



Multiscale entropy analysis and long-range correlation of different sunspot cycles

Javaherian, M.

Research Institute for Astronomy and Astrophysics of Maragha (RIAAM), University of Maragheh, Maragheh, Iran.

Corresponding Author E-mail: javaherian@maragheh.ac.ir

(Received: 19 July 2025, Revised: 11 Nov 2025, Accepted: 30 Dec 2025, Published online: 30 May 2026)

Summary

The sunspot system represents a quintessential example of astrophysical complexity, where nonlinear interactions within the solar dynamo generate emergent patterns across multiple spatiotemporal scales. Our investigation of ten solar cycles (15-24) through the lens of multiscale entropy (MSE) analysis reveals profound insights into this complex system. We collected sunspot data (the number of daily sunspots and daily standard deviation of sunspot counting) from the Royal Observatory of Belgium's SILSO database, and decomposed the full time series into individual cycles. Then, we applied MSE approach to time series of individual cycles of sunspots. MSE analysis has two main steps: 1-coarse-graining the time series, and 2-calculating sample entropy for each coarse-grained series. The MSEs of cycles are computed up to scale factor $\tau=20$ and tolerance $r=0.15$ —parameters carefully chosen to capture how information complexity evolves under progressive coarse-graining procedure. This approach is particularly suited to non-stationary systems where traditional entropy measures fail, as it quantifies how structural regularity changes when observed at different temporal resolutions.

For studying the long-range correlated behavior of solar cycles, we employed rescaled range (R/S) analysis. It calculates the Hurst exponent (H), which characterizes the system's fractal geometry and persistence ($0.5 < H < 1$) or anti-persistence ($H < 0.5$). Using this approach, obtained Hurst exponents ranged in 0.81-0.86 across all different cycles, providing robust mathematical evidence of persistent long-range memory. This persistent behavior which is valid for Hurst exponents ranged in (0.5, 1) signifies fractal organization where correlations follow a power-law decay. Such scaling behavior implies that sunspot dynamics exhibit 1) statistical self-similarity across observational timescales, and 2) information encoding where subsystem behavior reflects global organization. These characteristics align precisely with self-organized criticality (SOC) – a universal mechanism where driven-dissipative systems spontaneously evolve toward critical states characterized by scale-invariant fluctuations. So, within this framework, it is revealed that the different cycles of solar activity have long-term memory in their time series. Since the sunspots have the magnetic origin, we can say that the solar magnetic field operates near a critical threshold, enabling energy release through avalanches of magnetic reconnection events.

Furthermore, it was discovered that neither mean daily sunspot number nor mean standard deviation of daily sunspot number have no meaningful relation with MSE-derived complexity. Quantifying complexity through the area under MSE curves revealed Cycle 20 as exhibiting peak complexity; while Cycle 24 showed minimal complexity. Using proposed methods, we found that among all cycles of solar activity with long-range correlated behaviors, Cycles 20 and 24 had the maximum and minimum long-range memory in their time series, respectively. The power-law exponential function as $f(\tau) = a\tau^b e^{c\tau}$ is fitted to ensemble-averaged entropy profiles. The exponential term induces an overall decreasing trend, yet its form creates a dynamic equilibrium between growth and decay up to scale factor $\tau=20$. This functional behavior captures an initial growth phase followed by saturation, potentially indicating system stability. Crucially, it highlights that while complexity evolves differently across scales in various systems, it is universally moderated by a limiting factor.

Keywords: Multiscale entropy, solar activity cycle, sunspots, long-range correlation.



تحلیل آنتروپی چندمقیاسه و همبستگی بلندبرد چرخه‌های مختلف لکه‌های خورشیدی

محسن جواهریان^۱ ✉

مرکز تحقیقات نجوم و اخترفیزیک مراغه (ریام)، دانشگاه مراغه، مراغه، ایران.

رایانامه نویسنده مسئول: javaherian@maragheh.ac.ir

(دریافت: ۱۴۰۴/۴/۲۸، بازنگری: ۱۴۰۴/۸/۲۰، پذیرش نهایی: ۱۴۰۴/۱۰/۹، انتشار آنلاین: ۱۴۰۵/۳/۹)

چکیده

تحولات و رفتار پویای خورشید به‌عنوان نزدیک‌ترین ستاره به زمین حائز اهمیت است. لکه (لک)‌های شیدسپهری به‌عنوان معیاری از فعالیت خورشید هستند که به مکان تجمع‌گاه‌های میدان‌های مغناطیسی خورشید نیز شناخته می‌شوند. داده‌های مورد استفاده از ابتدای چرخه ۱۵ تا انتهای چرخه ۲۴ فعالیت خورشیدی از پایگاه داده‌ای SILSO واقع در رصدخانه سلطنتی بلژیک جمع‌آوری شده‌اند. در این مقاله، ما به بررسی پیچیدگی سری زمانی چرخه‌های مختلف لکه‌های خورشیدی در چارچوب آنتروپی و تحلیل همبستگی بلندبرد آنها مبتنی بر تحلیل محدوده بازمقیاس‌گذاری شده (تحلیل R/S) می‌پردازیم. ابتدا، با اعمال رویکرد آنتروپی چندمقیاسه روی سری زمانی چرخه‌های مختلف لکه‌های خورشید، این سامانه پیچیده را در ضریب-مقیاس‌های T گوناگون مورد بررسی قرار می‌دهیم. نتایج سطح زیر نمودار آنتروپی‌های چندمقیاسه نشان دادند که میزان این نوع آنتروپی در چرخه ۲۴ و چرخه ۲۰ به ترتیب کمترین و بیشترین مقدار را به خود اختصاص می‌دهد که به ترتیب نشان‌دهنده میزان پیچیدگی کمتر و بیشتر این چرخه‌ها است. همچنین، با استفاده از نمای هرست به دست آمده از اعمال محدوده بازمقیاس‌گذاری شده روی سری زمانی لکه‌های چرخه‌ها که همگی در بازه $0/81$ تا $0/86$ قرار دارند دریافتیم که همه چرخه‌ها دارای همبستگی بلندبرد هستند. ما در این مقاله، نشان دادیم که در بین چرخه‌ها، چرخه ۲۰ دارای بیشترین حافظه بلندبرد در میان دیگر چرخه‌ها است. در نهایت، دریافتیم که با برازش تابع نمایی-توانی به صورت $at^b e^{ct}$ به میانگین آنتروپی‌های چندمقیاسه که هم دارای جمله توانی افزایشی و هم دارای جمله نمایی کاهش‌ی است می‌توان پایداری سامانه را بعد از عبور از ضریب مقیاس‌های گذار توضیح داد.

واژه‌های کلیدی: آنتروپی چندمقیاسه، چرخه فعالیت خورشیدی، لکه‌های خورشیدی، همبستگی بلندبرد.

۱. مقدمه

درصد متغیر است. سایه لکه‌ها ۱۰۰۰ تا ۱۹۰۰ کلونین خنک‌تر از سطح خورشید هستند که نشان می‌دهد برای حفظ این روشنایی هنوز به یک شار همرفتی قابل توجه نیاز است. در مقایسه، نیم‌سایه به‌طور متوسط با حدود ۷۵ تا ۸۵ درصد نرخ شیدسپهر تابش می‌کند و ۲۵۰ تا ۴۰۰ کلونین از سطح خورشید خنک‌تر است، در حالی که شار انرژی تابشی نوعی شیدسپهر ۶۰ مگاوات بر متر مربع است (پریست، ۲۰۱۴).

لکه‌های خورشیدی در طیف وسیعی از شکل‌ها و اندازه‌ها با قطرهای ۳/۵ تا ۶۰ مگامتر وجود دارند. طول عمر آنها متناسب با مساحت آنها است، به طوری که یک لکه با قطر ۱۰ مگامتر معمولاً ۲ تا ۳ روز دوام می‌آورد، در حالی که یک لکه ۶۰ مگامتری ۸۰ تا ۹۰ روز در روی سطح خورشید

لکه‌ها یا لکه‌های خورشیدی نواحی تیره و سردتر روی سطح خورشید (یا همان شیدسپهر) هستند که در اثر تجمع میدان‌های مغناطیسی شدید ایجاد می‌شوند. در این نواحی، اثرات پیچیده و متنوع همرفت در یک میدان مغناطیسی آشکار می‌شود. این میدان‌ها، حرکت پلاسما را مختل کرده و باعث کاهش دما در این نواحی نسبت به مناطق اطراف می‌شوند. لکه‌ها از دو ناحیه هسته مرکزی تاریک و حاشیه نیمه‌تاریک در اطراف هسته که به ترتیب سایه و نیم‌سایه نامیده می‌شوند، تشکیل یافته‌اند (سولانکی، ۲۰۰۳؛ رمپل، ۲۰۱۱). شعاع سایه حدود ۴۰ درصد شعاع کلی لکه است. روشنایی آن به طول موج بستگی دارد، اما مقدار انتگرال طول موج، معمولاً ۳۰ درصد روشنایی شیدسپهر خورشید آرام آن حوالی را نشان می‌دهد. این بازه بین ۲۰ تا ۵۰

جرم تاجی، فعالیت ژئومغناطیسی، شارهای پرتوهای کیهانی کهکشانی و رادیوایزوتوپ‌ها در حلقه‌های درختان و هسته‌های یخی اشاره کرد. چرخه‌های خورشیدی منفرد توسط بیشینه‌ها و کمینه‌های دوره‌ها، دامنه‌های چرخه، شکل چرخه، رانش استوایی عرض‌های خورشیدی فعال، عدم تقارن‌های نیمکره‌ای لکه‌ها و طول‌های خورشیدی فعال مشخص می‌شوند. به نظر می‌رسد که تغییرپذیرهای کوتاه‌مدتی نیز شامل دوره تناوب ۱۵۴ روزه، تغییرات شبه دوسالانه، و وجود بیشینه‌های دو قله‌ای در روند چرخه‌ها وجود دارد. برای یک مرور کلی در مورد چرخه‌های خورشیدی خواننده می‌تواند به هاثاوی (۲۰۱۵) مراجعه کند.

