

بررسی اثر مدل رقومی زمین در تعیین ژئوئید بدون استفاده از فرمول استوکس

علیرضا آزموده ارلان^{۱*}، عبدالرضا صفری^۲ و عباسعلی جمعه‌گی^۳

^۱ دانشیار گروه مهندسی نقشه‌برداری، قطب علمی مهندسی نقشه‌برداری و مقابله با سوانح طبیعی، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران، ایران

^۲ استادیار گروه مهندسی نقشه‌برداری، قطب علمی مهندسی نقشه‌برداری و مقابله با سوانح طبیعی، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران، ایران

^۳ دانشآموخته کارشناسی ارشد ژئودزی، گروه مهندسی نقشه‌برداری، قطب علمی مهندسی نقشه‌برداری و مقابله با سوانح طبیعی، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران، ایران

(دریافت: ۸۵/۵/۲۸ ، پذیرش نهایی: ۱۱/۱۱/۸)

چکیده

محاسبه اثر جرم‌های توپوگرافی در فاصله نزدیک، یکی از مراحل اساسی در محاسبات تعیین ژئوئید است. برای عملی ساختن این محاسبات، به شناخت توپوگرافی در قالب یک مدل رقومی زمین (Digital Terrain Model (DTM)) نیاز است. توپوگرافی امروزه به صورت مدل‌های رقومی با توان تفکیک (spatial resolution)، دقت و صحت‌های متفاوت بیان می‌شود. در این مقاله هدف، بررسی اثر مدل رقومی بر محاسبات تعیین ژئوئید است. برای این منظور از مدل رقومی تهیه شده توسط سازمان نقشه‌برداری امریکا (U.S. Geological Survey's EROS Data Center) با توان تفکیک ۳۰ ثانیه و مدل رقومی ناسا (NASA, National Aeronautics and Space Administration) با توان تفکیک مکانی سه ثانیه، که به ترتیب به نام‌های مدل رقومی SRTM و GTOPO30 و Shuttle Radar Topography Mission (SRTM) شناخته می‌شوند، دو ژئوئید در منطقه فارس ساحلی تعیین شد. نتایج محاسباتی نشان می‌دهد که کاربرد مدل رقومی SRTM در منطقه مورد مطالعه، ژئوئید را به طور متوسط به میزان ۳۰/۵ سانتی‌متر در نقاط GPS/Leveling منطقه بهبود بخشیده است.

واژه‌های کلیدی: ژئوئید، مدل رقومی سطح زمین، پوسته، استوکس، تبدیل برونز، مسئله مقدار مرزی

۱ مقدمه

مسئله مقدار مرزی دیگری، از سوی ارلان و گرافارند برای تعیین ژئوئید ارائه شده (ارلان، ۱۹۹۹) که در این مقاله، به آن تحت عنوان مسئله مقدار مرزی با "تعیین ژئوئید بدون استفاده از انتگرال استوکس" اشاره می‌شود (ارلان و گرافارند، ۲۰۰۴) و مطالبی که ارائه خواهد شد، بررسی نقش مدل رقومی زمین در روش یاد شده است. این نخستین بررسی نقش مدل رقومی زمین در روش تعیین ژئوئید بدون استفاده از فرمول استوکس بوده و نوآوری مقاله حاضر محسوب می‌شود.

مسئله تعیین ژئوئید مسئله‌ای معکوس در نظریه پتانسیل است (صفری، ۲۰۰۴). برای حل این مسئله، می‌بایست مشاهدات گرانی یا تابعک‌های میدان گرانش زمین را نسبت به یک میدان پتانسیل گرانی مرجع خطی و باقی‌مانده مشاهدات (مشاهدات تفاضلی) را از راه انتقال به سمت پایین (downward continuation) به سطح ییضوی به

با توجه به تبدیل برونز (Bruns)، مسئله تعیین ژئوئید مستلزم محاسبه پتانسیل گرانی روی سطح مرجع است، که عمدتاً درون زمین قرار دارد (ارلان و گرافارند، ۲۰۰۱). بدین خاطر در تعیین ژئوئید از حل مسائل مقدار مرزی استفاده می‌شود (ارلان و همکاران، ۱۳۸۵). فکر استفاده از یک مسئله مقدار مرزی برای تعیین ژئوئید، نخستین بار از سوی استوکس (Sir George Gabriel Stokes) مطرح شد (ها芬من و موریتس، ۲۰۰۵). جامعه ژئودزی سال‌ها است که از این مسئله برای تعیین ژئوئید استفاده می‌کند. عمده نوع آوری در تعیین ژئوئید را شاید بتوان به مولدنسکی (Molodensky) و مسئله مقدار مرزی او که در اصطلاح برای تعیین گوازی ژئوئید (quasi geoid) در ۱۹۵۸ ارائه شد، نسبت داد (ها芬من و موریتس، ۲۰۰۵). این روش در بسیاری از کشورهای جهان با سامانه‌های ارتفاعی نرمال (normal height systems)، مورد استفاده است. اخیراً

تفکیک بالا را فراهم ساخته است. برای مثال می‌توان به آژانس NIMA در ایالات متحده امریکا اشاره کرد که DTM‌های تا حد توان تفکیک ۱۰m ۱۰m را فراهم ساخته است. از کارهای صورت گرفته بر اساس فن‌های DTM، فتوگرامتری و سنجش از راه دور در محاسبه می‌توان به فعالیت‌های صورت گرفته در برآون و بارا (۱۹۹۴)، دویتشر و هال (۱۹۹۷)، فلیچیسیمو (۱۹۹۴)، فوكس و گوج (۲۰۰۱)، گامبا و هوشمند (۲۰۰۲)، گانکالوس و همکاران (۲۰۰۲)، کالمار و همکاران (۱۹۹۵)، کاتزیل و دویتشر (۲۰۰۰)، لوپز (۲۰۰۲)، رائو و همکاران (۱۹۹۶)، سکامبوس (۲۰۰۲) اشاره کرد.

برای انتقال به سمت پایین مشاهدات تفاضلی، فضای بیرون بیضوی مرجع باقیتی هارمونیک شود (اردلان، ۱۹۹۹). نبود اطلاع دقیق از جزئیات کامل توپوگرافی، وجود بایاس و خطاهای اتفاقی در مدل رقومی توپوگرافی، باعث باقیماندن اثرات غیرهارمونیک و نقض فرض هارمونیک بودن فضا در محدوده مورد نظر است. در این صورت، فرایند تعیین ژئوئید دقیق با مشکل روبرو می‌شود. امروزه مدل‌های رقومی گوناگونی با توان تفکیک متفاوت برای زمین، وجود دارد. مدل‌های رقومی زمین با توان تفکیک مکانی بالا، نمایش عوارض را با جزئیات بیشتر فراهم می‌آورند. پرسشی که همواره به فکر خطوط می‌کند آن است که افزایش توان تفکیک می‌تواند به چه میزان بر صحت (accuracy) ژئوئید و کیفیت آن اثرگذار باشد و یا از بین مدل‌های رقومی موجود، کدامیک دارای ارجحیت‌اند؟ اینها پرسش‌هایی است که در ادامه مقاله برای منطقه آزمایش در فارس ساحلی بدان‌ها پاسخ داده خواهد شد.

در خصوص بررسی تأثیر مدل رقومی توپوگرافی زمین بر تعیین ژئوئید حاصل از روش استوکس، تاکنون بررسی‌های متعددی صورت گرفته که از بین چندین نمونهٔ اخیر می‌توان به باجرچاریا (۲۰۰۳)، جکلی و سرپاس

مرجع $E_{a,b}^2$ منتقل کرد. با انتخاب میدان مرجعی که تا حد امکان به میدان واقعی زمین نزدیک باشد، می‌توان با تقریب خوبی مسئلهٔ مقدار مرزی را خطی کرد. چنین میدان مرجعی از ترکیب جواب حاصل از حل معادلهٔ دیفرانسیل لابلس برای پتانسیل جاذبه در فضای خارج زمین (بخش هارمونیک میدان مرجع) به اضافهٔ اثرات میدان نزدیک از راه انتگرال نیوتن و لحاظ کردن اثر میدان گریز از مرکز زمین (که دو مورد اخیر بخش غیر هارمونیک میدان را تشکیل می‌دهند) تأمین می‌شود (اردلان، ۱۹۹۹). بدین ترتیب اثرات ملاحظ شده در میدان مرجع انتخابی شامل تأثیرات جرم‌های جهانی، منطقه‌ای و نیز اثرات جرم‌های تعادل ایزوفستازی و جرم‌های باقیمانده بین نقطهٔ محاسبه بر سطح زمین تا بیضوی مرجع $E_{a,b}^2$ می‌شود. در عمل برای مدل‌سازی اثرات ناشی از جرم‌های جهانی، منطقه‌ای و جرم‌های تعادل ایزوفستازی، می‌توان از بسط هارمونیک‌های بیضوی یا کروی تا درجه و مرتبهٔ معینی استفاده کرد و اثر جرم‌های محلی در فاصلهٔ نزدیک را با به کارگیری انتگرال نیوتن محاسبه کرد. در تحقیق حاضر اثر جرم‌های جهانی، منطقه‌ای و جرم‌های تعادل ایزوفستازی، از بسط هارمونیک‌های بیضوی تا درجه و مرتبهٔ ۳۶۰ و برای محاسبهٔ اثر جرم‌های در فاصلهٔ نزدیک از حل انتگرال نیوتن در دستگاه مختصات بیضوی با شاعع عمل ۵۵ کیلومتر استفاده شد، که جزئیات آن را می‌توان در مراجع (اردلان، ۱۹۹۹، اردلان و گرافارند، ۲۰۰۴، صفری، ۲۰۰۴) یافت. در محاسبهٔ انتگرال نیوتن به دلیل نبود اطلاع کافی از تغییرات مکانی چگالی پوسته، عملاً ناچار به فرض چگالی ثابت هستیم. این مقدار ثابت در محاسبات ژئوئید، به طور متوسط 2.67 gr.cm^{-3} فرض می‌شود.

