

استفاده از تبدیل Karhunen-Loeve در پردازش داده‌های لرزه‌ای سه‌بعدی

حمیدرضا سیاهکوهی*

چکیده

رکوردهای حاصل از برداشت لرزه‌ای بازتابی معمولاً دارای نوفه‌های لرزه‌ای همدوسی^۱ هستند که توسط چشمه انرژی لرزه‌ای تولید می‌شوند. امواج هوا^۲ و امواج سطحی^۳ از جمله این نوفه‌ها می‌باشند. حذف نوفه‌های لرزه‌ای همدوس از رکوردهای لرزه‌ای بازتابی بعنوان یکی از مراحل مهم پردازش بشمار می‌آید. در مطالعات لرزه‌نگاری سه بعدی که در مقیاس پروژه‌های مهندسی برداشت می‌شوند (Engineering Scale 3-D Seismic Surveys) حذف این نوفه‌ها روشهای کارآمدی را می‌طلبد. زیرا در این نوع برداشتها فاصله نمونه برداری در حیطه مکان یکنواخت نبوده و همپوشانی قابل ملاحظه بین طیف بسامدی نوفه‌های همدوس و انرژی لرزه‌ای بازتابیده شده وجود دارد. در این مطالعه کارآیی تبدیل Karhunen-Loeve (K-L) برای حذف امواج هوا از رکوردهای لرزه‌ای سه‌بعدی در مقیاس مهندسی مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج بدست آمده از این مطالعه نشان می‌دهند که تبدیل K-L قادر است نوفه‌های لرزه‌ای همدوس را بصورت بهینه‌ای در رکوردهای لرزه‌ای (با وجود عدم یکنواختی فاصله نمونه برداری در حیطه مکان و همپوشانی طیف دامنه‌ها) از سایر انرژی‌های لرزه‌ای همدوس و یا غیرهمدوس تفکیک نماید.

کلیدواژه‌ها: تبدیل K-L، حذف نوفه لرزه‌ای، لرزه بازتابی سه بعدی، پردازش داده‌های لرزه‌ای بازتابی، امواج هوا.

۱ مقدمه

امواج هوا در مطالعات لرزه‌نگاری به قسمتی از انرژی لرزه‌ای ایجاد شده توسط چشمه اطلاق می‌شود که پس از طی مسیری در هوا به گیرنده‌های نصب شده در سطح زمین برسد. این امواج از نوع امواج کشسان تراکمی بوده و در زمره نوفه‌های همدوس ایجاد شده توسط چشمه انرژی لرزه‌ای می‌باشند.

در برداشتهای لرزه‌ای بازتابی بمنظور مطالعه اهداف در اعماق زیاد (همچون پی جویی مخازن هیدروکربورها)، امواج هوا مزاحمت زیادی ایجاد نمی‌کنند زیرا چشمه‌های انرژی بکار رفته یا ایجاد موج هوا نمی‌کنند (مثل نوع ارتعاشی) و یا اینکه بمنظور جلوگیری از اتلاف انرژی لرزه‌ای حاصل و کاهش خطرات احتمالی ناشی از انفجار، چشمه

1. coherent
3. surface waves

2. air waves

* موسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران، صندوق پستی ۶۴۶۶-۱۴۱۵۵، تهران.

منتفی بوده و برای حذف امواج هوا می‌بایست از شکلهای تکمیل یافته‌تر تبدیلهای فوق استفاده کرد و یا اینکه روشهای دیگری را برای این منظور آزمون. این مطالعه توانایی تبدیل K-L را بعنوان روشی مستقل از یکنواختی فاصله نمونه برداری در پردازش رکوردهای لرزه‌ای بازتابی سه بعدی مورد بررسی قرار داده است.