حال که با اهمیت لکه‌ها و چرخه لکه‌های خورشیدی آشنا شدیم، به نظر می‌رسد که بررسی چرخه‌های لکه‌ها به‌عنوان یک سامانه پیچیده با روش‌های مخصوص به خود برای یافتن روابط بلندبرد یا کوتاه‌برد امری لازم و ضروری در شناخت تحولات خورشیدی است. یکی از روش‌های بررسی سامانه‌های پیچیده، استخراج پارامترهای گراف برای توصیف عملکرد آن سامانه است. پیش از این، زوریتا-والنسیا و مونوز (۲۰۲۳) با استفاده از اعمال گراف رؤیت (دیداری) روی سری زمانی لکه‌ها دریافتند که برخی از پارامترهای شبکه گراف می‌توانند ویژگی‌های جدیدی را در چرخه‌های خورشیدی آشکار کنند. خواننده علاقمند برای مطالعه بیشتر در مورد استفاده انواع مختلف شبکه‌های گراف در حیطه فیزیک خورشید می‌تواند به غیبی و همکاران (۲۰۱۷)، داعی و همکاران، (۲۰۱۷)، لطفی و همکاران (۲۰۲۰)، محمدی و همکاران (۲۰۲۱) و نیز، تاران و همکاران (۲۰۲۲) مراجعه کند.

در سامانه‌های پیچیده (مانند زیست‌شناسی، اقلیم، بازارهای مالی و امواج گرانشی)، سری‌های زمانی اغلب ترکیبی از رفتارهای بی‌قاعده، آشوبناک، و ساختارهای چندلایه هستند (گستا و همکاران، ۲۰۰۵؛ چو، ۲۰۱۲؛ بالزتر و همکاران، ۲۰۱۵؛ لو و وانگ، ۲۰۱۷؛ جواهریان و ملایی، ۲۰۲۱). آنتروپی به‌عنوان معیاری برای سنجش عدم قطعیت، بی‌نظمی، و استخراج محتوای اطلاعاتی این سامانه‌ها

طول عمر خواهد داشت. لکه‌های خورشیدی احتمالاً در ابتدا تیره‌تر و در انتهای چرخه، زمانی که قدرت میدان کمتر است، روشن‌تر هستند، اگرچه برخی از پژوهشگران هیچ تغییری مشاهده نکردند (مشیو و همکاران، ۲۰۰۷).

میدان مغناطیسی در مرکز سایه قائم است و با افزایش مساحت لکه افزایش می‌یابد، در حالی که روشنایی آن کاهش می‌یابد. شدت نوعی میدان در داخل آن حدود $2/8$ کیلوگوس است. اگرچه حدود این بازه امکان دارد به کوچکی $1/5$ کیلوگوس یا به بزرگی 6 کیلوگوس هم برسد (لیوینگستون و همکاران، ۲۰۰۶). شدت میدان به‌تدریج با شعاع کاهش می‌یابد و به‌طور متوسط میدانی در کل لکه با شدت $1/2$ تا $1/7$ کیلوگوس ایجاد می‌کند. شارهای یک لکه بزرگ و یک گروه بزرگ از لکه‌های خورشیدی نوعاً از مرتبه 10^{13} وبر (10^{21} ماکسول) است (پرست، ۲۰۱۴).

اهمیت این لکه‌ها در نقش آنها به‌عنوان شاخص‌های کلیدی فعالیت خورشیدی است. ظهور لکه‌ها با فوران‌های پرنرژی مانند شراره‌ها و پرتاب‌های جرم تاجی خورشید مرتبط است که در صورت رسیدن به زمین، می‌توانند طوفان‌های ژئومغناطیسی ایجاد کنند. این طوفان‌ها علاوه بر مختل‌سازی شبکه‌های برق می‌توانند سامانه‌های ناوبری (GPS) را نیز دچار اختلال کند. افزایش فعالیت‌های ژئومغناطیسی ایجاد شفق‌های قطبی را تقویت می‌کنند. بنابراین، مطالعه تغییر و تحولات لکه‌های خورشید از این جهت حائز اهمیت می‌کند که اثرات مستقیم بر آب‌وهوای زمین دارند. روش‌های بسیار پیش‌بینی روند تغییرات این لکه‌ها خود دلیلی بر اهمیت تحولات لکه‌ها است (برای مثال، رُد‌ریگوئز و همکاران ۲۰۲۲؛ زنگ و همکاران، ۲۰۲۵؛ فَمَر و همکاران، ۲۰۲۵).

چرخه ۱۱ ساله فعالیت خورشیدی با افزایش و کاهش تعداد و مساحت سطح لکه‌های خورشیدی مشخص می‌شود. تعدادی دیگر از شاخص‌های فعالیت خورشیدی نیز در ارتباط با لکه‌های خورشیدی تغییر می‌کنند که از جمله آنها می‌توان به طول موج شار رادیویی $10/7$ سانتی‌متر، کل تابش خورشیدی، میدان مغناطیسی، شراره‌ها و فوران‌های

۲. روش پژوهش

۲-۱. تحلیل آنالیز چندمقیاسه

از این آنالیز برای تعیین کمیت پیچیدگی سری زمانی یک سامانه در مقیاس‌های زمانی مختلف استفاده می‌شود. ایده اصلی این روش که توسط گستا و همکاران (۲۰۰۲) بر مبنای آنالیز تقریب برای نخستین بار معرفی شد، آن است که این روش می‌تواند بی‌نظمی‌های سری‌های زمانی را در مقیاس‌های زمانی مختلف ارزیابی کند. به عبارت دیگر، می‌تواند آزمونی برای پیش‌بینی‌پذیری و غیرقابل پیش‌بینی بودن یک سیگنال باشد. فرایند آنالیز چندمقیاسه شامل دو مرحله اصلی است. ابتدا، روش درشت-دانه‌سازی انجام می‌شود. سیگنال اصلی به زیرقسمت‌هایی به طول τ به نام ضریب مقیاس تقسیم می‌شود. سپس، از هر زیرقسمت میانگین گرفته می‌شود تا یک سیگنال درشت-دانه‌سازی-شده جدید برای آن مقیاس ساخته شود. برای انجام این کار، سری زمانی با طول n با نقاط داده‌ای y_1, y_2, \dots, y_n به زیرقسمت‌هایی که همپوشانی ندارند و دارای طول یکسان τ هستند، تقسیم می‌شود. میانگین‌گیری روی نقاط داده‌ای سری زمانی اصلی x_p در هر زیرقسمت، سیگنال درشت-دانه‌سازی‌شده را به شکل زیر مهیا می‌سازد

$$y_q^{(\tau)} = \frac{1}{\tau} \sum_{p=(q-1)\tau+1}^{q\tau} x_p, q = 1, 2, \dots, \frac{n}{\tau}. \quad (1)$$

در مرحله بعدی، آنالیز محاسبه می‌شود. برای هر سری به‌دست‌آمده که زیرقسمتی درشت-دانه‌سازی‌شده از سری زمانی اصلی است، یکی از انواع آنالیز با نام آنالیز نمونه محاسبه می‌شود (وو و همکاران، ۲۰۱۳). این نوع از آنالیز، بسیار شبیه به آنالیز تقریب دلجادیو-بنال و مارشاک، ۲۰۱۹ و داعی و همکاران، ۲۰۱۷) است، با برخی مزایا که آنرا کمتر وابسته به طول داده‌های سری زمانی می‌کند. آنالیز مورد استفاده در این مقاله، به صورت منفی لگاریتم طبیعی احتمال شرطی تعریف می‌شود که دو زیرقسمت متوالی مشابه برای m نقطه، شباهت خود را در نقطه بعدی در محدوده تاب‌آوری (تلورانس) r حفظ کنند. حال، برای استخراج آنالیز چندمقیاسه به زبان ریاضی، فرض شود که یک سری زمانی به طول n نقطه با مؤلفه‌های