همچنین در محاسبهٔ انتگرال نیوتن به یک مدل رقومی برای سطح زمین نیاز است. فن‌های فتوگرامتری و سنجش از راه دور، امکان توسعهٔ مدل‌های رقومی زمین با توان

دارد (اردلان و گرافارند، ۲۰۰۱). تعیین میدان گرانشی در درون زمین براساس مشاهدات گرانی زمینی، هوایی، فضایی و دریایی از راه حل مسائل مقدار مرزی میسر می شود (هافمن و مورتیس، ۲۰۰۵).

در اینجا برای تعیین ژئوئید، مسئله مقدار دو مرزی غیر خطی با مرزهای ثابت و آزاد را با استفاده از معادله دیفرانسیل با مشتقهای جزئی پواسن برای داده مرزی اندازه شتاب گرانی که روی سطح زمین مشاهده شده‌اند، تعریف می‌کنیم. به علاوه فرض، بر معلوم بودن مختصات GPS کلیه نقاط گرانی است. بنابراین سطح زمین M_h^2 با در اختیار داشتن مختصات GPS یک مرز ثابت را تشکیل می‌دهد. مقدار پتانسیل w_0 روی ژئوئید M_g^2 ، تشکیل دهنده مقدار مرزی روی مرزی آزاد است. تعریف مسئله مقدار دو مرزی غیر خطی با مرزهای ثابت و آزاد در جدول ۱ آورده شده است.

این مسئله، مسئله مقدار مرزی غیرخطی و مایل (oblique) است. غیرخطی بودن مسئله به دلیل غیرخطی بودن ارتباط بین مشاهده اندازه بردار شتاب گرانی با پتانسیل و مایل بودن مسئله به دلیل مایل بودن امتداد بردار شتاب گرانی در حالت کلی بر سطح زمین است (صفری، ۲۰۰۴).

(۲۰۰۳)، مارتینک و ونیچک (۱۹۹۳)، مارتینک و همکاران (۱۹۹۶)، مری (۲۰۰۳)، توین (۲۰۰۰)، سولیس (۲۰۰۱)، ونیچک و همکاران (۲۰۰۰)، هوانگ و همکاران (۲۰۰۰)، سیاوس و فدرستون (۲۰۰۰) اشاره کرد.

با این مقدمه، به بخش بعدی می‌پردازیم که در آنجا به طور مختصر روش تعیین ژئوئید بدون استفاده از انتگرال استوکس و مسئله مقدار مرزی مربوطه (مسئله مقدار دو مرزی غیر خطی با مرزهای ثابت و آزاد) ارائه شده است و سپس به بررسی تأثیر مدل رقومی زمین بر تعیین ژئوئید به روش یاد شده در منطقه مطالعه موردی خواهیم پرداخت.

۲ مسئله مقدار دو مرزی غیر خطی با مرزهای ثابت و آزاد

ژئوئید طبق تعریف گاووس و لیستینگ، سطح هم‌پتانسیلی است که به شیوه کمترین مربعات، سطح متوسط آب‌های آزاد جهان را تقریب می‌کند. این تعریف ممکن است برای تعیین ژئوئید دریایی (ژئوئید در آب‌های آزاد) به طور مستقیم مورد استفاده قرار گیرد. اما در قاره‌ها تعیین ژئوئید بر اساس فرمول برونز، نیازمند تعیین پتانسیل گرانی روی یک سطح مرجع است، که بخشی از آن درون زمین قرار

جدول ۱. مسئله مقدار دو مرزی غیرخطی با مرزهای ثابت و آزاد.

1. $\operatorname{div} \operatorname{grad} w(x) = 2w^2$	$\forall x \in \mathbb{R}^3 / D \cup \partial \zeta_e^+$
(outside the Earth's masses)	
2. $\operatorname{div} \operatorname{grad} w(x) = -4\pi G\sigma(x) + 2w^2$	$\forall x \in D \cup \partial \zeta_e^-$
(inside the surface of the Earth)	
3. $E \left\{ \left\ \operatorname{grad} w(x) \right\ _2 \right\} = \mu_\lambda$	$\forall x \in \partial \zeta_e = M_h^2$
(boundary data of the type modulus of gravity from gravimetry)	
4. $w(x) = w_0$	$\forall x \in \partial \zeta_i = M_g^2$
(boundary data of the free boundary of the type geoid potential)	
5. $\lim_{\ x\ _2 \rightarrow \infty} w(x) = \frac{1}{2} w^2 \ x - \langle x e_w \rangle e_w\ _2^2 + \frac{GM}{\ x\ _2} + \mathcal{O}_w \left(\frac{1}{\ x\ _2^3} \right)$	
(regularity condition at infinity)	

می‌توان به دو مؤلفه (۱) مرجع و (۲) تفاضلی یا باقی‌مانده تفکیک کرد (اردلان، ۱۹۹۹). جدول ۲، نشان دهنده این تفکیک برای چهار کمیت پتانسیل گرانی، اندازه بردار شتاب گرانی، چگالی زمین و سرعت دوران زمین، به دو مؤلفه مرجع (نشان داده شده با حروف یونانی بρگ) و تفاضلی یا باقی‌مانده (مشخص شده با پیشوند یونانی Δلتا) است.

جدول ۲. تقسیم کمیت‌های واقعی به دو بخش کمیت مرجع و کمیت تفاضلی (اردلان، ۱۹۹۹).

$\gamma = \Gamma + \delta\Gamma$	$w = W + \delta W$
$w^2 = \Omega + 2\langle \Omega \delta\Omega \rangle + \delta\Omega^2$	$\sigma = \Sigma + \delta\Sigma$

پس از حذف بخش مرجع از مشاهدات، مسئله مقدار دو مرزی غیر خطی با مرزهای ثابت و آزاد در فضای گرانی قابل خطی‌سازی است. همچنین بدین ترتیب مسئله مقدار دو مرزی، به مسئله مقدار دو مرزی برای کمیت‌های تفاضلی هارمونیک (صادق در معادله دیفرانسیل لaplاس) تبدیل می‌شود. جدول ۳ ارائه‌دهنده مسئله مقدار مرزی برای کمیت‌های تفاضلی هارمونیک خطی شده، است.

در جدول ۱، div grad ترکیب دو اپراتور گرادیان و واگرایی است که اپراتور لaplاس را تولید می‌کند. $E\{\cdot\}$ اپراتور امید ریاضی، $\langle \cdot | \cdot \rangle$ اپراتور ضرب داخلی، $\| \cdot \|_2$ اپراتور نرم ۲ در فضای هیلبرت، w پتانسیل گرانی، γ اندازه بردار شتاب گرانی، σ چگالی زمین، w سرعت دوران زمین، μ امید اندازه بردار شتاب گرانی، G ثابت جهانی جاذبه، w_0 پتانسیل ژئوئید، X بردار موقعیت، e_w بردار یکه در امتداد محور دوران زمین، M جرم زمین، D فضای درونی زمین، $\partial\zeta_e^+$ مرز خارجی پوسته زمین، $\partial\zeta_e^-$ مرز درونی پوسته زمین و M_g^2, M_h^2 بیانگر رویه‌های در برگیرنده داده‌های مرزی است. رابطه (۱) در این جدول معادله میدان در خارج سطح زمین، معادله (۲) معادله میدان در درون زمین است که هر دو، از نوع معادلات دیفرانسیل پواسن هستند. رابطه (۳) نشان‌دهنده مقدار مرزی از نوع اندازه شتاب گرانی روی معلوم (سطح زمین)، معادله (۴) بیانگر مقدار مرزی از نوع پتانسیل (پتانسیل ژئوئید) روی مرز آزاد (سطح ژئوئید) و رابطه (۵) شرط میل مقدار پتانسیل گرانی به سمت صفر با سرعت همگرایی عکس فاصله است که شرط پایداری جواب در بینهایت محسوب می‌شود. همه کمیت‌های فیزیکی به کار رفته در این مسئله را

جدول ۳. مسئله مقدار دو مرزی خطی با مرزهای ثابت و آزاد.

$\text{div grad} \delta W(x) = 0$	$\forall x \in \mathbb{R}^3 / D \cup \partial\zeta_e^+$	Field Diff. Equ.
$\text{div grad} \delta W(x) = -4\pi G \delta \Sigma(x)$	$\forall x \in D \cup \partial\zeta_e^-$	
$\delta\Gamma(x) = \ \nabla_{e\Gamma} \delta W(x)\ _2$	$\forall x \in \partial\zeta_e := M_h^2$	Boundary Value
$w_0 = W_0(x) + \delta W_0(x)$	$\forall x \in \partial\zeta_i := M_g^2$	
$\lim_{\ x\ _2 \rightarrow \infty} \delta W(x) = \mathcal{O}_{\delta w} \left(\frac{1}{\ x\ _2^3} \right)$		Regularity condition at Infinity

بیضوی می‌تواند در حکم یک معادله مشاهده به کار رود. با داشتن مقادیر تفاضلی شتاب گرانی می‌توان از راه انتگرال آبل-پواسن بیضوی، پتانسیل گرانی تفاضلی $\delta W(X)$ را روی بیضوی مرجع $E_{a,b}^2$ بدست آورد (صفری، ۲۰۰۴) و صفری و همکاران، ۲۰۰۴). در جدول ۴ انتگرال آبل-پواسن بیضوی برای اندازه شتاب گرانی تفاضلی ارائه شده است.

در جدول ۳، ∇_{e_Γ} نشان‌دهنده مشتق امتدادی در امتداد بردار یکه e_Γ است که در امتداد بردار شتاب گرانی مرجع Γ است. L درجه و مرتبه بسط میدان گرانشی جهانی است.

برای بخش بدون جرم فضای بیرونی زمین، مقادیر مرزی $(x)\delta\Gamma$ در انتگرال آبل-پواسن صدق می‌کند. بنابراین چنانچه به دنبال پتانسیل گرانی تفاضلی $\delta W(X)$ روی بیضوی مرجع $E_{a,b}^2$ باشیم، انتگرال آبل-پواسن

جدول ۴. انتگرال آبل-پواسن بیضوی برای شتاب گرانی تفاضلی.

