

محدودیت‌های روش سیگنال تحلیلی در تعیین عرض بی‌هنجاری‌های گرانی

وحید ابراهیم‌زاده اردستانی^۱ و سیده‌هانی متوکی عنبران^{۲*}

^۱ دانشیار گروه فیزیک زمین، مؤسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران و قطب علمی مهندسی نقشه‌برداری و مقابله با سوانح طبیعی، ایران
^۲ دانشجوی کارشناسی ارشد ژئوفیزیک، مؤسسه ژئوفیزیک، دانشگاه تهران، ایران

(دریافت: ۸۵۳۲۸، پذیرش نهایی: ۸۶۶۱۷)

چکیده

در این مقاله توانایی‌های روش سیگنال تحلیلی در تعیین لبه‌های بی‌هنجاری و در نتیجه عرض بی‌هنجاری بررسی شده است. چندین مدل مصنوعی به کار رفته است و در نهایت این روش برای بی‌هنجاری‌های عمیق که نسبت عمق به پهنا بیشتر از ۰/۳ باشد نامناسب تشخیص داده شد. ضمناً عرض محاسبه شده با این روش معمولاً مساوی یا کمتر از عرض واقعی است.

واژه‌های کلیدی: سیگنال تحلیلی، گرانی‌سنجی، تعیین لبه‌های بی‌هنجاری

۱ مقدمه

بی‌هنجاری‌های گرانی بهره برد.

۲ روش سیگنال تحلیلی

نبیقیان (۱۹۷۴) در مقاله خود سیگنال تحلیلی برای گرادیان‌های گرانی را به صورت زیر:

$$A(x, y) = \frac{\partial^2 g}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 g}{\partial y \partial z} - i \frac{\partial^2 g}{\partial z^2} \quad (1)$$

و دامنه سیگنال تحلیلی را به صورت زیر تعریف می‌کند:

$$|A(x, y)| = \left\{ \left(\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial z} \right)^2 - \left(\frac{\partial^2 g}{\partial z^2} \right)^2 \right\}^{1/2} \quad (2)$$

چون محل بیشینه سیگنال تحلیلی دقیقاً در بالای لبه یا گوشه قرار دارد، تعیین موقعیت افقی لبه‌ها نیاز به مکان دقیق بیشینه مقدار سیگنال تحلیلی دارد.

گرین و استنلی (۱۹۷۵) در مورد استفاده از سیگنال تحلیلی در آنالیز داده‌های گرانی بحث کردند، هنسن و همکاران (۱۹۸۷) کارایی روش سیگنال تحلیلی را برای داده‌های گرانی نشان دادند و بلکلی و سیمپسون (۱۹۸۶) به

از آنجا که گرادیان قائم گرانی نسبت به خود داده‌های گرانی در تعیین ساختارهای زمین‌شناسی حد تفکیک بالاتری را به دست می‌دهد، تفسیرهای کمی که بر مبنای محاسبه گرادیان قائم به دست آمده‌اند، دارای دقت زیادتیر و اثرات مجاورتی کمتری از ساختارهای اطراف بی‌هنجاری مورد نظرند. این نکته اهمیت خود را در بررسی ساختارهای کم عمق و یا حفره‌هایی که همپوشانی چشمه‌ها مانع از تفسیر صحیح می‌شود، به وضوح نشان می‌دهد. مفاهیم پایه روش سیگنال تحلیلی در دو بعد را نبیقیان (۱۹۷۴ و ۱۹۷۲) برای داده‌های مغناطیسی و بعدها توسط گرین و استنلی (۱۹۷۵) مورد بحث قرار دادند. استفاده از گرادیان‌های افقی و سیگنال تحلیلی، به طور عملی را نخستین بار هنسن و همکاران (۱۹۸۷) در تفسیر سه بعدی به کار برد و سرانجام کلینگل و همکاران (۱۹۹۱) آن را در مورد داده‌های گرانی اعمال کرد.