۲ تاریخچه تبدیل K-L

تبدیل K-L برای اولین بار در سال ۱۹۳۳ توسط هتلینگ^۱ برای طبقه‌بندی نتایج حاصل از سنجش‌های مختلف روانشناسی بکار گرفته شد. در سال ۱۹۴۷ این روش توسط کارهونن^۲ برای بسط پاسخ گیرنده تک کاناله نجومی به توابع متعامد مورد استفاده قرار گرفت و در سال ۱۹۵۵ کارهای کارهونن توسط لائو^۳ با بکارگیری مفاهیم آماری توسعه یافت و به پاس زحمات این دو نفر بعنوان تبدیل کارهونن-لاو (K-L) نامگذاری گردید. در سال ۱۹۶۵ اولین مورد از بکارگیری تبدیل K-L بر روی داده‌های چندکاناله^۴ با بکارگیری ریاضیات ماتریسی توسط کرامر و ماتیوز^۵ انجام گرفت. تبدیل K-L در زمینه‌هایی همچون پزشکی (تحلیل نوار قلب) و پردازش تصویر^۱ (احمد و راثو^۶، ۱۹۷۵) هم کاربردی داشته که اشاره به تاریخچه آنها از حوصله این بحث خارج است. اولین کاربرد این تبدیل در مسائل ژئوفیزیکی توسط همون^۸ در سال ۱۹۷۸ انجام گرفت. وی بجای روش متداول برانبارش^۹ از تبدیل K-L برای تهیه مقاطع لرزه‌ای از رکوردهای CDP

انفجاری را در زیر سطح زمین مدفون می‌کنند. برعکس، در برداشتهای لرزه‌نگاری بمنظور مطالعه اهداف نزدیک به سطح (تا عمق ۲۰۰ متر که اصطلاحاً لرزه‌نگاری مهندسی نامیده می‌شود) علی‌رغم بکارگیری روشهای صحرائی جهت پیشگیری از ثبت شدن امواج هوا، معمولاً بخشی از رکوردهای لرزه‌ای توسط این امواج پوشانده می‌شوند. شکل ۱ نمونه‌ای از رکورد لرزه‌ای بازتابی چشمه مشترک را که در برداشت لرزه‌ای سه بعدی توسط ۹۶ گیرنده موج P ثبت شده‌اند، نشان می‌دهد.

امواج هوا بخاطر مسیر انتشار کوتاهشان بین چشمه و گیرنده بخش عمده‌ای از محتوای بسامدی انرژی لرزه‌ای تولید شده توسط چشمه را دارا بوده و طیف آنها همپوشانی قابل توجهی با محتوای بسامدی انرژی لرزه‌ای بازتابیده شده دارد. از این رو حذف این امواج با استفاده از صافی‌های بسامدی (همچون صافی بالاگذر، میان‌گذر و یا پایین‌گذر) ممکن نبوده و می‌بایست از تبدیلهای دوبعدی مناسبی (همچون تبدیلهای $F-K$ ، P و τ) نظیر آنها) برای این منظور استفاده شود. تبدیلهای دوبعدی معمولاً بر این فرض مبتنی هستند که عمل نمونه برداری در هر کدام از بعدها (در اینجا مکان و زمان) با فواصل معین و یکنواختی صورت گرفته است. این فرض در مورد مطالعات لرزه‌ای دوبعدی در صورت نبود موانع برداشت صادق است، ولی در لرزه‌نگاری سه بعدی بخاطر توزیع سطحی موقعیت چشمه‌ها و گیرنده‌ها (شکل ۲) امر یکنواخت بودن فاصله نمونه برداری در بعد مکان

1. Hotelling

3. Loeve

5. Kramer & Mathews

7. Ahmad & Rao

9. stack

2. Karhunen

4. multi channel

6. image processing

8. Hemon

استفاده کرد.

که در آن اعضا ماتریس B (یک ماتریس $n \times n$) یا ماتریس عکس تبدیل می باشند. همانطور که در شکل ۳ بصورت ترسیمی نشان داده شده است، با استفاده از رابطه ۲ و با بکارگیری تعداد معینی (مثلا m) از مولفه های اصلی $Y_j(t)$ می توان رکورد اولیه را بصورت تقریبی بدست آورد. یعنی

$$\tilde{X}_i(t) = \sum_{j=1}^m b_{ij} Y_j(t) \quad i=1,2,\dots,n, \quad m < n \quad (3)$$

که در آن رکورد $\tilde{X}_i(t)$ تقریبی از رکورد اولیه می باشد. اگر اختلاف بین رکورد اولیه و شکل تقریبی آن را با Φ نشان دهیم، ضرایب a_{ij} و b_{ij} با استفاده از روش کمترین مربعات طوری تعیین خواهند شد که Φ حداقل مقدار را داشته باشد، یعنی

$$\Phi(m) = \int_0^T \sum_{i=1}^n (X_i(t) - \tilde{X}_i(t))^2 dt \quad (4)$$

شرط کمینه بودن $\Phi(m)$ ایجاب می کند که مشتق جزئی آن نسبت به ضرایب a_{ij} و b_{ij} مساوی صفر باشد، یعنی

$$\frac{\partial \Phi(m)}{\partial a_{ij}} = 0 \quad \text{و} \quad \frac{\partial \Phi(m)}{\partial b_{ij}} = 0$$

