



## Improving VTEC-derived IRI empirical model using COSMIC2 Radio Occultation observations

Foroodi, Z.<sup>1</sup>  | Amerian, Y.<sup>1</sup> 

1. Department of Geodesy, Faculty of Geodesy and Geomatics Engineering, K. N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran.

Corresponding Author E-mail: [amerian@kntu.ac.ir](mailto:amerian@kntu.ac.ir)

(Received: 10 June 2025, Revised: 10 Feb 2026, Accepted: 13 April 2026, Published online: 30 May 2026)

### Summary

Due to the inadequate spatial distribution of data in certain regions, empirical ionospheric models suffer from limited accuracy. To address this limitation, the present study developed a method to enhance the Total Electron Content (TEC) predictions of the International Reference Ionosphere 2020 (IRI-2020) model using ionospheric profile (ionPrf) products derived from the Constellation Observing System for Meteorology, Ionosphere, and Climate-2 (COSMIC2) measurements. COSMIC2 represents the next-generation follow-on to the original COSMIC mission. It consists of six satellites in orbits with a 24-degree inclination, primarily providing coverage between 30°N and 30°S latitudes. By contrast, the original COSMIC satellites operated at an 87-degree inclination, achieving near-global coverage. The proposed enhancement approach comprises two main components: a background model and correction terms. The IRI-2020 serves as the background, while the corrections are modeled via spherical harmonics expansion, yielding 256 unknown coefficients per time interval. The resulting improved TEC maps, guided by the spatial distribution of COSMIC2 observations, offer coverage from 30°S to 30°N across all longitudes. However, COSMIC2 data remain sparse near 45°N and 45°S latitudes. To assess the method, January 14, 2022, was selected as the test date. Geomagnetic conditions remained quiet (steady state) from 00:00 to 21:00 UT, shifting to disturbed (storm) conditions from 21:00 to 24:00 UT, while solar activity stayed stable throughout the day. The generated TEC maps feature a spatial resolution of 5° in longitude and 2.5° in latitude, with a temporal resolution of 2 hours. This interval was chosen because a 2-hour period typically contains more than 256 COSMIC2 observations, sufficient for reliable estimation of the spherical harmonic coefficients. Estimating these coefficients involves solving an ill-posed inverse problem using regularization techniques. Two approaches were compared in this study: the direct Tikhonov regularization and the recursive Least Squares with Quadratic Regularization (LSQR). For validation, modeled Vertical Total Electron Content (VTEC) values were compared against independent measurements from five International GNSS Service (IGS) GPS stations—two situated over the ocean and three on land. Performances were evaluated separately for quiet and storm geomagnetic conditions using Root Mean Square Error (RMSE) and Normalized Root Mean Square Error (NRMSE). Overall, the proposed method substantially reduced RMSE at both land-based and ocean-based stations, even during geomagnetic storms, although its effectiveness depended on the proximity and distribution of Radio Occultation (RO) observations within the region. Relative to the original IRI-2020 model, the recursive LSQR method reduced NRMSE by approximately 1.75% in quiet conditions and 3.86% during storm conditions, while the direct Tikhonov method achieved reductions of 1.34% and 3.68%, respectively. In most 2-hour intervals, LSQR outperformed Tikhonov at individual GPS stations, irrespective of land or sea location. Nevertheless, in one case during storm conditions, neither method could produce a reliable correction, owing to the unfavorable spatial distribution of available RO observations.

**Keywords:** COSMIC2, IRI model, ionosphere, regularization.

Cite this article: Foroodi, Z., & Amerian, Y. (2026). Improving VTEC-derived IRI empirical model using COSMIC2 Radio Occultation observations. *Journal of the Earth and Space Physics*, 52(1), 1-15. DOI: <http://doi.org/10.22059/jesphys.2026.396551.1007695>

E-mail: (1) [zahra.foroodi@email.kntu.ac.ir](mailto:zahra.foroodi@email.kntu.ac.ir)



© Authors Retain the Copyright and Full Publishing Rights.

Publisher: University of Tehran Press.

DOI: <http://doi.org/10.22059/jesphys.2026.396551.1007695>

Print ISSN: 2538-371X  
Online ISSN: 2538-3906

## بهبود VTEC مدل تجربی IRI با استفاده از مشاهدات اختفای رادیویی COSMIC2

زهرا فرودی<sup>۱</sup> | یزدان عامریان<sup>۱</sup> ✉

۱. گروه ژئودزی، دانشکده مهندسی نقشهبرداری، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران.

رایانامه نویسنده مسئول: [amerian@kntu.ac.ir](mailto:amerian@kntu.ac.ir)

(دریافت: ۱۴۰۴/۳/۲۰، بازنگری: ۱۴۰۴/۱۱/۲۱، پذیرش نهایی: ۱۴۰۵/۱/۲۴، انتشار آنلاین: ۱۴۰۵/۳/۹)

### چکیده

از آنجایی که توزیع مکانی نامناسب داده‌های ورودی سبب عدم قطعیت مدل‌های تجربی یونوسفری در برخی از مناطق می‌شود، هدف این مقاله ارائه روشی جهت بهبود مدل مرجع بین‌المللی یونوسفری (IRI) با استفاده از مشاهدات ماهواره اختفای رادیویی COSMIC2 است. روش پیشنهادی شامل دو بخش پس‌زمینه و تصحیحات می‌شود. مدل IRI-2020 به‌عنوان مدل پس‌زمینه انتخاب و بخش تصحیحات با توابع پایه هارمونیک کروی تا درجه و مرتبه ۱۵ مدل‌سازی شده است. نقشه‌های بهبودیافته به‌دلیل توزیع مکانی اندازه‌گیری‌های COSMIC2، محدوده عرض جغرافیایی ۳۰ درجه جنوبی الی ۳۰ درجه شمالی را در برمی‌گیرند. همچنین، این نقشه‌ها دارای قدرت تفکیک مکانی ۵ درجه در راستای طول جغرافیایی و ۲٫۵ درجه در راستای عرض جغرافیایی و قدرت تفکیک زمانی ۲ ساعت می‌باشند. یافتن مجهولات هارمونیک کروی مستلزم حل یک مسئله معکوس و استفاده از روش‌های پایدارسازی است. برای این منظور دو روش پایدارسازی مستقیم تیخونوف و تکراری کمترین مربعات کوادراتیک (LSQR) انتخاب شد. جهت ارزیابی نقشه‌های حاصل، از محتوای کلی الکترونی قائم (VTEC) ایستگاه‌های تعیین موقعیت جهانی (GPS) استفاده شده است. نتایج نشان داد که به‌طور کلی روش پیشنهادی در کاهش خطای جذر میانگین مربعات نرمالایز شده (NRMSE) ایستگاه‌های GPS مستقر در خشکی و دریا حتی در زمان رخداد طوفان ژئومغناطیسی مؤثر عمل کرده است، ولی میزان بهبود بستگی به محل رخداد مشاهدات اختفای رادیویی دارد. روش تیخونوف و LSQR به ترتیب مقدار NRMSE را در شرایط آرام حدود ۱٫۳۴ و ۱٫۷۵ درصد و در شرایط طوفانی به ترتیب حدود ۳٫۶۸ و ۳٫۸۶ درصد کاهش یافت.

واژه‌های کلیدی: پایدارسازی، مشاهدات اختفای رادیویی، مدل IRI، یونوسفر.

### ۱. مقدمه

آن است که اندازه‌گیری اکثر ابزارهای ژئودزی فضایی در دو فرکانس مختلف انجام می‌شود. با استفاده از اندازه‌گیری در دو فرکانس مختلف، می‌توان اثر یونوسفر را در تقریب مرتبه اول حذف کرد. این تقریب برای حذف اثر یونوسفر در بسیاری از کاربردهای تجاری و علمی به اندازه کافی دقیق است و از طرف دیگر این اثر اجازه می‌دهد تا اطلاعات لازم درباره پارامترهای یونوسفری به دست آورده شود (بوهم و همکاران، ۲۰۱۳).

مدل‌سازی یونوسفر با توجه به تأثیر این محیط بر فعالیت‌های مختلف، اهمیت دارد. یونوسفر را به سه روش تجربی، ریاضی و فیزیکی می‌توان مدل‌سازی کرد. مدل‌های

بر اساس بار الکتریکی ذرات جو زمین دارای دو بخش جو خنثی و یونوسفر می‌باشد. جو خنثی تا ارتفاع ۵۰ کیلومتر و یونوسفر در قسمت بالایی آن و در ارتفاع ۵۰ الی ۱۰۰۰ کیلومتری سطح زمین قرار دارد. تابش خورشید باعث تولید یون و الکترون آزاد در لایه یونوسفر می‌شود. یونوسفر یک محیط پاشنده برای امواج الکترومغناطیس می‌باشد، این بدان معنی است که اثر یونوسفر در تقریب مرتبه اول متناسب با عکس مربع فرکانس سیگنال‌های الکترومغناطیس است. این اثر به‌عنوان شکست یونوسفری شناخته می‌شود و باید در تعیین سرعت انتشار سیگنال‌های گذرنده از این محیط در نظر گرفته شود. این پدیده دلیل

ایران مدل‌سازی کردند. نتایج نشان داد که VTEC مدل‌سازی شده نسبت به GIM از دقت بهتری برخوردار می‌باشد.