در این مقاله دقت این روش در تعیین عرض بی‌هنجاری‌های گرانی مورد بررسی قرار گرفته و تعیین شده است که برای چه نوع بی‌هنجاری‌هایی و با چه درصد خطایی می‌توان از این روش برای تعیین عرض

برابر عرض بی‌هنجاری (۲۵۰ متر) و فاصله نمونه‌برداری ۱ متر حاصل شده است و این عمل برای بیش از ۳۲ نمونه مکعب که در عمق ۱ متر تا ۳۲ متر قرار گرفته‌اند، تکرار و در جدول (۱) ارائه شده است.

۴ بحث

همان‌طور که در جدول (۱) مشاهده می‌شود، ستون اول مربوط به عمق بالایی مدل، ستون دوم عرض محاسبه‌ای مدل از روش سیگنال تحلیلی، ستون سوم مقدار عرض واقعی مدل و با توجه به اینکه عرض واقعی مدل ۵۰ متر فرض شده، درصد خطای مقدار محاسبه‌ای با مقدار واقعی در ستون چهارم و در نهایت در ستون پنجم نسبت عمق به عرض واقعی مدل قرار داده شده است. با نگاهی به جدول مشاهده می‌شود، تا عمق ۷ متر، عرض بی‌هنجاری همان ۵۰ متر محاسبه شده است ولی از عمق ۸ متر به بعد، عرض بی‌هنجاری محاسبه‌ای به تدریج کم‌تر از مقدار واقعی است و در عمق حدود ۱۵ متر مقدار خطا به حدود ۱۰ درصد می‌رسد. این روند افزایشی مقدار خطا ادامه می‌یابد، نرخ افزایش نیز تصاعدی است و در عمق حدود ۲۶ متر خطا حدود ۴۸ درصد است و در حدود عمق ۳۱ متر که نسبت عمق به عرض بی‌هنجاری ۰/۶۲ است دیگر هیچ برآوردی از عرض آنومالی با توجه به روش سیگنال تحلیلی حاصل نمی‌شود. در ستون پنجم مشاهده می‌کنیم از $H > 0/3$ خطای محاسبه عرض از ۱۰ درصد فراتر می‌رود و نیز روند تعیین عرض به گونه‌ای است که همواره عرض بی‌هنجاری محاسبه‌ای کم‌تر و در بهترین حالت یعنی $H < 0/14$ مساوی مقدار واقعی است. لازم به ذکر است که این محاسبات برای مدل‌هایی با چگالی و عرض‌های متفاوت نیز بررسی شده و نتیجه یکسان بوده می‌توان نتیجه گرفت تنها عامل ایجاد خطا در محاسبات، وجود مشتق‌های قائم در فرمول سیگنال تحلیلی است که هرچه عمق افزایش می‌یابد مقدار خطای محاسبه مشتق قائم بیشتر می‌شود.

تعیین بیشینه دامنه سیگنال تحلیلی پرداختند.

برای محاسبه سیگنال تحلیلی ابتدا گرادیان افقی از فرمول لاگرانژ پنج نقطه‌ای به دست می‌آید. معادله کلی لاگرانژ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\frac{d^k f(x)}{dx} = \frac{k!}{m!k^k} \sum_{i=0}^m A_i f(x_i) \quad (3)$$

سپس از تبدیل هیلبرت برای تعیین گرادیان قائم استفاده می‌شود. تبدیل هیلبرت باعث ایجاد تغییر فاز ۹۰ درجه در تابع می‌شود و به عبارت دیگر گرادیان افقی را به قائم تبدیل می‌کند. تبدیل هیلبرت را با رابطه زیر تعریف می‌کنند:

$$F_j(x) = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f(x')}{x-x'} dx' \quad (4)$$