با اعمال شرایط فوق ماتریس های تبدیل بصورت زیر بدست خواهند آمد (به ضمیمه مقاله کرامر و ماتیوز (۱۹۶۵) مراجعه شود)

$$A^T = B = R \quad (5)$$

که در آن R یک ماتریس $(n \times n)$ بوده و ستونهای آن شامل بردارهای ویژه ماتریس کواریانس ترسهای اولیه (یعنی $X_i(t)$ در تاخیر صفر)

۳ مبانی ریاضی تبدیل K-L

در تبدیل K-L هر ترس از رکورد لرزه ای بصورت برداری تلقی می شود. این تبدیل با استفاده از بردارهای ویژه ماتریس کواریانس داده های ورودی (در تاخیر صفر) تعدادی ترس جدید را که متعامد هم هستند محاسبه می کند. ترس های متعامد حاصل از تبدیل را مولفه های اصلی^۲ هم می نامند.

این ترس های متعامد یا مولفه های اصلی معمولاً بر حسب میزان انرژی موجود در آنها مرتب می شوند. بطوری که مولفه اصلی اول نماینده آن قسمت از انرژی لرزه ای در رکورد اولیه خواهد بود که بیشترین واریانس را دارد. روابط ریاضی تبدیل و جزئیات بیشتر آن در زیر آورده شده است.

هر گاه $X_i(t)$ نشانگر یک رکورد لرزه ای با n ترس باشد به کمک ترکیب خطی رکورد $X_i(t)$ می توان مجموعه جدیدی از ترسها را بصورت زیر ایجاد نمود

$$Y_j(t) = \sum_{i=1}^n a_{ij} X_i(t) \quad j=1,2,\dots,n \quad 0 \leq t \leq T \quad (1)$$

که در آن T پنجره ای از ترس لرزه ای، a_{ij} اعضا ماتریس تبدیل A (یک ماتریس $n \times n$) بوده و $Y_j(t)$ مجموعه n ترس جدید حاصل از اعمال تبدیل می باشد. ترسهای اولیه را مجدداً می توان با انجام عکس تبدیل بازسازی نمود. شکل ریاضی عکس تبدیل بصورت زیر خواهد بود

$$X_i(t) = \sum_{j=1}^n b_{ij} Y_j(t) \quad j=1,2,\dots,n \quad (2)$$

گرفت که ماتریس Λ در واقع همان ماتریس کواریانس تریس های $Y_j(t)$ (در تاخیر صفر) بوده و بصورت زیر بیان می گردد

$$\Lambda = YY^T \quad \text{یا} \quad \lambda_j = \int_0^T y_j(t)^2 dt$$

همچنین با استناد به رابطه اخیر می توان اظهار داشت که قطری بودن ماتریس کواریانس Λ موید متعامد بودن تریس های $Y_j(t)$ حاصل از تبدیل K-L می باشد. پس اگر هدف از بکارگیری تبدیل K-L بازسازی انرژی همدوس رکورد اولیه باشد در اینصورت انجام عکس تبدیل K-L با بکارگیری چند تریس اول یا مولفه اصلی اول (آنهايي که مقدار ویژه بزرگتری دارند) کفایت خواهد کرد. برعکس، اگر مطلوب استخراج انرژی غیر همدوس از داده های اولیه باشد، بکارگیری چند تریس آخر یا مولفه اصلی آخر (آنهايي که کمترین مقدار ویژه را دارند) کفایت خواهد نمود. هرگاه بازسازی عین داده های اولیه مورد نظر باشد بایستی از همه تریس های مجموعه $Y_j(t)$ استفاده شود.

۴ کاربرد تبدیل K-L

این تبدیل برای اهداف مختلفی در پردازش داده های لرزه ای بازتابی مورد استفاده قرار گرفته است. حذف نوفه های همدوس و غیر همدوس (لوی^۱ و همکاران، ۱۹۸۳)، تهیه مقطع لرزه ای (اولریخ^۲ و همکاران، ۱۹۸۳ و همون و میس^۳، ۱۹۷۸)، تحلیل خوشه ای^۵ (هیگن^۱، ۱۹۸۲ و میلیگان^۶ و همکاران، ۱۹۷۸)، تحلیل سرعت و وارون Q (جونز^۸، ۱۹۸۵) از جمله این کاربردها