مدل مرجع بین‌المللی یونوسفر (IRI) یکی از مدل‌های تجربی یونوسفر می‌باشد. تاکنون چندین ویرایش از این مدل منتشر شده که آخرین آن IRI-2020 است. شبکه جهانی یونوسند یکی از منابع داده این مدل می‌باشد که به‌علت توزیع مکانی نامناسب در برخی مناطق دقت خوبی ندارد (بیلیترا و همکاران، ۲۰۱۱). به‌همین دلیل تا به حال تحقیقات بسیاری جهت بهبود این مدل انجام گرفته است. عامریان و همکاران (۲۰۱۳a,b) با استفاده از توابع پایه B-Spline و مشاهدات ایستگاه‌های GPS ایران دقت نقشه‌های VTEC و چگالی الکترونی حاصل از مدل IRI را به‌صورت منطقه‌ای افزایش دادند. محبوبی و عامریان (۲۰۲۳) جهت بهبود چگالی الکترونی حاصل از IRI در ایران، یک مدل داده‌گواری توسعه دادند که مدل IRI به‌عنوان پس‌زمینه و VTEC گیرنده‌های دائمی به‌عنوان مشاهده به مدل معرفی شده است. کریمی و همکاران (۲۰۲۲) با استفاده از مشاهدات TEC حاصل از گیرنده‌های دائمی GNSS و ماهواره SWARM دقت مدل IRI را به‌صورت جهانی بهبود دادند.

با توجه به تعداد بالای رخدادهای اختفای رادیویی ماهواره COSMIC2 در هر روز، در این مطالعه مدلی جهت بهبود TEC حاصل از مدل IRI با استفاده از توابع پایه هارمونیک کروی ارائه شده است که مدل IRI-2020 را به‌عنوان مدل پس‌زمینه در نظر می‌گیرد. در نهایت، نقشه‌های VTEC بهبودیافته مدل IRI با VTEC حاصل از گیرنده‌های GPS مقایسه خواهد شد. همچنین، روش‌های مختلف پایدارسازی مستقیم، تکراری جهت برآورد مجهولات هارمونیک کروی مورد ارزیابی قرار خواهد گرفت.

## ۲. داده‌ها

در این بخش جزئیات هر یک از داده‌های مورد استفاده و نحوه استخراج TEC از گیرنده GPS ارائه می‌شود.

فیزیکی مبتنی بر قوانین شیمیایی و فیزیکی هستند. این مدل‌ها قادر هستند با حل مجموعه‌ای از معادلات پایه اولیه مانند معادلات انرژي، پیوستگی و تکانه برای الکترون‌ها و یون‌ها، مجموعه خاصی از مشاهدات را بازتولید کنند. این مدل‌ها به‌دلیل پیچیدگی زیاد مانند زمان محاسباتی و تعداد ورودی‌های زیاد محدود می‌شوند. مدل‌های تجربی تغییرات سیستماتیک یونوسفر را از داده‌های اندازه‌گیری شده به دست می‌آورند. بنابراین، میانگین شرایط غیراغتشاشی را توصیف می‌کنند (شانک، ۱۹۸۸). در مناطقی که به اندازه کافی مشاهده دارد، مدل‌های تجربی در ارائه پارامترهای یونوسفری واقع‌بینانه عمل می‌کنند. اما در مناطق یا دوره‌های زمانی که به اندازه کافی دارای مشاهدات نیستند، دقت و عملکرد مطلوبی ندارند. یکی از مزایای این مدل‌ها این است که با ورود اندازه‌گیری‌های جدید بهبود می‌یابند. در مدل‌سازی ریاضی از توابعی مانند توابع پایه هارمونیک کروی، شعاعی و موجک جهت مدل‌سازی تغییرات زمانی و مکانی پارامترهای یونوسفری مانند؛ محتوای کلی الکترونی قائم (VTEC) و چگالی الکترونی استفاده می‌شود. محبوبی و عامریان (۲۰۲۲) با استفاده از توابع پایه شعاعی کروی و ایستگاه‌های سامانه تعیین موقعیت جهانی (GPS) ایران VTEC را به‌صورت منطقه‌ای مدل‌سازی کردند. علیزاده و همکاران (۲۰۱۱) با استفاده از توابع پایه هارمونیک کروی و ترکیب مشاهدات ایستگاه‌های سامانه ماهواره‌ای ناوبری جهانی (GNSS)، ماهواره اختفای رادیویی COSMIC و ماهواره ارتفاع‌سنجی Jason-1 دقت نقشه‌های جذر میانگین مربعات (RMS) را افزایش دادند. تودوراوا و همکاران (۲۰۰۸) با استفاده از توابع هارمونیک کروی، داده‌های ماهواره ارتفاع‌سنجی Jason-1 و ایستگاه‌های GNSS، نقشه‌های جهانی یونوسفری (GIM) ترکیبی ایجاد کردند که دقت این نقشه‌ها در مقایسه با نقشه‌های GIM حاصل از داده‌های GNSS در مناطق اقیانوسی بهتر بود. خوشگواری و همکاران (۱۳۹۹) با استفاده از ایستگاه‌های دائم GPS در ایران و تابع پایه شعاعی کروی (SRBF)، VTEC را در

## ۱-۲. مدل یونوسفری IRI

مدل IRI نتیجه همکاری بین‌المللی کمیته تحقیقات فضایی (COSPAR) و اتحادیه بین‌المللی علوم رادیویی (UIRS) است. این مدل میانگین ماهانه چگالی الکترون، دمای الکترون، دمای یون، ترکیب یون و چندین پارامتر اضافی را در محدوده ارتفاعی ۶۰ الی ۱۵۰۰ کیلومتری توصیف می‌کند. این مدل تجربی مبتنی بر اکثر منابع داده موجود برای پلاسمای یونوسفر است. منابع داده IRI شامل شبکه جهانی یونوسوند، رادارهای پراکنشگر ناهمدوس (ISR) و ماهواره‌های عمق‌سنج بالا می‌شود. شبکه جهانی یونوسوند چگالی الکترونی یونوسفر را از ارتفاع‌های پایین تا اوج F رصد می‌کند، دما، سرعت و چگالی پلازما را در سراسر یونوسفر و در مکان‌های خاصی اندازه‌گیری می‌کند، ماهواره‌های عمق‌سنج بالا توزیع جهانی چگالی الکترون را از ارتفاع ماهواره تا اوج F ارائه می‌دهند. اشکال این مدل آن است که به شدت به داده وابسته است. بنابراین، مناطق و دوره‌های زمانی که به خوبی توسط داده پوشش داده نمی‌شوند، منجر به قابلیت‌اطمینان پایین‌تر مدل در آن منطقه می‌شوند. مدل IRI کاربردهای گسترده‌ای دارد. یکی از کاربردهای آن، انتخاب این مدل به‌عنوان زمینه برای اعتبارسنجی یک روش محاسبه پارامترهای یونوسفری از اندازه‌گیری‌های ژئودزی است. کاربرد دیگر آن درون‌یابی در مناطقی است که اندازه‌گیری GPS در دسترس نیست یا تعداد ایستگاه‌های GPS بسیار کم است (بیلیتزا و همکاران، ۲۰۱۱). داده‌های این مدل از سایت [https://ccmc.gsfc.nasa.gov/requests/IT/IRI/iri\\_firs\\_t.php](https://ccmc.gsfc.nasa.gov/requests/IT/IRI/iri_firs_t.php) دریافت می‌شود. نقشه‌های IRI دریافت‌شده از این سایت دارای قدرت تفکیک مکانی ۵ درجه در جهت طول و عرض جغرافیایی و قدرت تفکیک زمانی ۱۵ دقیقه هستند.

## ۲-۲. مشاهدات اختفای رادیویی ماهواره COSMIC2

راه‌اندازی و اجرای موفقیت‌آمیز مأموریت اختفای رادیویی COSMIC2 دوره جدیدی را برای سنجش از دور جو ایجاد کرد. مأموریت COSMIC2 نسل جدید COSMIC

و حاصل همکاری مشترک ایالات متحده آمریکا و سازمان ملی فضایی است. این شش ماهواره در ژوئن سال ۲۰۱۹ پرتاب شدند. ترکیب ماهواره‌های COSMIC2 روزانه بیش از ۴۰۰۰ پروفیل اختفای رادیویی را با نسبت سیگنال به نویز بیشتر از COSMIC تأمین می‌کنند. سیگنال به نویز بالای این داده‌ها سبب سنجش دقیق‌تر جو در نزدیکی زمین و در مقایسه با مأموریت قبلی می‌شود. پوشش جغرافیایی ماهواره اختفای رادیویی در درجه اول به زاویه میل آن بستگی دارد. زاویه میل زیاد برای ماهواره‌های اختفای رادیویی سبب سنجش جو در کل عرض‌ها می‌شود ولی زاویه میل ماهواره‌های پرتاب اول COSMIC2 برابر ۲۴° می‌باشد که رخدادهای آن فقط عرض جغرافیایی ۴۵° شمالی تا ۴۵° جنوبی را دربرمی‌گیرد. محصولات این ماهواره در سطوح 1A، 1B و 2 منتشر می‌شود. برای انجام این تحقیق از داده‌های TEC محصولات ionPrf استفاده شده که در سطح ۲ قرار دارد (جین و همکاران، ۲۰۱۴). داده‌های این ماهواره از سایت <https://data.cosmic.ucar.edu/gnss-ro/cosmic2/provisional/spaceWeather> قابل دریافت می‌باشد. مقدار TEC حاصل از این محصولات در بیشینه چگالی الکترونی اندازه‌گیری شدند و مقادیر آن شامل TEC0 و TEC1 می‌باشد که TEC0 مقدار TEC زیر ارتفاع مداری و TEC1 مقدار TEC بالای ارتفاع مداری است.