۳ مدل مصنوعی

در این تحقیق داده‌های مصنوعی سه‌بعدی با استفاده از فرمول ریاضی پلوف (۱۹۷۶) برای مجموعه بلوک‌ها، مورد استفاده قرار گرفته است. معادله پلوف به صورت زیر است:

$$g = \gamma \rho \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \mu_{ijk} \left[Z_k \arctan \frac{x_i y_i}{Z_k R_{ijk}} - x_i \cdot \log(R_{ijk} + y_j) - y_j \cdot \log(R_{ijk} + x_i) \right] \quad (5)$$

که در آن،

$$R_{ijk} = \sqrt{x_i^2 + y_j^2 + z_k^2}$$

$$\mu_{ijk} = (-1)^{i+j+k}$$

و ρ تباین چگالی بلوک با چگالی محیط دربرگیرنده آن و $x_1, x_2, y_1, y_2, z_1, z_2$ محدوده بلوک‌اند.

در این بررسی از مدل مکعبی به ابعاد ۵۰ متر و تباین چگالی ۱۰۰۰ کیلوگرم بر متر مکعب استفاده شده است که در هر بار تولید داده مصنوعی، یک پروفیل با طول ۵

جدول ۱. مدل‌های مصنوعی.

نسبت عمق به عرض (H)	درصد خطا	عرض مدل (متر)	عرض محاسبه‌ای (متر)	عمق بالایی (متر)
0/02	0	50	50	1
0/04	0	50	50	2
0/06	0	50	50	3
0/08	0	50	50	4
0/1	0	50	50	5
0/12	0	50	50	6
0/14	4	50	48	7
0/16	4	50	48	8
0/18	4	50	48	9
0/2	4	50	48	10
0/22	4	50	48	11
0/24	8	50	46	12
0/26	8	50	46	13
0/28	8	50	46	14
0/3	8	50	46	15
0/32	16	50	42	16
0/34	16	50	42	17
0/36	16	50	42	18
0/38	16	50	42	19
0/4	24	50	38	20
0/42	24	50	38	21
0/44	32	50	34	22
0/46	32	50	34	23
0/48	40	50	30	24
0/5	40	50	30	25
0/52	48	50	26	26
0/54	56	50	22	27
0/56	64	50	18	28
0/58	72	50	14	29
0/6	88	50	6	30
0/62	؟؟؟؟؟؟	50	؟؟؟؟؟؟	31
0/64	؟؟؟؟؟؟	50	؟؟؟؟؟؟	32

بی‌هنجاری، دقت در تعیین لبه‌های بی‌هنجاری که از محل قله‌ها حاصل می‌شود وضوح خود را از دست می‌دهد و در نتیجه تعیین عرض بی‌هنجاری را با خطا مواجه می‌سازد.

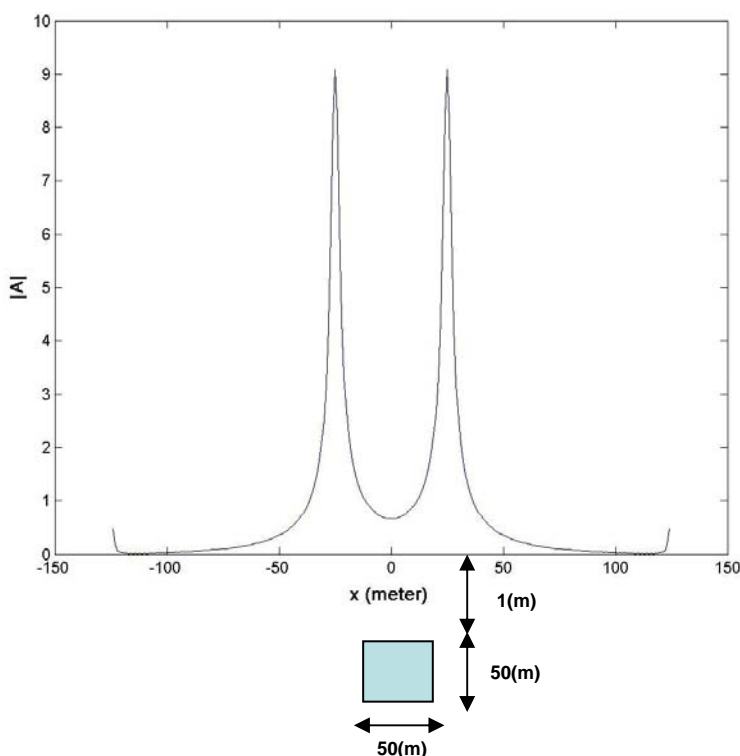
در انتها در شکل‌های ۱ تا ۵ نمونه از ۳۲ نمونه منحنی‌های سیگنال تحلیلی مربوط به عمق‌های ۱ متر، ۸ متر، ۱۵ متر، ۲۶ متر و نهایتاً ۳۱ متر آورده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش عمق