می باشند. ماتریس کواریانس تریسهای اولیه و بردارهای ویژه آن بصورت زیر تعریف می شوند

$$C = XX^T \quad \text{یا} \quad c_{ij} = \int_0^T x_i(t)x_j(t) dt$$

$$C r_j = \lambda_j r_j$$

که در آن C_{ij} اعضاء ماتریس کواریانس C (در تاخیر صفر) و λ_j مقدار ویژه متناظر بردار ویژه r_j می باشد. پس با محاسبه ماتریس کواریانس داده های ورودی (در تاخیر صفر)، ماتریس R و به دنبال آن ماتریس های A و B به ترتیبی که گفته شد بدست خواهند آمد. بر پایه نتایج فوق می توان روابط (۱) و (۲) را بصورت زیر هم بیان کرد

$$Y = R^T X \quad X = R Y \quad (۶)$$

این روابط بعنوان زوج معادلات تبدیل K-L برای داده های چندکاناله محسوب می شوند.

ارتباط دو ماتریس C و R با استفاده از تجزیه طیفی^۱ بصورت زیر بدست خواهد آمد

$$C = R \Lambda R$$

که در آن Λ یک ماتریس قطری به طول n بوده بطوری که اعضاء قطر آن (یعنی مقادیر ویژه λ_i) بصورت نزولی مرتب شده اند

$$\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n) \quad \lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3 \geq \dots \geq \lambda_n$$

مقادیر ویژه λ_i از طرفی نشان دهنده سهم هر یک از تریس های $Y_j(t)$ در بازسازی رکورد اولیه $X_i(t)$ بوده و از طرف دیگر هر کدام از این مقادیر ویژه بیانگر انرژی (یا واریانس) تریس متناظرش از مجموعه $Y_j(t)$ می باشد. از اینرو می توان نتیجه

1. spectral decomposition
3. Ulrych
5. cluster analysis
7. Miligan

2. Levy
4. Mace
6. Hagen
8. Jones

متعامد بکار رفته نشان داده شده است. همانطور که از شکل ۲ پیداست، به ازای هر چشمه تعداد ۹۶ گیرنده فعال وجود داشته است. به عبارت دیگر هر رکورد لرزه‌ای با چشمه مشترک شامل ۹۶ تریس بوده که نمونه‌ای از آن در شکل ۱ نشان داده شده است. جزئیات بیشتر در مورد متغیرهای برداشت، مراحل پردازش و نتایج حاصله در مقاله سیاهکوهی و وست^۲ (۱۹۹۸) ارایه شده است.

بر خلاف برداشتهای دو بعدی، در برداشت لرزه‌ای سه بعدی بخاطر توزیع سطحی موقعیت چشمه‌ها و گیرنده‌ها امکان نمونه برداری یکنواخت در حیطه مکان از امواج رسیده وجود ندارد. شاهد این واقعیت رکورد نشان داده شده در شکل ۱ می‌باشد. در این رکورد جاهایی که تریسهای مربوط به گیرنده‌های اول و آخر دو کابل در کنار هم قرار گرفته‌اند، عدم یکنواختی نمونه برداری بصورت پرشهای ناگهانی در زمان رسید امواج مشاهده می‌شوند. همین امر در مورد نقاط مشترک میانی (CMP) هم صادق می‌باشد.

به منظور محاسبه ماتریس کواریانس در تاخیر صفر، قبل از انجام تبدیل K-L می‌بایست تصحیح برونراند خطی^۳ بر روی رکوردهای لرزه‌ای چشمه مشترک اعمال می‌شد تا موجکهای مربوط به امواج هوا در این رکوردها بصورت افقی درآمده و از تریسی به تریس دیگر قابل ردیابی شوند. انجام برونراند خطی ایجاب می‌کرد که سرعت انتشار موج در محیط مورد نظر تعیین شود. معمولاً سرعت انتشار امواج تراکمی در هوا با تقریب خوبی معلوم است، از این رو برای انجام برونراند خطی کافی بود زمان سیر موج هوا از چشمه به گیرنده مورد نظر محاسبه شده و سپس از زمان رسید تریس

می‌باشند. در این مطالعه از این تبدیل بعنوان روشی مستقل از یکنواختی فاصله نمونه برداری (در حیطه مکان) برای حذف نوفه‌های همدوس حاصل از چشمه لرزه‌ای استفاده شده است.