## ۳-۲. VTEC حاصل از گیرنده GPS

در ترکیب خطی عاری از هندسه مشاهدات GPS، فاصله هندسی بین ماهواره و گیرنده و تمامی خطاهای مستقل از فرکانس حذف می‌شود. کد نرم‌شده با فاز برای دو فرکانس  $f_1$  و  $f_2$  به‌صورت رابطه (۱) نوشته می‌شود (شار، ۱۹۹۹؛ فرودی و همکاران، ۲۰۲۱؛ ۲۰۲۴).

$$\begin{cases} \tilde{P}_{i,1}^k(t) = \bar{P}_{i,1}^k + L_{i,1}^k(t) - \bar{L}_{i,1}^k + 2 \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} ((L_{i,1}^k(t) - \bar{L}_{i,1}^k) - (L_{i,2}^k(t) - \bar{L}_{i,2}^k)) \\ \tilde{P}_{i,2}^k(t) = \bar{P}_{i,2}^k + L_{i,2}^k(t) - \bar{L}_{i,2}^k + 2 \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} ((L_{i,1}^k(t) - \bar{L}_{i,1}^k) - (L_{i,2}^k(t) - \bar{L}_{i,2}^k)) \end{cases} \quad (1)$$

در رابطه (۱)  $k$  و  $i$  به ترتیب ماهواره و گیرنده،  $\tilde{P}_{i,i}^k$  و  $\tilde{P}_{i,1}^k$  اندازه‌گیری کد دو فرکانسه نرم‌شده در اپک  $t$ ،  $\bar{P}_{i,1}^k$  و

می‌شود. مدل پیشنهادی دارای دو بخش پس‌زمینه و تصحیحات می‌باشد که بخش پس‌زمینه، مدل IRI بوده و بخش تصحیحات از بسط اختلاف TEC حاصل از مدل IRI و مشاهدات COSMIC2 به هارمونیک‌های کروی مدل‌سازی شده است. در بخش (۳-۱) روابط مدل‌سازی تصحیحات با استفاده از هارمونیک کروی و نحوه برآورد مجهولات توضیح داده خواهد شد و نحوه ارزیابی نقشه‌های یونوسفری اصلاح شده با استفاده از مقادیر VTEC حاصل از ایستگاه‌های GPS در بخش (۳-۲) بیان می‌شود.

### ۳-۱. مدل‌سازی تصحیحات VTEC و نحوه برآورد مجهولات

جهت مدل‌سازی تصحیحات VTEC با استفاده از هارمونیک‌های کروی ابتدا می‌بایست نقشه‌های IRI در موقعیت و زمان رخدادهای اختفای رادیویی درون‌یابی مکانی و زمانی شوند. مقادیر تصحیحات VTEC از اختلاف بین مقادیر درون‌یابی شده و اندازه‌گیری‌های ماهواره به دست می‌آید. جهت مدل‌سازی VTEC با استفاده از هارمونیک کروی می‌بایست طول و عرض جغرافیایی رخدادهای اختفای رادیویی با استفاده از روابط (۵) و (۶) به طول خورشید-ثابت (Sun-fixed) و عرض ژئومغناطیس تبدیل خواهند شد (بوهم و همکاران، ۲۰۱۳).

$$\lambda_s = \lambda_g + 15(UT - 12) \quad (5)$$

$$\sin \varphi_m = \sin \varphi_g \sin \varphi_0 + \cos \varphi_g \cos \varphi_0 \cos(\lambda_g - \lambda_0) \quad (6)$$

در رابطه (۵) و (۶)،  $\varphi_g$  و  $\lambda_g$  به ترتیب عرض و طول جغرافیایی،  $\lambda_s$  طول خورشید-ثابت،  $UT$  زمان جهانی و  $\varphi_0$  و  $\lambda_0$  مختصات قطب ژئومغناطیس است (۷۲٫۶۸°W و ۶۵٫۸۰°N). مطابق رابطه (۷)،

$VTEC_{corrected}$  به دو بخش معلوم  $VTEC_{ref}$  و بخش تصحیحات  $\Delta VTEC$  تقسیم می‌شود. بخش معلوم  $VTEC_{ref}$  از IRI و بخش تصحیحات با رابطه (۸) مدل‌سازی می‌شود.

$\bar{P}_{i,2}^k$  میانگین کد دو فرکانسه در کمان مشاهداتی،  $\bar{L}_{i,1}^k$  و  $\bar{L}_{i,2}^k$  میانگین فاز دو فرکانسه در کمان مشاهده،  $L_{i,1}^k$  و  $L_{i,2}^k$  مشاهده فاز در اپک  $t$  و  $f_1$  و  $f_2$  به ترتیب برابر ۱۵۷۵٫۴۲ و ۱۲۲۷٫۶۰ مگاهرتز می‌باشد. ترکیب عاری از هندسه مشاهده کد نرم‌شده با فاز از رابطه (۲) به دست می‌آید.

$$\tilde{P}_{4,i}^k = \tilde{P}_{1,i}^k - \tilde{P}_{2,i}^k = \quad (2)$$

$A \cdot STEC_i^k + c(DCB^k + DCB_i) + e$  در رابطه (۲)  $\tilde{P}_{4,i}^k$  ترکیب عاری از هندسه کد نرم‌شده با

فاز،  $STEC_i^k$  مقدار TEC در راستای گیرنده  $i$  و ماهواره  $k$ ،  $c$  سرعت نور در خلأ،  $e$  نویز اندازه‌گیری،  $A = 40.31 \times 10^{16} (f_2^{-2} - f_1^{-2})$  برای تبدیل TEC در واحد TECU به واحد متر استفاده می‌شود و  $DCB^k$  و  $DCB_i$  اریب تفاضلی کد ماهواره و گیرنده است. اریب تفاضلی کد گیرنده برای ایستگاه‌هایی که مقدار DCB آنها در محصولات IGS موجود نیست با روش لی و همکاران (۲۰۱۸) می‌تواند محاسبه شود. در نهایت  $STEC$  با تابع نگاشت (۳) به  $VTEC$  تبدیل می‌شود (رابطه ۴).

$$M(E) = [1 - (R_e \sin(E))^2 / (R_e + H_{ion})^2]^{-1/2} \quad (3)$$

$$STEC = VTEC \cdot M(E) \quad (4)$$

در رابطه (۳)  $E$  زاویه ارتفاعی ماهواره،  $R$  شعاع کره زمین که برابر با ۶۳۷۱ کیلومتر و  $H_{ion}$  ارتفاع تک لایه و برابر ۳۵۰ کیلومتر می‌باشد. این ارتفاع بر اساس پروفیل چگالی الکترونی ماهواره COSMIC در نظر گرفته شده است. جهت حذف اثر چند مسیری، مقادیر VTEC اپک‌هایی که در آنها زاویه ارتفاعی ماهواره بیشتر از ۲۰ درجه بوده در نظر گرفته شده است. از VTEC ایستگاه‌های GPS جهت ارزیابی مدل پیشنهادی استفاده می‌شود.

### ۳. روش

در این بخش جزئیات مدل پیشنهادی جهت بهبود نقشه‌های یونوسفری با استفاده از مشاهدات COSMIC2 ارائه

۳-۲. ارزیابی

جهت مقایسه نقشه‌های IRI بهبودیافته با VTEC حاصل از ایستگاه‌های GPS، از پارامتر خطای جذر میانگین مربعات (RMSE) و خطای جذر میانگین مربعات نرمالایز شده (NRMSE) می‌توان استفاده کرد که به ترتیب از رابطه (۱۲) و (۱۳) به دست می‌آید.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (VTEC_{i,corrected} - VTEC_{i,GPS})^2} \quad (12)$$

$$NRMSE = \frac{RMSE}{\max(VTEC_{GPS}) - \min(VTEC_{GPS})} \quad (13)$$

در رابطه (۱۲) و (۱۳)  $N$  تعداد کل مشاهدات،  $VTEC_{i,corrected}$  مشاهده VTEC حاصل از نقشه‌های بهبودیافته IRI و  $VTEC_{i,GPS}$  مشاهده VTEC حاصل از ایستگاه GPS می‌باشد. مقدار NRMSE بر حسب درصد بیان می‌شود.

