مجلهٔ فیزیک زمین و فضا، دوره ۳۳، شماره ۲، ۱۳۸۶، صفحهٔ ۹۵- ۱۰۴

تبدیل S تعمیم یافته و به‌کارگیری آن در برآورد زمان اولین رسیدها در رکوردهای لرزه‌ای

روح‌اله عسکری[۱] و حمیدرضا سیاهکوهی[۲*]

[۱] مربی گروه ژئوفیزیک، مرکز تحصیلات تکمیلی، علوم پایه زنجان، ایران
[۲] استادیار گروه فیزیک زمین، مؤسسهٔ ژئوفیزیک، دانشگاه تهران، ایران

(دریافت: ۸۵/۱/۲۲ ، پذیرش نهایی: ۸۶/۶/۱۷)

چکیده

تبدیل S یک تبدیل زمان- بسامد برگشت‌پذیر است که براساس ترکیبی از مفاهیم تبدیل فوریه زمان کوتاه و تبدیل موجک پایه‌گذاری شده است. در این تبدیل برای انتقال داده به حوزه زمان- بسامد از پنجره گاوسی مقیاس‌پذیر با بسامد استفاده می‌شود. مقیاس پذیر بودن پنجره با بسامد ضمن تامین قدرت تفکیک لازم، رابطه‌ای مستقیم بین خروجی تبدیل و طیف فوریه داده ورودی را نیز فراهم می‌کند. در این مقاله ضمن معرفی تبدیل S و شکل تعمیم یافته آن، نمونه‌ای از کاربردشان در برآورد اولین رسید در رکوردهای لرزه و زلزله که حاوی مقادیر زیادی نوفه هستند، نشان داده می‌شود.

واژه‌های کلیدی: تبدیل S، تبدل S پنجره هذلولی، تعیین اولین رسید، تعیین قطبش اولین رسید

۱ مقدمه

معمولاً برای اطلاع از محتوای بسامدی سیگنال از تبدیل فوریه استفاده می‌شود. در بسیاری از کارهای پردازشی با توجه به ناپایایی (non-stationary) سیگنال و نوفه، لازم است علاوه بر اطلاع از محتوای بسامدی یک سیگنال، از توزیع زمانی مؤلفه‌های بسامدی آن نیز اطلاع داشت. اما تبدیل فوریه توصیفی از توزیع مؤلفه‌های بسامدی در زمان ارائه نمی‌کند (مالات، ۱۹۹۹).

یکی از راه‌های کسب اطلاع از توزیع مؤلفه‌های بسامدی یک سیگنال در زمان، تبدیل فوریه زمان کوتاه است (گابور، ۱۹۴۶). در این روش برای تعیین مؤلفه‌های بسامدی یک سیگنال حول τ، سیگنال در تابعی به نام پنجره ضرب می‌شود و با گرفتن انتگرال فوریه از این حاصل‌ضرب اطلاعات بسامدی سیگنال در همسایگی τ استخراج می‌شود. رابطه ریاضی تبدیل فوریه زمان کوتاه به‌صورت زیر است:

$$STFT(\tau, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t) e^{-j2\pi ft} g(t-\tau) dt \qquad (۱)$$

که در رابطه فوق g تابع پنجره است. ولی مشکل اساسی این تبدیل ثابت بودن مقیاس پنجره است، که سبب می‌شود که قدرت تفکیک زمان- بسامد این تبدیل در صفحه زمان- فرکانس ثابت باشد.

یکی از تبدیل‌هایی که مشکل تبدیل فوریه زمان کوتاه را ندارد، تبدیل موجک است. تبدیل موجک سیگنال را به مجموعه‌ای از موجک‌های انقباض یافته و اتساع یافته تجزیه می‌کند (مالات، ۱۹۹۹). در تبدیل موجک، با توجه به مقیاس‌پذیر بودن موجک، قدرت تفکیک زمان- بسامد تامین می‌شود. تبدیل موجک تابعی مانند $h(t)$ به‌صورت:

$$W(\tau, s) = \frac{1}{\sqrt{s}} \int_{-\infty}^{+\infty} h(t) \psi^*\left(\frac{t-\tau}{s}\right) dt \qquad (۲)$$

*نویسنده رابط: تلفن: ۶۱۱۱۸۲۷۷-۰۲۱ دورنگار: ۸۸۶۳۰۵۴۸-۰۲۱ E-mail: hamid@ut.ac.ir

بیان می‌شود که در رابطه فوق ψ موجک اولیه، τ بیانگر زمان و s بیانگر مقیاس است. لذا اطلاعات به‌دست آمده از تبدیل موجک به‌صورت توزیع زمان- مقیاس ارایه می‌شود. که مقیاس در تبدیل موجک متناسب با عکس بسامد است. به این معنی که مقیاس‌های کوچک معادل بسامدهای بزرگ و مقیاس‌های بزرگ معادل بسامدهای کوچک است. مقیاس‌پذیر بودن موجک سبب می‌شود که قدرت تفکیک زمان- بسامد این تبدیل در صفحه زمان- بسامد ثابت نباشد. لذا تبدیل موجک قدرت تفکیک زمان- بسامد را تأمین می‌کند.