علاوه بر نوفه‌های محیطی (حاصل از وزش باد، تردد وسایل نقلیه و فعالیت دستگاه‌های مکانیکی) انواع مختلفی از امواج کشسان در مطالعات لرزه‌نگاری توسط گیرنده‌ها ثبت می‌شوند. بعنوان نمونه می‌توان به امواج سطحی، امواج هوا و امواج بازتابی اشاره کرد (شکل ۱). امواج بازتابی بخاطر انتشار در لایه‌های زیر سطح زمین حاوی اطلاعات مفید از ساختار زمین‌شناسی منطقه مورد مطالعه می‌باشند. برعکس، امواج هوا نه تنها اطلاعات مفیدی از اهداف زیرزمینی ندارند بلکه بخاطر سرعت انتشار پایینی که دارند بصورت پوششی بر روی امواج بازتابی در رکوردهای لرزه‌ای ظاهر می‌شوند. از اینرو حذف امواج و امواج سطحی از ضروری‌ترین مراحل پردازش داده‌های لرزه‌ای خاصه داده‌های لرزه‌ای مهندسی می‌باشد.

داده‌های لرزه‌ای بازتابی سه بعدی مورد بحث در این مطالعه با استفاده از آرایش متعامد چشمه و گیرنده در منطقه‌ای واقع در شرق شهر تورنتو (کانادا) برداشت شده‌اند. در این فاصله موقعیت چشمه‌های مجاور از هم ۶ متر و فاصله موقعیت گیرنده‌های مجاور از هم ۳ متر تعیین شدند. رکوردهای صحرائی با فاصله نمونه برداری ۰/۱۲۵ میلی ثانیه و با استفاده از لرزه‌نگار ۹۶ کاناله OYO-GEOSPACE مدل DAS-1 ثبت گردیدند. در طول برداشت از Buffalo gun و گلوله شکاری کالیبر ۱۲ بعنوان انرژی لرزه‌ای استفاده شد. در شکل ۲ محدوده فعال^۱ از آرایش

1. active patch
3. linear moveout

2. Siahkoochi & West

مقیاس مهندسی برای اهداف مختلفی می توان از این تبدیل استفاده کرد. ماتریس های تبدیل و عکس تبدیل بسادگی با تعیین بردارهای ویژه ماتریس کواریانس داده های ورودی (در تاخیر صفر) بدست می آیند.

قدردانی

از داوران محترم بخاطر پیشنهادات سازنده ای که ارایه فرمودند تشکر و قدردانی می شود.

منابع

- Ahmed, N., and Rao, K. R., 1975, Orthogonal transforms for digital image processing: Springer, Berlin, 189-224.
- Hagen, D. C., 1982, The application of principal components analysis to seismic data sets: *Geoexploration*, **20**, 93-111
- Hemon, C. H., and Mace, D., 1978, Use of the Karhunen-Loeve transformation in seismic data processing: *Geophys. Prosp.*, **26**, 600-625.
- Hotelling, H., 1933, Analysis of complex statistical variables into principal components: *J. Edu. Psychol.*, **24**, 417-438 and 498-520.
- Jones, I. F., 1985, Application of the Karhunen-Loeve Transformation in reflection seismology: ph. D. Thesis, University of British Columbia, Vancouver, Canada.
- Karhunen, K., 1947, Uber lineare methoden in der wahrscheinlichkeitrechnung: *Ann.*

مربوطه اش کسر گردد. همانطور که در شکل ۴ نشان داده شده است پس از اعمال این تصحیح موجکهای مربوط به امواج هوا در رکوردهای لرزه ای چشمه مشترک بصورت افقی ظاهر شده اند.