۵ نتیجه گیری

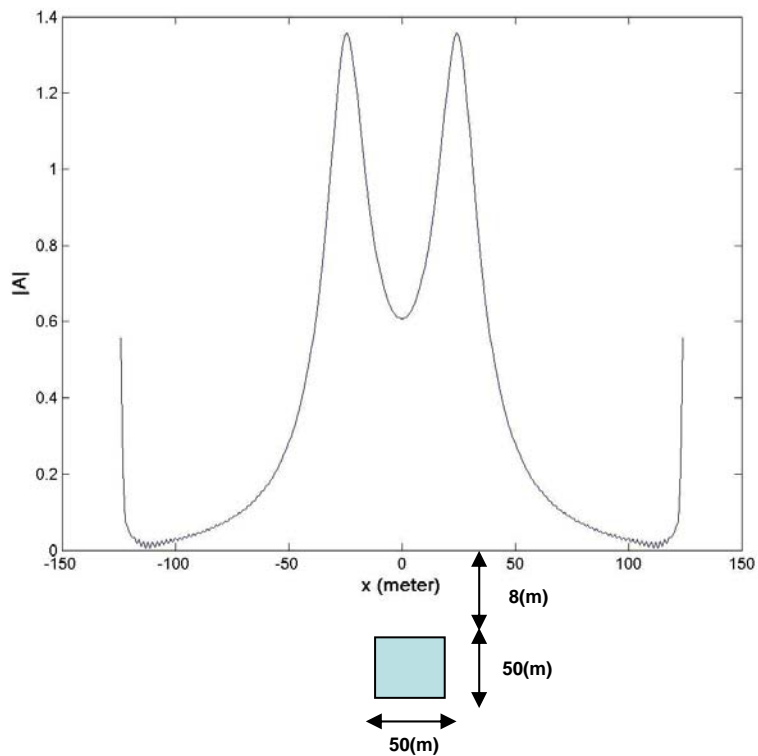
استفاده از سیگنال تحلیلی روی داده‌های گرانی نتایج خوبی را در آشکارسازی لبه‌های بی‌هنجاری ارائه می‌کند. روش سیگنال تحلیلی برای تفسیر کیفی ساختارهای سطحی و حفره‌ها که در آنها، هم‌پوشانی چشمه‌ها مانع از تفسیر صحیح می‌شود، بسیار مفید است. ولی چنانچه بخواهیم در تفسیر کمی و تعیین عرض دقیق بی‌هنجاری از این روش استفاده کنیم، می‌بایست برای داشتن خطایی کمتر از ۱۰ درصد، نسبت عمق به عرض واقعی بی‌هنجاری کم‌تر از $0/3$ باشد و چنانچه این نسبت بیشتر از $0/62$ برسد هیچ برآوردی از عرض بی‌هنجاری حاصل نمی‌شود. شایان ذکر است که عرض محاسبه‌ای همواره کمتر و یا مساوی عرض واقعی است.

