را فراهم می‌کنند (کباردلا و همکاران، ۱۹۹۴).

ماشین بردار پشتیبان: روش SVM یکی از روش‌های پرکاربرد در یادگیری ماشین (Machine Learning: ML) است که به دلیل قابلیت مدل‌سازی روابط غیرخطی و پیچیده، در این مطالعه به کار گرفته شد. این روش با استفاده از ترفندهای Kernel Trick، داده‌ها را به فضای ویژگی با ابعاد بالاتر نگاشت می‌کند و یک ابرصفحه (Hyperplane) بهینه را برای جداسازی یا پیش‌بینی مقادیر تعیین می‌کند (کورتز و واپنیک، ۱۹۹۵؛ کریستینی و شاو-تیلور، ۲۰۰۱).

در این مطالعه از نسخه وایازش این روش، یعنی SVR (Support Vector Regression) برای پیش‌بینی مقادیر پیوسته PWV استفاده شد. رابطه SVR به صورت زیر است:

$$\min \frac{1}{2} \|w\|^2 \text{ subject to } \begin{cases} y_i - (wx_i + b) \leq \varepsilon \\ (wx_i + b) - y_i \leq \varepsilon \end{cases} \quad (7)$$

- داده‌های جوی: مقادیر دما و فشار سطحی از داده‌های ERA-5 دریافت شدند و بر اساس رابطه ضربه  $PWV = \frac{\Delta T}{\Delta P}$  به صورت دقیق محاسبه شد. این اطلاعات امکان تحلیل تأثیرات دما و فشار بر تغییرات PWV را فراهم کردند.

### ۳-۳-۲. پس‌پردازش داده‌ها

- نرمال‌سازی داده‌ها: برای اطمینان از مقایسه دقیق و درست داده‌ها، تمامی داده‌های ورودی مدل‌های یادگیری ماشین با استفاده از روش Min-Max نرمال‌سازی شدند. این روش داده‌ها را به یک باز استاندارد ( $0 \text{ تا } 1$ ) تبدیل کرد تا از اختلاف در مقیاس و دامنه داده‌ها جلوگیری شود. نرمال‌سازی باعث شد متغیرها برای تحلیل‌های آماری و یادگیری ماشین قابل مقایسه شوند و عملکرد مدل‌ها بهبود یابد.

- ذخیره‌سازی نتایج: خروجی مدل‌ها و پیش‌بینی‌های انجام‌شده در قالب فایل‌های Excel ذخیره شدن تا امکان تحلیل دقیق و مقایسه نتایج فراهم شود. این فایل‌ها به صورت ساختاریافته برای ارزیابی عملکرد مدل‌های درون‌یابی و تحلیل آماری آماده شدند.

### ۴-۲. روش‌های اجرای درون‌یابی

در این مطالعه، پنج روش مختلف برای درون‌یابی PWV مورد ارزیابی قرار گرفت:

عيارسنجی: عیارسنجی یکی از پیشرفته‌ترین و پرکاربردترین روش‌های درون‌یابی فضایی است که برای برآورد مقادیر یک متغیر در نقاطی که فاقد داده استفاده می‌شود. این روش بر اساس همبستگی فضایی میان نقاط نمونه‌برداری شده عمل می‌کند (رحمان، ۲۰۱۸). در عیارسنجی، مقدار متغیر در نقطه‌ای ناشناخته ( $Z(x)$ ) به عنوان ترکیبی خطی از مقادیر شناخته شده ( $Z(x_i)$ ) در نقاط نمونه‌برداری شده ( $x_i$ ) محاسبه می‌شود (رحمان، ۲۰۱۸):

$$Z(x) = \sum_{i=1}^n w_i Z(x_i) \quad (6)$$

که در آن؛  $Z(x_i)$  مقدار اندازه‌گیری شده در نقطه  $i$ ،  $w_i$  وزن عیارسنجی است که بر اساس فاصله و همبستگی

در درون‌یابی مکانی است که با استفاده از هندسه محاسباتی، بهویژه مثلث‌سازی دلونی (Delaunay)، سلول‌های ورونوی (Voronoi Cells) و سلول‌های تریانگولی (Triangulation) مقادیر PWV را در نقاط فاقد داده برآورد می‌کند (آرونهامر، ۱۹۹۱؛ سوکومار و همکاران، ۱۹۹۸). این روش نیازی به تنظیم فراکمیت‌ها (Hyperparameters) ندارد و به طور مستقیم با استفاده از هندسه محاسباتی و مثلث‌بندی دلونی، پیش‌بینی‌ها را انجام می‌دهد.

در این روش، وزن هر نقطه بر اساس مساحت اشتراکی سلول ورونوی همسایگان نزدیک تعیین می‌شود (سامبریج و همکاران، ۱۹۹۵). این ویژگی باعث می‌شود که پیوستگی مکانی داده‌ها حفظ شود و نقشه‌های درون‌یابی شده بدون ناپیوستگی‌های غیرطبیعی باشند (سوتاهاران، ۲۰۱۶). شبکه عصبی مصنوعی: روش ANN از نوع پرسپترون Multilayer Perceptron Neural Network: چندلایه (MLPNN) در این مطالعه مورد استفاده قرار گرفت. این مدل شامل دو لایه پنهان با تعداد عصب (Neuron)‌های بهینه (۱۲ و ۶ عصب) بود که با استفاده از روش آزمون و خطا تعیین شدند (رهبر، ۲۰۱۶). مدل ANN با استفاده از راهکار پس انتشار خطا (Error Back Propagation Algorithm) و داده‌های نرم‌الشده آموزش داده شد و توانست الگوهای غیرخطی موجود در داده‌ها را یاد بگیرد (ژانگ و همکاران، ۲۰۲۲).

راهکار گرادیان تصادفی (Stochastic Gradient Descent: SGD) (با نرخ یادگیری ۰.۰۱ برای آموزشی به کار گرفته شد. داده‌ها قبل از هر دوره (Epoch) به صورت تصادفی مرتب شدند و به دو مجموعه آموزشی (۸۰٪/۲۰٪) و اعتبارسنجی (۲۰٪) تقسیم شدند. این فرایند به بهینه‌سازی مدل و جلوگیری از پیش‌بازش (Overfitting) کمک می‌کند.

نتایج حاصل از روش‌های مختلف درون‌یابی و مقایسه دقیقت آنها در برآورد تأخیر تروپسفری و PWV در ایستگاه‌های کنترل در ۲ روز خاص مربوط به ۲۴ ژوئیه ۲۰۲۱ و ۲۸ ژوئیه ۲۰۲۲ که به عنوان نماینده شرایط فعلی متغیر است در نظر گرفته شده‌اند، در بخش بعد مورد تحلیل قرار می‌گیرد.