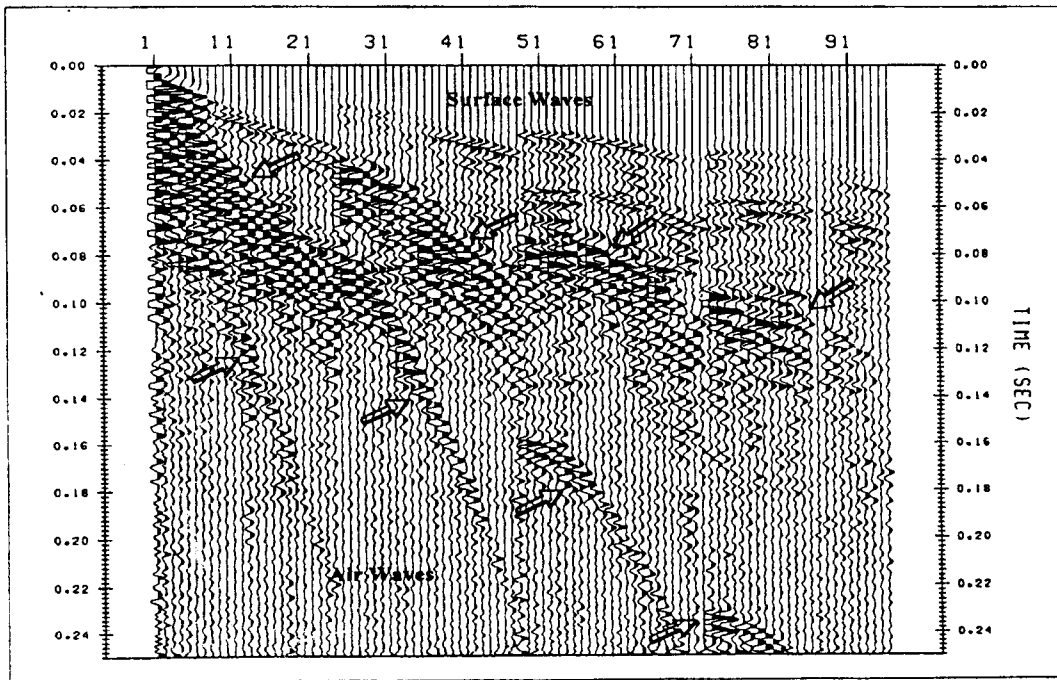
به منظور کاهش حجم و زمان محاسبات، تبدیل K-L فقط بر روی پنجره ای از رکوردهای لرزه ای انجام شد که امواج هوا پس از برونراند خطی در آن محدوده متمرکز شده بودند (مثل قسمت نشان داده شده در شکل ۴). با توجه به میزان همدوسی امواج هوا در رکوردهای لرزه ای چشمه مشترک پس از اعمال برونراند خطی، برای بازسازی مجدد آنها استفاده از پنج مولفه اصلی یا تریس اول حاصل از تبدیل K-L کفایت نمود. نمونه ای از رکورد بازسازی شده حاوی امواج هوا در شکل ۵ نشان داده شده است. در ادامه پس از منها نمودن امواج هوای بازسازی شده از رکورد اولیه، برونراند خطی اعمال شده نیز برداشته شد و در نتیجه رکورد عاری از امواج هوا بدست آمد. شکل ۶ نمونه ای از رکورد لرزه ای چشمه مشترک را پس از حذف امواج هوا به روشی که گفته شد نشان می دهد. همانطور که مشاهده می شود امواج هوا بدون هیچگونه اثر مخربی بر روی سایر قسمتهای رکورد کاملاً حذف شده اند.

۵ نتیجه

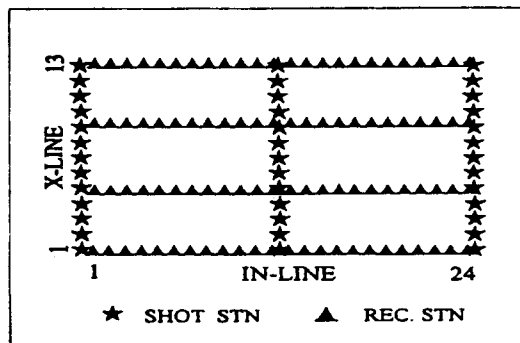
این مطالعه نشان داد که تبدیل K-L روشی موثر برای تفکیک انرژی لرزه ای همدوس از غیر همدوس در رکوردهای لرزه ای می باشد. همچنین نشان داد که محدودیت یکنواخت بودن فاصله نمونه برداری در حیطه مکان برای این تبدیل مطرح نمی باشد. در پردازش های لرزه ای سه بعدی در

Loeve و استفاده از آن در پردازش داده‌های لرزه‌ای بازتابی: خلاصه مقالات دهمین کنفرانس ژئوفیزیک ایران، ۱۷ تا ۱۹ آبان ۱۳۷۸، ۲۰۲-۲۰۳.