معادله انتگرال در شکل پیوسته:

$$\begin{aligned}\delta\Gamma(x) &= \langle e_\Gamma | \delta\Gamma(x) \rangle + \mathcal{O}(\delta\Gamma^2(x)) \\ e_\Gamma &= \frac{\Gamma_\lambda}{\|\Gamma\|_2} e_\lambda + \frac{\Gamma_\phi}{\|\Gamma\|_2} e_\phi + \frac{\Gamma_\eta}{\|\Gamma\|_2} e_\eta \quad ; \quad \delta\Gamma(x) = \delta\Gamma_\lambda e_\lambda + \delta\Gamma_\phi e_\phi + \delta\Gamma_\eta e_\eta \\ \delta\Gamma(x) &= \frac{\Gamma_\lambda}{\|\Gamma\|_2} \delta\Gamma_\lambda + \frac{\Gamma_\phi}{\|\Gamma\|_2} \delta\Gamma_\phi + \frac{\Gamma_\eta}{\|\Gamma\|_2} \delta\Gamma_\eta \\ &= \frac{1}{\sqrt{g_{\lambda\lambda}}} \frac{\Gamma_\lambda}{\|\Gamma\|_2} S_{E_{a,b}^2} \iint_{E_{a,b}^2} ds' \varpi(\phi') \frac{\partial K^L(\lambda, \phi, \eta; \lambda', \phi', \eta_0)}{\partial \lambda} \delta W^L(\lambda', \phi') \\ &\quad + \frac{1}{\sqrt{g_{\phi\phi}}} \frac{\Gamma_\phi}{\|\Gamma\|_2} \frac{1}{S_{E_{a,b}^2}} \iint_{E_{a,b}^2} ds' \varpi(\phi') \frac{\partial K^L(\lambda, \phi, \eta; \lambda', \phi', \eta_0)}{\partial \phi} \delta W^L(\lambda', \phi') \\ &\quad + \frac{1}{\sqrt{g_{\eta\eta}}} \frac{\Gamma_\eta}{\|\Gamma\|_2} \frac{1}{S_{E_{a,b}^2}} \iint_{E_{a,b}^2} ds' \varpi(\phi') \frac{\partial K^L(\lambda, \phi, \eta; \lambda', \phi', \eta_0)}{\partial \eta} \delta W^L(\lambda', \phi')\end{aligned}$$

معادله انتگرال در شکل گشته:

$$\begin{aligned}\delta\Gamma(x) &= \gamma(x) - \Gamma(x) = \langle e_\Gamma | \delta\Gamma(x) \rangle \\ &= \left(\frac{1}{\sqrt{g_{\lambda\lambda}}} \frac{\Gamma_\lambda}{\|\Gamma\|_2} \frac{1}{S_{E_{a,b}^2}} \sum_{i=1}^{i_{\max}} \sum_{j=1}^{j_{\max}} a \sqrt{b^2 + \varepsilon^2 \sin^2 \phi_{ij}} \cos \phi_{ij} \right. \\ &\quad \times \Delta \lambda' \Delta \phi' \varpi(\phi') \frac{\partial K^L(\lambda, \phi, \eta; \lambda', \phi', \eta_0)}{\partial \lambda} \\ &\quad + \frac{1}{\sqrt{g_{\phi\phi}}} \frac{\Gamma_\phi}{\|\Gamma\|_2} \frac{1}{S_{E_{a,b}^2}} \sum_{i=1}^{i_{\max}} \sum_{j=1}^{j_{\max}} a \sqrt{b^2 + \varepsilon^2 \sin^2 \phi_{ij}} \cos \phi_{ij} \\ &\quad \times \Delta \lambda' \Delta \phi' \varpi(\phi') \frac{\partial K^L(\lambda, \phi, \eta; \lambda', \phi', \eta_0)}{\partial \phi} \\ &\quad + \frac{1}{\sqrt{g_{\phi\phi}}} \frac{\Gamma_\lambda}{\|\Gamma\|_2} \frac{1}{S_{E_{a,b}^2}} \sum_{i=1}^{i_{\max}} \sum_{j=1}^{j_{\max}} a \sqrt{b^2 + \varepsilon^2 \sin^2 \phi_{ij}} \cos \phi_{ij} \\ &\quad \left. \times \Delta \lambda' \Delta \phi' \varpi(\phi') \frac{\partial K^L(\lambda, \phi, \eta; \lambda', \phi', \eta_0)}{\partial \eta} \right) \delta W^L(\lambda', \phi')\end{aligned}$$

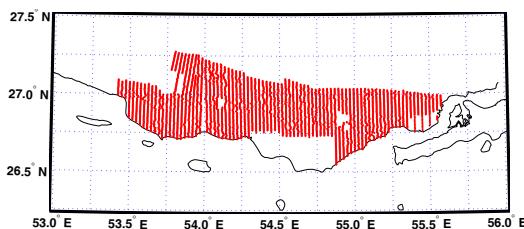
آشنایی با جزئیات آن می‌توان به گروه غیرلرزه‌ای (۱۳۸۴) مراجعه کرد. شکل ۱، نشان‌دهنده تصویر ماهواره‌ای لندست ۷ از منطقه آزمایش این تحقیق است.

این منطقه آزمون، واقع در فارس ساحلی، در بردارنده ۶۳۵۰ نقطه گرانی در فواصل ۵۰۰ متری در جهت عرض جغرافیایی و ۲۰۰۰ متری در جهت طول جغرافیایی است. موقعیت این نقاط با GPS دو بسامدی تعیین و اندازه شتاب گرانی به صورت نسبی با گرانی سنج CG3 ساخت کارخانه سنترکس کانادا، صورت گرفته و به نقطه گرانی مطلق درجه یک کشوری واقع در فرودگاه بندرعباس متصل شده است (گروه غیرلرزه‌ای، ۱۳۸۴). توزیع این نقاط در شکل ۲ دیده می‌شود. نقشه تغییرات اندازه شتاب گرانی در این منطقه بر مبنای مشاهدات صورت گرفته در شکل ۳ آورده شد است.

شکل ۴ نیز توپوگرافی منطقه را براساس اطلاعات ارتفاعی موجود در فایل گرانی منطقه نشان می‌دهد.



شکل ۱. نقشه ماهواره‌ای منطقه مطالعه (فارس ساحلی).

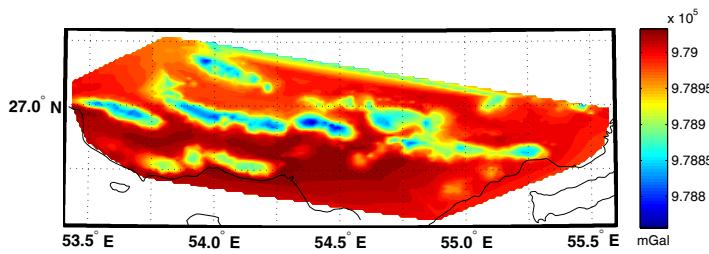


شکل ۲. پرائندگی ۶۳۵۰ نقطه گرانی مشاهده شده در فارس ساحلی توسط مدیریت اکتشاف-شرکت ملی نفت ایران.

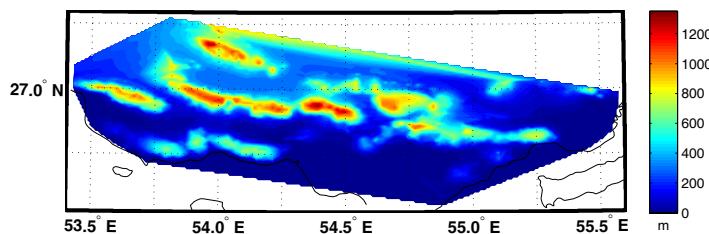
در جدول ۴، $\{\Gamma_{\eta}, \Gamma_{\lambda}, \Gamma\}$ سه مؤلفه بردار شتاب گرانی مرجع Γ بر حسب دستگاه مختصات منحنی الخط بیضوی ژاکوبی با مؤلفه‌های $\{\lambda, \phi, \eta\}$ بوده، (ϕ') تابع وزن است که موجب ارتقانالیتی هارمونیک‌های بیضوی روی بیضوی مرجع می‌شود (تانگ و گرافارند، ۱۹۸۹). $S_{E_{a,b}^2}$ مساحت سطح بیضوی مرجع $E_{a,b}^2$ ، و $\{g_{\lambda\lambda}, g_{\phi\phi}, g_{\eta\eta}\}$ مؤلفه‌های تانسور متريک دستگاه مختصات منحنی الخط بیضوی ژاکوبی است. K^L کرنل تغییر یافته انتگرال آبل-پوانس پس از حذف میدان مرتع است. اندیس بالای L در اینجا نشان‌دهنده درجه و مرتبه ماکزیمم بسط هارمونیک‌های بیضوی به کار رفته در میدان مرتع است که با توجه به حذف آن از روی مشاهدات، لازم است این اثر از روی کرنل نیز حذف شود و بدین طریق کرنل تغییر شکل یافته K^L حاصل می‌شود. برای جزئیات بیشتر به مارتینک و گرافارند (۱۹۹۷) مراجعه شود. a, b, ϵ به ترتیب نیم قطر اطول، نیم قطر اقصیر و خروج از مرکز خطی بیضوی مرجع $E_{a,b}^2$ است. $\Delta\lambda' \Delta\phi'$ المان سطحی انتگرال آبل-پوانس پس از گسسته‌سازی است که بیانگر توان تفکیک انتگرال گیری نیز هست. i_{max} و j_{max} نیز حد بالای شبکه انتگرال گیری پس از گسسته‌سازی را روی بیضوی مرجع نشان می‌دهند.

۳ مطالعه موردي

به منظور مطالعه اثر مدل رقومی زمین بر محاسبات تعیین ژئوئید، بدون استفاده از انتگرال استوکس، منطقه فارس ساحلی با مساحتی حدود 20000 Km^2 واقع در $26.55^\circ \text{N} \leq \varphi \leq 27.28^\circ \text{N}$ و $53.42^\circ \text{E} \leq \lambda \leq 55.58^\circ \text{E}$ در جنوب کشور، انتخاب شد. این منطقه از آنجا که دارای توپوگرافی خشن (rough topography) است، برای بررسی اثر مدل رقومی در تعیین ژئوئید مناسب است. مشاهدات گرانی این ناحیه را مدیریت اکتشاف شرکت ملی نفت عملی ساخته است که برای



شکل ۳. نقشه تغییرات شتاب گرانی در فارس ساحلی، براساس مشاهدات گرانی مدیریت اکتشاف- شرکت ملي نفت ایران.