استفاده می‌شود که دارای دلایل مختلف است. ابتدا این که استفاده از برخی آنالیزها می‌تواند نشان‌دهنده نظم یا بی‌نظمی، تناوب‌پذیری یا ناپذیری، یا قابلیت پیش‌بینی باشد. دوم آن که افزایش یا کاهش آنالیز اغلب پیش‌نشانگر انتقال‌های فاز یا نقاط بحرانی است (مانند فروپاشی بازار سهام). سوم آن که سامانه‌های زنده (مثل مغز) آنالیز متعادلی دارند که نشان‌دهنده تعامل سازنده بین نظم و بی‌نظمی است. اما در بین روش‌های مختلف محاسبه آنالیز، استفاده از آنالیز چندمقیاسه مزایایی نسبت به دیگر آنالیزها دارد. این نوع آنالیز وابستگی کمتری نسبت به طول سری زمانی دارد و نیز این آنالیز در مقیاس‌های مختلف، پیچیدگی (و نه صرفاً بی‌نظمی) را می‌سنجد (گستا و گلدبرگر، ۲۰۱۵). از آنالیز چندمقیاسه همان‌طور که در قسمت‌های بعد سخن خواهیم گفت می‌توان در مورد همبستگی بلندبرد نیز صحبت کرد؛ هر چند که از رهیافت تحلیل محدوده بازمقیاس‌گذاری شده برای درک حافظه بلندبرد سری‌های زمانی چرخه‌ها بهره خواهیم برد. پیشتر نیز از این رهیافت برای سری زمانی سرتاسری چند صد ساله و چند هزار ساله لکه‌ها استفاده شده است که در آن درجات مختلفی از پایداری در مقیاس‌های زمانی کوتاه‌تر و بلندتر، متناظر با مقادیر متمایز نمای هرست، نشان داده شده است (سویال و همکاران، ۲۰۰۹).

در این مقاله، از آنالیز چندمقیاسه برای ارزیابی پیچیدگی سری زمانی لکه‌ها در چرخه‌های ۱۵ تا ۲۴ فعالیت خورشیدی بهره گرفته شده است. همچنین با استفاده از تحلیل محدوده بازمقیاس‌گذاری‌شده و نتایج آنالیز چندمقیاسه به بررسی رفتار بلندبرد چرخه‌ها پرداخته شده است. ساختار مقاله به این صورت است که ابتدا توضیحات مربوط به چگونگی محاسبه آنالیز چندمقیاسه و تحلیل R/S در قسمت روش پژوهش آمده است. در قسمت بعدی، به چگونگی جمع‌آوری داده‌ها و روش استخراج آنها پرداخته شده است. سپس، نتایج حاصل از اعمال رهیافت‌های مذکور بر روی داده‌ها در بخش بعدی مورد بحث قرار گرفته است. در نهایت و در قسمت آخر، نتیجه‌گیری آورده شده است.

دقیقاً مشابه با مراحل قبل، بایستی برداری به طول $m+1$ تشکیل شود. سپس، باز هم به استثنای خودتطابقی‌ها، تعداد بردارها با تاب‌آوری r محاسبه می‌شود. این کمیت به‌ازای p ها، به‌عنوان C_p در نظر گرفته می‌شود. پارامتر C_p مانند D_p است، با این تفاوت که برای بردارهایی با طول $m+1$ تعریف می‌شود. به بیان دیگر، این پارامتر گویای آن است که تعداد الگوها نه تنها در m نقطه بلکه در $m+1$ نقطه متوالی نیز مشابهند. بنابراین، می‌توان نوشت

$$C^{m+1}(r) = \frac{1}{n-m} \sum_{p=1}^{n-m} C_p. \quad (5)$$

بدین ترتیب، آنتروپی نمونه ($SampEn$) به‌صورت زیر محاسبه می‌شود (کستا و همکاران، ۲۰۰۳؛ ریچمن و مورمن، ۲۰۰۰؛ هومیو-هورتیر، ۲۰۱۵)

$$SampEn(m, r, n) = -\ln \left(\frac{C^{m+1}(r)}{D^m(r)} \right). \quad (6)$$

از آنجایی که $C^{m+1}(r) \leq D^m(r)$ است، $SampEn(m, r, n)$ همیشه بزرگ‌تر مساوی صفر است. برای فرایند الگوریتم آنتروپی چندمقیاسه، سری زمانی درشت-دانه‌سازی شده به‌ازای ضریب مقیاس‌های τ مختلف (از ۱ تا ۲۰) ایجاد شد تا آنتروپی نمونه برای سری‌های درشت-دانه‌سازی شده محاسبه شود. باید این نکته نیز ذکر شود که در این کار مقدار تاب‌آوری برابر با ۰/۱۵ است. مقایسه نمودارهای آنتروپی نمونه در ضریب مقیاس‌های گوناگون می‌تواند معیار مناسبی برای مطالعه پیچیدگی و همبستگی‌های بلندبرد سامانه (هرست، ۱۹۵۱) در بین سری‌های زمانی چرخه‌های مختلف لکه‌ها باشد (ملایی و همکاران، ۲۰۱۹).

۲-۲. تحلیل محدوده بازمقیاس‌گذاری شده (تحلیل R/S)

آزمون‌های آماری همچون یافتن همبستگی‌ها (ذوالفقاری نیک‌انجام و همکاران، ۲۰۱۷) و خودتشابهی‌ها (جواهریان و همکاران، ۲۰۱۷) در سری‌های زمانی ابزار لازم را برای تشخیص سامانه‌های تصادفی از سامانه‌های غیرتصادفی فراهم می‌آورند. در اشیاء خودمشابه، الگوهای مشابه به‌صورت تکراری در بخشی از خود ظاهر می‌شوند و ویژگی‌های آماری یکسانی را در مقیاس‌های مختلف نشان

$u(1), u(2), \dots, u(n)$ وجود دارد. سپس، توالی‌های برداری به‌صورت زیر تشکیل می‌شود (گرسبرگر و پروکاسیا، ۱۹۸۳؛ ریچمن و مورمن، ۲۰۰۰؛ کستا و همکاران، ۲۰۰۳):

$$x_m(p) = [u(i), u(p+1), \dots, u(p+m-1)], \quad \forall i = 1 \text{ to } n - m. \quad (2)$$

فاصله بین دو بردار $x_m(p)$ و $x_m(q)$ به‌صورت زیر تعریف می‌شود (فریزر و سوینی، ۱۹۸۶؛ پینکوس، ۱۹۹۱؛ ریچمن و مورمن، ۲۰۰۰؛ کانتر و شرایبر، ۲۰۰۳):

$$d(x_m(p), x_m(q)) = \max_{k=0}^{m-1} |[u(p+k) - u(q+k)]|. \quad (3)$$

این معادله به‌صورت پیشینه نوشته می‌شود زیرا مطابق بر آنچه که در فاصله چپ‌شمار تعریف می‌شود اگر حتی یک مؤلفه از بردار بیش از مقدار آستانه‌ی r متفاوت باشد، کل بردار نامشابه محسوب می‌شود و این دقیقاً همان چیزی است که در روش آنتروپی نمونه به آن نیاز است. از طرفی، در محاسبه آنتروپی نمونه، شباهت باید در همه نقاط برقرار باشد. آنتروپی نمونه احتمال این که دو الگوی m تایی شبیه باشند را اندازه‌گیری می‌کند (ریچمن و مورمن، ۲۰۰۰؛ میر و همکاران، ۲۰۱۴). اگر این فاصله به‌صورت کمینه تعریف شود، یعنی حتی اگر ۱ نقطه، شباهت داشته باشد، کل دو بردار، مشابه فرض می‌شود. این کاملاً اشتباه است و باعث می‌شود تعداد ساختارهای مشابه، به‌شدت بیش‌برآورد شود و آنتروپی همیشه کم به دست بیاید.

در قدم بعد، به استثنای خودتطابقی‌ها، عدد q برای یک p مشخص محاسبه می‌شود که در آن $p \neq q$ ، مشروط بر آن که $d(x_m(p), x_m(q)) \leq r$ ، حال، عبارت $d(x_m(p), x_m(q))$ به‌عنوان D_p در نظر گرفته می‌شود. در واقع، D_p بیانگر این است که در نقطه زمانی p ، الگوی تغییرات لکه‌های خورشیدی (در بازه زمانی m تایی) چند بار در کل چرخه تکرار شده است. به بیان ساده‌تر، این پارامتر میزان تکرارپذیری رفتار لکه‌های خورشیدی در طول چرخه را نشان می‌دهد. آنگاه $D^m(r)$ از رابطه زیر به‌دست می‌آید

$$D^m(r) = \frac{1}{n-m} \sum_{p=1}^{n-m} D_p. \quad (4)$$

۱/۵ رفتار پادهمبسته در سیگنال موردنظر را نشان می‌دهد که خود دلالت بر نامانایی سیگنال دارد به گونه‌ای که نوسانات محلی تقریباً محو می‌شوند (هرست، ۱۹۵۱؛ مندلیبرات و والیس، ۱۹۶۹؛ مندلیبرات، ۱۹۷۲؛ کانتلهارت و همکاران، ۲۰۰۲؛ فدر، ۲۰۱۳).