۴. نتایج و بحث

در این بخش نتایج حاصل از روش پیشنهادی برای روز ۱۴ ژانویه سال ۲۰۲۲ ارائه شده است. طوفان‌های خورشیدی و ژئومغناطیسی دو عامل کنترل‌کننده لایه یونوسفر هستند. جهت بررسی فعالیت خورشیدی از شاخص  $F_{10.7}$  استفاده می‌شود که مقدار آن در روز ۱۴ ژانویه برابر ۱۰۶/۶ واحد شار خورشیدی (SFU) بود که نشان‌دهنده آرام بودن این روز از نظر فعالیت‌های خورشیدی است. فعالیت‌های ژئومغناطیسی با دو شاخص  $k_p$  و  $A_p$  به صورت ۳ ساعته بررسی می‌شود. شاخص  $k_p$  بین صفر تا ۹ متغیر است که اگر از ۵ بیشتر باشد، بیانگر رخداد طوفان ژئومغناطیسی می‌باشد. همچنین، شاخص  $A_p$  بین صفر تا ۴۰۰ تغییر می‌کند که اگر از ۵۰ بیشتر باشد، نشانه رخداد طوفان ژئومغناطیسی است (زولسی و کندر، ۲۰۱۴؛ چنگ و همکاران، ۲۰۱۱). لازم به ذکر است که این دو شاخص ژئومغناطیسی واحد ندارند و اطلاعات مربوط به شاخص‌های خورشیدی و ژئومغناطیسی از سایت

$$VTEC_{corrected}(\lambda_s, \varphi_m) = VTEC_{ref}(\lambda_s, \varphi_m) + \Delta VTEC(\lambda_s, \varphi_m) \quad (7)$$

$$\Delta VTEC(\lambda_s, \varphi_m) = \sum_{n=0}^{n_{max}} \sum_{m=0}^n \tilde{P}_{nm}(\sin \varphi_m) (a_{nm} \cos(m\lambda_s) + b_{nm} \sin(m\lambda_s)) \quad (8)$$

در رابطه (۸)،  $n$  و  $m$  درجه و مرتبه،  $a_{nm}$  و  $b_{nm}$  ضرایب هارمونیک کروی،  $\tilde{P}_{nm} = N_{nm} P_{nm}$  تابع لژاندر نرمال‌شده و  $P_{nm}$  تابع لژاندر کلاسیک است که مقدار  $N_{nm}$  از رابطه (۹) به دست می‌آید.

$$N_{nm} = \sqrt{\frac{(n-m)!(2n+1)(2-\delta_{0m})}{(n+m)!}} \quad (9)$$

در این مطالعه مقدار  $n$  و  $m$  برابر ۱۵ در نظر گرفته شده است. علاوه بر این، قدرت تفکیک زمانی نقشه‌های بهبودیافته ۲ ساعت و قدرت تفکیک مکانی آنها ۵ درجه در جهت طول و ۲/۵ درجه در جهت عرض می‌باشد. تعداد کل مجهولات (ضرایب  $a_{nm}$  و  $b_{nm}$ ) در بازه‌های زمانی دو ساعته برابر ۲۵۶ و ماتریس‌های ضرایب تشکیل شده بدو وضع و دارای عدد شرط بالایی بودند. مطابق رابطه (۱۰) و (۱۱) برای یافتن مجهولات از روش پایدارسازی مستقیم تیخونوف و تکراری LSQR می‌توان استفاده کرد (هانسن، ۲۰۰۷).

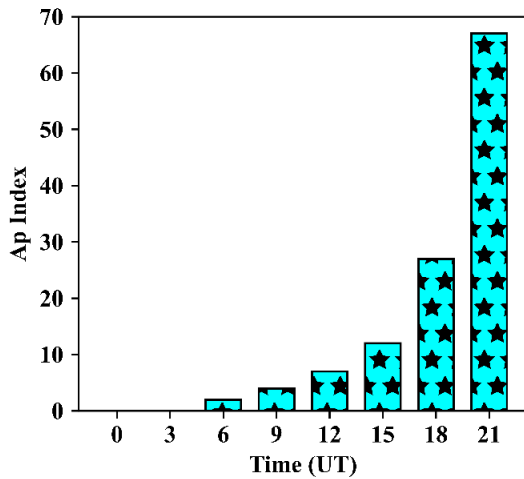
$$\mathbf{x} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{b} \quad (10)$$

$$\mathbf{x}^{(k)} = \arg \min \|\mathbf{Ax} - \mathbf{b}\|_2^2 \quad (11)$$

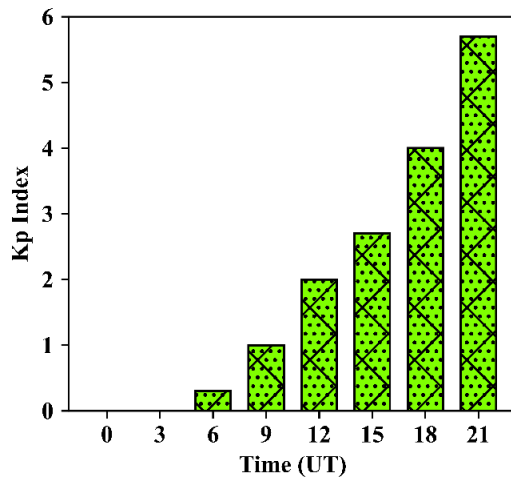
در رابطه (۱۰) و (۱۱)،  $\mathbf{A}$  و  $\mathbf{b}$  به ترتیب ماتریس ضرایب و بردار مشاهدات برای اندازه‌گیری‌های دو ساعته ماهواره COSMIC2،  $\mathbf{x}$  بردار مجهولات و  $\lambda$  پارامتر پایدارسازی روش تیخونوف است. پارامتر پایدارسازی روش تیخونوف و تعداد تکرارهای مناسب روش LSQR ( $k$ ) با استفاده از منحنی ال (L-Curve) محاسبه می‌شود. در منحنی ال، فرض بر این است که نرم بردار جواب پایدار شده و نرم بردار باقی‌مانده‌ها تابع پارامتر پایدارسازی می‌باشد. همچنین، وزن مشاهدات واحد در نظر گرفته شده است.

ساعت تعداد رخداد‌های اختفای رادیویی در اطراف عرض جغرافیایی ۴۵ درجه جنوبی و ۴۵ درجه شمالی کم بود. همان‌طور که گفته شد قدرت تفکیک مکانی این نقشه‌ها ۵ درجه در راستای طول جغرافیایی و ۲٫۵ درجه در راستای عرض جغرافیایی می‌باشد. مختصات و DCB (بر حسب نانو ثانیه) ایستگاه‌های GPS انتخابی جهت ارزیابی دقت در جدول ۱ آمده است. مقدار DCB برای بعضی از ایستگاه‌ها مجهول بود که با روش لی و همکاران (۲۰۱۸) محاسبه شد. داده‌های این ایستگاه‌ها از سایت <https://cddis.nasa.gov> قابل دریافت می‌باشد.

دریافت است. شکل ۱ تغییرات این دو پارامتر را در روز انتخابی نشان می‌دهد. مقدار شاخص  $A_p$  و  $k_p$  در ساعت ۲۱ روز ۱۴ ژانویه از مقادیر مجاز ذکر شده بیشتر بوده که نشان‌دهنده رخداد طوفان‌های ژئومغناطیس است. شکل ۲ موقعیت ایستگاه‌های GPS و توزیع مکانی رخداد‌های اختفای رادیویی را در روز ۱۴ ژانویه نشان می‌دهد. با توجه به نحوه توزیع مکانی مشاهدات اختفای رادیویی ماهواره COSMIC2، نقشه‌های بهبودیافته فقط عرض‌های جغرافیایی ۳۰ درجه جنوبی الی ۳۰ درجه شمالی را شامل می‌شوند، زیرا در بازه‌های زمانی ۲

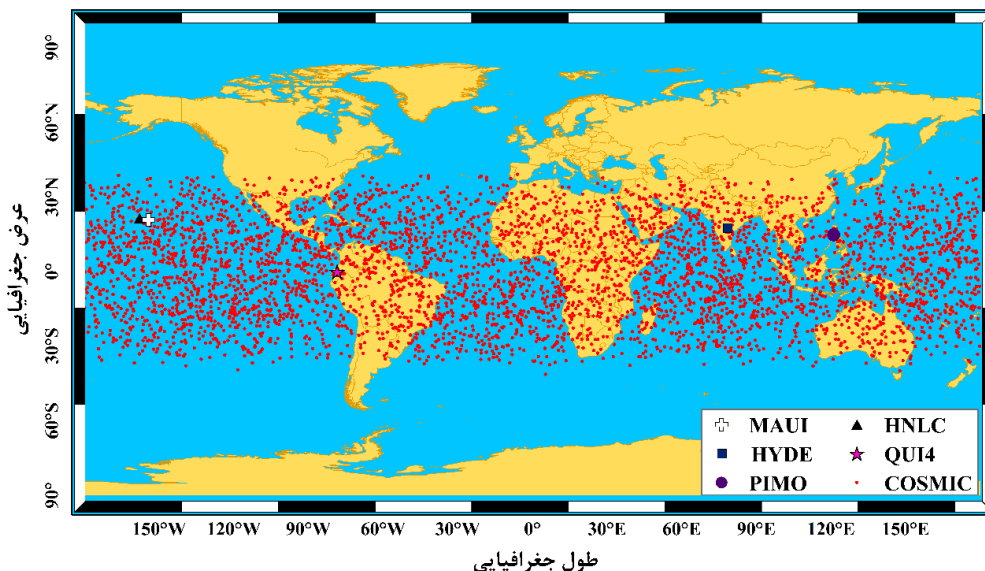


(ب)



(الف)

شکل ۱. تغییرات شاخص  $k_p$  (الف) و شاخص  $A_p$  (ب) در روز ۱۴ ژانویه سال ۲۰۲۲.