هسته تابع پایه شعاعی RBF Kernel (Radial Basis Function Kernel) به دلیل توانایی در مدل‌سازی روابط غیرخطی میان داده‌ها انتخاب شد (سو و همکاران، ۲۰۰۳؛ اسکولکوپف و اسمولا، ۲۰۱۸).

مقادیر پیش‌فرض برای پارامترهای کنترل نرم‌ش (C) و پهنه‌ای باند کرنل (γ) در کتابخانه scikit-learn به کار گرفته شد. این مدل با استفاده از داده‌های نرم‌الشده آموزش داده شد و به پیش‌بینی مقادیر PWV در ایستگاه‌های کنترل پرداخت.

به منظور حفظ شرایط یکسان میان روش‌ها و جلوگیری از سوگیری ناشی از تنظیمات متفاوت، پارامترهای پیش‌فرض مورد استفاده قرار گرفتند؛ همچنین ایستگاه‌های هدف از فرایند داده‌های آموزشی حذف شدند تا احتمال بیش‌برازش کاهش یابد. شایان ذکر است که استفاده از مقادیر پیش‌فرض در مطالعات اولیه مقایسه‌ای روش‌ها، رویکردی رایج است، بهویژه زمانی که هدف، ارزیابی قابلیت نسبی مدل‌ها در شرایط یکسان و بدون اعمال تنظیمات پیچیده باشد.

جنگل تصادفی: روش RF یکی از روش‌های قدرتمند یادگیری ماشین است که با ترکیب چندین درخت تصمیم (Decision Tree) و استفاده از نمونه‌برداری تصادفی، به پیش‌بینی دقیق و مقاوم در برابر نویه (Noise) می‌پردازد (بریمن، ۲۰۰۱؛ کاتلر و همکاران، ۲۰۰۷؛ جیمز، ۲۰۱۳). در این مطالعه، جنگل تصادفی با ۵۰۰ درخت تصمیم گیری ( $n_{estimators} = 500$ ) برای برآورد مقادیر PWV مورد استفاده قرار گرفت. تعداد ۵۰۰ درخت انتخاب شد تا تعادل مناسبی بین دقت و سرعت پردازش فراهم شود.

حداکثر عمق (max-depth) بدون محدودیت تنظیم شد تا مدل بتواند پیچیدگی‌های داده‌ها را یاد بگیرد و روابط پیچیده میان متغیرهای ورودی، شامل ارتفاع، عرض و طول جغرافیایی، و مقادیر PWV را شناسایی کند. این روش توانایی بالایی در یادگیری الگوهای غیرخطی دارد و در بسیاری از موارد نتایج دقیقی ارائه می‌دهد (لیاو و وینر، ۲۰۰۲).

همسایگی طبیعی: روش NN یکی از روش‌های پرکاربرد

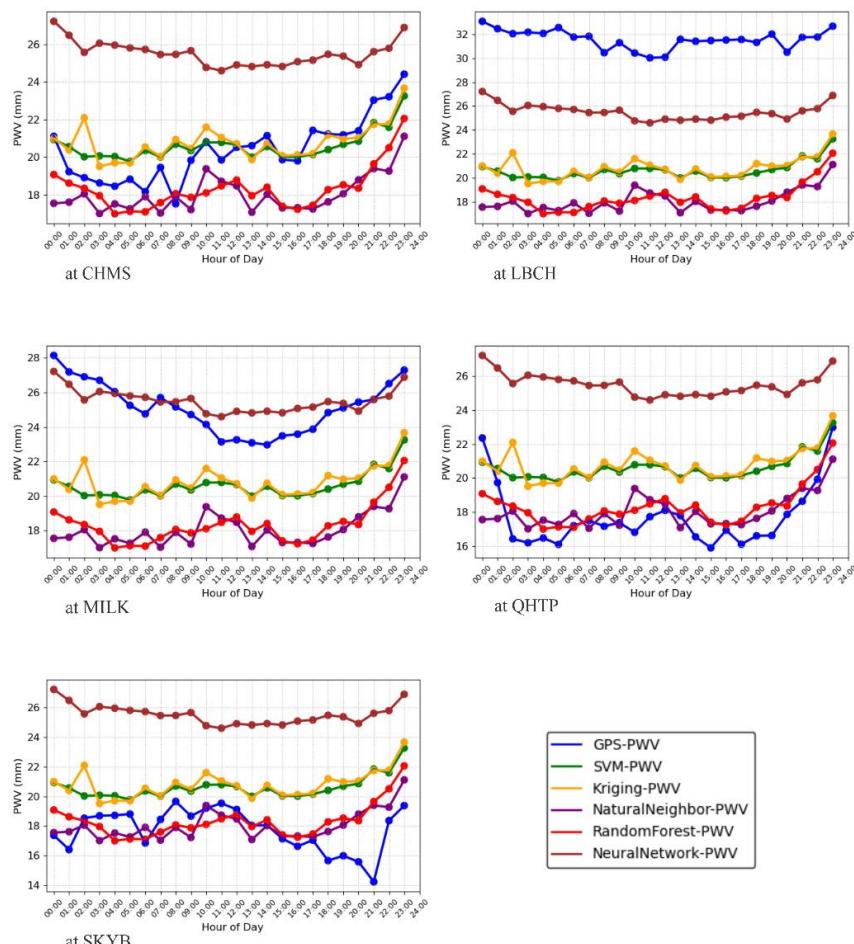
که تغییرات سریع دما و رطوبت موجب نوسانات بیشتر در مقادیر PWV شده و دقت پیش‌بینی مدل‌ها را کاهش داده است. در این بازه، بهویژه در ساعات اوچ تابش خورشید، خطای مدل‌ها افزایش چشمگیری داشته است. در مقابل، شکل ۳ عملکرد مدل‌ها در زمستان را نشان می‌دهد، که به دلیل پایداری بیشتر شرایط جوی، دقت بیشتری داشته و نوسانات خطأ کمتر بوده است.

مقایسه نتایج نشان می‌دهد که مدل SVM به طور کلی بهترین عملکرد را داشته است، بهویژه در شرایطی که نوسانات داده‌ها زیاد بوده است. با این حال، در زمستان که شرایط جوی پایدارتر بوده، مدل‌های RF و NN توانسته‌اند عملکردی قابل توجه ارائه دهند. این یافته‌ها نشان می‌دهند که شرایط فصلی و جوی تأثیر قابل توجهی بر دقت مدل‌های درون‌یابی دارند و باید در طراحی و بهینه‌سازی این روش‌ها در نظر گرفته شوند.