در این رهیافت، سری زمانی $[\chi_t]$ ، به M زیرقسمت به طول n تقسیم می‌شود. نمای هرست H از رفتار مجانبی زیر قابل محاسبه است

$$\langle \left(\frac{R}{S}\right)_n \rangle \propto n^H, \quad (7)$$

که در این رابطه $\langle \rangle$ ، بر مقدار میانگین دلالت دارد. برای هر زیر قسمت M ، کمیت S_j انحراف معیار است و R_j به صورت $\max\{C_{ij}\} - \min\{C_{ij}\}$ تعریف می‌شود که در آن C_{ij} ، سری زمانی تجمعی، و i از ۱ تا n و j از ۱ تا M است. حال، می‌توان رابطه زیر را نوشت (علیپور و صفری، ۲۰۱۵؛ تاجیک و همکاران، ۲۰۲۳):

$$\frac{R_n}{S_n} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \frac{R_j}{S_j}. \quad (8)$$

در این معادله، نمای H ، با استفاده از گرفتن لگاریتم از طرفین رابطه γ ، از شیب خط مستقیم برازش داده شده به $\left(\frac{R}{S}\right)_n$ برحسب n به دست می‌آید (پسنل، ۲۰۱۲؛ علیپور و صفری، ۲۰۱۵؛ تاجیک و همکاران، ۲۰۲۳). در این رابطه، R_n نشان‌دهنده محدوده تجمعی است؛ یعنی، فاصله بین بیشترین و کمترین مقدار سیگنال تجمع یافته را نشان می‌دهد. k_n انحراف معیار داده‌ها در همان طول n را نشان می‌دهد که دلالت بر میزان پخش یا پراکندگی سیگنال در آن بازه است. بنابراین، $\frac{R_n}{S_n}$ یک نسبت بی بعد را نشان می‌دهد که با طول بازه زمانی n تغییر می‌کند و در حالت خودمتشابه، رابطه γ برقرار است. از لحاظ ریاضی می‌توان گفت که چه مقدار رفتار تجمعی وابسته به زمان در مقایسه با نوسانات تصادفی (پراکندگی) رشد می‌کند. اگر تغییرات تصادفی باشند رشد آن آهسته، و اگر روندهای بلندبرد و خودهمبسته وجود داشته باشند، رشد این نسبت سریع‌تر خواهد بود (هرست، ۱۹۵۱؛ مندلیبرات و والیس، ۱۹۶۹؛ مندلیبرات، ۱۹۷۲؛ کانتلهارت و همکاران، ۲۰۰۲؛ فدر، ۲۰۱۳).

می‌دهند. وظیفه رهیافت تحلیل R/S بررسی الگوهای خودمتشابه در سری‌های زمانی است (کانتز و شرایبر، ۲۰۰۳). این ارزیابی‌ها معیاری را برای دانستن این که چگونه تغییرپذیری یک سیگنال در فواصل زمانی مختلف، اطلاعاتی در مورد حافظه کوتاه یا بلند مدت یک سامانه ارائه می‌دهد، فراهم می‌آورد. در این روش، موارد خودمتشابه و حافظه‌های کوتاه یا بلندبرد با کمیتی با نام نمای هرست (H) شناخته می‌شود. نمای هرست به عنوان یک شاخص در تحلیل R/S ابتدا توسط هرست (۱۹۵۱) پیشنهاد شد، و سپس، به طور جامع در هرست و همکاران (۱۹۶۵) توضیح داده شد. این رهیافت در مطالعات زیادی برای تعیین خودهمبندی‌های فراکتالی در ساختارهای خودسامانده قابل استفاده است (برای مثال در این زمینه و جزئیات رجوع کنید به مندلیبرات و والیس (۱۹۶۹)، مندلیبرات (۱۹۷۲)، و بوث و همکاران (۱۹۸۲)، کانتز و شرایبر (۲۰۰۳)).

برای یک سری زمانی به صورت $[\chi_t]$ خودتشابهی پدیده‌ها را می‌توان به صورت $\chi_{ht} = h^{-H} \chi_t$ تعریف کرد که h در آن یک ضریب مثبت است. اگر این مقدار کمتر از ۰/۵ باشد، فرایند پادهمبسته است، یعنی افزایش‌ها معمولاً با کاهش‌های بعدی جبران می‌شوند و سیستم تمایل به نوسان سریع دارد. محدوده مقدار نمای هرست ۰/۵ تا ۱ نشان می‌دهد که سامانه دارای حافظه بلندمدت با رفتار همبسته مثبت است. به بیان دیگر، سیگنال رفتار پایدار یا پیوسته از خود نشان می‌دهد، به این معنی که روندهای افزایشی و کاهش‌های تمایل به تداوم دارند و سامانه دارای حافظه بلندبرد است. اگر این مقدار مساوی با ۰/۵ باشد نشان دهنده یک مدل گام تصادفی (حرکت براونی) است که متناظر با هیچ گونه همبستگی نیست؛ یعنی، سیگنال رفتاری کاملاً تصادفی و بدون حافظه دارد. با نزدیک شدن آن به مقدار ۱، نشان دهنده وجود یک همبستگی بلندبرد در سری زمانی است. به تعبیری دیگر، پایداری و وابستگی زمانی در سری قوی‌تر بوده و نشان‌دهنده وجود ساختار فراکتالی و حافظه طولانی مدت در فرایند است. مشاهدات ۱ برای نمای هرست دلالت بر حالت نویز صورتی دارد. نما در بازه ۱ تا

۳. جمع‌آوری داده‌ها

داده‌های لکه‌های خورشیدی که بخشی از آن شامل تعداد لکه‌های شیدسپهری در هر روز است از سال ۱۸۱۸ میلادی در مرکز داده‌ای جهانی SILSO واقع در رصدخانه سلطنتی بلژیک (<https://www.sidc.be/SILSO/datafiles>)،

بروسلس موجود است (کلته و لفور، ۲۰۱۵).

روش شمارش لکه‌های خورشیدی (SSN) به روش استاندارد که از سال ۱۸۵۰ در این رصدخانه به کار گرفته شده است، به صورت زیر است

$$SSN = k(10N_g + N_s), \quad (7)$$

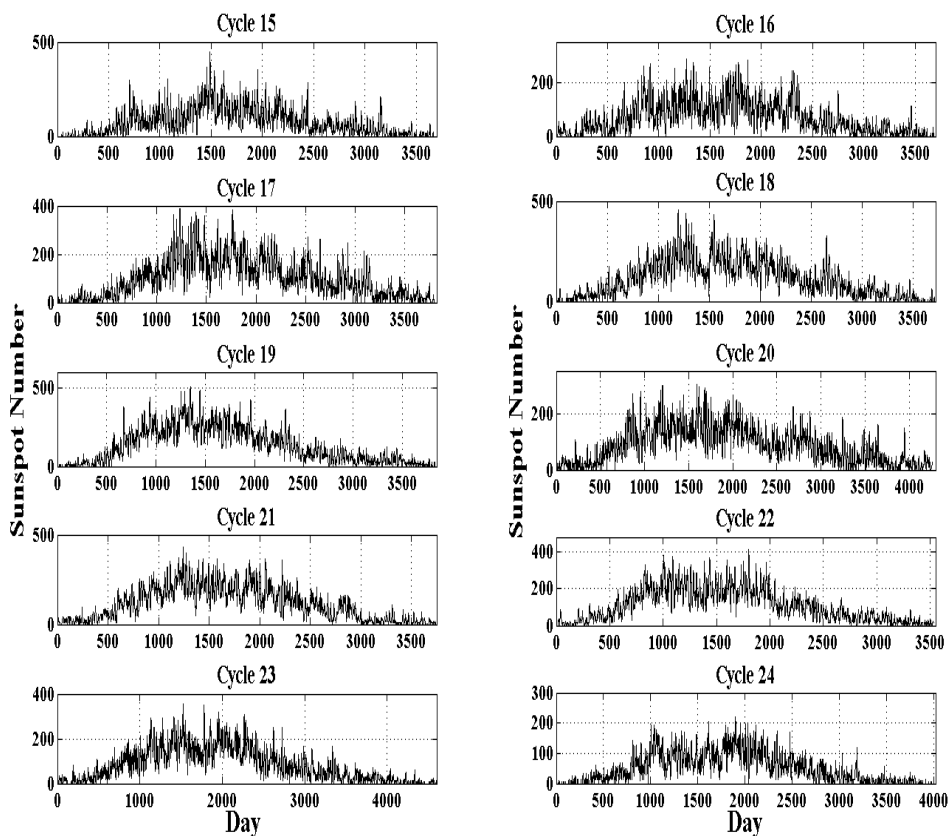
که در این رابطه k ضریب تصحیح وابسته به ابزار رصدی و شرایط رصد، N_g تعداد گروه لکه‌های خورشیدی، و N_s تعداد لکه‌های منفرد در قرص خورشید است. ویرایش اولیه مذکور، با بازبینی‌هایی که در سال ۲۰۱۵ انجام شد، دستخوش تصحیحاتی اندک شد که در ویرایش ثانویه آن وارد شده است (کلته و لفور، ۲۰۱۶). خواننده علاقمند