شکل ۴. توپوگرافی منطقه براساس ارتفاع ارتومنتریک محاسبه شده در ایستگاههای گرانی سنگی.

۲. مدل رقومی SRTM با توان تفکیک سه ثانیه تقریباً معادل ۹۰ متر در ۹۰ متر متعلق به ناسا (شکل ۶).
۳. مدل رقومی سازمان نقشهبرداری کشور با توان تفکیک ۱۰۰ متر در ۱۰۰ متر (بازیابی) (resample) شده از مدل رقومی با توان تفکیک ۱۰ متر در ۱۰ متر با نرم افزار PCI (شکل ۷).

مشخصات مدل‌های رقومی یاد شده در جدول ۵ آورده شده است.

همان‌طور که ذکر شد برای اعمال تصحیح توپوگرافی به مشاهدات گرانی سنگی به یک مدل رقومی توپوگرافی زمین نیازمندیم. در منطقه آزمایش این تحقیق، ۳ مدل رقومی توپوگرافی زیر در دسترس بودند:

۱. مدل رقومی GTOPO30 با توان تفکیک ۳۰ ثانیه تقریباً معادل یک کیلومتر در یک کیلومتر از بانک داده EROS متعلق به سازمان زمین‌شناسی آمریکا (USGS) (شکل ۵).

جدول ۵. مشخصات مدل‌های رقومی در دسترس (جارویس و همکاران، ۲۰۰۴؛ ماموریت SRTM، ۲۰۰۵؛ مشخصات آماری SRTM، ۲۰۰۰؛ مرکز بانک داده EROS، ۱۹۹۷).

NCC	SRTM	GTOPO30	مدل‌های رقومی زمین
±10m	±16m	±30m	صحت ادعا شده مؤلفه ارتفاعی نقاط در سطح اطمینان / ۹۰٪
10m	3"	30"	توان تفکیک مکانی
WGS84	WGS84	WGS84	دیتوم مسطحاتی
IRAN MSL	EGM96 Global Geoid	EGM96 Global Geoid	دیتوم ارتفاعی
نقشه‌های توپوگرافی با مقیاس 1:25000	داده‌های راداری برداشت شده با فن تداخل سنگی در شاتل فضایی	نقشه‌ها و مدل‌های رقومی گوناگون از کل جهان	منابع اطلاعاتی

مختصات GPS که DTM حاصل از آنها در شکل ۴ نشان داده شده است.

با مقایسه اطلاعات ارائه شده در جداول ۶ و ۷، می‌توان نتیجه گرفت که مدل رقومی سازمان ناسا موسوم به SRTM در بین سه مدل مورد بررسی، نزدیک‌ترین مدل رقومی به توپوگرافی زمین در منطقه فارس ساحلی است. اختلاف هر سه DTM یاد شده از ارتفاع نقاط بازیبینی، در شکل‌های ۹ تا ۱۱ آورده شده است. از آنجا که مدل رقومی سازمان نقشه‌برداری کشور، در بعضی مناطق فارس ساحلی شکاف داشته است، و به علاوه با توجه به مقایسه صورت گرفته با DTM در نقاط بازیبینی، از کمترین دقت در بین مدل‌های رقومی مورد بررسی برخوردار است، در این تحقیق از دو مدل رقومی GTOPO30 و SRTM برای ارزیابی تأثیر DTM بر ژئوئید حاصل از روش تعیین ژئوئید بدون استفاده از انگرال استوکس به کار برده شدند. شکل ۱۲ تفاوت بین دو مدل رقومی GTOPO30 و SRTM را در منطقه مطالعاتی نشان می‌دهد.

طیف‌های جهانی توپوگرافی بر حسب هارمونیک‌های کروی تا درجه و مرتبه (مدل توپوگرافی جهانی GTM3AR) ۳۶۰ از سایت اختصاصی ونستل (Vensel، ۲۰۰۵) استخراج شد. طیف جهانی مدل توپوگرافی تا درجه و مرتبه ۳۶۰ در منطقه فارس ساحلی، در شکل ۷ نشان داده است. طول موج‌های کوتاه توپوگرافی، از تفاضل مدل رقومی سطح زمین از بسط DTM به هارمونیک‌های بیضوی تا درجه و مرتبه ۳۶۰ به دست آمد.

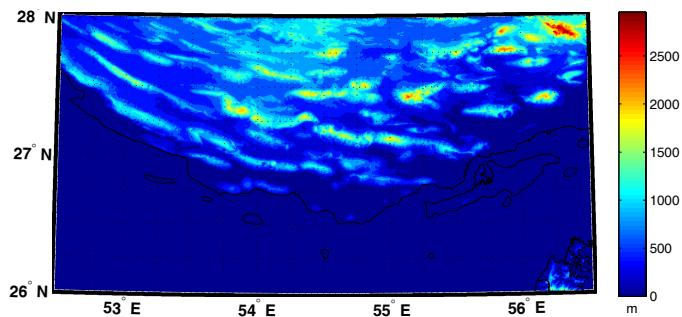
برای کنترل دقت و صحت مدل‌های رقومی موجود در منطقه فارس ساحلی، از مختصات GPS نقاط مشاهداتی شتاب گرانی، بعد از اعمال تصحیح ژئوئید جهانی، به مثبتة نقاط بازیبینی (check point) استفاده شد. در مورد هریک از مدل‌های رقومی بالا، از راه درون‌یابی دوخطی و Nearest ارتفاعی برای نقاط بازیبینی تعیین شد. بدین ترتیب دقت و صحت مدل‌های رقومی، در منطقه فارس ساحلی برآورد شد. اطلاعات آماری که در جدول ۶ و ۷ ارائه شد، حاصل کنترل DTM‌ها در نقاط بازیبینی (نقاط گرانی دارای

جدول ۶. مقایسه مدل‌های رقومی موجود با استفاده از درون‌یابی دوخطی بر حسب متر.

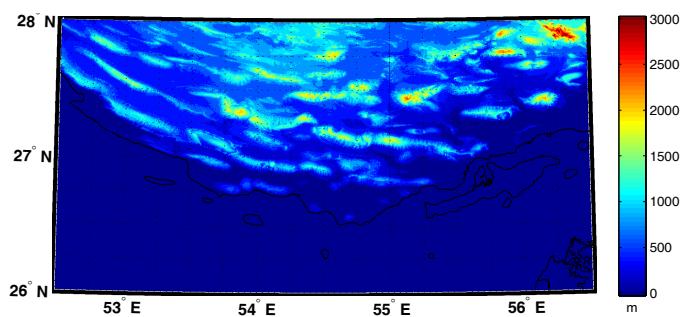
RMS (Root Mean Square)	نرم اختلافات	انحراف معیار	ماکزیمم	متوسط	مینیمم	مدل رقومی
2.241	14229.33	176.48	663.76	-27.30	-750.91	GTOPO30
0.353	2240.54	27.71	188.80	-4.80	-186.84	SRTM
2.454	15585.79	194.57	1078.52	-20.28	-846.36	NCC

جدول ۷. مقایسه مدل‌های رقومی موجود با استفاده از درون‌یابی Nearest بر حسب متر.

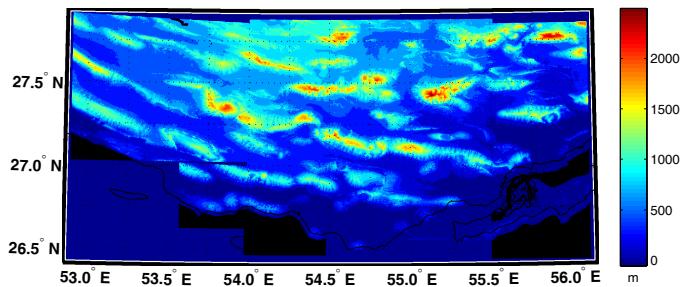
RMS	نرم اختلافات	انحراف معیار	ماکزیمم	متوسط	مینیمم	مدل رقومی
2.379	15107.97	187.67	726.26	-26.97	-902.91	GTOPO30
0.354	2250.06	27.83	200.24	-4.81	-186.09	SRTM
2.473	15700.39	196.03	1078.75	-19.98	-868.36	NCC



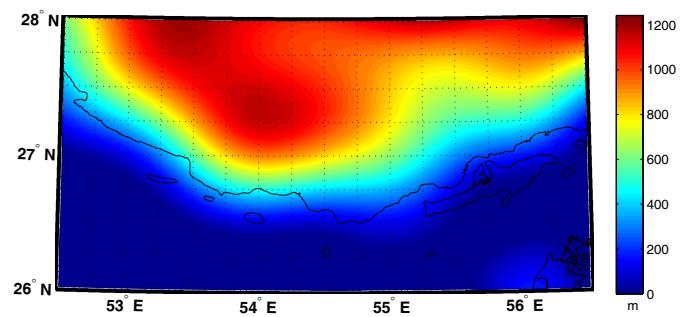
شکل ۵. توپوگرافی منطقه براساس USGS DTM (مدل رقومی GTOPO30).



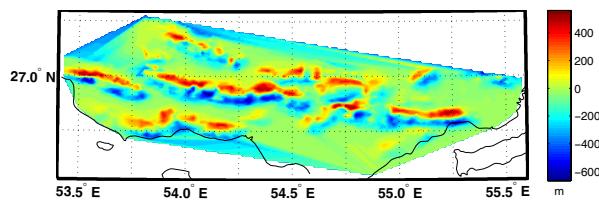
شکل ۶. توپوگرافی منطقه براساس NASA DTM (مدل رقومی SRTM).



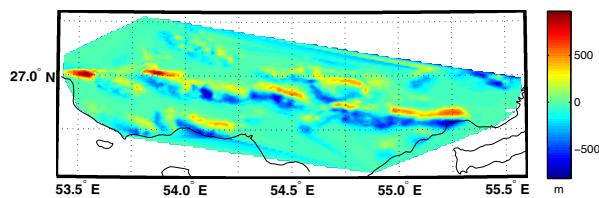
شکل ۷. توپوگرافی منطقه براساس NCC DTM (مدل رقومی سازمان نقشه‌برداری کشور).