۲ تبدیل S

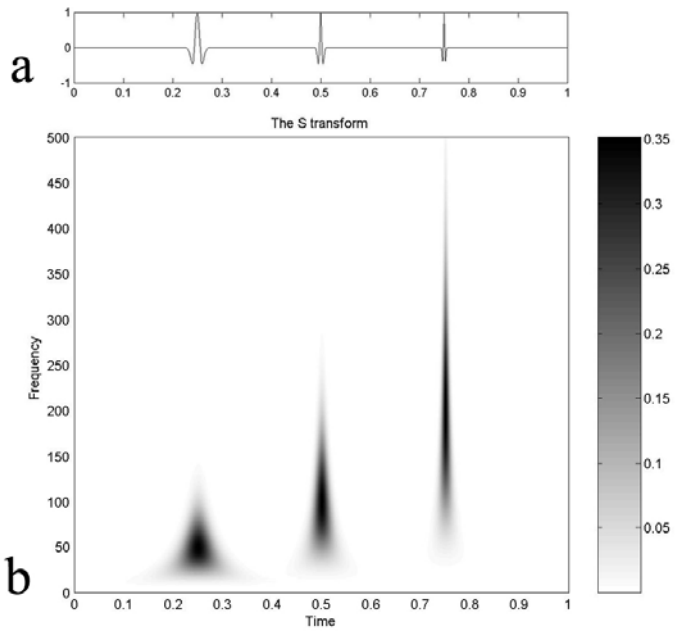
در ۱۹۹۶، استاکول و همکاران با مقیاس‌پذیر کردن پنجره در تبدیل فوریه زمان کوتاه، روش تبدیل فوریه زمان کوتاه را اصلاح کردند و حاصل کار خود را درحکم تبدیل S معرفی کردند. تبدیل S تابعی مانند $h(t)$ به‌صورت زیر بیان می‌شود (استاکول و همکاران، ۱۹۹۶):

$$S\{h(t)\}(\tau,f)=\int_{-\infty}^{+\infty}h(t)\frac{|f|}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{f^2(\tau-t)^2}{2}}e^{-j2\pi ft}dt \qquad (۳)$$

که در آن τ بیانگر زمان و f بیانگر بسامد است. می‌توان به آسانی ثابت کرد:

$$\int_{-\infty}^{+\infty}S(\tau,f)d\tau=H(f) \qquad (۴)$$

که در آن $H(f)$ تبدیل فوریه تابع $h(t)$ است. لذا از رابطه (۴) می‌توان دریافت که تبدیل S تبدیلی کاملاً برگشت‌پذیر است. با توجه به این‌که در تبدیل S پنجره گاوسی با بسامد مقیاس‌پذیر می‌شود لذا در تبدیل S نیز همانند تبدیل موجک قدرت تفکیک زمان- بسامد تأمین می‌شود. لذا در این تبدیل نیز همانند تبدیل موجک قدرت تفکیک زمان- بسامد را شاهد هستیم. همان‌طور که در شکل ۱ آشکار است به‌خاطر به‌کارگیری تبدیل S در $t=0.25s$ تفکیک بسامدی و در $t=0.75s$ تفکیک زمانی خوبی را مشاهده می‌کنیم.



شکل ۱. a: تریس لرزه‌ای مصنوعی و b: تبدیل S آن.

با توجه به این‌که در تبدیل S قدرت تفکیک زمان- بسامد تأمین می‌شود، لذا از این نظر نسبت به تبدیل فوریه زمان کوتاه دارای برتری است و نظر به این‌که اطلاعات زمانی مربوط به مؤلفه‌های بسامدی در تبدیل S به‌صورت زمان- بسامد ارائه می‌شود، لذا ویژگی آن نسبت به تبدیل موجک این است که خروجی قابل فهم‌تری دارد.

۳ تبدیل S تعمیم یافته

تبدیل S تعمیم یافته سیگنالی مانند $h(t)$ به‌صورت:

$$S_g\{h(\tau,f)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t)w(\tau-t,f,p)e^{-j2\pi ft}dt \quad (۵)$$

بیان می‌شود. که در رابطه فوق w تابع پنجره است که به متغییرهای f، $\tau-t$ و p بستگی دارد. p پارامتری چندگانه است که شکل پنجره را کنترل می‌کند. برای مثال به ازای $p=1$ رابطهٔ (۵) به شکل رابطهٔ (۳) در می‌آید. در تمای شکل‌های تبدیل S تعمیم یافته باید رابطه:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} w(\tau-t,f,p)d\tau = 1 \quad (۶)$$

برقرار باشد تا از این راه، رابطهٔ (۴) تأمین شود. در نتیجه با رعایت رابطهٔ (۶) می‌توان شکل‌های متفاوتی از تبدیل S تعمیم یافته را ایجاد کرد.