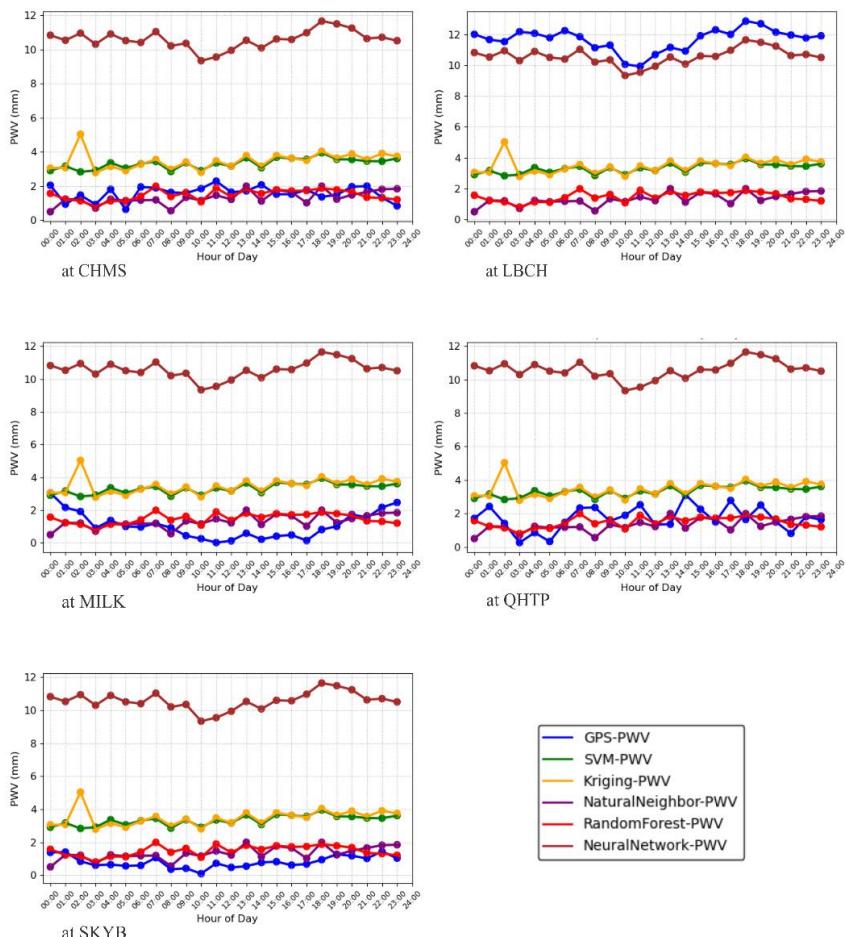
### ۳. نتایج و بحث

در این بخش، برای تحلیل عملکرد مدل‌های مختلف درون‌یابی PWV، در ۵ ایستگاه کنترل (CHMS, LBCH, MILK, QHTP, SKYB) دو تاریخ ۲۴ ژوئیه ۲۰۲۱ و ۲۸ ژانویه ۲۰۲۲ (زمستان) در نظر گرفته شدند. لازم به ذکر است که مدل‌های درون‌یابی برای هر یک از این دو روز به صورت جداگانه آموخته شده‌اند؛ به این ترتیب که برای هر تاریخ، داده‌های ایستگاه‌های GPS در همان روز به عنوان ورودی آموخته برای برآورد مقادیر PWV در ایستگاه‌های هدف مورد استفاده قرار گرفتند. موقعیت این ایستگاه‌ها در شکل ۱ نشان داده شده و مقادیر پیش‌بینی شده توسط مدل‌ها در مقایسه با مقادیر مشاهده شده، در نمودارهای شکل‌های ۲ و ۳ با تفکیک زمانی ۱ ساعت ارائه شده‌اند.

شکل ۲ نشان‌دهنده عملکرد مدل‌ها در تابستان است، جایی



شکل ۲. نتایج مربوط به روش‌های درون‌یابی برای ۵ ایستگاه کنترل با تفکیک زمانی ۱ ساعت در تاریخ ۲۴ ژوئیه ۲۰۲۱.



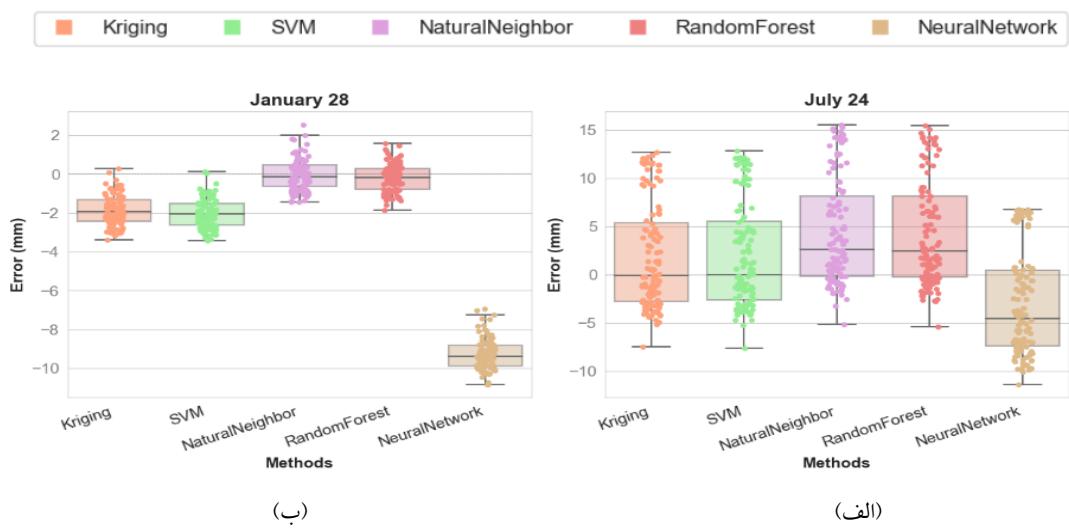
شکل ۳. نتایج مربوط به روش‌های درون‌یابی برای ۵ ایستگاه کنترل با تفکیک زمانی ۱ ساعت در تاریخ ۲۸ ژانویه ۲۰۲۲.

زمستان، ناشی از شرایط جوی ناپایدارتر و نوسانات بزرگتر در مقادیر PWV در تابستان است. در تابستان، تغییرات سریع دما و رطوبت، نوسانات بیشتری در مقادیر PWV ایجاد می‌کند که پیش‌بینی را دشوارتر می‌سازد. همچنین، بررسی نموذارهای جعبه‌ای نشان می‌دهد که مدل‌های RF و NN در زمستان عملکرد بهتری نسبت به SVM دارند. این موضوع به پایداری بیشتر شرایط جوی در زمستان و توانایی ذاتی RF و NN در کاهش نوفه و تطبیق با داده‌های با نوسانات کمتر مرتبط است.