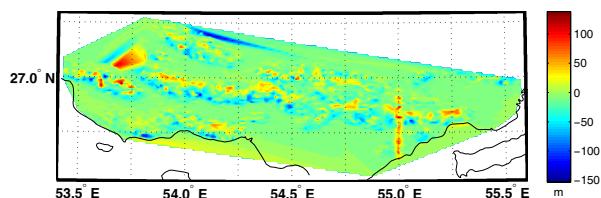
شکل ۸ طول موج‌های بلند DTM منطقه، حاصل از بسط DTM به هارمونیک‌های بیضوی تا درجه/مرتبه ۳۶۰.



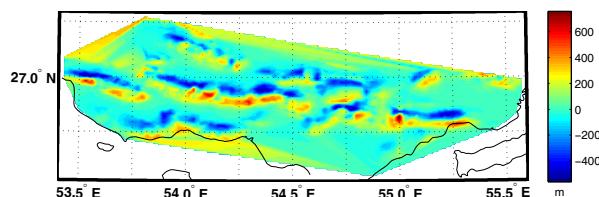
شکل ۹. اختلاف ارتفاع نقاط بازبینی با ارتفاع به دست آمده از مدل رقومی GTOPO30 با درون‌یابی دوخطی.



شکل ۱۰. اختلاف ارتفاع نقاط بازبینی با ارتفاع به دست آمده از مدل رقومی NCC با درون‌یابی دوخطی.



شکل ۱۱. اختلاف ارتفاع نقاط بازبینی با ارتفاع به دست آمده از مدل رقومی SRTM با درون‌یابی دوخطی.



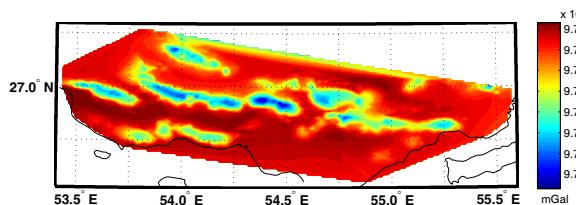
شکل ۱۲. اختلاف ارتفاع مدل رقومی GTOPO30 با مدل رقومی SRTM با در نقاط بازبینی از طریق درون‌یابی دوخطی.

حاصل از بسط هارمونیک‌های بیضوی تا درجه و مرتبه ۳۶۰ به اضافه میدان گریز از مرکز است. شکل ۱۴ نشان‌دهندهٔ تغییرات شتاب میدان جاذبه اجرام در فاصلهٔ نزدیک با استفاده از انگرال نیوتون، با مدل رقومی GTOPO30 و شکل ۱۵ نشان‌دهندهٔ محاسباتی مشابه با ۱۶ استفاده از مدل رقومی SRTM است. شکل ۱۶ نشان‌دهندهٔ تفاوت میدان جاذبه جرم‌های نزدیک محاسبه شده به دو طریق یاد شده، با استفاده از مدل رقومی GTOPO30 و SRTM، است. اطلاعات آماری تفاوت‌های نشان داده شده در شکل ۱۶، در جدول ۸ آورده شده است. با حذف اثر جرم‌های نزدیک از روی مشاهدات تصحیح شده نسبت به اثرات جهانی میدان گرانی به شکل‌های ۱۷ و ۱۸، به ترتیب برای حالات با استفاده از مدل رقومی GTOPO30 و استفاده از مدل رقومی SRTM برای منطقه مطاله موردی، خواهیم رسید، که مشاهدات تفاضلی هارمونیک شده روی سطح زمین را تشکیل می‌دهند. این مشاهدات اکنون آماده انتقال به سمت پایین (به بیضوی مرچ) از راه حل معادله انگرالی آبل-پواسن‌اند.

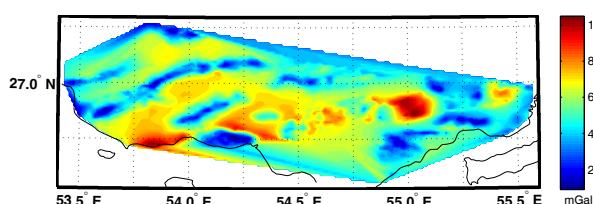
برای حذف اثرات جهانی، منطقه‌ای و ایزوستازی میدان گرانشی، مدل ژئوپتانسیلی ترکیبی پیشنهادی توسط (وانگ و رُمن، ۲۰۰۴) مورد استفاده قرار گرفت. قسمت اصلی محاسبات، حل معکوس مسئلهٔ مقدار مرزی دیریکله با مقادیر مرزی بر روی سطح بیضوی است. از آنجایی که مسئلهٔ مقدار مرزی دیریکله جواب خاصی از معادلهٔ دیفرانسیل لاپلاس در دستگاه مختصات بیضوی است، فقط برای کمیت‌های هارمونیک صادق است بدین خاطر قبل از اقدام به انتقال به سمت پایین، طی مراحل حذف (remove step) (مشروح زیر، مشاهدات صورت گرفته بر سطح زمین را به مشاهدات تفاضلی هارمونیک تبدیل کردیم:

۱. حذف اثرات میدان ناشی از مدل ژئوپتانسیلی جهانی بر حسب ضرایب هارمونیک بیضوی تا درجه و مرتبه ۳۶۰ به علاوه میدان گریز از مرکز.
۲. حذف اثرات میدان جاذبه جرم‌های واقع در فاصلهٔ نزدیک تا شعاع ۵۵ کیلومتر حول نقاط مشاهداتی از روی مشاهدات اندازهٔ شتاب گرانی.

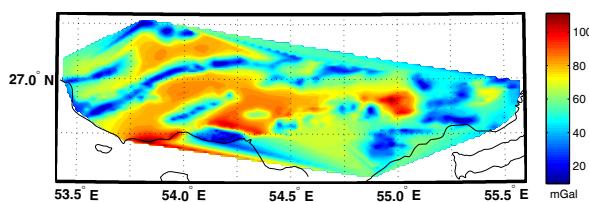
شکل ۱۳ نشان‌دهندهٔ تغییرات شتاب گرانی میدان



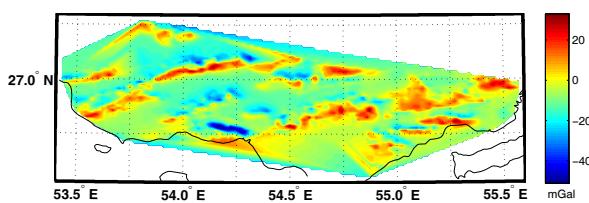
شکل ۱۳. شتاب گرانی حاصل از بسط هارمونیک‌های بیضوی تا درجه و مرتبه ۳۶۰ به علاوه شتاب گریز از مرکز در نقاط مشاهده.



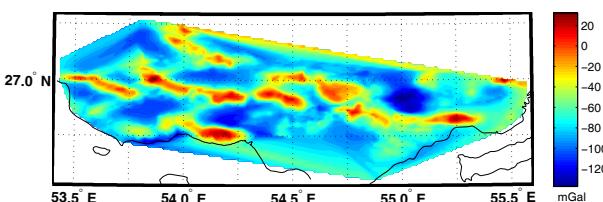
شکل ۱۴. شتاب جاذبه حاصل از جرم‌های در فاصلهٔ نزدیک، با مدل رقومی GTOPO30 برای سطح زمین.



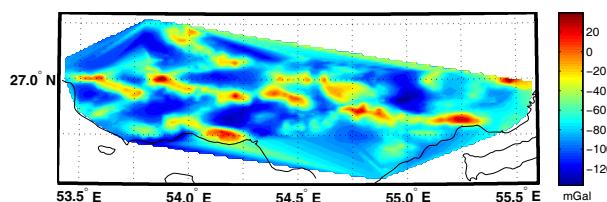
شکل ۱۵. شتاب جاذبه حاصل از جرم‌های واقع در فاصله نزدیک، با مدل رقومی SRTM برای سطح زمین.



شکل ۱۶. تفاصل شتاب جاذبه جرم‌های واقع در فاصله نزدیک، با مدل رقومی GTOPO30 و مدل رقومی SRTM برای سطح زمین.



شکل ۱۷. شتاب جاذبه تفاضلی هارمونیک در سطح زمین، با مدل رقومی GTOPO30 برای سطح زمین.



شکل ۱۸. شتاب جاذبه تفاضلی هارمونیک در سطح زمین، با مدل رقومی SRTM برای سطح زمین.

جدول ۸ مقایسه اثر مدل رقومی سطح زمین بر اندازه شتاب جاذبه جرم‌های واقع در فاصله نزدیک ($G_{t(\text{GTOPO30})} - G_{t(\text{SRTM})}$) برحسب .mGal

انحراف معیار	ماکریموم	متوسط	مینیموم	مدل رقومی
17.045	113.591	56.089	5.134	GTOPO30
19.378	115.15	61.568	6.239	SRTM
11.188	45.076	-5.478	-55.55	تفاوت دو حالت فوق

پایدار نبودن جواب معمولاً به صورت عدد شرط بزرگ برای ماتریس ضرایب (condition number) معادلات نرمال ($A^t A$) ظاهر می‌شود. در مطالعه موردی GTOPO30 این تحقیق در حالت استفاده از مدل رقومی SRTM، عدد شرط 2.631×10^{14} و در حالت استفاده از مدل رقومی SRTM، عدد شرط ماتریس $A^t A$ ، 2.640×10^{14} شد.

شکل ۱۹ تغییرات پارامتر پایدارسازی را در طی مراحل تکرار هنگامی که در محاسبه ژئوئید از مدل رقومی GTOPO30 استفاده شد، نشان می‌دهد. همان‌طور که در شکل ۱۹ دیده می‌شود بعد از چند مرحله تکرار، مسئله همگرا شده و پارامتر پایدارسازی، 3.949×10^{-7} به دست آمده است. شکل ۲۰ نتیجه انتقال به سمت پایین، بعد از پایدارسازی مسئله است و شکل ۲۱ به تغییرات پارامتر پایدارسازی در طی مراحل تکرار در محاسبه ژئوئید با استفاده از مدل رقومی SRTM مربوط است. همان‌طور که در شکل ۲۱ دیده می‌شود بعد از چند مرحله تکرار، مسئله با پارامتر پایدارسازی 3.720×10^{-7} همگرا شده است. شکل ۲۲ نتیجه انتقال به سمت پایین بعد از پایداری مسئله است. تفاوت نتیجه انتقال به سمت پایین در دو حالت در شکل ۲۳ آورده شده است.