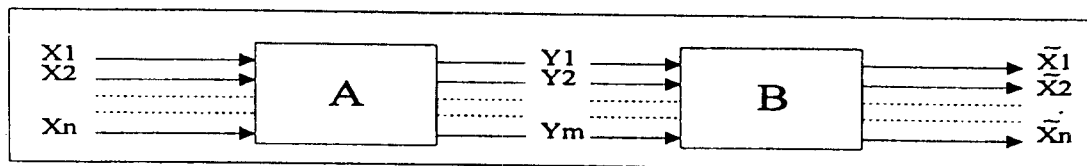
- Acad. Sci. Fenn., (Suomalainen Tiedeakatemia), 37, 1-79. (Translation by I. Selin, 1960: "on linear methods in probability theory," T-131 RAND Corp., Santa Monica, California).
- Kramer, H. P., and Mathews, M. V., 1965, A linear coding for transmitting set of correlated signals, IRE Transaction on Information Theory, IT-2, 4-46.
- Levy, S., Ulrych, T. J., Jones, I. F., and Oldenberg, D. W., 1983, Applications of complex common signal analysis in exploration seismology: Proceedings of the 53rd Annual SEG meeting Las. Vegas, S6.5.
- Loeve, M., 1955, Probability theory: D. van Nostrand, Newyork.
- Miligan, S. D., Le Blance, L. R., and Middleton, F. H., 1978, Statistical grouping of acoustic reflection profiles: J. Acoust. Soc. Am., 64, 3, 795-805.
- Siahkoohi, H. R., and West, G. F., 1998, 3-D seismic imaging of complex structures in glacial deposits: Geophysics, 63, 1041-1052.
- Ulrych, T. J., Levy, S., Oldenberg, D. W., and Jones, I. F., 1983, Applications of Karhunen- Loeve Transformation in reflection seismology: Proceedings of the 53rd Annual SEG meeting. Las Vegas, S6.5.
- سیاهکوهی، ح. ر.، ۱۳۷۸، تبدیل Karhunen-



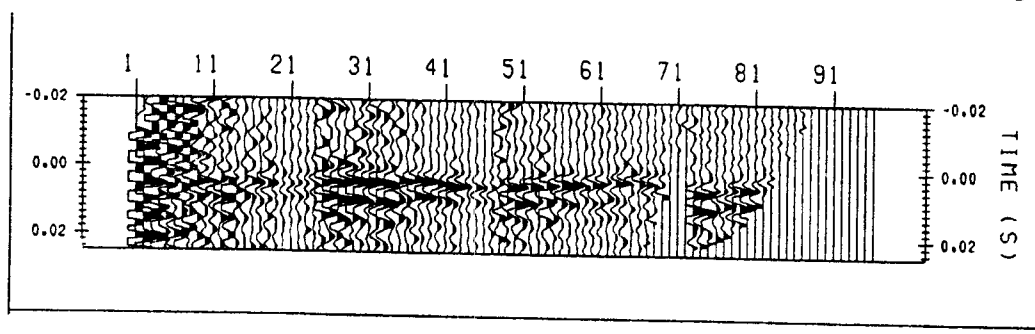
شکل ۱. نمونه‌ای از رکورد لرزه سه‌بعدی چشمه مشترک. این رکورد توسط ۹۶ گیرنده موج P (هر ۲۴ گیرنده متصل به یک کابل گیرنده) ثبت شده است. آرایش گیرنده‌ها در شکل ۲ نشان داده شده است. داده‌ها خام بوده و هیچ پردازشی روی آنها اعمال نشده است. دو نوع نوفه لرزه‌ای همدوس موسوم به امواج هوا و امواج سطحی در شکل مشخص شده‌اند.



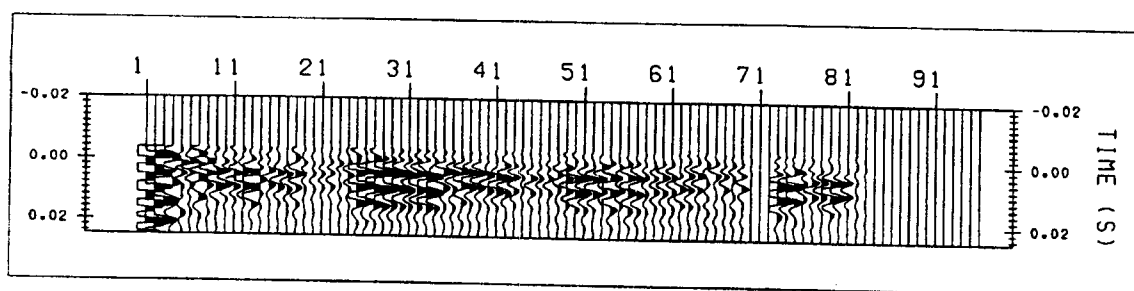
شکل ۲. محدوده فعال از آرایش چشمه و گیرنده نوع متعامد که در برداشت داده‌های لرزه‌ای سه‌بعدی مورد استفاده قرار گرفته است. محدوده شامل چهار خط (یا کابل) گیرنده هر کدام با ۲۴ ایستگاه و سه خط چشمه هر کدام با ۱۳ ایستگاه می‌باشد. همانطور که مشاهده می‌شود توزیع موقعیت چشمه‌ها و گیرنده‌ها سطحی می‌باشد.