می‌تواند توضیحات بیشتر در مورد داده‌های ارائه شده در این پایگاه را در مراجع ککلته و همکاران (۲۰۱۴)، کلته و همکاران (۲۰۱۶ a, b) مشاهده کند. در این مقاله از آخرین ویرایش موجود در کاتالوگ پایگاه داده‌ای SILSO برای تعداد لکه‌های خورشیدی استفاده شده است. در جدول ۱، شروع، بیشینه و خاتمه همه ده چرخه از ابتدای چرخه ۱۵ تا انتهای چرخه ۲۴ فعالیت خورشیدی همراه با طول دوره هر چرخه بر حسب سال آمده است.

در شکل ۱، رفتار سری زمانی تعداد لکه‌های خورشیدی برای چرخه‌های مختلف ۱۵ تا ۲۴ به‌ازای هر روز مشخص شده است. مشاهده می‌شود که روندها بین چرخه‌ها متفاوتی و بیشینه تعداد لکه‌ها نیز برای هر چرخه مقدار متفاوتی است. ذکر این نکته نیز ضروری هست که همراه با تعداد لکه‌های روزانه خورشید، انحراف معیار تعداد لکه‌ها نیز در هر روز در این پایگاه موجود است که در این کار از آنها نیز بهره برده شده است.

جدول ۱. کمینه‌ها و بیشینه‌های مربوط به چرخه‌های مختلف لکه‌های خورشیدی از ابتدای چرخه ۱۵ تا انتهای چرخه ۲۴ (هاثاوا، ۲۰۱۵).

چرخه	شروع (کمینه)	قله (بیشینه)	خاتمه (کمینه)	طول دوره (سال)
۱۵	جولای ۱۹۱۳	آگوست ۱۹۱۷	آگوست ۱۹۲۳	۱۰/۱
۱۶	آگوست ۱۹۲۳	آوریل ۱۹۲۸	سپتامبر ۱۹۳۳	۱۰/۱
۱۷	سپتامبر ۱۹۳۳	آوریل ۱۹۳۷	فوریه ۱۹۴۴	۱۰/۴
۱۸	فوریه ۱۹۴۴	می ۱۹۴۷	آوریل ۱۹۵۴	۱۰/۲
۱۹	آوریل ۱۹۵۴	مارس ۱۹۵۸	اکتبر ۱۹۶۴	۱۰/۵
۲۰	اکتبر ۱۹۶۴	نوامبر ۱۹۶۸	مارس ۱۹۷۶	۱۱/۴
۲۱	مارس ۱۹۷۶	دسامبر ۱۹۷۹	سپتامبر ۱۹۸۶	۱۰/۶
۲۲	سپتامبر ۱۹۸۶	جولای ۱۹۸۹	می ۱۹۹۶	۹/۷
۲۳	می ۱۹۹۶	آوریل ۲۰۰۰	دسامبر ۲۰۰۸	۱۲/۶
۲۴	دسامبر ۲۰۰۸	آوریل ۲۰۱۴	دسامبر ۲۰۱۹	۱۱



شکل ۱. سری زمانی چرخه‌های مختلف لکه‌های خورشیدی از چرخه ۱۵ تا چرخه ۲۴ به‌ازای هر روز. ابتدا، انتها، و بیشینه هر چرخه در جدول ۱ مشخص شده است.

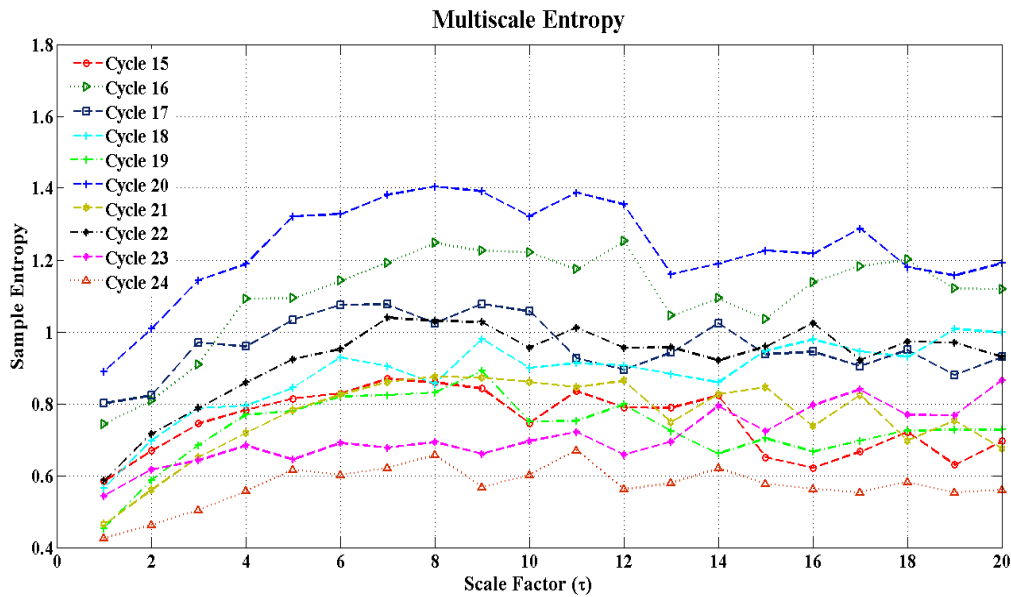
۴. نتایج و بحث

ابتدا سری چرخه‌های تعداد لکه‌های خورشیدی بر اساس جدول ۱ به‌صورت جداگانه از سری زمانی سرتاسری تعداد لکه‌ها که از پایگاه SILSO جمع‌آوری شده بودند، استخراج شد. با اعمال آن‌تروپی چندمقیاسه (بخش ۲-۱)، بر روی هر یک از چرخه‌های ۱۵ تا ۲۴، آن‌تروپی بر حسب ضریب مقیاس‌های مختلف محاسبه شد (شکل ۲). همان‌طور که پیشتر نیز ذکر شد ضریب مقیاس‌ها با مقادیر ۱ تا ۲۰ و مقدار تاب‌آوری ۰/۱۵ به‌عنوان ورودی به برنامه داده شده‌اند.

همان‌طور که در شکل ۲ دیده می‌شود، نقطه شروع همه آن‌تروپی‌ها در بازه ۰/۴ تا ۰/۹ قرار دارد. همه نمودارها روند افزایشی خود را از همان مقیاس‌های اولیه شروع کرده و تا مقیاس‌های ۸ تا ۱۲ این روند را ادامه می‌دهند. سپس، همه آنها (به غیر از چرخه ۱۸ و ۲۳) با افت و خیزی، کاهش تدریجی را نشان می‌دهند. چرخه ۱۸ نیز روندی ثابت را با

کمی افت و خیز دنبال می‌کند؛ درحالی‌که، چرخه ۲۳ تقریباً یک روند تدریجی صعودی را دارد. در نهایت، همه حالت‌های نهایی آن‌تروپی‌ها در بازه حدودی ۰/۵۵ تا ۱/۲ همگرا می‌شوند.

در جدول ۲ مشاهده می‌شود که چرخه ۱۹، بیشترین میانگین تعداد لکه‌ها را به خود اختصاص داده است؛ درحالی‌که، چرخه ۲۴ کمترین مقدار این کمیت را دارد. میانگین انحراف‌معیار استخراجی از داده‌های SILSO که برای هر روز، انحراف‌معیار آن روز در کنار تعداد لکه‌ها ثبت شده، نشان می‌دهد که چرخه‌های ۱۷ و ۲۴ به‌ترتیب، دارای بیشترین و کمترین مقدار این کمیت هستند. همان‌طور که در شکل ۲ مشاهده می‌شود و نیز مساحت زیر نمودار آن‌تروپی‌ها که در جدول ۲ آمده است، چرخه‌های ۲۰ و ۲۴ به‌ترتیب بیشترین و کمترین آن‌تروپی را نسبت به دیگر چرخه‌ها به خود اختصاص می‌دهند. این موضوع بیان می‌دارد که چرخه ۲۰ بیشترین پیچیدگی و چرخه ۲۴ کمترین پیچیدگی را دارند.