منابع

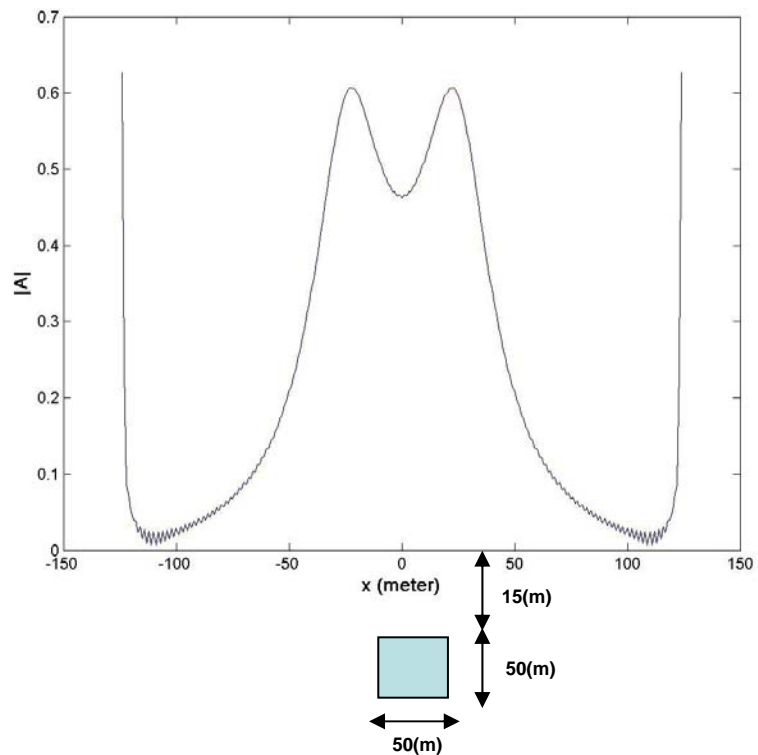
- Blakely, R. J., and Simpson, R. W., 1989, Approximating edges of source bodies from magnetic or gravity anomalies (short note): *Geophys. Soc. Expl. Geophys.*, **51**, 1494-1498.
- Blakely, R., 1996, *Potential theory in gravity and magnetic applications*, Cambridge University Press.
- Green, R., and Stanley, J. M., 1975, Application of a Hilbert transform method to the interpretation of surface-vehicle magnetic data: *Geophys. Prospect.*, **23**, 18-27.
- Hansen, R. O., Pawlowski, R. S., and Wang, X., 1987, Joint use of analytic signal and amplitude of horizontal gradient maxima for three-dimensional gravity data interpretation: *57th Ann. Internat. Mtg. Soc. Expl. Geophys.*, Expanded abstract, 100-102.



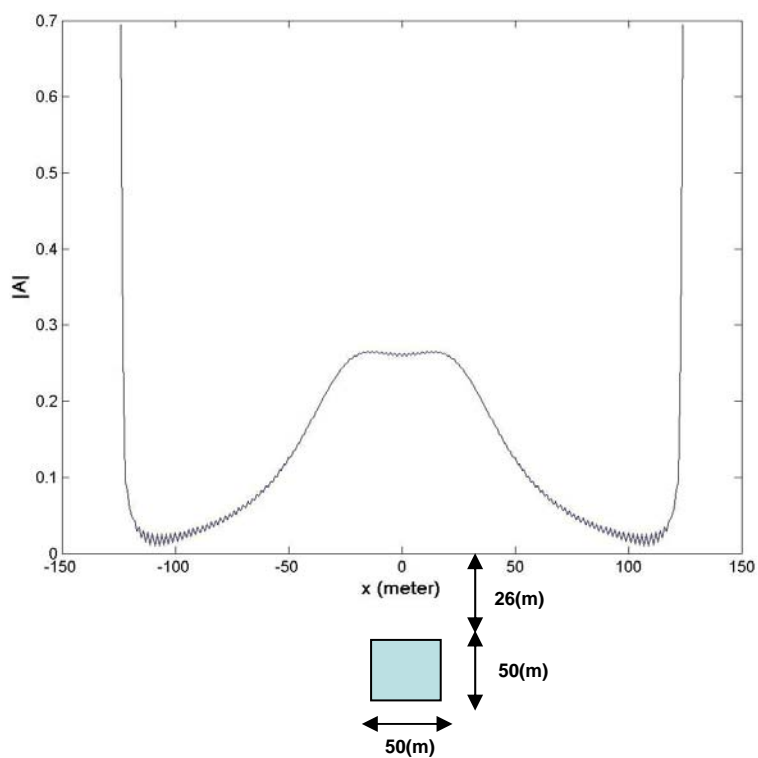
شکل ۱. منحنی سیگنال تحلیلی مدل در عمق ۱ متر.