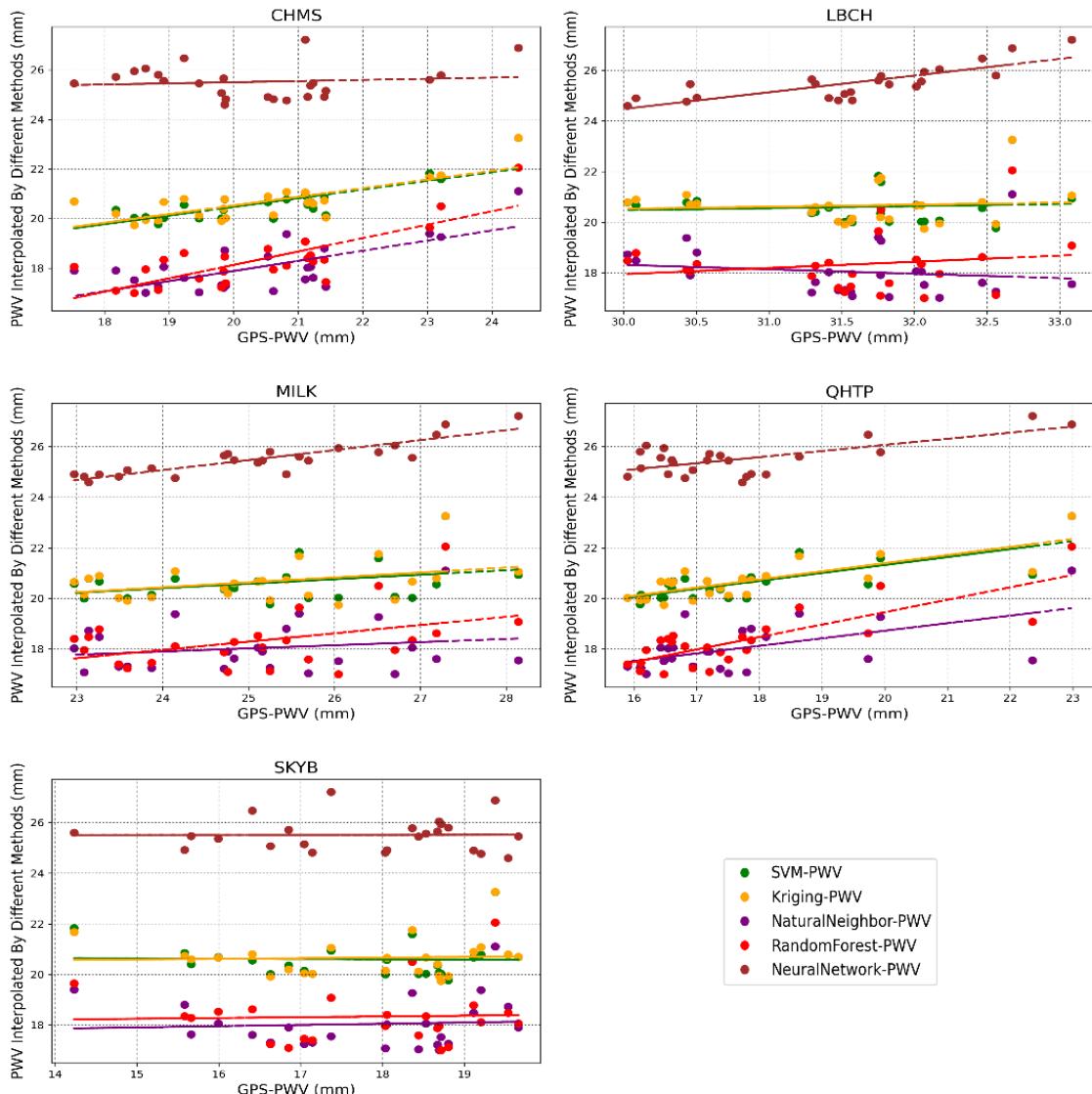
در مقابل، SVM به دلیل تنظیمات پیش‌فرض و حساسیت به نوسانات بزرگ‌تر، در تابستان دقت کمتری نشان داده است. این یافته‌ها نشان می‌دهند که انتخاب متغیرهای اختصاصی برای هر فصل یا تنظیم کمیت‌های مدل‌ها بر اساس شرایط فصلی می‌تواند در بهبود دقت مدل‌ها مؤثر باشد و تفاوت‌های فصلی در خطای پیش‌بینی را کاهش دهد.

### ۱-۳. مقایسه روش‌ها

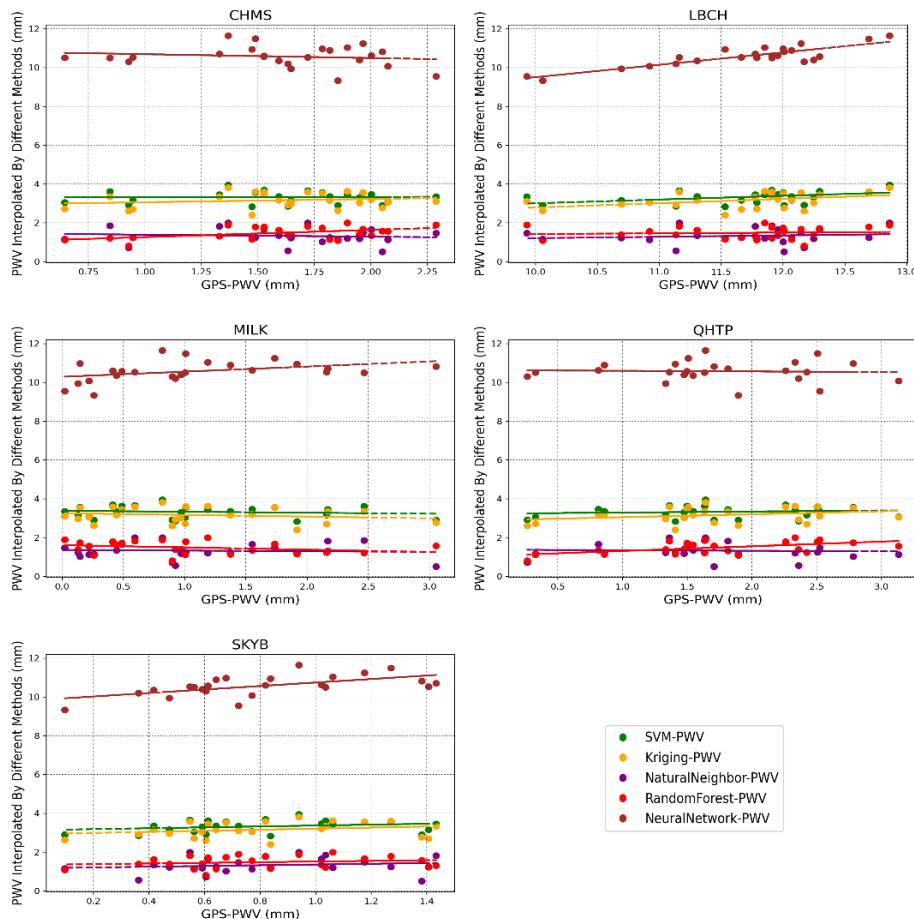
در نمودارهای جعبه‌ای مربوط به روزهای ۲۴ ژوئیه ۲۰۲۱ و ۲۸ ژانویه ۲۰۲۲ در شکل ۴، تفاوت عملکرد روش‌های مختلف درون‌یابی بررسی شده است. این نمودارها نشان می‌دهند که روش‌های عیارسنجی و SVM در هر دو بازه زمانی بهترین عملکرد را از نظر دقت برآورد داشته‌اند. خطاهای این مدل‌ها کوچک بوده و میانگین خطأ نزدیک به صفر است، که نشان‌دهنده دقت بالای این روش‌ها است. در نمودارهای پراکندگی برای دو روز ۲۴ ژوئیه ۲۰۲۱ و ۲۸ ژانویه ۲۰۲۲ در شکل‌های ۵ و ۶، رابطه بین مقادیر پیش‌بینی شده توسط هر مدل و مقادیر واقعی PWV بررسی شده است. مدل‌های عیارسنجی و SVM در هر دو روز پراکندگی کمتری را نشان می‌دهند، که به معنای تطابق بهتر بین مقادیر پیش‌بینی شده و مقادیر مرجع است. بزرگتر بودن خطای پیش‌بینی مدل‌ها در تابستان نسبت به