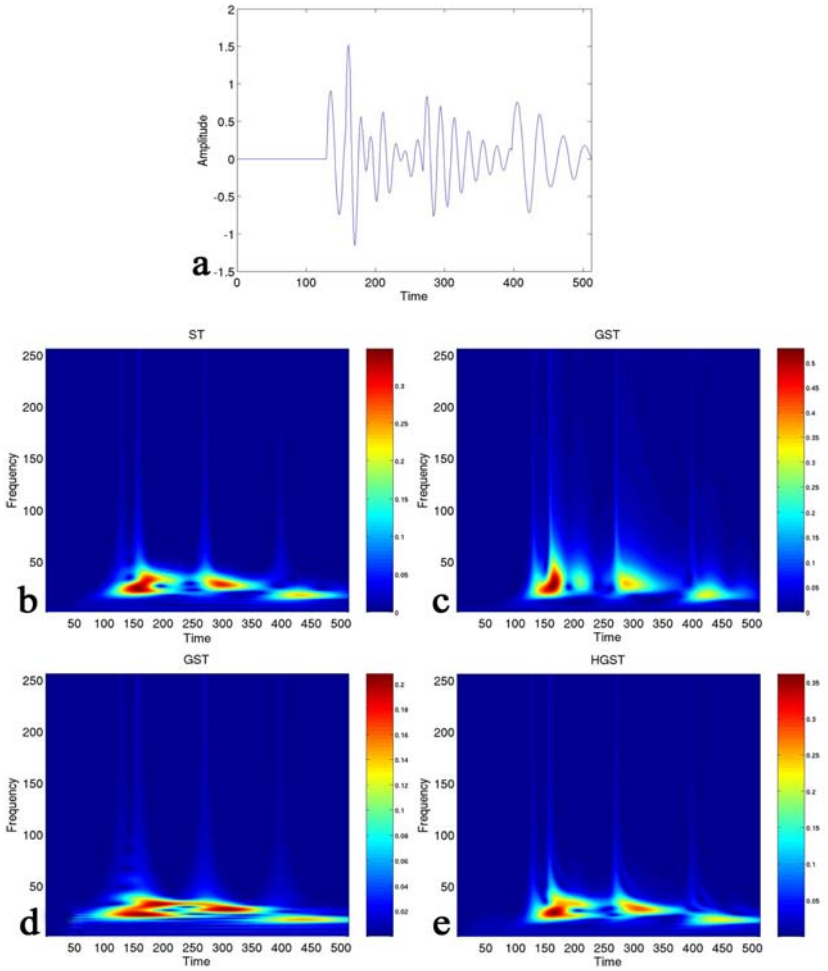
در بسیاری از موارد مثلاً در لرزه‌شناسی، برای بررسی اولین رسید مربوط به موج لرزه مایلیم که قدرت تفکیک زمانی در تبدیل S بهبود یابد. یک رهیافت برای رسیدن به این هدف منقبض کردن پنجره گاوسی در زمان است. این شکل از تبدیل S تعمیم یافته توسط مانسینها و همکاران (۱۹۹۷) بیان شد:

$$S_{GS}\{h(t)\}(\tau,f) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t)\frac{|f|}{\gamma_{GS}\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{f^2(\tau-t)^2}{2\gamma_{GS}^2}}e^{-j2\pi ft}dt \quad (۷)$$

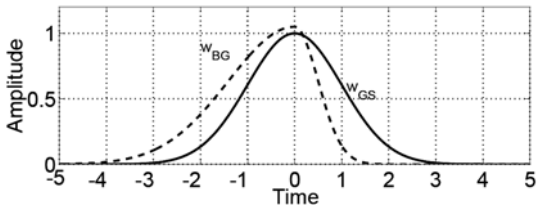
به این معنی که اگر در رابطهٔ (۳) به‌جای f مقدار f/γ_{GS} قرار دهیم رابطهٔ (۷) به‌دست می‌آید. اگر $\gamma_{GS}<1$ باشد. آنگاه پنجره گاوسی در حیطه زمان منقبض می‌شود، لذا افزایش قدرت تفکیک زمانی را مشاهده می‌کنیم. اما مشکل این شکل از تبدیل S تعمیم یافته این است که هر چند قدرت تفکیک زمانی بهبود می‌یابد ولی قدرت تفکیک بسامدی کاهش می‌یابد (پینگار و مانسینها، a ۲۰۰۳). اگر $\gamma_{GS}>1$ آن‌گاه پنجره گاوسی در حیطه زمان انبساط پیدا می‌کند، لذا افزایش قدرت تفکیک بسامدی و کاهش قدرت تفکیک زمانی را شاهد هستیم. برای بیان این مطلب یک سری زمانی در شکل ۲-a نشان داده شده است. تبدیل S آن در شکل ۲-b، تبدیل S تعمیم یافته آن به ازای $\gamma_{GS}=0.5$ در شکل ۲-c و به ازای $\gamma_{GS}=2$ در شکل ۲-d نشان داده شده است. همان‌طور که در شکل‌ها آشکار است، به ازای $\gamma_{GS}=0.5$ افزایش قدرت تفکیک زمانی و کاهش قدرت تفکیک بسامدی و به ازای $\gamma_{GS}=2$ افزایش قدرت تفکیک بسامدی و کاهش قدرت تفکیک زمانی را مشاهده می‌کنیم. لذا روش فوق برای بهبود قدرت تفکیک زمانی چندان مفید به نظر نمی‌رسد، چرا که به ازای بهبود قدرت تفکیک زمانی، کاهش قدرت تفکیک زمانی را مشاهده می‌کنیم.