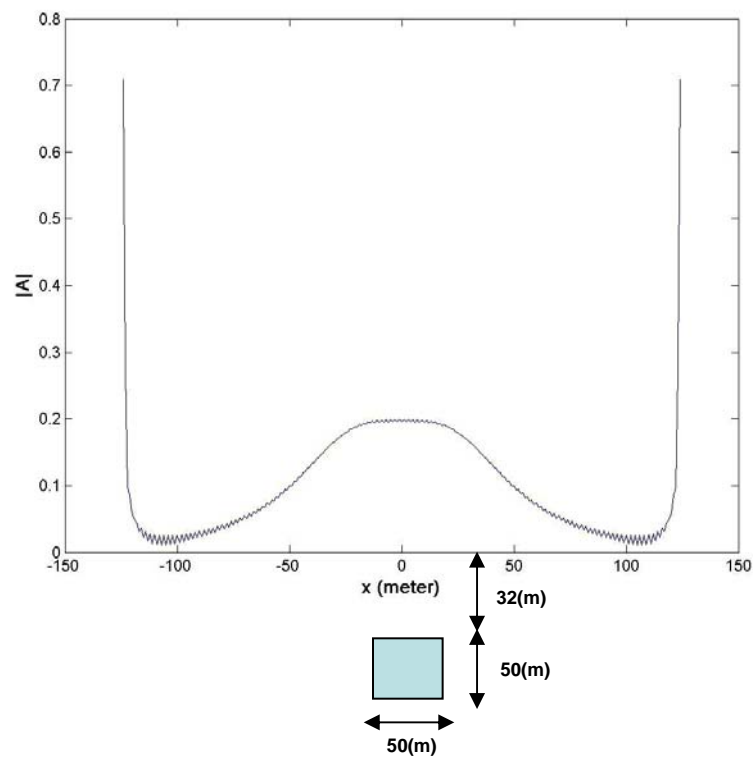
شکل ۲. منحنی سیگنال تحلیلی مدل در عمق ۸ متر.



شکل ۳. منحنی سیگنال تحلیلی مدل در عمق ۱۵ متر.



شکل ۴. منحنی سیگنال تحلیلی مدل در عمق ۲۶ متر.



شکل ۵. منحنی سیگنال تحلیلی مدل در عمق ۳۲ متر.

- on the analytic signal of two dimensional magnetic bodies with polygonal cross-section: *Geophysics*, **39**, 85-92.
- Nabighian, M. N., 1974b, Toward a three-dimensional automatic interpretation of potential field data via generalized Hilbert transforms: Fundamental relations: *Geophysics*, **49**, 780-786.
- Plouff, D., 1976, Gravity and magnetic fields of polygonal prisms and application to magnetic terrain correction: *Geophysics*, **41**, 727-741.
- Klinge, E. E., Marson, I., and Kahke, H. G., 1991, Automatic interpretation of gravity gradiometric data in two dimensions: Vertical gradient: *Geophysics. Prosp.*, **39**, 407-434.
- Nabighian, M. N., 1972, The analytic signal of two-dimensional bodies with polygonal cross-section: Its properties and use for automated anomaly interpretation: *Geophysics*, **37**, 507-512.
- Nabighian, M. N., 1974a, Additional comments