شکل ۴. نمودارهای جعبه‌ای تفاضل مقادیر مدل و مقادیر کنترل در روز ۲۴ ژوئیه ۲۰۲۱ (الف) و روز ۲۸ ژانویه ۲۰۲۲ (ب).



شکل ۵. نمودار پراکندگی روش‌های مختلف درون‌بایی مربوط به ۵ ایستگاه کنترل در تاریخ ۲۴ ژوئیه ۲۰۲۱.



شکل ۶. نمودار پراکندگی روش‌های مختلف درون‌یابی مربوط به ۵ ایستگاه کنترل در تاریخ ۲۸ ژانویه ۲۰۲۲.

روزهای ۲۴ تا ۳۰ ژوئیه ۲۰۲۱ به ترتیب از دقت بالا به پایین قرار دارند. در حالی که در روزهای ۲۴ تا ۳۰ ژانویه ۲۰۲۲ همچنان این ترتیب کمی تغییر می‌کند؛ روش SVM دقیق‌ترین روش است، اما سایر روش‌ها به ترتیب دقت از بالا به پایین به صورت RF، عیارسنگی، ANN و NN قرار می‌گیرند.

جدول‌های ۲ و ۳، نشان‌دهنده مقایسه آماری شاخص ریشه میانگین مربع خطاهای RMSE (Root Mean Square Error) با توجه به نتایج به دست آمده در تاریخ‌های ۲۴ تا ۳۰ ژوئیه ۲۰۲۱ و ۲۴ تا ۳۰ ژانویه ۲۰۲۲ برای روش‌های مختلف درون‌یابی در هر ایستگاه کنترل می‌باشد. روش‌های SVM، RF، کریجینگ، NN و ANN در

جدول ۲. مقایسه آماری شاخص RMSE با توجه به نتایج به دست آمده در تاریخ ۲۴ تا ۳۰ ژوئیه ۲۰۲۱.

ایستگاه	روش	SKYB RMSE(mm)	QHTP RMSE(mm)	MILK RMSE(mm)	LBCH RMSE(mm)	CHMS RMSE(mm)
	کریجینگ	۲	۲/۱	۱/۷	۲	۲/۳
	ماشین بردار پشتیبان	۱/۹	۱	۱/۱	۱/۲	۲/۲
	جنگل تصادفی	۲	۲	۲/۳	۲/۷	۱/۴
	همسايگي طبيعی	۲/۳	۲/۲	۲/۱	۲/۴	۲
	شبکه عصبی مصنوعی	۲/۷	۳/۷	۱/۶	۲	۴/۱

جدول ۳. مقایسه آماری شاخص RMSE با توجه به نتایج به دست آمده در تاریخ ۲۴ تا ۳۰ ژانویه ۲۰۲۲.

روش	ایستگاه	CHMS RMSE(mm)	LBCH RMSE(mm)	MILK RMSE(mm)	QHTP RMSE(mm)	SKYB RMSE(mm)
کریجینگ		۰/۷	۰/۹	۱	۰/۸	۰/۸
ماشین بردار پشتیبان		۰/۶	۰/۷	۰/۷	۰/۷	۰/۷
جنگل تصادفی		۰/۵	۰/۹	۰/۹	۰/۷	۰/۷
همسايگي طبیعی		۰/۷	۱	۱/۱	۰/۸	۰/۹
شبکه عصبی مصنوعی		۱/۱	۰/۸	۰/۹	۱/۱	۰/۹

ژانویه ۲۰۲۲ این ترتیب کمی تغییر می‌کند؛ روش SVM همچنان دقیق‌ترین روش است، اما سایر روش‌ها به ترتیب دقت از بالا به پایین به صورت RF، عیارسنگی، ANN و NN قرار می‌گیرند. این نتایج نشان‌دهنده تغییرات مقادیر PWV در روزها و ساعت‌ها مختلط شبانه‌روز است. نکته مهم این است که در اکثر موارد، روش SVM عملکرد بهتری داشته و دقت بیشتری را نشان می‌دهد.

جدول‌های ۴ و ۵، نشان‌دهنده مقایسه آماری ریشه نسبی میانگین مربع خطاهای RRMSE (Relative Root Mean Square Error) با توجه به نتایج به دست آمده در تاریخ‌های ۲۴ تا ۳۰ ژوئیه ۲۰۲۱ و ۲۴ تا ۳۰ ژانویه ۲۰۲۲ برای روش‌های مختلف درون‌یابی در هر ایستگاه کنترل می‌باشد. روش‌های RF، SVM، عیارسنگی، ANN در روزهای ۲۴ تا ۳۰ ژوئیه ۲۰۲۱ به ترتیب دقت از بالا به پایین قرار دارند. در حالی که در روزهای ۲۴ تا ۳۰ ژانویه ۲۰۲۲ در حالی که در روزهای ۲۴ تا ۳۰ ژوئیه ۲۰۲۱

جدول ۴. مقایسه آماری شاخص RRMSE با توجه به نتایج به دست آمده در تاریخ ۲۴ تا ۳۰ ژوئیه ۲۰۲۱.