یک رهیافت برای بهبود قدرت تفکیک زمانی، استفاده از پنجره نامتقارن است. در این روش برای بهبود قدرت تفکیک زمانی مربوط به اولین رسیدها، از پنجره‌ای نامتقارن استفاده می‌شود، به نحوی که قسمت ابتدایی پنجره، در حیطه زمان منقبض و قسمت انتهایی آن در حیطه زمان منبسط است. شکل ۳ پنجره گاوسی متقارن و نامتقارن را نشان می دهد. در این شکل خط سیاه بیانگر پنجره گاوسی متقارن و خط نقطه چین بیانگر پنجره گاوسی نامتقارن است. لذا قسمت ابتدایی پنجره نامتقارن قدرت تفکیک زمانی و قسمت انتهایی آن قدرت تفکیک

بسامدی را تضمین می‌کند. در این شکل از تبدیل S تعمیم یافته قدرت تفکیک زمانی مربوط به قسمت انتهایی، رویداد تضعیف می‌شود (پینگار و مانسینها، ۲۰۰۳b)، که در بسیاری از کارهای پردازشی قسمت انتهایی رویداد اهمیت زیادی ندارد، در غیراین‌صورت می‌توان پنجره را یک‌بار از چپ به راست و یکبار از راست به چپ حرکت داد، تا هم قدرت تفکیک زمانی مربوط به قسمت ابتدایی رویداد و هم قدرت تفکیک زمانی مربوط به قسمت انتهایی رویداد همزمان در اختیار باشد. از طرفی با توجه به این‌که در تبدیل S در بسامدهای زیاد قدرت تفکیک زمانی افزایش می‌یابد، بهتر است در چنین بسامدهایی پنجره نامتقارن به پنجره گاوسی نزدیک شود که این رهیافت وابستگی تقارن پنجره با بسامد را موجب می‌شود.



شکل ۲. a: یک سری زمانی، b: تبدیل S آن، c: تبدیل S تعمیم یافته آن به ازای $\gamma_{GS} = 0.5$، d: تبدیل S تعمیم یافته آن به ازای $\gamma_{GS} = 2$ و e تبدیل S پنجره هذلولی آن.



شکل ۳. خط سیاه پنجره متقارن گاوسی و نقطه چین پنجره نامتقارن.

تبدیل S با پنجره هذلولی یکی از اشکال تبدیل S تعمیم یافته است که براساس ایده وابستگی تقارنی پنجره با بسامد عمل می‌کند (پینگار و مانسینها، ۲۰۰۳b). رابطه پنجره هذلولی براساس روابط زیر است:

$$w_{HY} = \frac{2|f|}{2\pi(\gamma_{HY}^{F} + \gamma_{HY}^{B})} \exp \left\{ \frac{-f^2[X(\tau - t, \{\gamma_{HY}^{B}, \gamma_{HY}^{F}, \lambda_{HY}^{2}\})]}{2} \right\} \quad (۸)$$

که در آن

$$X(\tau - t, \{\gamma_{HY}^{B}, \gamma_{HY}^{F}, \lambda_{HY}^{2}\}) = \left(\frac{\gamma_{HY}^{B} + \gamma_{HY}^{F}}{2\gamma_{HY}^{B}\gamma_{HY}^{F}} \right) (\tau - t - \zeta) + \left(\frac{\gamma_{HY}^{B} - \gamma_{HY}^{F}}{2\gamma_{HY}^{B}\gamma_{HY}^{F}} \right) \sqrt{(\tau - t - \zeta)^2 + \lambda_{HY}^{2}} \quad (۹)$$

در رابطه (۱۰)، X در $(\tau - t)$ یک هذلولی است که به پارامترهای نرم کننده عقب (backward-taper) γ_{HY}^{B} و نرم کننده جلو (forward-taper) γ_{HY}^{F} بستگی دارد. واضح است که برای داشتن قدرت تفکیک زمانی خوب در اولین رسیدها:

$$0 < \gamma_{HY}^{F} < \gamma_{HY}^{B} \quad (۱۰)$$

λ_{HY} عامل انحنا است که دارای بعد زمان است. انتقال با ζ تضمین می‌کند که بیشینه w_{HY} در $(\tau - t) = 0$ قرار دارد. ζ با استفاده از رابطه:

$$\zeta = \sqrt{\frac{(\gamma_{HY}^{B} - \gamma_{HY}^{F})^2 \lambda_{HY}^{2}}{4\gamma_{HY}^{B}\gamma_{HY}^{F}}} \quad (۱۱)$$

به‌دست می‌آید. در نزدیکی $f = 0$، w_{HY} بسیار نامتقارن است، اما وقتی بسامد افزایش می‌یابد شکل w_{HY} به پنجره گاوسی رابطهٔ (۳) نزدیک می‌شود. برای توضیح این نکته در شکل ۴ پنجره w_{HY} به ازای $\gamma_{HY}^{F} = 0.5$، $\gamma_{HY}^{B} = 1.5$، $\lambda_{HY} = 1$ و مقادیر بسامدی $f = 0.5$، $f = 1$ و $f = 2$ ترسیم شده است برای مقایسه بهتر پنجره‌ها در این شکل، به یک نرمال شده‌اند. خط تیره w_{HY} را به ازای $f = 0.5$، خط خط‌چین w_{HY} را به ازای $f = 1$ و خط نقطه‌چین w_{HY} را به ازای $f = 2$ نشان می‌دهد. همان‌طورکه در شکل پیداست، وقتی بسامد افزایش می‌یابد پنجره متقارن‌تر می‌شود.