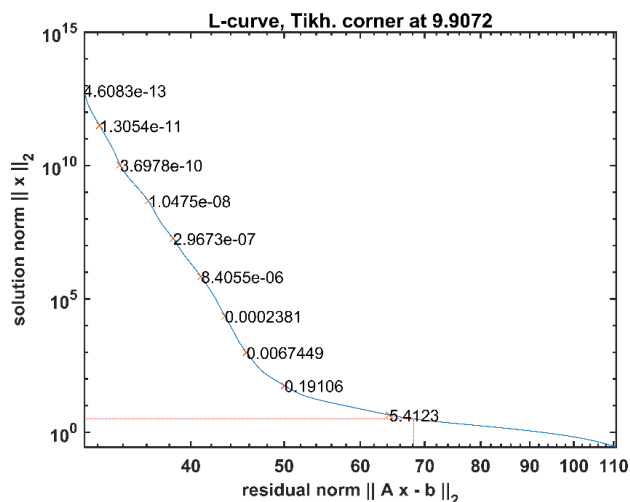
شکل ۲. توزیع مکانی رخداد‌های اختفای رادیویی در روز ۱۴ ژانویه سال ۲۰۲۲ (نقاط قرمز) و ایستگاه‌های GPS انتخابی.

جدول ۱. مختصات ایستگاه‌های GPS انتخابی.

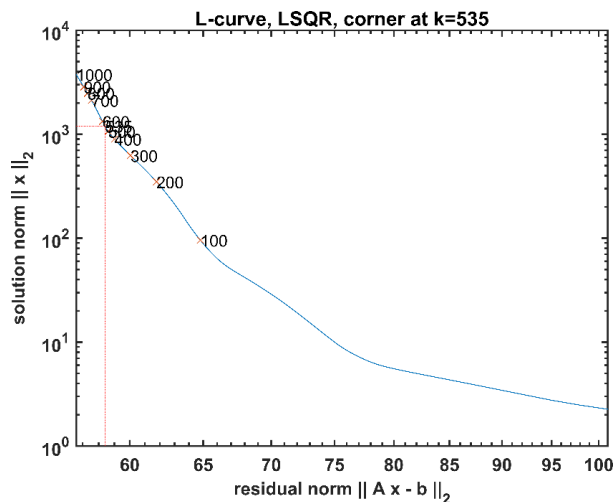
نام ایستگاه	طول جغرافیایی	عرض جغرافیایی	DCB (ns)
QUI4	۷۸°۲۸'۰۲"W	۰۰°۰۸'۲۳"S	۱۱,۹۹۴
HYDE	۷۸°۳۳'۰۳"E	۱۷°۲۵'۰۲"N	۹,۲۷۰
PIMO	۱۲۱°۰۴'۴۰"W	۱۴°۳۸'۰۹"N	۱,۰۵۹
HNLC	۱۵۷°۵۱'۵۴"W	۲۱°۱۸'۱۲"N	-۱۹,۷۶۸
MAUI	۱۵۶°۱۵'۲۵"W	۲۰°۴۲'۲۴"N	۳۳,۲۲۱

از آنجایی که تعداد رخدادهای اختفای رادیویی در هر یک از بازه‌های زمانی ۲ ساعته بیش از تعداد مجهولات (۲۵۶ ضریب هارمونیک کروی) بود، امکان برآورد مجهولات در هر بازه زمانی وجود داشت. به منظور تعیین پارامتر پایدارسازی روش تیخونوف و LSQR، نقطه‌ای با بیشترین انحنای منحنی ال به ترتیب به عنوان پارامتر پایدارسازی روش تیخونوف و تعداد تکرار مناسب جهت یافتن مجهولات روش LSQR می‌باشد.

مناسب روش LSQR در نظر گرفته می‌شود. شکل ۳ و ۴ به ترتیب نمودار منحنی ال روش تیخونوف و LSQR مربوط به نتایج دو ساعت ۶ الی ۸ UT و ۲۲ الی ۲۴ UT روز ۱۴ ژانویه را نشان می‌دهد. نقطه با بیشترین انحنای در شکل ۳ پارامتر پایدارسازی روش تیخونوف و در شکل ۴ تعداد تکرار مناسب جهت یافتن مجهولات روش LSQR می‌باشد.



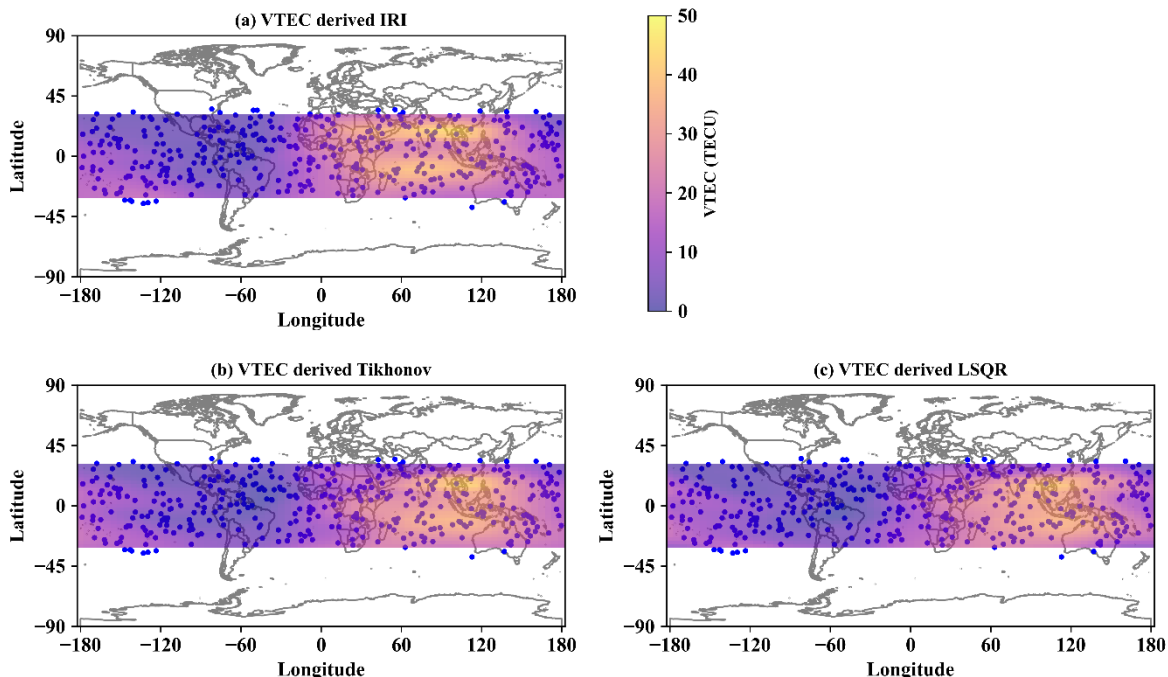
شکل ۳. نمودار منحنی ال جهت یافتن پارامتر پایدارسازی روش تیخونوف برای ساعت ۶ UT الی ۸ UT



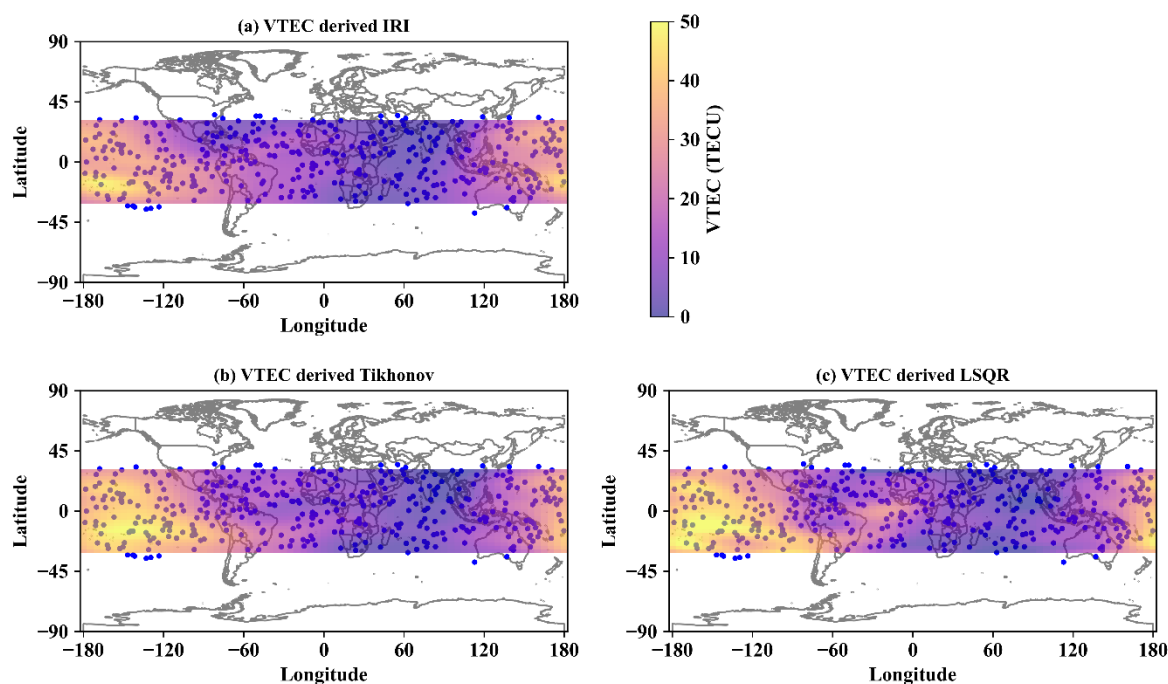
شکل ۴. نمودار منحنی ال جهت یافتن پارامتر پایدارسازی روش LSQR برای ساعت ۲۲ UT الی ۲۴ UT