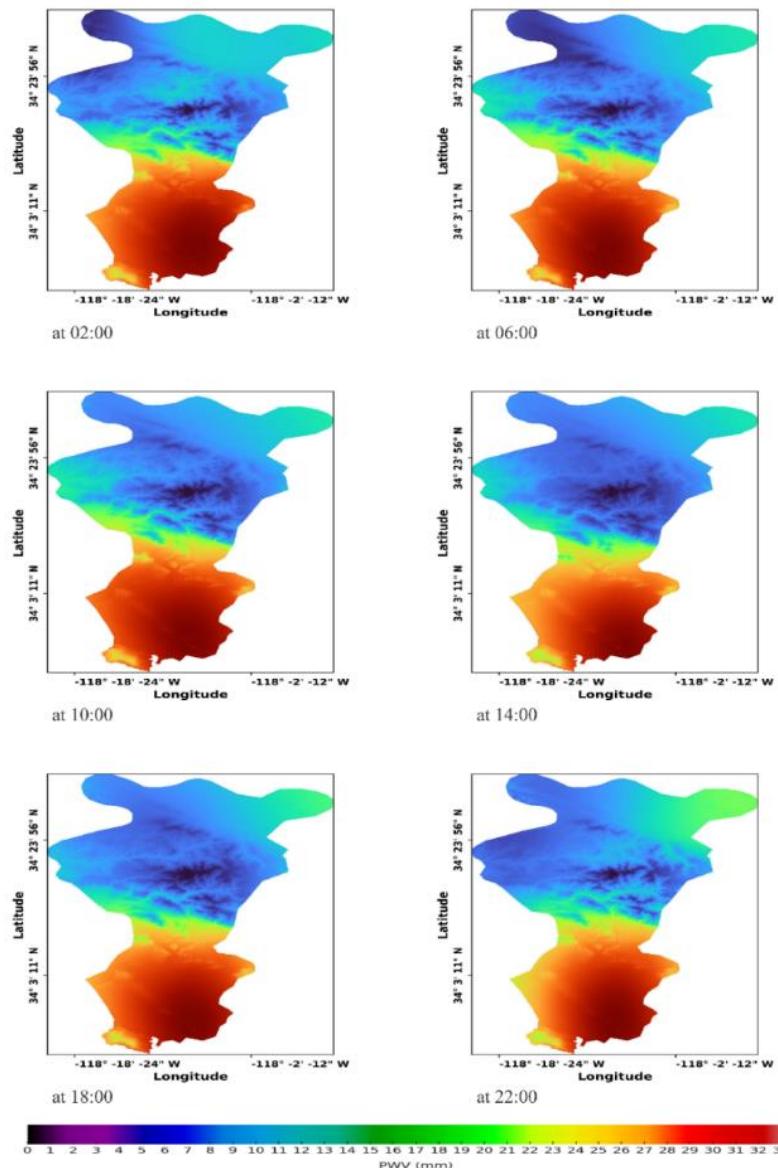
روش	ایستگاه	CHMS RRMSE(%)	LBCH RRMSE(%)	MILK RRMSE(%)	QHTP RRMSE(%)	SKYB RRMSE(%)
کریجینگ		۹/۵	۸	۷/۷	۸/۵	۸
ماشین بردار پشتیبان		۹/۲	۴/۳	۴/۸	۴/۵	۷/۹
جنگل تصادفی		۶/۲	۱۱/۶	۱۰	۸/۱	۸/۵
همسايگي طبیعی		۹/۵	۱۱/۳	۱۰	۱۰/۴	۱۰/۹
شبکه عصبی مصنوعی		۱۴/۵	۸	۷/۸	۱۲/۹	۹/۳

جدول ۵. مقایسه آماری شاخص RRMSE با توجه به نتایج به دست آمده در تاریخ ۲۴ تا ۳۰ ژانویه ۲۰۲۲.

روش	ایستگاه	CHMS RRMSE(%)	LBCH RRMSE(%)	MILK RRMSE(%)	QHTP RRMSE(%)	SKYB RRMSE(%)
کریجینگ		۱۳/۷	۱۸/۷	۲۰/۹	۱۷/۳	۱۶/۴
ماشین بردار پشتیبان		۱۲/۳	۴/۹	۷/۲	۹/۴	۱۵
جنگل تصادفی		۱۶/۴	۲۰/۶	۲۳/۴	۲۳/۱	۲۴
همسايگي طبیعی		۲۶/۷	۲۹/۸	۳۲	۳۲/۶	۳۳
شبکه عصبی مصنوعی		۸/۹	۱۷/۴	۱۰/۱	۱۵/۶	۸/۲

بهینه‌سازی محاسبات به تفکیک مکانی ۹۰ متر نمونه‌برداری شدند. مختصات جغرافیایی و ارتفاع مرکز هر نقطه شبکه به عنوان ورودی‌های اصلی مدل SVM استفاده شدند. مدل با استفاده از داده‌های مرجع آموزش داده شد و PWV را در ساعت‌های مختلف شباهنگ روز پیش‌بینی کرد. نقشه‌های نهایی با تفکیک مکانی ۹۰ متر برای دو تاریخ ۲۴ ژوئیه ۲۰۲۱ (تابستان) و ۲۸ ژانویه ۲۰۲۲ (زمستان) تهیه شدند.

**۲-۱-۳. تحلیل نقشه‌های متراکم از PWV**  
نقشه‌های PWV در شکل‌های ۷ و ۸ نشان می‌دهند که مقادیر PWV در طول روز و در بازه‌های زمانی متفاوت دچار تغییرات قابل توجهی می‌شوند.



شکل ۷. نقشه‌های توزیع مقدار بخار آب قابل بارش جو در ساعت‌های مختلف مختصات تاریخ ۲۴ ژوئیه ۲۰۲۱.