شکل ۲. رفتار آنتروپی چندمقیاسه به‌ازای ضریب مقیاس‌های مختلف (τ) که برای چرخه‌های ۱۵ تا ۲۴ محاسبه شده است. در این نمودار، چرخه ۲۴ کمترین مقدار آنتروپی و چرخه ۲۰ بیشترین مقدار آنتروپی را نشان می‌دهند.

جدول ۲. میانگین تعداد لکه‌ها، میانگین انحراف‌معیار استخراجی از داده‌های SILSO، مساحت زیر نمودار آنتروپی و در نهایت مقدار نمای هرست به‌دست‌آمده از رهیافت تحلیل محدوده بازمقیاس‌گذاری شده در جدول زیر آورده شده‌اند.

چرخه‌ها	۲۴	۲۳	۲۲	۲۱	۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵
میانگین تعداد لکه‌ها	۴۹/۴۸	۸۱/۱۲	۱۰۸/۷۶	۱۱۳/۳۸	۸۵/۵۸	۱۲۹/۱۷	۱۰۸/۹۷	۹۶/۰۲	۶۸/۱۹	۷۳/۳۴
میانگین انحراف‌معیار	۳/۸۹	۵/۷۳	۷/۱۳	۷/۰۳	۵/۶۱	۶/۶۷	۶/۷۲	۷/۹۴	۶/۶۷	۶/۷۸
مساحت زیر نمودار آنتروپی	۱۰/۹۴	۱۳/۴۷	۱۷/۷۴	۱۴/۷۱	۲۳/۶۹	۱۳/۹۸	۱۶/۸۴	۱۸/۳۶	۲۱/۱۰	۱۴/۳۲
نمای هرست از تحلیل R/S	۰/۸۳	۰/۸۳	۰/۸۳	۰/۸۶	۰/۸۱	۰/۸۴	۰/۸۶	۰/۸۶	۰/۸۳	۰/۸۲

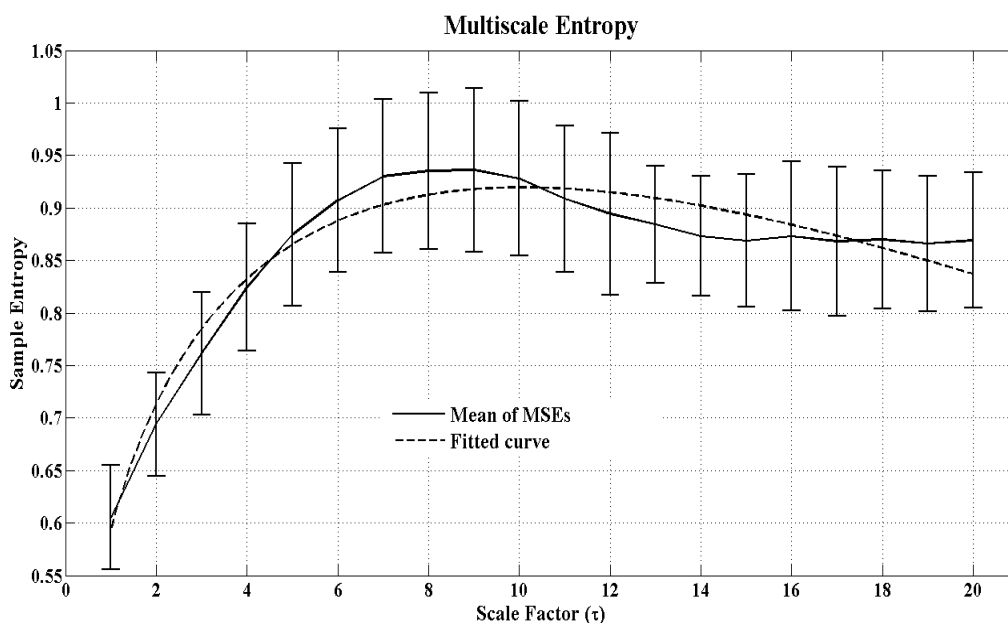
فرایندی با حافظه آماری قوی پیروی می‌کند. مقادیر این همبستگی‌ها نشان می‌دهد که نوسانات فعالیت خورشیدی تمایل به انتشار در مقیاس‌های زمانی بزرگ دارند و از وجود دینامیک‌های فراکتال و مقیاس‌ناوردا در میدان مغناطیسی خورشیدی پشتیبانی می‌کنند. چرخه‌هایی با مقادیر نمای هرست کمی بزرگ‌تر، رفتار پایدارتر و حفظ‌کننده روند را نشان می‌دهند، در حالی که چرخه‌هایی با مقادیر نمای هرست نسبتاً کوچک‌تر، نشان‌دهنده تغییرپذیری بالاتر و کاهش انسجام بلندمدت هستند.

جدول ۲ نشان می‌دهد که نمای هرست به‌دست‌آمده در همه چرخه‌ها در بازه ۰/۸۱ تا ۰/۸۶ قرار دارد که بنابر توضیحاتی که در بخش ۲-۲ آورده شده است، دلالت بر این نکته دارد که یک همبستگی بلندبرد بین همه چرخه‌ها وجود دارد. به بیان دیگر، توان‌های هرست گزارش‌شده در جدول ۲ نشان می‌دهند که تمام چرخه‌های خورشیدی بررسی‌شده، رفتار پایدار واضح و همبستگی‌های زمانی بلندمدت را دارند. این مقادیر، که به‌طور قابل‌توجهی بالاتر از ۰/۵ هستند، نشان می‌دهند که فعالیت لکه‌های خورشیدی تحت تأثیر تصادفی بودن کوتاه‌مدت نیست، بلکه از

سؤال را می‌توان در تحقیقاتی که بر روی آنتروپی چند مقیاسه در گستا و همکاران (۲۰۰۲، ۲۰۰۵) انجام شده است جستجو کرد. الگوریتم‌های آنتروپی سنتی پیش از آنتروپی تقریب و آنتروپی چندمقیاسه مانند آنتروپی شانون به دنبال کمی‌سازی قاعده‌مندی در یک سری زمانی بودند. در این نوع از آنتروپی‌ها، آنتروپی با درجه بی‌نظمی افزایش می‌یافت و بیشینه آن برای سامانه‌های کاملاً تصادفی بود. اما با ظهور آنتروپی چندمقیاسه و اعمال آن بر روی نویز همبسته $\frac{1}{f}$ و نویز سفید نتایج جالبی به دست آمد. چیزی که آشکار شد نشان می‌داد که نویز همبسته $\frac{1}{f}$ دارای مقدار آنتروپی (پیچیدگی) بیشتری برای بسیاری از مقیاس‌ها نسبت به نویز سفید است. این مهم دلالت بر این نکته داشت که پیچیدگی‌های بیشتر در سری‌های زمانی منجر به همبستگی‌های بلندبرد می‌شوند. بدین ترتیب، بر اساس شکل ۲ و مساحت زیر نمودار آنتروپی‌های چندمقیاسه (جدول ۲) می‌توان گفت که ترتیب چرخه‌ها با بیشترین همبستگی‌های بلندبرد (بیشترین پیچیدگی) تا کمترین همبستگی‌های بلندبرد (کمترین پیچیدگی) عبارت‌است از: چرخه‌های ۲۰، ۱۶، ۱۷، ۲۲، ۱۸، ۲۱، ۱۵، ۱۹، ۲۳ و ۲۴.

چند نکته در نکات و نمایش‌ها نهفته است که بایستی به توضیح آنها پرداخته شود. نخست آن که درست است که چرخه ۲۴ کمترین مقدار میانگین تعداد لکه‌ها، کمترین میانگین انحراف معیار را دارد، اما این مهم لزوماً دلیل بر وجود مقدار آنتروپی چندمقیاسه پایین نیست. همان‌طور که پیش‌تر هم ذکر شد و در جدول ۲ و شکل ۲ می‌بینیم چرخه‌هایی که دارای بیشترین مقدار میانگین تعداد لکه‌ها هستند دارای بیشترین مقدار (مساحت زیر نمودار) آنتروپی نیستند. همین مسئله در مورد مقدار میانگین انحراف معیار نیز صادق است. چرخه‌هایی که بیشترین مقدار این کمیت را دارا هستند، دارای بیشترین مقدار (مساحت زیر نمودار) آنتروپی نیستند. بنابراین، نمی‌توان در مورد رابطه بین مقدار میانگین تعداد لکه‌ها، مقدار میانگین انحراف معیار آنها و مقدار آنتروپی اظهار نظر قاطعی انجام داد.

نکته دیگر این است که آیا با آن که مقدار نمای هرست تمامی چرخه‌های مورد مطالعه در بازه‌ای قرار دارد که حافظه بلندبرد را نشان می‌دهد آیا راه دیگری وجود دارد که بفهمیم کدام چرخه نسبت به چرخه‌های دیگر دارای همبستگی بیشتری در سری زمانی خود است. جواب این



شکل ۳. میانگین همه آنتروپی‌های چندمقیاسه شکل ۲ همراه با نوار خطا (خط پررنگ)، و تابع توزیع نمایی-توانی ($\tau^b e^{c\tau}$) برازش‌یافته (خط چین) به منحنی. مشاهده می‌شود که الگوی برازش‌یافته به منحنی در داخل نوار خطا قرار می‌گیرد.