شکل ۲-e تبدیل S پنجره هذلولی سیگنال شکل ۲-a را نشان می‌دهد، اگر این شکل با شکل ۲-b که به تبدیل S آن سیگنال مربوط است، مقایسه کنیم خواهیم دید قدرت تفکیک زمانی مربوط به اولین رسیدها بهبود یافته است.

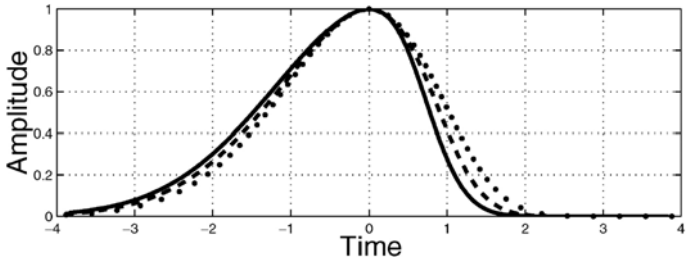
۳ برآورد اولین رسیدها بر داده‌های مصنوعی

شکل ۵-a رکورد مصنوعی را نشان می دهد. در این شکل موجک فاز حداقل با بسامد غالب ۴۰ هرتز در زمان $t = 0.4s$ موجود است. ولی به‌دلیل ازدحام زیاد نوفه، تشخیص زمان رسید این موجک بسیار مشکل است. شکل ۵-b طیف دامنه نوفه را نشان می‌دهد. با توجه به این شکل، نوفه دارای بیشترین طیف بسامدی در بازه (۲۵-۰) هرتز است. شکل ۶-a تبدیل S پنجره هذلولی را نشان می‌دهد. همان‌طورکه از شکل آشکار است. بیشینه دامنه‌ای را در زمان $t = 0.4s$ و بسامد $f = 40Hz$ مشاهده می‌کنیم که با توجه به اطلاعات اولیه‌ای که از طیف دامنه نوفه داریم این بیشینه دامنه نمی‌تواند به علت وجود نوفه

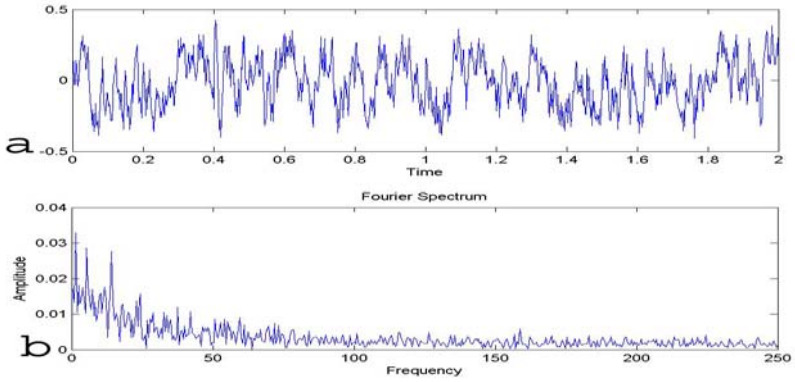
در این بازه زمانی باشد. پس می‌توان زمان $t = 0.4s$ را درحکم اولین رسید در نظر گرفت. برای بررسی بهتر بزرگ‌نمایی شده شکل ۶-a در شکل ۶-b نشان داده شده است. همان‌طورکه در شکل پیدا است، اولین رسید در زمان $t = 0.4s$ در صفحه زمان- بسامد قابل تشخیص است. تبدیل S پنجره هذلولی در این حالت نه تنها اطلاعاتی در باره بازه زمانی- بسامدی سیگنال در اختیار قرار می‌دهد. بلکه با استفاده از بینشی که درباره ماهیت سیگنال و نوفه ارائه می‌کند، می‌توان در مورد ابزارهای دیگری که با کمک آن زمان اولین رسید را بهتر برآورد کرد، تصمیم گرفت. به عنوان مثال با توجه به اینکه بسامد نوفه از بسامد سیگنال کوچک‌تر است، می‌توان از فیلتر مشتق‌گیر برای برآورد کردن بهتر اولین رسید استفاده کرد. فیلتر مشتق‌گیر با رابطه:

$$D(f) = i\omega f(\omega\} \qquad (۱۲)$$

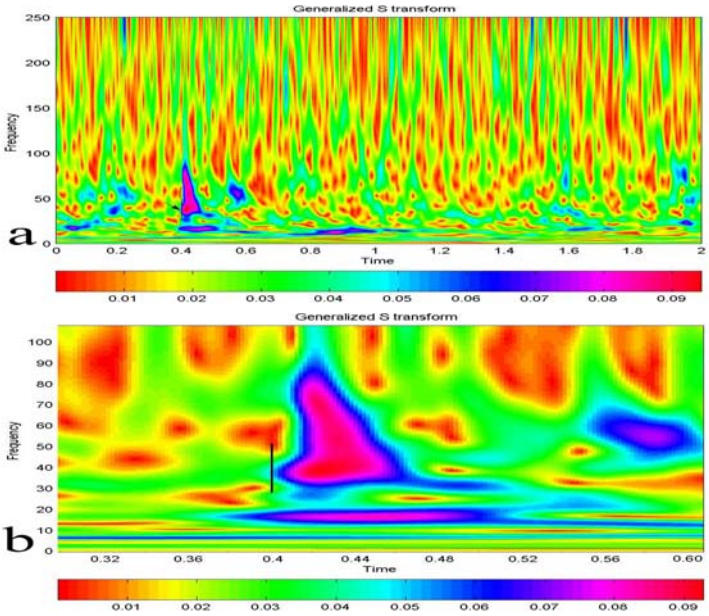
بیان می‌شود. که در رابطه بالا $f(\omega)$ تبدیل فوریه تابعی مانند $f(t)$ است. همان‌طورکه در رابطه فوق آشکار است، فیلتر مشتق‌گیر، بسامدهای زیاد را تقویت می‌کند. شکل ۷ فیلتر شده سیگنال ۵-a را با استفاده از این فیلتر نشان می‌دهد. همان‌طورکه این شکل آشکار است می‌توان وجود سیگنال را در زمان $t = 0.4s$ مشاهده کرد.



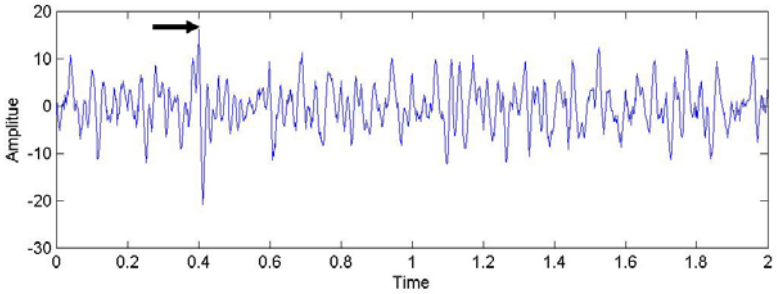
شکل ٤. خط تیره w_{HY} را به ازای $f = 0.5$، خط خط‌چین w_{HY} را به ازای $f = 1$ و خط نقطه‌چین w_{HY} را به ازای.



شکل ۵. a: سیگنال نوفه‌دار، b: طیف دامنهٔ نوفه.



شکل ٦. a: تبدیل S پنجره هذلولی سیگنال (۵– a)، b: بزرگ‌نمایی شده شکل a.



شکل ۷. فیلتر شده سیگنال (۵– a) با استفاده از فیلتر مشتق‌گیر.