بعد از اینکه، کمیت‌های تفاضلی از سطح زمین، از راه انتقال به سمت پایین به پتانسیل جاذبه تفاضلی روی سطح بیضوی تبدیل شد، می‌بایست اثرات حذف شده را مجدداً در سطح بیضوی مرجع به پتانسیل جاذبه تفاضلی افزود. اطلاعاتی که لازم است افزوده شوند عبارت اند از:

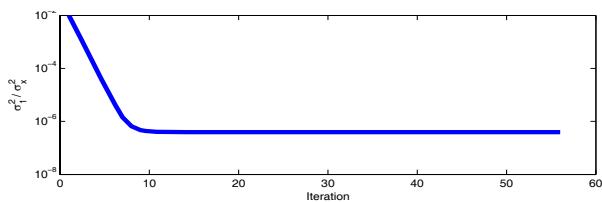
۱. اثر میدان ناشی از مدل ژئوپتانسیلی جهانی برحسب ضرایب هارمونیک بیضوی تا درجه و مرتبه ۳۶۰ به علاوه میدان گریز از مرکز برحسب پتانسیل.
۲. اثر میدان جاذبه جرم‌های نزدیک در شعاع ۵۵ کیلومتر حول نقاط محاسبه روی بیضوی مرجع برحسب پتانسیل.

برای حل عددی انتگرال آبل-پواسن بیضوی اصلاح شده، یک شبکه منظم $2' \times 2'$ روی بیضوی مرجع $E_{a,b}^2$ در منطقه فارس ساحلی ($53.4388^\circ E \leq \lambda \leq 55.5608^\circ E$ و $26.547^\circ N \leq \phi \leq 27.276^\circ N$)، انتخاب شد. بنابراین تعداد مجھولات، یا به عبارتی تعداد پتانسیل تفاضلی روی بیضوی مرجع که لازم است از حل معادله انتگرالی تعیین شوند، برابر ۱۲۶۰ شد.

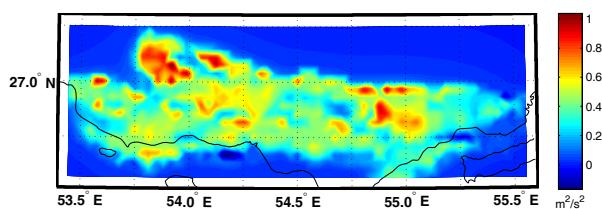
انتقال به سمت پایین شتاب جاذبه پس از حذف اثرات یاد شده برای دستیابی به پتانسیل تفاضلی روی سطح بیضوی مرجع، از راه حل کمترین مربعات دستگاه معادلات مشاهدات حاصل از گسسته‌سازی معادله انتگرالی آبل-پواسن ارائه شده در جدول ۴، می‌تواند صورت پذیرد. این معادله انتگرال پس از گسسته‌سازی به شکل زیر در می‌آید که جواب کمترین مربعات آن با مینیموم کردن نرم باقی‌مانده‌ها حاصل می‌شود.

$$\begin{cases} Ax = b \\ A \in \mathbb{R}^{n \times u}; b \in \mathbb{R}^{n \times 1}; x \in \mathbb{R}^{u \times 1} \\ \min_x \|Ax - b\|_2^2 \Rightarrow \hat{x}_{LS} = (A^t A)^{-1} A^t b \end{cases} \quad (1)$$

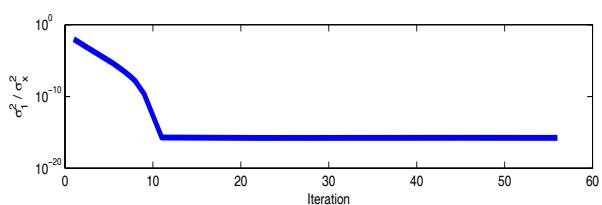
در دستگاه معادلات (۱)، A ماتریس ضرایب حاصل از گسسته‌سازی معادله انتگرالی، x بردار مجھولات (پتانسیل تفاضلی روی سطح بیضوی)، تعداد ۱۲۶۰ مجھول ذکر شده در بالا، b شتاب جاذبه تفاضلی روی سطح زمین، و نهایتاً \hat{x}_{LS} جواب کمترین مربعات است. به دلیل ناپایداری معادله انتگرال آبل-پواسن که از معادلات انتگرالی فردھولم نوع اول است، جواب کمترین مربعات حاصل از رابطه (۱) کراندار نیست و نیاز به پایدارسازی (regularization) دارد (اردلان، ۱۹۹۹، اردلان و گرافارند، ۲۰۰۴، صفری، ۲۰۰۴، صفری و همکاران، ۲۰۰۵ و کوخ و کوش، ۲۰۰۲). برای به دست آوردن جواب پایدار معادله انتگرالی آبل-پواسن، در این تحقیق از روش ارائه شده در کوخ و کوش (۲۰۰۲) استفاده شد.



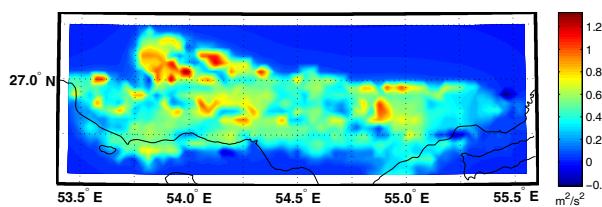
شکل ۱۹. منحنی همگرایی پارامتر پایدارسازی با مدل رقومی GTOPO30 برای سطح زمین (پارامتر بهینه $=3.949 \times 10^{-7}$).



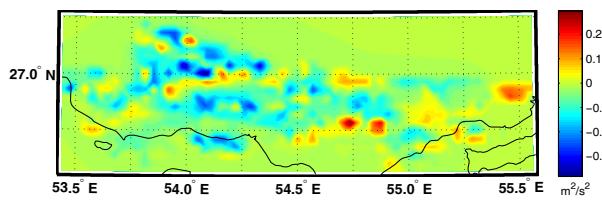
شکل ۲۰. پتانسیل جاذبه تفاضلی بعد از انتقال به سمت پایین با مدل رقومی GTOPO30 برای سطح زمین.



شکل ۲۱. منحنی همگرایی پارامتر پایدارسازی با مدل رقومی SRTM برای سطح زمین (پارامتر بهینه $=3.720 \times 10^{-7}$).



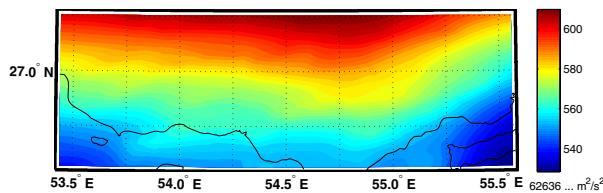
شکل ۲۲. پتانسیل جاذبه تفاضلی بعد از انتقال به سمت پایین با مدل رقومی SRTM برای سطح زمین.



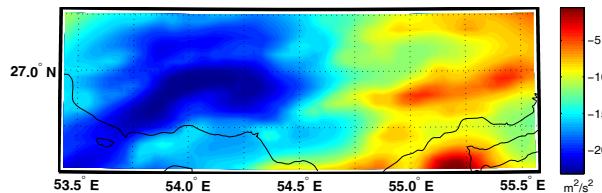
شکل ۲۳. تفاوت پتانسیل جاذبه تفاضلی روی سطح بیضوی، با مدل رقومی GTOPO30 و مدل رقومی SRTM برای سطح زمین.

بعد از بازگرداندن اثرات حذف شده، پتانسیل گرانی به دست آمده روی سطح بیضوی مرجع (X^w) با استفاده از تبدیل برونز بیضوی، قابل تبدیل به ارتفاع ژئوئید است (اردلان و گرافارند، ۲۰۰۱). در این تحقیق دو ژئوئید برای دو حالت استفاده از مدل رقومی GTOPO30 و مدل رقومی SRTM برای منطقه آزمایش واقع در فارس ساحلی محاسبه شد. شکل های ۲۸ و ۲۹ نشان دهنده دو ژئوئید بوده و اختلاف این دو ژئوئید در شکل ۳۰ قرار گرفته است. جدول ۹ خلاصه نتایج آماری اختلاف دو ژئوئید است.

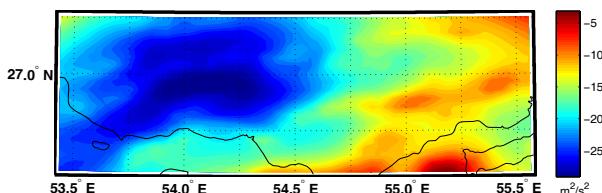
شکل ۲۴ نشان دهنده میدان حاصل از بسط هارمونیک های بیضوی تا درجه و مرتبه ۳۶۰ به اضافه میدان گریز از مرکز برای نقاط روی سطح بیضوی و شکل ۲۵ نشان دهنده تغییرات پتانسیل جاذبه میدان اجرام در فاصله نزدیک برای نقطه محاسبه روی بیضوی مرجع، با استفاده از مدل رقومی SRTM برای سطح زمین در انگرال نیوتون است. شکل ۲۶ مشابه شکل ۲۵، اما در حالت استفاده از مدل رقومی GTOPO30 برای سطح زمین است.



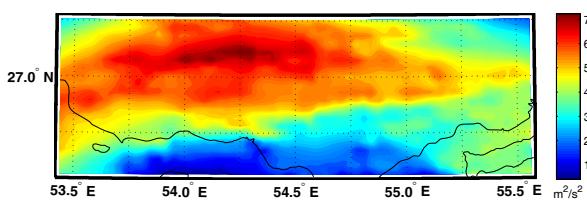
شکل ۲۴. پتانسیل گرانی حاصل از مدل ژئوپتانسیل جهانی تا درجه و مرتبه ۳۶۰ به علاوه میدان گریز از مرکز.