بازمقیاس‌گذاری شده (تحلیل R/S) برای یافتن مقدار نمای هرست سری‌های زمانی هر ده چرخه استفاده شد تا بتوان در مورد همبستگی‌های بلندبرد چرخه‌ها متمرکز شد.

نمای هرست به‌دست آمده از تحلیل R/S همه ۱۰ چرخه همگی در بازه ۰/۸۱ تا ۰/۸۶ بودند. در واقع، ارزیابی توان هرست برای سری‌های زمانی لکه‌ها نشان داد که بین بخش‌های مختلف سری‌ها همبستگی وجود دارد که با حافظه بلندمدت مطابقت دارد. به‌عبارت دیگر، خودمشابehتی در سامانه (که بعد فراکتال نامیده می‌شود) در سطح بالاتری رخ می‌دهد. این بدان معناست که بخش کوچکی از سامانه می‌تواند حاوی اطلاعات کل سامانه باشد (جواهریان و همکاران، ۲۰۱۷)، که برای سامانه‌هایی که پارامترهای آزادمقیاس دارند، رایج است. این مهم دلالت بر آن دارد که سامانه لکه‌های مغناطیسی خورشیدی را می‌توان به‌عنوان یک سامانه بحرانی خودسامانده طبقه‌بندی کرد که نشان‌دهنده ویژگی ناوردایی نسبت به مقیاس رویدادها است که توانایی بازساماندهی خود را همراه با تحول زمانی دارد. در واقع، سامانه‌های خودسامانده یک سازوکار سرتاسری دارند که در آن زمانی که به سمت سازوکار اتلافی رانده می‌شوند (از حالت پایداری خارج می‌شوند)، به‌طور خودبه‌خود به سمت حالت‌های بحرانی که با نوسانات ناوردایی در مقیاس مشخص می‌شوند، تحول می‌یابند. از آنجایی که لکه‌های خورشیدی منشأ مغناطیسی دارند، می‌توان گفت که میدان مغناطیسی خورشید نزدیک به یک آستانه بحرانی عمل می‌کند و امکان آزادسازی انرژی را از طریق بهمن‌هایی از رویدادهای بازاتصال مغناطیسی فراهم می‌آورد و این گونه خودساماندهی می‌یابد.

سامانه‌های فراکتالی امکان پیش‌بینی احتمالی و آماری را تا حدی فراهم می‌کنند و البته نه پیش‌بینی قطعی دقیق. حافظه بلندمدت، توانایی کیفی پیش‌بینی روندها، مراحل یا افزایش/کاهش فعالیت، به‌ویژه در مقیاس‌های ماهانه، سالانه یا چرخه کامل را بهبود می‌بخشد. اما غیرخطی بودن ذاتی، ناپایداری‌های مغناطیسی و بهمن‌های ناشی از آستانه دیناموی خورشیدی، دقت کمی پیش‌بینی‌های روزانه را

در شکل ۳، به میانگین همه آنتروپی‌های چندمقیاسه شکل ۲ که از سری‌های زمانی همه چرخه‌ها استخراج شده‌اند (خط پررنگ)، تابع توزیع نمایی-توانی به صورت $f(\tau) = a\tau^b e^{c\tau}$ برازش داده می‌شود (خط چین). پارامترهای برازش عبارت‌اند از:

$$a = 0.61 (0.58, 0.64),$$

$$b = 0.31 (0.27, 0.36),$$

$$c = -0.03 (-0.04, -0.02),$$

که در آن، خطای جذر میانگین مربعات (RMSE) برابر با ۰/۰۲ و R-square برابر با ۰/۹۴ به‌دست آمدند، و برازش در محدوده اطمینان ۹۵٪ انجام یافته است. در این تابع توزیع، زمانی که $b > 0$ باشد، جمله قانون توانی همراه با ضریب مقیاس افزایش می‌یابد. عبارت نمایی منجر به کاهش روند می‌شود، اما شکل کلی آن تا ضریب مقیاس ۲۰ به تعادل بین رشد و کاهش می‌انجامد. این نوع تابع توزیع می‌تواند رشد گذاری را نشان دهد که در پی آن اشباعی وجود دارد که می‌تواند منجر به پایداری در سامانه شود. نکته مهم دیگری که این تابع دارد این است که سامانه‌های پیچیده‌ای را توضیح می‌دهد که روند آنها در ضریب مقیاس‌های مختلف افزایش می‌یابد، اما در نهایت توسط یک عامل محدودکننده تعدیل می‌شود که دلالت بر نوعی از پایداری است (خواننده برای بررسی تفسیر این توابع می‌تواند به رپیدال (۲۰۱۸)، کونونوویسیوس (۲۰۲۰)، و نیز واسگونسولوس و همکاران (۲۰۲۱) مراجعه کند).

۵. نتیجه‌گیری

در این مقاله، با در نظر گرفتن سامانه لکه‌های خورشیدی به‌عنوان یک سامانه پیچیده، با یکی از رهیافت‌های مطالعه این گونه سامانه‌ها یعنی آنتروپی چندمقیاسه به تحلیل سری‌های زمانی لکه‌ها در ده چرخه مختلف (۱۵ تا ۲۴) پرداختیم. لکه‌ها از پایگاه داده‌ای SILSO واقع در رصدخانه سلطنتی بلژیک، بروسل جمع‌آوری شدند. پس از جداکردن هر چرخه از سری زمانی اصلی، روش آنتروپی چندمقیاسه بر روی هر یک آنها اعمال شد. آنتروپی‌ها تا ضریب مقیاس ۲۰ با مقدار تاب‌آوری ۰/۱۵ برای همه چرخه‌ها محاسبه شدند. همچنین، از روش محدوده

همبستگی‌های بلندبرد (کمترین مقدار پیچیدگی) هستند. در واقع، ما در این مقاله توانستیم راهکاری برای تفکیک سری‌های زمانی با بیشترین و کمترین حافظه بلندبرد با استفاده از مقایسه منحنی‌های آنتروپی چندمقیاسه سری‌ها ارائه دهیم. در نهایت، با برازش تابع $f(\tau) = a\tau^b e^{c\tau}$ به میانگین همه آنتروپی‌های چندمقیاسه توضیحی برای سامانه‌هایی یافتیم که پیچیدگی آنها در ضریب مقیاس‌های مختلف افزایش می‌یابد، اما پس از عبور از یک حالت گذار، ابتدا دارای روند کاهشی نمایی می‌شود و سپس در ضریب مقیاس‌های نهایی توسط یک عامل محدودکننده تعدیل می‌شود.

مراجع

Alipour, N., & Safari, H. (2015). Statistical properties of solar coronal bright points. *The Astrophysical Journal*, 807(2), 175.

Balster, H., Tate, N. J., Kaduk, J., Harper, D., Page, S., Morrison, R., Muskulus, M., & Jones, P. (2015). Multi-scale entropy analysis as a method for time-series analysis of climate data. *Climate*, 3(1), 227-240.

Booth, C.G., Kaen, F.R., & Koveos, P.E. (1982). R/S analysis of foreign exchange rates under two international monetary regimes. *Journal of monetary Economics*, 10, 407-415.

Chou, C.-M. (2012). Applying multiscale entropy to the complexity analysis of rainfall-runoff relationships. *Entropy*, 14, 945-957.

Clette, F., Svalgaard, L., Vaquero, J.M., & Cliver, E.W. (2014). Revisiting the sunspot number. A 400-year perspective on the solar cycle, *Space Science Reviews*, 186(1-4), 35-103.

Clette, F., & Lefèvre, L. (2015). SILSO sunspot number V2.0. *WDC SILSO-Royal Observatory of Belgium (ROB)*, Institutional Homepage Catalog.

Clette, F., & Lefèvre, L. (2016). The new sunspot number: assembling all corrections. *Solar Physics*, 291(9-10), 2629-2651.

Clette, F., Lefèvre, L., Cagnotti, M., Cortesi, S., & Bulling, A. (2016 a). The revised Brussels-Locarno sunspot number (1981-2015), *Solar Physics*, 291 (9-10), 2733-2761.

Clette, F., Cliver, E.W., Lefèvre, L., Svalgaard, L., Vaquero, J.M., & Leibacher, J.W. (2016 b). Preface to topical issue: recalibration of the sunspot number. *Solar Physics*, 291 (9-10), 2479-2486.