به ترتیب محل رخداد مشاهدات اختفای رادیویی از ساعت ۶ UT الی ۸ UT و ۲۲ UT الی ۲۴ UT می باشد. ساعت ۶ الی ۸ UT از نظر ژئومغناطیسی آرام و ساعت ۲۲ الی ۲۴ UT طوفانی بوده است که بر کارایی روش پیشنهادی مؤثر می باشد.

دوازده نقشه یونوسفری از ساعت صفر الی ۲۴ UT با بازه های ۲ ساعت به دست آمد. شکل ۵ و ۶ نقشه VTEC حاصل از مدل تجربی IRI و VTEC مدل سازی شده با روش پایدارسازی تیخونوف و LSQR را در ساعت ۸ UT و ۲۴ UT نشان می دهد. نقاط آبی رنگ در شکل ۵ و ۶

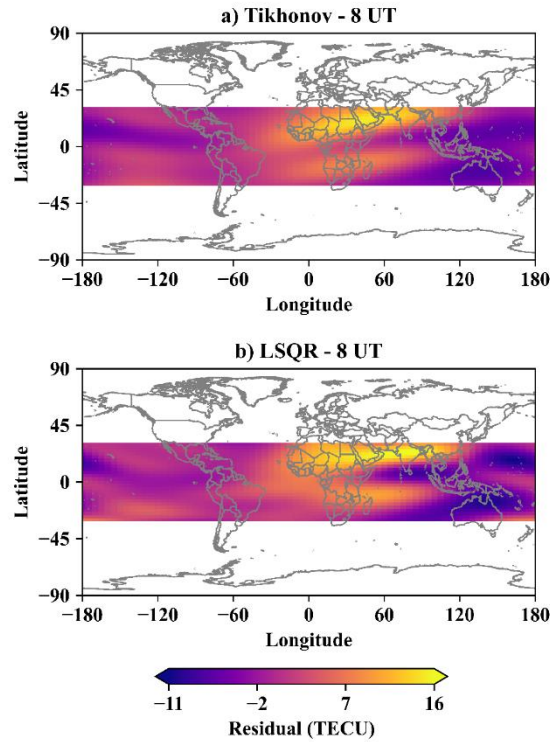


شکل ۵. نقشه یونوسفری حاصل از مدل تجربی IRI و تعیین مجهولات با دو روش پایدارسازی تیخونوف و LSQR در ساعت ۸ UT و نقاط آبی رنگ محل رخدادهای اختفای رادیویی از ساعت ۶ UT الی ۸ UT روز ۱۴ ژانویه سال ۲۰۲۲.

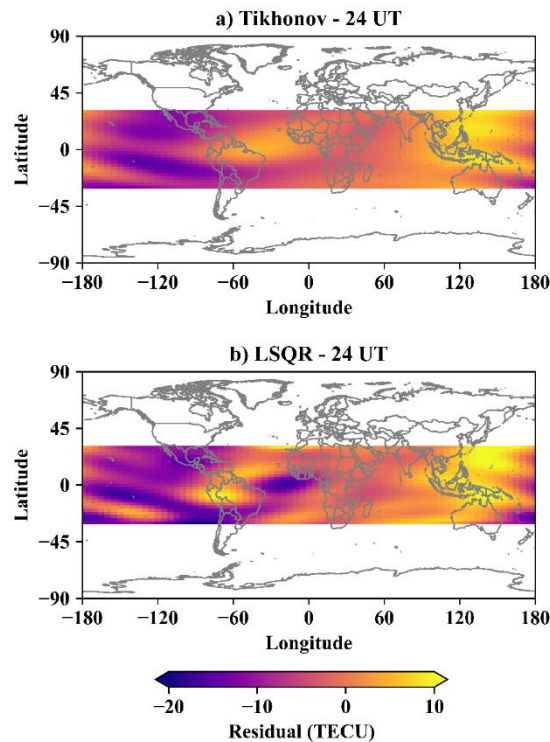


شکل ۶. نقشه یونوسفری حاصل از مدل تجربی IRI و تعیین مجهولات با دو روش پایدارسازی تیخونوف و LSQR در ساعت ۲۴ UT و نقاط آبی رنگ محل رخدادهای اختفای رادیویی از ساعت ۲۲ UT الی ۲۴ UT روز ۱۴ ژانویه سال ۲۰۲۲.

همچنین، شکل ۷ و ۸ به ترتیب نقشه‌های اختلاف بین VTEC مدل‌سازی شده با روش تیخونوف و LSQR را با VTEC حاصل از مدل IRI در ساعت ۸ UT و ۲۴ نمایش می‌دهند. همان‌طور که از این دو شکل مشخص است در زمان رخداد طوفان ژئومغناطیسی اختلاف بیشتر از شرایط آرام بوده است. همچنین، اختلاف VTEC مدل‌سازی شده با روش تیخونوف و مدل تجربی IRI در هر دو زمان کمتر از روش LSQR می‌باشد.



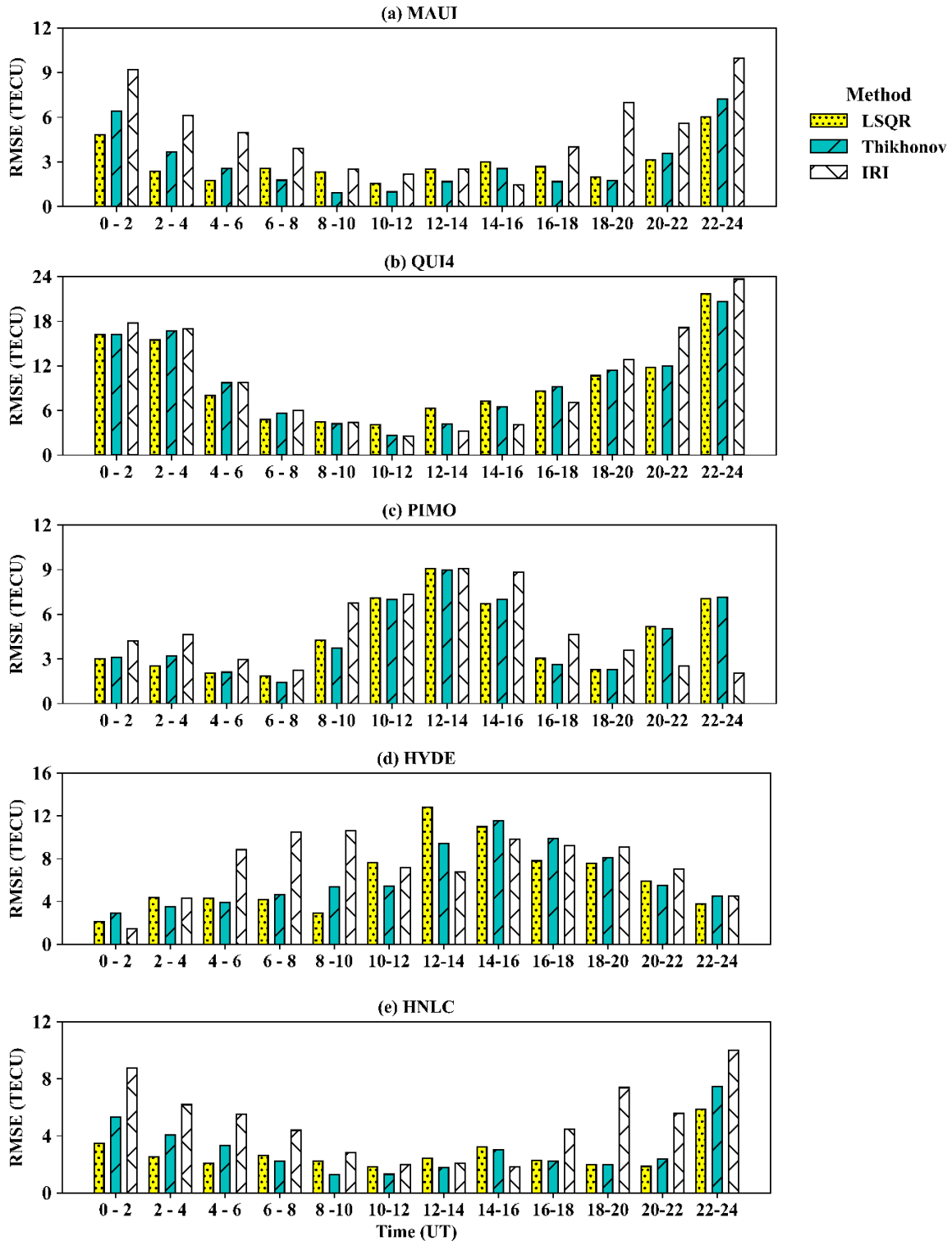
شکل ۷. نقشه‌های اختلاف بین VTEC مدل‌سازی شده با روش تیخونوف و LSQR با VTEC حاصل از مدل IRI در ساعت ۸ UT