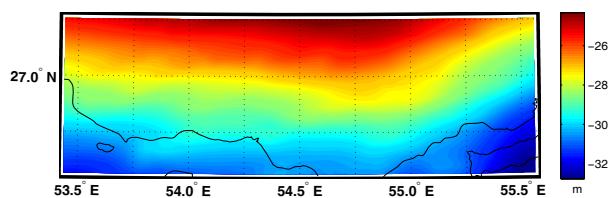
شکل ۲۵. پتانسیل جاذبه حاصل از جرم های واقع در فاصله نزدیک روی سطح بیضوی، با مدل رقومی GTOPO30 برای سطح زمین.



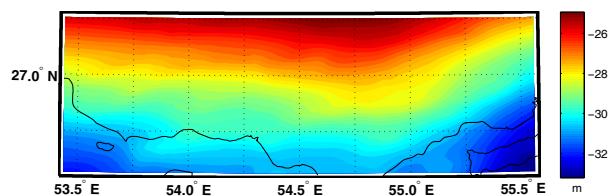
شکل ۲۶. پتانسیل جاذبه حاصل از جرم های واقع در فاصله نزدیک روی سطح بیضوی، با مدل رقومی SRTM برای سطح زمین.



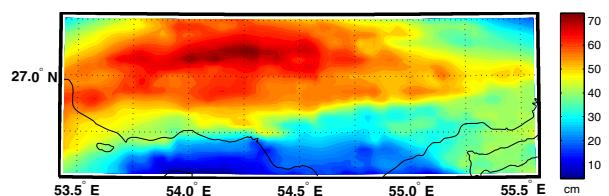
شکل ۲۷. اختلاف پتانسیل گرانی روی بیضوی مرجع، مدل رقومی GTOPO30 و SRTM برای سطح زمین.



شکل ۲۸. ژئوئید فارس ساحلی محاسبه شده با مدل رقومی GTOPO30 برای سطح زمین.



شکل ۲۹. ژئوئید فارس ساحلی محاسبه شده با مدل رقومی SRTM برای سطح زمین.



شکل ۳۰. اختلاف دو ژئوئید فارس ساحلی، محاسبه شده با مدل رقومی GTOPO30 و SRTM برای سطح زمین.

جدول ۶. تأثیر مدل رقومی سطح زمین بر تعیین ژئوئید "بدون استفاده از انگرال استوکس" $h_{\text{Geoid GTOPO30}}(X) - h_{\text{Geoid SRTM}}(X)$ بر حسب متر.

انحراف معیار	ماکریموم	میانگین	مینیموم	ژئوئید
1.957	-24.694	-28.678	-33.211	SRTM
-2.047	-24.171	-28.236	-32.776	GTOPO30
0.151	0.754	0.442	0.041	تفاوت دو حالت فوق

زمین منجر به اختلاف ماکزیموم ۰.۷۵۴ و مینیموم ۰.۰۴۱ متر در ژئوئید محاسبه شده بدون استفاده از انتگرال استوکس شد.

در شکل ۳۱، پتانسیل $U_{t\text{SRTM}}$ حاصل از اجرام در فاصله نزدیک در حالت استفاده از مدل توپوگرافی SRTM و پتانسیل $U_{t\text{GTOPO30}}$ حاصل از اجرام در فاصله نزدیک در حالت استفاده از مدل توپوگرافی GTOPO30 است. طبق محاسبات آماری صورت گرفته، کمیت $U_{t\text{SRTM}}$ با کمیت $U_{t\text{GTOPO30}} - U_{t\text{SRTM}}$ ، دارای ضریب همبستگی مثبت ۰.۶۱ و کمیت $U_{t\text{GTOPO30}}$ با کمیت $U_{t\text{GTOPO30}} - U_{t\text{SRTM}}$ دارای ضریب همبستگی مثبت ۰.۴۰ است. بنابراین به طورکلی هر چه میزان پتانسیل اجرام واقع در فاصله نزدیک در نقطه‌ای بیشتر باشد، تأثیر مدل رقومی زمین در محاسبه میدان جاذبه توپوگرافی اجرام واقع در فاصله نزدیک در نقطه یادشده، بیشتر خواهد بود. در مورد شتاب جاذبه اجرام واقع در فاصله نزدیک نیز بر اساس شکل ۳۲ همین نتیجه صادق است. محاسبات آماری صورت گرفته نشان می‌دهد، کمیت $\Gamma_{t\text{SRTM}}$ با کمیت $\Gamma_{t\text{GTOPO30}} - \Gamma_{t\text{SRTM}}$ دارای ضریب همبستگی مثبت ۰.۴۸ و کمیت $\Gamma_{t\text{GTOPO30}}$ با کمیت $\Gamma_{t\text{GTOPO30}} - \Gamma_{t\text{SRTM}}$ دارای ضریب همبستگی مثبت ۰.۱۱ است.

همچنین ژئوئید حاصل به دو حالت یاد شده با ژئوئید حاصل از GPS/Leveling در تعداد ۵۰ نقطه نشان داده شده در شکل ۳۳ مقایسه شد، که نتایج این مقایسه در جدول ۱۱ درج شده است. براساس نتایج جدول ۱۱، استفاده از مدل رقومی SRTM، موجب 30.5 cm بهبود در ژئوئید منطقه فارس می‌شود که بهبودی قابل ملاحظه‌ای به حساب می‌آید.

۴ بحث و نتیجه‌گیری

در این تحقیق تأثیر دو مدل رقومی زمین با دو توان تفکیک متغیر بر تعیین ژئوئید بدون استفاده از فرمول استوکس در منطقه آزمایش (فارس ساحلی) مورد بررسی قرار گرفت. براساس نتایج حاصل مدل رقومی GTOPO30 ۲۰۰۰ Km² می‌تواند در یک منطقه به وسعت $26.547^\circ\text{E} \leq \varphi \leq 27.276^\circ\text{E}$ و $53.422^\circ\text{N} \leq \lambda \leq 55.578^\circ\text{N}$ با مدل رقومی SRTM به میزان ماکزیموم ۸۰۵.۵ m و مینیموم ۶۰۶.۰ m تفاوت کند. بر این اساس کلیه مراحل تعیین ژئوئید بدون استفاده از فرمول استوکس به دو صورت: (۱) با مدل رقومی GTOPO30 برای سطح زمین و (۲) با استفاده از مدل رقومی SRTM، صورت گرفت و نتایج، مرحله به مرحله با یکدیگر مقایسه شدند. خلاصه این مقایسه‌ها در جدول ۱۰ آورده شده است. این نتایج بدین شرح‌اند:

۱. ماکزیموم و مینیموم اختلاف شتاب جاذبه جرم‌های واقع در فاصله نزدیک برای نقاط محاسبه در سطح زمین، در دو حالت مفروض برای مدل رقومی سطح زمین به ترتیب ۴۵.۰۷۶ و ۵۵.۵۵- میلی‌گال به دست آمد.

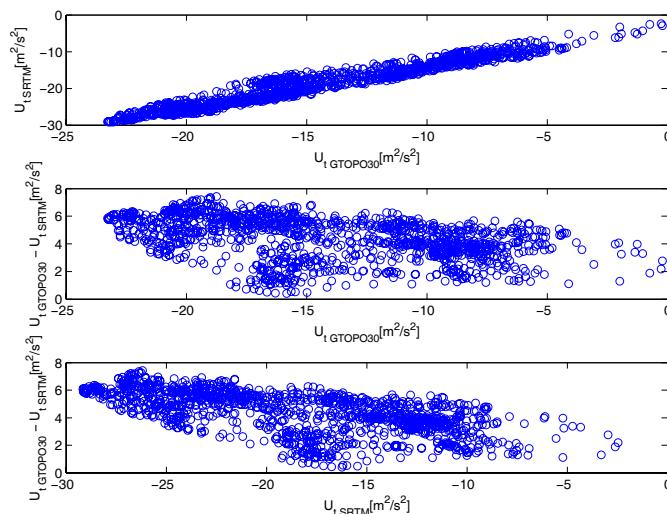
۲. بعد از انتقال به سمت پایین، در سطح بیضوی مرجع پتانسیل جزئی حاصل از دو حالت در نظر گرفته شده برای مدل رقومی سطح زمین، منجر به اختلاف ماکزیموم ۰.۳۲۱ و مینیموم ۰.۴۰۶- مترمربع بر مجدور ثانیه شد.

اختلاف اثر جرم‌های واقع در فاصله نزدیک محاسبه شده با دو وضعیت مفروض برای مدل رقومی سطح زمین روی بیضوی مرجع، ماکزیموم ۷.۴۲۹ و مینیموم ۰.۴۰۴ مترمربع بر مجدور ثانیه است.

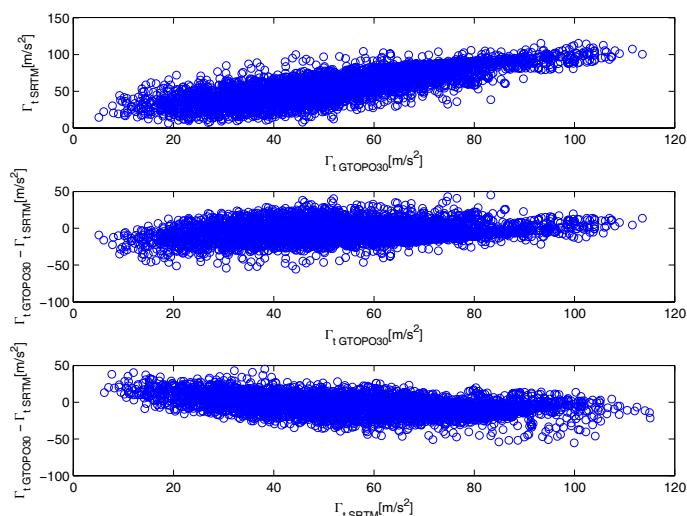
دو وضعیت در نظر گرفته شده برای مدل رقومی سطح

جدول ۱۰. نتایج تأثیر اختلاف مدل رقومی سطح زمین بر کلیه مراحل تعیین ژئوئید.