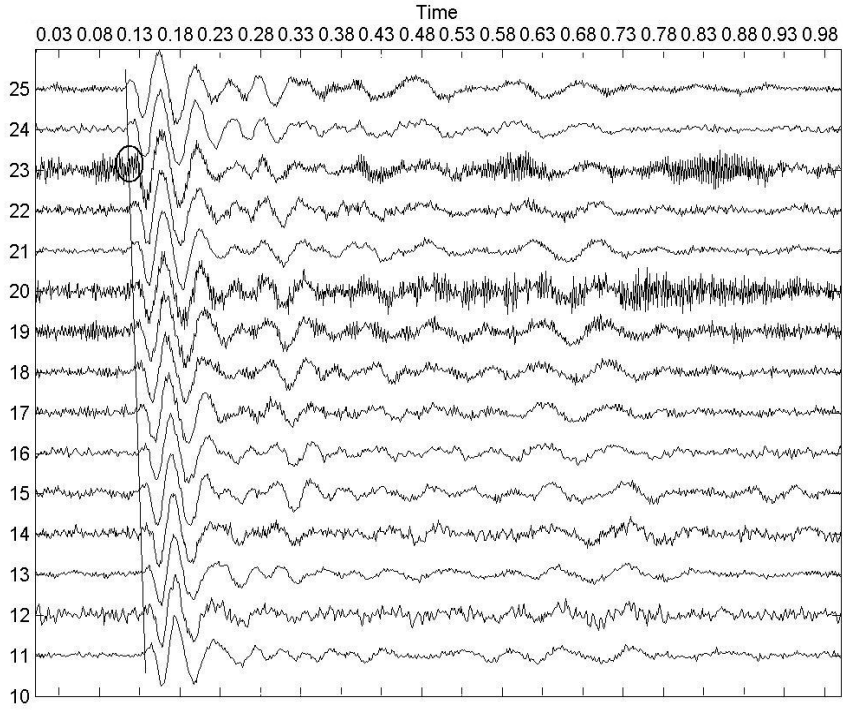
۴ برآورد اولین رسیدها در داده‌های واقعی

۴-۱: رکورد لرزه‌نگاری شکست مرزی

شکل ۸ یک رکورد شکست مرزی را نشان می‌دهد. همان‌طورکه در شکل آشکار است، تریس شماره ۲۳ حاوی مقدار زیادی نوفه است به‌طوری که برآورد اولین رسید بر این تریس به تنهایی مشکل است. ولی با توجه به تریس‌های قبل و بعد از این تریس می‌توان به‌صورت تقریبی انتظار داشت که اولین رسید در محدوده $t = 0.13s$ قرار دارد. در شکل ۹–a تریس ۲۳ از رکورد شکل ۸ به تنهایی ترسیم شده است. شکل ۹–b طیف دامنه نوفه را نشان می‌دهد. همان‌طورکه در شکل آشکار است، نوفه بیشتر از مؤلفه‌های بسامد زیاد تشکیل شده است. شکل ۹–c تبدیل S پنجره هذلولی تریس ۲۳ را نشان می‌دهد. همان‌طورکه در شکل پیدا است اولین رسید در زمان $t = 0.13s$ واقع شده است.

۴-۲: رکورد زلزله

شکل ۱۰-a رکورد زلزله حاوی نوفه را نشان می‌دهد. ناحیه‌ای که حدس زده می‌شود، اولین رسید در آنجا قرار داشته باشد با مستطیل علامت‌گذاری شده و در شکل ۱۰-b بزرگ‌نمایی شده قسمت یاد شده نشان داده شده است. با توجه به شکل ۱۰-b اولین رسید در محدوده زمانی (۸۵-۸۰) ثانیه قرار دارد. شکل ۱۰-c تبدیل S تعمیم یافته با پنجره هذلولی رکورد زلزله در شکل ۱۰-b را نشان می‌دهد. با توجه به نمایش زمان- بسامد به‌دست آمده در شکل ۱۰-c، اولین رسید این زلزله در زمان ($t = 82.5s$) برآورد می‌شود.

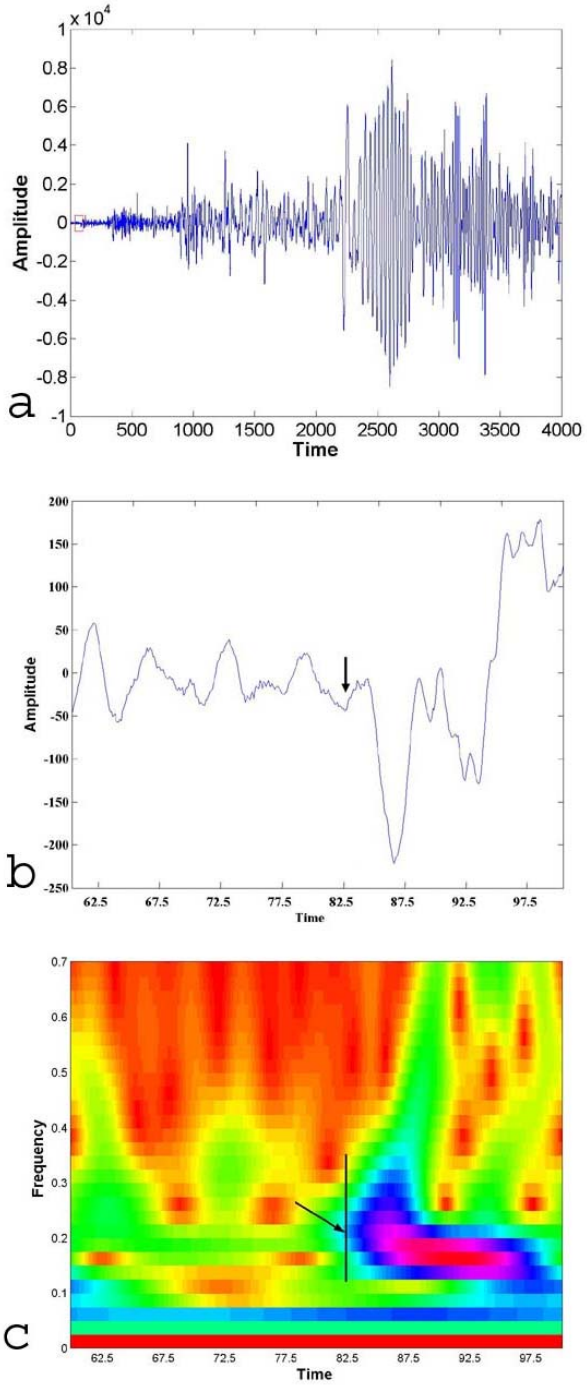


شکل ۸. رکورد لرزه‌ای حاصل از داده‌های شکست مرزی.