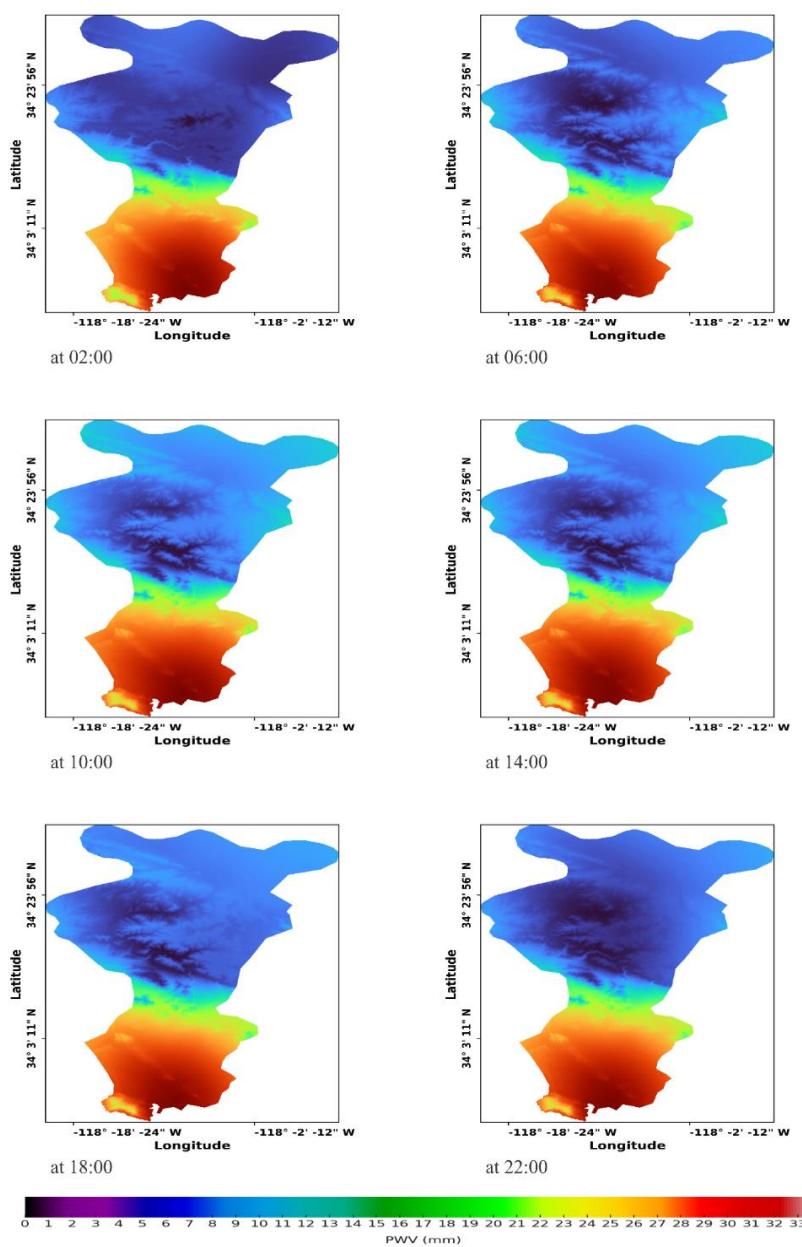
### ۱-۱-۳. تهیه نقشه‌های متراکم از PWV

با توجه به دقت قابل توجه روش SVM نسبت به سایر روش‌ها در قسمت قبل، در ادامه از این روش بهمنظور تحلیل دقیق توزیع فضایی PWV در منطقه لس‌آنجلس استفاده شد. نقشه‌های PWV برای دو تاریخ ۲۴ ژوئیه ۲۰۲۱ و ۲۸ ژانویه ۲۰۲۲ در بازه‌های زمانی ۴ ساعت تهیه شدند. این نقشه‌ها توزیع PWV را در سطح منطقه نشان می‌دهند و می‌توانند در تحلیل‌های جوی و پیش‌بینی‌های هواشناسی استفاده شوند. ابتدا داده‌های ارتفاعی با تفکیک مکانی ۳۰ متر از مدل ارتفاعی رقومی ناسا (National Aeronautics and Space Administration Digital Elevation Model) استخراج شد. سپس این داده‌ها برای

مشابهی با تابستان مشاهده شد؛ با این تفاوت که تغیرات PWV در زمستان محدودتر و بیشتر به مناطق ساحلی منحصر بود. در ساعت بعد از ظهر مقادیر PWV به اوج خود رسید، اما به دلیل سرمای هوا این افزایش نسبت به تابستان محدودتر بود. این شرایط نشان‌دهنده تأثیر مستقیم شرایط جوی تابستانی و زمستانی بر توزیع فضایی PWV در منطقه لس آنجلس است.

در تاریخ ۲۴ ژوئیه ۲۰۲۱ (تابستان)، مقادیر PWV در ساعت اولیه صبح در مناطق پایین‌تر و نزدیک به دریا به دلیل رطوبت بالا بیشتر بوده است. با پیشروی روز و افزایش دما، PWV نیز افزایش یافته و در ساعت بعد از ظهر بیشترین مقدار در مناطق ساحلی مشاهده شده است. در شب، PWV مجددًا کاهش یافته و توزیع به حالت اولیه باز می‌گردد.

در تاریخ ۲۸ ژانویه ۲۰۲۲ (زمستان)، الگوی



شکل ۸ نقشه‌های توزیع مقدار بخار آب قابل بارش جو در ساعت‌های مختلف تاریخ ۲۸ ژانویه ۲۰۲۲.

جوی تابستانی باعث افزایش نوسانات و پیچیدگی توزیع PWV می‌شود، در حالی که در زمستان توزیع یکنواخت‌تر و با نوسانات کمتری است. این تحلیل همچنین نقش مهم عوامل جوی مانند دما، فشار و رطوبت را در تغییرات PWV برجسته کرد.

همچنین، برای بهبود دقت پیش‌بینی مدل‌های درون‌یابی، پیشنهاد می‌شود از روش‌های تنظیم پارامتر RandomizedSearchCV و GridSearchCV برای تعیین بهینه‌ترین مقادیر پارامترها در مدل‌های یادگیری ماشین، بهویژه در روش‌های حساس مانند SVM و RF استفاده شود. این کار می‌تواند خطر پیش‌بازارش را کاهش داده و دقت پیش‌بینی را در شرایط مختلف جوی افزایش دهد.

علاوه‌بر این، ترکیب مدل‌های مختلف مانند ترکیب SVM با Kriging یا استفاده از رویکردهای Ensemble (Ensemble)، می‌تواند باعث افزایش پایداری و دقت نتایج شود. همچنین، تنظیم ساختار مدل‌ها و کمیت‌های آنها با توجه به ویژگی‌های فصلی و محلی داده‌ها، از جمله پراکندگی مکانی ایستگاه‌ها و شدت تغییرات PWV، می‌تواند به بهبود عملکرد مدل‌ها کمک کند.

استفاده از داده‌های بیشتر در بازه‌های زمانی مختلف و شرایط جوی متنوع نیز موجب افزایش تعمیم‌پذیری مدل‌ها خواهد شد. یافته‌های این پژوهش می‌توانند مبنای برای طراحی سیستم‌های هوشمند پیش‌بینی پارامترهای جوی و بهبود تحلیل‌های هواشناسی در مناطق مختلف با ویژگی‌های مشابه جغرافیایی و اقلیمی قرار گیرند.