Costa, M., Goldberger, A.L., & Peng, C.-K. (2002). Multiscale entropy analysis of complex

محدود می‌کند. در واقع، نتایج ارائه شده در این مقاله رهیافتی را مشخص می‌کند که استفاده از داده‌های کدام چرخه‌های خورشیدی می‌تواند نتایج بهتری را در کاربرد روش‌های خودکار پیش‌بینی‌های آماری نظارتی و غیرنظارتی اعمالی بر روی سری‌های زمانی چرخه‌ها ارائه دهد.

ما دریافتیم که میانگین تعداد لکه‌ها و میانگین انحراف‌معیار آنها هیچ ارتباط معناداری با مقدار آنتروپی چندمقیاسه (پیچیدگی) آنها ندارد. با استفاده از آنتروپی‌های چند مقیاسه به‌دست‌آمده و سطح زیر نمودار این آنتروپی‌ها، پیچیدگی چرخه‌های لکه‌ها مورد بررسی قرار گرفت. چرخه‌های ۲۰ و ۲۴ به ترتیب دارای بیشترین مقدار همبستگی بلندبرد (بیشترین پیچیدگی) و کمترین مقدار

physiologic time series. *Physical Review Letters*, 89(6), 068102.

Costa, M., Peng, C.-K., L. Goldberger, A., & Hausdorff, J. M. (2003). Multiscale entropy analysis of human gait dynamics. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 330(1), 53-60.

Costa, M., Goldberger, A.L., & Peng, C.-K. (2005). Multiscale entropy analysis of biological signals. *Physical Review E*, 71(2), 021906.

Costa, M., & Goldberger, A.L. (2015). Generalized multiscale entropy analysis: application to quantifying the complex volatility of human heartbeat time series. *Entropy*, 17(3), 1197-1203.

Daei, F., Safari, H., & Dadashi, N. (2017). Complex network for solar active regions. *The Astrophysical Journal*, 845(1), 36.

Delgado-Bonal, A. & Marshak, A. (2019). Approximate Entropy and Sample Entropy: A comprehensive tutorial. *Entropy*, 21(6), 541.

Feder, J. (2013). *Fractals (Physics of Solids and Liquids)*, Springer US.

Fraser, A. M., & Swinney, H. L. (1986). Independent coordinates for strange attractors from mutual information. *Phys. Rev. A*, 33, 1134-1140.

Gheibi, A., Safari, H., & Javaherian, M. (2017). The solar flare complex network. *The Astrophysical Journal*, 847(2), 115.

Grassberger, P., & Procaccia, I. (1983). Characterization of Strange Attractors. *Phys. Rev. Lett.*, 50, 346-349.

Hathaway, D.H. (2015). *The Solar Cycle. Living Review in Solar Physics*, 12, 4.

Humeau-Heurtier, A. (2015). The multiscale

- entropy algorithm and its variants: a review. *Entropy*, 17(5), 3110-3123.
- Hurst, H.E. (1951). Long-term storage of reservoirs: an experimental study. *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, 116, 770-799.
- Hurst, H.E., Black, R.P., & Simaika, Y.M. (1965). Long-term storage: an experimental study. Constable London.
- Javaherian, M., Safari, H., Dadashi, N., & Aschwanden, M.J. (2017). Statistical properties of photospheric magnetic elements observed by the helioseismic and magnetic imager onboard the solar dynamics observatory. *Solar Physics*, 292, 164.
- Javherian, M., & Mollaei, S. (2021). Multiscale entropy analysis of gravitational waves. *Advances in High Energy Physics*, 2021(6643546), 1-7.
- Kantelhardt, J. W., Zschiegner, S. A., Koscielny-Bunde, E., Havlin, S., Bunde, A., & Stanley, H. E. (2002). Multifractal detrended fluctuation analysis of nonstationary time series. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 316(1), 87-114.
- Kantz, H., & Schreiber, T. (2003). *Nonlinear Time Series Analysis* (2nd ed.). Cambridge: Cambridge University Press.
- Kononovicius, A. (2020). Physics of risk: Power-law in exponential growth, Vilnius University Faculty of Physics, Institute of Theoretical Physics and Astronomy. <https://rf.mokslasplius.lt/power-law-in-exponential-growth/>
- Livingston, W., Harvey, J. W., Malanushenko, O. V., and Webster, L. (2006). Sunspots with the strongest magnetic fields. *Solar Physics*, 239, 41-68.
- Lotfi, N., Javaherian, M., Kaki, B., Darooneh, A. H., & Safari, H. (2020). Ultraviolet solar flare signatures in the framework of complex network. *Chaos*, 30(4), 043124.
- Lu, Y., & Wang, J. (2017). Multivariate multiscale entropy of financial markets. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 52, 77-90.
- Mandelbrot, B.B. (1972). Statistical methodology for non-periodic cycles: From the covariance to R/S analysis. *Annals of Economic and Social Measurement*, 1, 259-290.
- Mandelbrot, B.B., & Wallis, J.R. (1969). Robustness of the rescaled range R/S in the measurement of noncyclic long run statistical dependence. *Water Resources Research*, 5, 967-988.
- Mathew, S. K., Martínez Pillet, V., Solanki, S. K., and Krivova, N. A. (2007). Properties of sunspots in cycle 23. I. Dependence of brightness on sunspot size and cycle phase. *Astronomy and Astrophysics*, 465, 291-304.
- Mayer, C. C., Bachler, M., Hörtenhuber, M., Stocker, C., Holzinger, A., & Wassertheurer, S. (2014). Selection of entropy-measure parameters for knowledge discovery in heart rate variability data. *BMC Bioinformatics*, 15(6), S2.
- Mohammadi, Z., Alipour, N., Safari, H., & Zamani, F. (2021). Complex network for solar protons and correlations with flares. *Journal of Geophysical Research (Space Physics)*, 126(7), e28868.
- Mollaei, S., Darooneh, A.H., & Karimi, S. (2019). Multi-scale entropy analysis and Hurst exponent. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 528, 121292.
- Pesnell, W. D. (2012). Solar Cycle Predictions (Invited Review). *Solar Physics*, 281(1), 507-532.
- Pincus, S. M. (1991). Approximate entropy as a measure of system complexity. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 88(6), 2297-2301.
- Priest, E. (2014). *Magnetohydrodynamics of the Sun*. New York: Cambridge University Press.
- Qamar, W., Hussain, M., Zaheer, M. B., Akram, J., Sadiq, N., & Uddin, Z. (2025). Prediction of sunspot numbers via Weibull distribution and deep learning. *Astrophysics and Space Science*, 370(7), 68.
- Rempel, M. (2011). Penumbral fine structure and driving mechanisms of large-scale flows in simulated sunspots. *Astrophysical Journal*, 729, 5.
- Richman, J. S., & Moorman, J. R. (2000). Physiological time-series analysis using approximate entropy and sample entropy. *American journal of physiology. Heart and circulatory physiology*, 278(6), H2039-H2049.
- Rodríguez, J.-V., Rodríguez-Rodríguez, I., & Lok Woo, W. (2022). Machine Learning-based Prediction of Sunspots using Fourier Transform Analysis of the Time Series. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 134(1042), 124201.
- Rypdal, K. (2018). Empirical Growth Models for the Renewable Energy Sector. *Advances in Geosciences*, 45, 35-44.
- Solanki, S. K. (2003). Sunspots: an overview. *Astronomy and Astrophysics Review*, 11, 153-286.
- Suyal, V., Prasad, A., & Singh, H. P. (2009). Nonlinear time series analysis of sunspot data. *Solar Physics*, 260(2), 441-449.
- Tajik, Z., Javaherian, M., Daei, F., Taran, S., Alipour, N., & Safari, H. (2023). Behavior of the solar coronal holes around the maximum activity of the cycle 24. *Advances in Space Research*, 72(5), 1884-1897.
- Taran, S., Khodakarami, E., & Safari, H. (2022). Complex network view to solar flare

- asymmetric activity. *Advances in Space Research*, 70(8), 2541-2550.
- Vasconcelos, G.L., Macêdo, A.M.S., Duarte-Filho, G.C. *et al.* (2021). Power law behaviour in the saturation regime of fatality curves of the COVID-19 pandemic. *Scientific Reports*, 11, 4619.
- Wu, S.-D., Wu, C.-W., Lin, S.-G., Wang, C.-C., & Lee, K.-Y. (2013). Time Series Analysis Using Composite Multiscale Entropy. *Entropy*, 15(3), 1069-1084.
- Zeng, S., Zhu, S., Huang, Y., Zeng, X., Zheng, S., & Deng, L. (2025). Prediction of solar cycles 26 and 27 based on LSTM-FCN. *New Astronomy*, 117, 102353.
- Zolfaghari Nikanjam, S., Khalesifard, H. R., & Abedini, Y. (2017). Estimation of Dust Downfall Time in Dusty Days using the Correlation between PM₁₀ and Sunphotometer Data. *Atmospheric Measurement Techniques Discussions*, 2017, 1-8.
- Zurita-Valencia, T. & Muñoz, V. (2023). Characterizing the solar activity using the visibility graph method. *Entropy*, 25(2), 342.