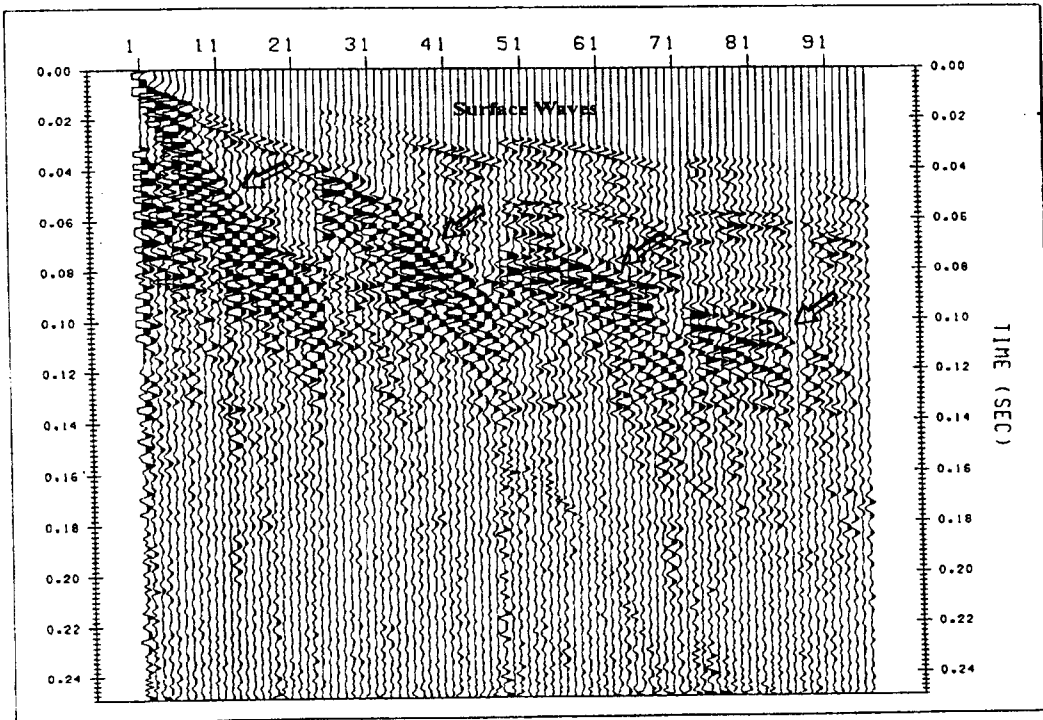
شکل ۳. نمایش ترسیمی مفهوم بازسازی بخش همدوس از داده‌های ورودی با استفاده از تعداد محدودی (مثلاً m) از تریس‌ها یا مولفه‌های اصلی حاصل از تبدیل K-L. در اینجا A ماتریس تبدیل و B ماتریس عکس تبدیل بوده و X و Y به ترتیب رکورد ورودی و رکورد حاصل از تبدیل می‌باشند.



شکل ۴. انرژی لرزه‌ای مربوط به امواج هوا پس از (LMO) با استفاده از سرعت انتشار اعمال برونراند خطی صوت در هوا. همانطور که مشاهده می‌شود امواج هوا تقریباً افقی شده و براحتی قابل ردیابی از یک تریس به تریس دیگر می‌باشد.



شکل ۵. انرژی لرزه‌ای مربوط به امواج هوا که با استفاده از پنج تریس (یا مولفه اصلی) اول حاصل از تبدیل K-L بازسازی شده است. مقایسه این رکورد با رکورد شکل ۴ نشانگر کارایی تبدیل K-L در بازسازی قسمت همدوس از انرژی لرزه‌ای در رکوردهای لرزه‌ای ورودی می‌باشد.



شکل ۶. رکورد لرزه‌ای سه‌بعدی چشمه مشترک نشان داده شده در شکل ۱ پس از حذف امواج هوا با استفاده از تبدیل K-L.