## مراجع

- Abdallah, A. T. M. (2016). Bernese GNSS Software Handout University of Stuttgart, Germany.
- Aurenhammer, F. (1991). Voronoi diagrams—a survey of a fundamental geometric data structure. *ACM Computing Surveys (CSUR)*, 23, 345-405.
- Bevis, M., Businger, S., Herring, T. A., Rocken, C., Anthes, R. A., & Ware, R. H. (1992). GPS

## ۴. نتیجه‌گیری

این مطالعه با هدف ارزیابی روش‌های مختلف درون‌یابی بخار آب قابل‌بارش بر پایه داده‌های ایستگاه‌های پراکنده GPS در منطقه لس‌آنجلس انجام شد. تنوع جغرافیایی و اقلیمی این منطقه، شامل مناطق ساحلی، دشت‌ها و کوهستانی، شرایطی ایده‌آل برای بررسی عملکرد مدل‌ها در شرایط مختلف فضایی و فصلی فراهم کرد. علاوه‌بر این، دو بازه زمانی مشخص در تابستان (۲۰۲۱ ژوئیه ۲۴) و زمستان (۲۰۲۲ ژانویه ۲۸) انتخاب شدند تا تأثیر شرایط جوی و فصلی بر دقت مدل‌ها تحلیل شود.

نتایج نشان داد که روش ماشین بردار پشتیبان به دلیل قابلیت بالای خود در مدل‌سازی روابط غیرخطی و پیچیده، بهترین عملکرد را در برآورد PWV داشت. این روش توانست در هر دو بازه زمانی تابستان و زمستان، دقت بالایی را ارائه دهد، بهویژه در مناطق با کوهساری پیچیده. همچنین، نمودارهای جعبه‌ای و پراکندگی نشان دادند که مقادیر پیش‌بینی شده توسط SVM تطابق بالایی با مقادیر واقعی دارند و پراکندگی کمتری در داده‌ها مشاهده شد.

روش عیارستنجی به عنوان دومین روش دقیق شناسایی شد. این روش، هرچند به دلیل مدل‌سازی ساده‌تر، دقت کمتری نسبت به SVM داشت، اما در مناطقی با تراکم بالای ایستگاه‌ها عملکرد مناسبی ارائه داد. جنگل تصادفی و همسایگی طبیعی نیز در زمستان به دلیل شرایط جوی پایدارتر، نتایج بهتری نسبت به تابستان داشتند. روش شبکه عصبی مصنوعی به دلیل تنظیمات بهینه نشده و تعداد محدود لایه‌های پنهان، عملکرد ضعیف‌تری نسبت به SVM نشان داد. با این حال، بهینه‌سازی تنظیمات ANN می‌تواند به بهبود دقت آن منجر شود.

تحلیل نقشه‌های توزیع فضایی PWV نشان داد که شرایط

meteorology: Remote sensing of atmospheric water vapor using the global positioning system. *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*, 97, 15787-15801.

Blanch, J. (2004). Using Kriging to Bound Satellite Ranging Errors Due to the Ionosphere, Stanford University, California.

Breiman, L. (2001). Random forests. *Machine learning*, 45, 5-32.

- Cambardella, C. A., Moorman, T. B., Novak, J., Parkin, T. B., Karlen, D., Turco, R., and Konopka, A. E. (1994). Field-Scale Variability of Soil Properties in Central Iowa Soils. *Soil Sci Soc Am J.*, 58(5), 1501-1511.
- Carlson, T. (1993). Mid-Latitude Weather Systems. *Transactions of the Institute of British Geographers*, 18.
- Cortes, C., & Vapnik, V. (1995). Support-vector networks. *Machine learning*, 20, 273-297.
- Cristianini, N., & Shawe-Taylor, J. (2001). An introduction to support vector machines and other kernel-based learning methods. Repr. *Introduction to Support Vector Machines and other Kernel-Based Learning Methods* 22.
- Cutler, D. R., Edwards Jr, T. C., Beard, K. H., Cutler, A., Hess, K. T., Gibson, J., & Lawler, J. J. (2007). Random forests for classification in ecology. *Ecology*, 88, 2783-2792.
- Egova, E. S. (2015). Integrated water vapour comparison from GNSS and WRF model for Bulgaria in 2013., Sofia University Unpublished master's thesis. Bulgaria.
- Hofmann-Wellenhof, B., Lichtenegger, H., & Collins, J. (2001). Global Positioning System. Theory and practice.
- Hsu, C.-W., Chang, C.-C., & Lin, C.-J. (2003). A practical guide to support vector classification. Taipei, Taiwan.
- James, G. (2013). An Introduction to Statistical Learning. Springer.
- Kleijer, F. (2004). Troposphere Modeling and Filtering for Precise GPS Leveling.
- Liaw, A., & Wiener, M. (2002). Classification and regression by randomForest. *R news*, 2, 18-22.
- Lo, J., & El-Mowafy, A. (2011). Interpolation of the GNSS wet troposphere delay. In Surveying and Spatial Sciences Conference, 2011, 425-438. New Zealand Institute of Surveyors and the Surveying and Spatial Sciences.
- Rahbar, S. S. M. (2016). Comparison of different methods of determining the geodetic height correction level: A case study of Tehran city. *Iran Geophysics Journal*, 10, 40-52.
- Rahman, H. (2018). Evaluation of Synthetic CPT and Soil Boring Data by Various Spatial Interpolation Techniques.
- Saastamoinen, J. (1972). Contributions to the theory of atmospheric refraction. *Bulletin Géodésique (1946-1975)*, 105, 279-298.
- Sambridge, M., Braun, J., & McQueen, H. (1995). Geophysical parametrization and interpolation of irregular data using natural neighbours. *Geophysical Journal International*, 122, 837-857.
- Scholkopf, B., & Smola, A. J. (2018). Learning with kernels: support vector machines, regularization, optimization, and beyond, MIT press.
- Seeber, G. (2003). Satellite Geodesy: foundations, methods and application, 2nd Edition/Ed.
- Sukumar, N., Moran, B., & Belytschko, T. (1998). The natural element method in solid mechanics. *International journal for numerical methods in engineering*, 43, 839-887.
- Suthaharan, S. (2016). Support Vector Machine. In Machine Learning Models and Algorithms for Big Data Classification: Thinking with Examples for Effective Learning" (S. Suthaharan, ed.), 207-235. Springer US, Boston, MA.
- Wallace, J. M., & Hobbs, P. V. (2006). Preface to the Second Edition. In Atmospheric Science (Second Edition) (J. M. Wallace and P. V. Hobbs, eds.), pp. xi-xiii. Academic Press, San Diego.
- Webster, R., & Oliver, M. A. (2007). Geostatistics for environmental scientists, John Wiley & Sons.
- Zhang, R., Shen, Y., Tang, Z., Li, W., & Zhang, D. (2022). A review of numerical research on the pressure swing adsorption process. *Processes* 10, 812.