شکل ۸. نقشه‌های اختلاف بین VTEC مدل‌سازی شده با روش تیخونوف و LSQR با VTEC حاصل از مدل IRI در ساعت ۲۴ UT

نتایج شکل ۹ می‌توان دریافت که روش پیشنهادی به‌طور کلی عملکرد مناسبی داشته است، ولی میزان بهبود بستگی به توزیع مکانی رخداد‌های اختفای رادیویی دارد. همچنین، در اکثر موارد روش LSQR نسبت به تیخونوف عملکرد بهتری از نظر کاهش RMSE داشته است.

جهت بررسی عملکرد هر یک از روش‌های پایدارسازی، مقدار RMSE نتایج حاصل از روش تیخونوف، LSQR و مدل IRI با استفاده از VTEC ایستگاه‌های GPS محاسبه شد. شکل ۹ نمودار میله‌ای RMSE را از ساعت صفر الی ۲۴ UT با فواصل زمانی ۲ ساعته نشان می‌دهد. با توجه به



شکل ۹. نمودار میله‌ای RMSE نتایج حاصل از روش تیخونوف و LSQR و مدل IRI با استفاده از ایستگاه‌های GPS.

علاوه بر این، جداول ۲ الی ۶ مقادیر RMSE هر سه نقشه حاصل از مدل IRI، روش تیخونوف و LSQR را قبل (از ساعت صفر الی ۲۱ UT) و بعد از طوفان ژئومغناطیسی (از ساعت ۲۱ UT الی ۲۴ UT) برای هر یک از ایستگاه‌های GPS انتخابی نشان می‌دهد. نتایج حاصل از این جداول نشان می‌دهد که به‌طور کلی روش پیشنهادی برای ایستگاه‌های مستقر در خشکی و دریا عملکرد مؤثری داشته و توانسته در شرایط ژئومغناطیس آرام و طوفانی مقدار RMSE را کاهش دهد. تنها مقدار RMSE ایستگاه PIMO از ساعت ۲۱ UT الی ۲۴ UT افزایش داشته است که به دلیل نحوه رخدادهای اختفای رادیویی در اطراف این ایستگاه در بازه گفته شده می‌باشد. همچنین، روش پایدارسازی تکراری LSQR در اکثر زمان‌ها عملکرد بهتری نسبت به روش مستقیم تیخونوف داشته است.

جدول ۲. RMSE حاصل از مدل IRI، روش تیخونوف و LSQR برای شرایط آرام (از ساعت صفر الی ۲۱ UT) و شرایط طوفانی (از ساعت ۲۱ UT الی ۲۴ UT) ژئومغناطیس روز ۱۴ ژانویه در ایستگاه QUI4.

روش	از ساعت صفر الی ۲۱ UT (برحسب TECU)	از ساعت ۲۱ UT الی ۲۴ UT (برحسب TECU)
مدل IRI	۱۰،۵۷	۲۲،۳۵
تیخونوف	۱۰،۰۵	۱۸،۶۷
LSQR	۹،۷۳	۱۹،۴۰

جدول ۳. RMSE حاصل از مدل IRI، روش تیخونوف و LSQR برای شرایط آرام (از ساعت صفر الی ۲۱ UT) و شرایط طوفانی (از ساعت ۲۱ UT الی ۲۴ UT) ژئومغناطیس روز ۱۴ ژانویه در ایستگاه PIMO.

روش	از ساعت صفر الی ۲۱ UT (برحسب TECU)	از ساعت ۲۱ UT الی ۲۴ UT (برحسب TECU)
مدل IRI	۵،۷۱	۱،۹۷
تیخونوف	۵،۷۰	۶،۴۷
LSQR	۵،۵۹	۶،۶۲

جدول ۴. RMSE حاصل از مدل IRI، روش تیخونوف و LSQR برای شرایط آرام (از ساعت صفر الی ۲۱ UT) و شرایط طوفانی (از ساعت ۲۱ UT الی ۲۴ UT) ژئومغناطیس روز ۱۴ ژانویه در ایستگاه HYDE.

روش	از ساعت صفر الی ۲۱ UT (برحسب TECU)	از ساعت ۲۱ UT الی ۲۴ UT (برحسب TECU)
مدل IRI	۸،۲۷	۵،۱۸
تیخونوف	۷،۷۹	۴،۵۸
LSQR	۷،۴۶	۳،۸۶

جدول ۵. RMSE حاصل از مدل IRI، روش تیخونوف و LSQR برای شرایط آرام (از ساعت صفر الی ۲۱ UT) و شرایط طوفانی (از ساعت ۲۱ UT الی ۲۴ UT) ژئومغناطیس روز ۱۴ ژانویه در ایستگاه MAUI.

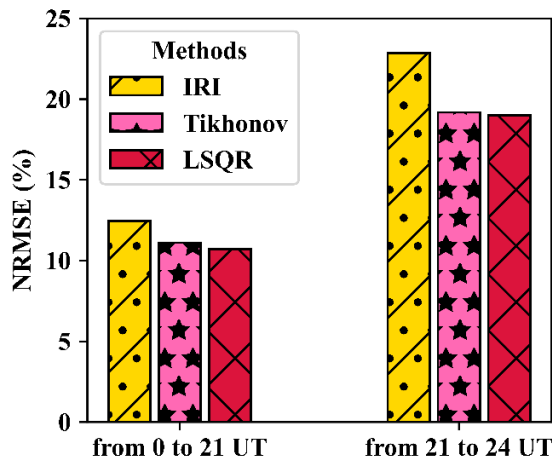
روش	از ساعت صفر الی ۲۱ UT (برحسب TECU)	از ساعت ۲۱ UT الی ۲۴ UT (برحسب TECU)
مدل IRI	۵،۰۲	۸،۶۹
تیخونوف	۲،۸۴	۶،۴۵
LSQR	۲،۶۸	۵،۴۵

جدول ۶. RMSE حاصل از مدل IRI، روش تیخونوف و LSQR برای شرایط آرام (از ساعت صفر الی ۲۱ UT) و شرایط طوفانی (از ساعت ۲۱ الی ۲۴ UT) ژنومغناطیس روز ۱۴ ژانویه در ایستگاه HNLC.

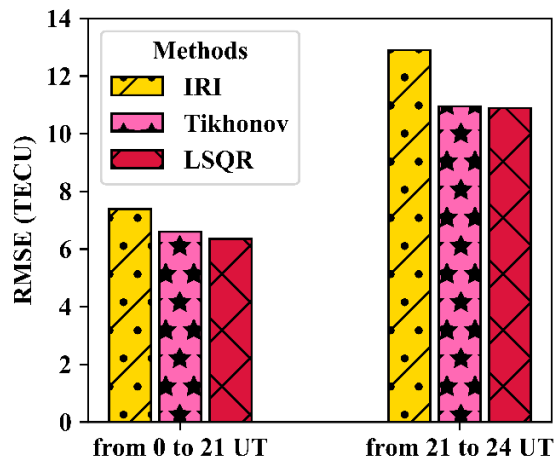
روش	از ساعت صفر الی ۲۱ UT (بر حسب TECU)	از ساعت ۲۱ الی ۲۴ UT (بر حسب TECU)
مدل IRI	۵,۱۳	۸,۶۴
تیخونوف	۲,۸۵	۶,۳۲
LSQR	۲,۵۹	۵,۳۱

در شرایط آرام کمتر از شرایط طوفانی است. روش تیخونوف و LSQR به ترتیب مقدار *NRMSE* را در شرایط آرام حدود ۱,۳۴ و ۱,۷۵ درصد و در شرایط طوفانی به ترتیب حدود ۳,۶۸ و ۳,۸۶ درصد کاهش می‌دهد که نشانه عملکرد مطلوب روش پیشنهادی می‌باشد.