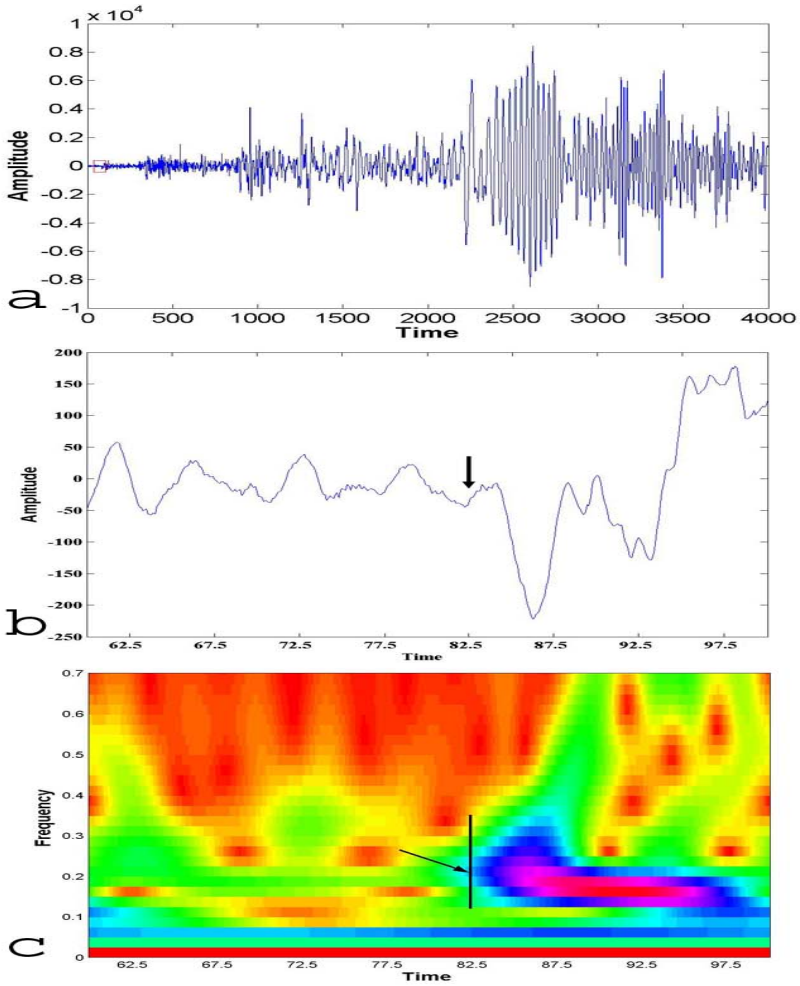
۵ نتیجه‌گیری

با توجه به مطالب ارائه شده در این مقاله، تبدیل S نسبت به تبدیل فوریه زمان کوتاه دارای این برتری است که قدرت تفکیک زمان- بسامد در آن تأمین می‌شود و نسبت به تبدیل موجک، دارای این برتری است که خروجی آن به‌خاطر ارتباط مستقیم با بسامد، به‌سهولت قابل تفسیر است.

برطبق نتایج به‌دست آمده، تبدیل S تعمیم یافته با پنجره هذلولی، نسبت به تبدیل S معمولی، برای برآورد اولین رسید، بهتر عمل می‌کند. علت این امر همان‌طور که بیان شد، نامتقارن بودن پنجره است، به شکلی که با توجه به این‌که در بسامدهای کم با نبود تقارن بسیار بالایی که به خود می‌گیرد، قدرت تفکیک زمانی لازم را تأمین می‌کند، لذا از این تبدیل می‌توان به‌مثابهٔ وسیله‌ای کارا برای برآورد کردن اولین رسید داده‌هایی که حاوی مقدار زیادی نوفه هستند استفاده کرد.



شکل ۹. a: تریس ۲۳ از رکورد شکل ۸، b: طیف دامنه نوفه سیگنال a، c: تبدیل S پنجره هذلولی سیگنال a. با توجه به اینکه بسامد سیگنال در حدود ۳۰ هرتز است، در صفحه زمان- بسامد در حوزه تبدیل S پنجره هذلولی اولین رسید در زمان t=0.135s قابل مشاهده است.



شکل ۱۰. a: رکورد زلزله حاوی نوفه، b: بزرگنمایی شده قسمتی در شکل b که با مستطیل نشان داده شده است، c: تبدیل S تعمیم یافته با پنجره هذلولی شکل (b).

منابع

Gabor, D., 1946, Theory of communication: J. Elect. Eng., **93**, 429-457.

Mallat, S., 1999, A wavelet tour of signal processing, Academic Press, London.

Mansinha, L., Stockwell, R. G., Lowe, R. P., Eramian, M., and Schincariol, R. A., 1997, Local S-spectrum analysis of 1-D and 2-D data: Phys. Earth Planet. Int., **103**, 329-336.

Pinnegar, C. R., and Mansinha, L., 2003a, The S-transform with windows of arbitrary and varying shape: Geophysics, **68**, 381-385.

Pinnegar, C. R., and Mansinha, L. 2003b, The BI-Gaussian S-transform: SIAM J. Sci. Comput., **24**, 1678-1692.

Stockwell, R. G., Mansinha, L., and Lowe, R. P., 1996, Localization of the complex spectrum: The S transform: IEEE Trans. Signal Process, **44**, 998-1001.