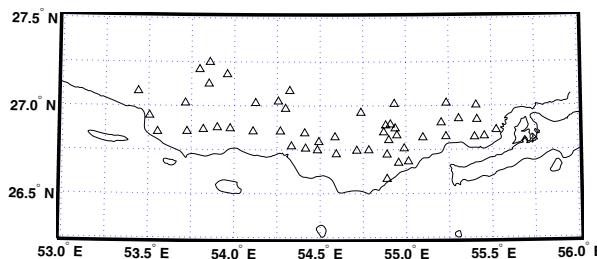
انحراف معیار	ماکریوم	میانگین	مینیموم	کمیت
11.188	45.076	-5.478	-55.55	اثر جرم‌های نزدیک در نقطه مشاهده واقع بر سطح زمین (mGal)
0.063	0.321	-0.023	-0.406	اثر پتانسیل جاذبه تفاضلی بعد از انتقال به سمت پایین در سطح بیضوی مبنای ($m^2 s^{-2}$)
1.485	7.429	4.36	0.404	اثر جرم‌های نزدیک در نقطه مشاهده واقع بر سطح بیضوی مبنای ($m^2 s^{-2}$)
0.151	0.754	0.442	0.041	ژئوئید (m)



شکل ۳۱. تغییرات پتانسیل جاذبه جرم‌های واقع در فاصله نزدیک، با مدل رقومی SRTM نسبت مدل رقومی GTOPO30.



شکل ۳۲. تغییرات شتاب جاذبه جرم‌های واقع در فاصله نزدیک، با مدل رقومی SRTM نسبت مدل رقومی GTOPO30.



شکل ۳۳. پراکندگی نقاط GPS/leveling در منطقه مطالعه.

جدول ۱۱. نتایج اختلاف ارتفاع ژئوئید به دست آمده با ژئوئید GPS/Leveling بر حسب سانتی متر.

انحراف معیار	ماکزیمم	متوسط	مینیمم	کمیت
62.795	211.711	69.930	2.455	اختلاف ژئوئید حاصله از مدل رقومی GTOPO30 با ژئوئید GPS/Leveling
20.025	60.980	39.435	3.102	اختلاف ژئوئید حاصله از مدل رقومی SRTM با ژئوئید GPS/Leveling

Ardalan, A. A., 1999, High resolution regional geoid computation in the world geodetic datum 2000 based upon collocation of linearized observational functionals of the type GPS, gravity potential and gravity intensity, Ph. D. thesis, Stuttgart University. Available at <http://elib.uni-stuttgart.de/opus/volltexte/2000/665/pdf/PhDonline.pdf>.

Ardalan, A. A., Grafarend, E. W., 2001, Ellipsoidal geoidal undulations (ellipsoidal Bruns formula): case studies. J. Geodesy., **75**, 544-552.

Ardalan, A. A., and Grafarend, E. W., 2004, High-resolution geoid computation without applying Stokes's formula; case study: High-resolution geoid of Iran. J. Geodesy., **78**, 138-156.

Ardalan, A. A., and Safari, A., 2004, Terrain correction on the multi-cylindrical equal area map projection of the surface of the reference ellipsoid. J. Geodesy., **78**, 114-123.

Bajracharya, S., 2003, Terrain effects on geoid determination. A thesis submitted to the faculty of graduate studies in partial fulfillment of the requirements for the degree of master of science department of geomatics engineering Calgary, Alberta September, 2003.

Brown, D. G., and Bara, T. J., 1994, Recognition and reduction of systematic-error in elevation Burden RL (1993) Numerical Analysis, 5th ed. Boston: PWS-Kent Pub Co.

تشکر و قدردانی
از معاونت پژوهشی دانشگاه تهران و پردیس دانشکده‌های فنی به سبب حمایت مالی از این تحقیق در قالب طرح پژوهشی شماره ۸۱۵۱۰۰۷/۱۰۴ تشكير و قدردانی می‌شود.
همچنین از مدیریت اکتشاف- شرکت ملی نفت ایران به خاطر همکاری‌های مستمر و در اختیار قرار دادن مشاهدات گرانی‌سنگی منطقه فارس ساحلی، سپاسگزاری می‌شود.

منابع

آزمودهاردلان، ع.، صفری، ع.، طباطبایی، س. ه و جمعه‌گی، ع.، ۱۳۸۵، بررسی اثر دانسیتۀ پوسته بر تعیین ژئوئید، نشریه دانشکده فنی دانشگاه تهران، تحت بررسی.

گروه غیرلرزه‌ای، ۱۳۸۴، گزارش تعبیر و تفسیر گرانی و مغناطیس ناحیۀ فارس ساحلی، اداره ژئوفیزیک، مدیریت اکتشاف شرکت ملی نفت ایران.

- geoids. *Manuscripta Geodaetica*, **19**, 257-268.
- Martinec, Z., and Grafarend, E. W., 1997, Construction of Green's function to the external Dirichlet boundary-value problem for the Laplace equation on an ellipsoid of revolution. *J. Geodesy*, **71**, 562-570.
- Martinez, Z., Vanicek, P., Mainville, A., and Veronneau, M., 1996, Evaluation of topographical effects in precise geoids computation from densely sampled heights, *J. Geodesy*, **70**, 746-754.
- Merry, C. L., 2003, DEM-induced errors in developing a quasi-geoid model for Africa. *J. Geodesy*, **77**, 537-542.
- Rao, T. C. M., Rao, K. V., Kumar, A. R., Rao, D. P., and Deekshatula, B. L., 1996, Digital terrain model (DTM) from Indian Remote Sensing (IRS) satellite data from the overlap area of two adjacent paths using digital photogrammetric technique. *Photogramm. Eng. Remote Sens.* **62**, 727-731.
- Safari, A., 2004, Ellipsoidal boundary value problem for geoid computations via modulus of gravity, astronomical longitude, astronomical latitude, and satellite altimetry observations. Ph.D. thesis. Department of Surveying and Geomatics Engineering University of Tehran (In Persian).
- Safari, A., Ardalan, A. A., and Grafarend, E. W., 2005, A new ellipsoidal gravimetric, satellite altimetry, astronomic boundary value problem; case study: geoid of Iran. *J. Geodyn.* **39**, 545-568.
- Scambos, T. A., and Haran, T. R., 2002, An image-enhanced DEM of the Greenland ice sheet. *Ann. Glaciol.* **34**, 291-298.
- Shuttle Radar Topography Mission (SRTM), 2004, http://seamless.usgs.gov/website/seamless/faq/srtm_faq.asp
- Shuttle Radar Topography Mission Statistics, 2005, <http://www2.jpl.nasa.gov/srtm/statistics.html>.
- Thong, N. C., and Grafarend, E. W., 1989, A Spheroidal model of the terrestrial gravitational field. *Manusc Geodesy*, **14**, 285-304.
- Toutin, T., 2000, Evaluation of radargrammetric DEM from RADARSAT images in high relief areas. *IEEE T. Geosci. Remote Sens.* **38**, 782-789.
- Tsoulis, D., 2001, Terrain correction computations for a densely sampled DTM in the Bavarian Alps. *J. Geodesy*, **75**, 291-307.
- Tziavos, I. N., and Featherstone, W. E., 2000, First results of using digital density data in gravimetric geoids computation in Australia.
- Doytsher, Y., and Hall, J. K., 1997, Interpolation of DTM using bi-directional third-degree.
- Felicisimo, A. M., 1994, Parametric statistical-method for error-detection in digital elevation models. *ISPRS J. Photogramm. Remote Sens.* **49**, 29-33.
- Fox, A. J., and Gooch, M. J., 2001, Automatic DEM generation for Antarctic terrain.
- Gamba, P., and Houshmand, B., 2002, Joint analysis of SAR, LIDAR and aerial imagery for simultaneous extraction of land cover, DTM and 3D shape of buildings. *Int. J. Remote Sens.* **23**, 4439-4450.
- Goncalves, G., Julien, P., Riaزانoff, S., and Cervelle, B., 2002, Preserving cartographic quality in DTM interpolation from contour lines. *ISPRS J. Photogramm. Remote Sens.* **56**, 210-220.
- Hofmann, B., and Moritz, H., 2005, Physical Geodesy. Springer-Verlag Vienna, 2005.
- Huang, J., Vanicek, P., Pagiatakis, S. D., and Brink, W., 2000, Effect of topographical density on geoid in the Canadian Rocky Mountains.
- Jarvis, A., Rubiano, J., Nelson, A., Farrow, A., and Mulligan, M., 2004, Practical use of SRTM data in the tropics-comparisons with digital elevation models generated from cartographic data, Centro Internacional de Agricultura Tropical (CIAT), International Center for Tropical Agriculture ,Apartado Aéreo 6713,Cali, Colombia, Working Document no. 198, August 2004.
- Jekeli, C., and Serpas, J. G., 2003, Review and numerical assessment of the direct topographical reduction in geoid determination, *Journal of Geodesy*, **77**, 226-239.
- Kalmar, J., Papp, G., and Szabo, T., 1995, DTM-based surface and volume approximation-geophysical applications. *Comput. Geosci.* **21**, 245-257.
- Katzil, Y., and Doytsher, Y., 2000, Height estimation methods for filling gaps in gridded DTM. *J. Surv. Eng. ASCE*, **126**, 145-162.
- Koch, K. R., and Kusche, J., 2002, Regularization of geopotential determination from satellite data by variance components. *J. Geodesy*, **76**, 259-268.
- Lopez, C., 2002, An experiment on the elevation accuracy improvement of photogrammetrically derived DEM. *International J. Geogr. Inform. Sci.* **16**, 361-375.
- Martinec, Z., and Vanicek, P., 1993, The indirect effect of topography in the Stokes-Helmert technique for a spherical approximation of the

- Impact of Digital Elevation Models on Geoid Modelling.
- Wang, Y. M., and Roman D. R., 2004, Validation of gravity models from CHAMP/GRACE gravity missions using the GPS/leveling Data from the Continental US, National Geodetic Survey NOAA, Potsdam, Germany, July 5-9, 2004.
- Wenzel, G., 2005, <http://www1.gik.uni-karlsruhe.de/~wenzel/geopmods.htm>.
- Paper presented in GGG2000, Banff, Alberta, Canada, 2000.
- USGS-EROS Data Center (United States Geological Survey- Earth Resources Observation Systems Data Center). 1997. GTOPO30 documentation (README file). In: Land Processes Distributed Active Archive Center. Available in: <http://edcdaac.usgs.gov/GTOPO30/README.asp#h37>.
- Vanícek, P., Janák J., and Véronneau M., 2000,