همچنین، در شکل ۱۰ و جدول ۷ مقادیر RMSE و *NRMSE* حاصل از نتایج مدل IRI، روش تیخونوف و LSQR را برای ساعت صفر الی ۲۱ UT (شرایط ژنومغناطیس آرام) و ساعت ۲۱ الی ۲۴ UT (شرایط ژنومغناطیس طوفانی) روز ۱۴ ژانویه سال ۲۰۲۲ ارائه شده است. مقادیر دو شاخص RMSE و *NRMSE*



(ب)



(الف)

شکل ۱۰. نمودار میله‌ای *RMSE* (الف) و *NRMSE* بر حسب درصد (ب) برای نتایج حاصل از روش تیخونوف و LSQR و مدل IRI با استفاده از ایستگاه‌های GPS برای شرایط آرام (از ساعت صفر الی ۲۱ UT) و شرایط طوفانی (از ساعت ۲۱ الی ۲۴ UT) ژنومغناطیس روز ۱۴ ژانویه سال ۲۰۲۲.

جدول ۷. *RMSE* و *NRMSE* حاصل از مدل IRI، روش تیخونوف و LSQR با استفاده از تمامی ایستگاه‌های GPS برای شرایط آرام (از ساعت صفر الی ۲۱ UT) و شرایط طوفانی (از ساعت ۲۱ الی ۲۴ UT) ژنومغناطیس روز ۱۴ ژانویه سال ۲۰۲۲.

روش	شاخص	از ساعت صفر الی ۲۱ UT (بر حسب TECU)	از ساعت ۲۱ الی ۲۴ UT (بر حسب TECU)
مدل IRI	<i>RMSE</i> (TECU)	۷,۳۹	۱۲,۹۰
	<i>NRMSE</i> (%)	۱۲,۴۵	۲۲,۸۶
تیخونوف	<i>RMSE</i> (TECU)	۶,۶۰	۱۰,۹۵
	<i>NRMSE</i> (%)	۱۱,۱۱	۱۹,۱۸
LSQR	<i>RMSE</i> (TECU)	۶,۳۵	۱۰,۸۹
	<i>NRMSE</i> (%)	۱۰,۷	۱۹

## ۵. نتیجه گیری

استفاده از هر دو روش پایدارسازی منجر به بهبود مدل IRI در شرایط ژئومغناطیس آرام و طوفانی می شود. بررسی RMSE ایستگاه‌های مختلف نشان داد که روش پیشنهادی در مورد ایستگاه‌های مستقر در خشکی و دریا عملکرد مؤثری داشته و روش پایدارسازی تکراری LSQR در مقایسه با روش مستقیم تیخونوف بهتر بوده است. همچنین، روش تیخونوف مقدار NRMSE را در شرایط ژئومغناطیس آرام و طوفانی به ترتیب ۱/۳۴ و ۳/۶۸ درصد کاهش می دهد و روش LSQR مقدار این شاخص را در شرایط ژئومغناطیس آرام و طوفانی به ترتیب ۱/۷۵ و ۳/۸۶ درصد کاهش می دهد. البته میزان بهبود روش پیشنهادی به توزیع مکانی رخدادهای اختفای رادیویی در بازه‌های زمانی دو ساعته بستگی دارد.

## مراجع

خوشگواری، ش.، عامریان، ی. و محبوبی، ه. (۱۳۹۹)، مدل سازی محتوای الکترونی کلی بر حسب توابع پایه شعاعی کروی در منطقه ایران، مجله فیزیک زمین و فضا، ۴۶ (۱)، ۶۷-۸۰.

در این مطالعه نقشه‌های مدل تجربی IRI-2020 با استفاده از توابع هارمونیک کروی و مشاهدات اختفای رادیویی COSMIC2 بهبود یافت. جهت تولید نقشه‌های IRI بهبود یافته از مشاهدات هر ۲ ساعت COSMIC2 در روز ۱۴ ژانویه سال ۲۰۲۲ استفاده شد. روز انتخابی از نظر شرایط خورشیدی آرام و از نظر شرایط ژئومغناطیسی از ساعت صفر الی ۲۱ UT آرام و از ساعت ۲۱ الی ۲۴ UT طوفانی بوده است. نقشه‌های یونسفری بهبود یافته عرض‌های جغرافیایی ۳۰ درجه جنوبی الی ۳۰ درجه شمالی را شامل می شود. ماتریس ضرایب تشکیل شده برای مشاهدات بازه‌های زمانی دو ساعته بدو وضع بود و امکان یافتن مجهولات با روش‌های معمولی سرشکنی میسر نبود. بنابراین، جهت حل چنین مسئله‌ای از روش‌های پایدارسازی استفاده می شود. در این مطالعه از یک روش پایدارسازی مستقیم (تیخونوف) و یک روش پایدارسازی مستقیم (LSQR) جهت برآورد مجهولات استفاده شد. جهت اعتبارسنجی روش پیشنهادی VTEC ایستگاه‌های GPS به عنوان مقدار کنترل به کار گرفته شد. به طور کلی برآورد مجهولات با

Amerian, Y., Hossainali, M. M., & Voosoghi, B. (2013a). Regional improvement of IRI extracted ionospheric electron density by compactly supported base functions using GPS observations. *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*, 92, 23-30. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.jastp.2012.09.011>

Amerian, Y., Voosoghi, B., & Hossainali, M. M. (2013b). Regional ionosphere modeling in support of IRI and wavelet using GPS observations. *Acta Geophysica*, 61(5), 1246-1261. <https://doi.org/10.2478/s11600-013-0121-5>

Alizadeh, M. M., Schuh, H., Todorova, S., & Schmidt, M. (2011). Global Ionosphere Maps of VTEC from GNSS, satellite altimetry, and formosat-3/COSMIC data. *Journal of Geodesy*, 85(12), 975-987. <https://doi.org/10.1007/s00190-011-0449-z>

Bilitza, D., McKinnell, L. A., Reinisch, B., & Fuller-Rowell, T. (2011). The international

reference ionosphere today and in the future. *Journal of Geodesy*, 85(12), 909-920. <https://doi.org/10.1007/s00190-010-0427-x>

Böhm, J., Salstein, D., Alizadeh, M. M., & Wijaya, D. D. (2013). Geodetic and Atmospheric Background. In J. Böhm & H. Schuh (Eds), *Atmospheric Effects in Space Geodesy* (1-33). Springer.

Cheng, Z., Shi, J., Zhang, T., Dunlop, M., & Liu, Z. (2011). The relations between density of FACs in the plasma sheet boundary layers and Kp index. *Science China Technological Sciences*, 54(11), 2987-2992, (<https://doi.org/10.1007/s11431-011-4545-3>)

Foroodi, Z., Alizadeh, M., Schuh, H., & Tsai, L.C. (2021). Alternative Approach for Tsunami Early Warning Indicated by Gravity Wave Effects on Ionosphere. *Remote Sensing*, 13(11), 1-21.

Foroodi, Z., Alizadeh, M. M., Amerian, Y., & Schuh, H. (2024). Early detection of Tonga

- volcanic-eruption from internal gravity wave effects on ionosphere, using satellite geodetic techniques. *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*, 262, 1063-10. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.jastp.2024.106310>
- Hansen, P. C. (2007). Regularization Tools version 4.0 for Matlab 7.3. *Numerical Algorithms*, 46(2), 189-194. <https://doi.org/10.1007/s11075-007-9136-9>
- Jin, S., Cardellach, E., & Xie, F. (2014). *GNSS Remote Sensing Theory, Methods and Applications*. Springer Netherlands.
- Karimi, S., Sharifi, M. A., Farzaneh, S., & Kosary, M. (2022). Combination of swarm, Jason-3, and GNSS observations to construct a new modeling of global ionospheric maps. *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*, 238-239, 105934. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.jastp.2022.105934>.
- Li, M., Yuan, Y., Wang, N., Liu, T., & Chen, Y. (2018). Estimation and analysis of the short-term variations of multi-GNSS receiver differential code biases using global ionosphere maps. *Journal of Geodesy*, 92(8), 889-903. <https://doi.org/10.1007/s00190-017-1101-3>
- Mahbuby, H., & Amerian, Y. (2022). Improving the performance of time varying spherical radial basis functions in regional VTEC modeling with sparse data. *Advances in Space Research*, 70(3), 666-686. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.asr.2022.04.067>
- Mahbuby, H., & Amerian, Y. (2023). Regional ionospheric electron density modeling by assimilation of GPS-derived TEC into IRI-provided grids on May 8, 2016. *Advances in Space Research*, 72(6), 2377-2390. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.asr.2023.05.043>
- Schunk, R. W. (1988). A Mathematical Model of the Middle and High Latitude Ionosphere. *Pure and Applied Geophysics*, 127 (2), 255-303. <https://doi.org/10.1007/bf00879813>
- Schaer, S. (1999). Mapping and Predicting the Earth's Ionosphere Using the Global Positioning System Technische Hochschule Zürich.
- Todorova, S., Hobiger, T., & Schuh, H. (2008). Using the Global Navigation Satellite System and satellite altimetry for combined Global Ionosphere Maps. *Advances in Space Research*, 42(4), 727-736. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.asr.2007.08.024>
- Zolesi, B., & Cander, L. R. (2014). *The General Structure of the Ionosphere. In: Ionospheric Prediction and Forecasting. Springer Geophysics*. Springer.