

توسعه مدل‌های مستقیم ساده نرمال شده در حوزه تبدیلات گوشه‌ها در مقیاس‌های چندگانه

آرش متشرعی^{۱*}، حسین زمردیان^۲، حمید رضا سیاه کوهی^۳ و محمود میرزایی^۴

^۱ دانش‌آموخته ژئوفیزیک، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات، تهران، ایران

^۲ استاد، ژئوفیزیک دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات، تهران، ایران

^۳ استادیار، گروه فیزیک زمین، مؤسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران، ایران

^۴ استادیار، گروه فیزیک، دانشگاه اراک، ایران

(دریافت: ۸۷/۸/۲۸، پذیرش نهایی: ۸۸/۲/۲۲)

چکیده

به دلیل مزایای فراوان، تبدیلات موجک امروزه جایگاه ویژه‌ای در آنالیز داده‌های گرانی‌سنجی پیدا کرده است. در این پژوهش از موجک پیوسته خاصی که حاصل از مشتقات افقی تابع کرنل پواسون است و رابطه مستقیمی با فرایند ادامه فراسو دارد (گوشه‌ها در مقیاس‌های گوناگون (Multi Scale Edges) استفاده شده است. مدل‌های مستقیم ساده از قبیل کره، استوانه افقی و قائم درحکم مدل مستقیم به کار رفته‌اند. به این ترتیب که این مدل‌ها به حوزه تبدیلات موجک انتقال داده شده‌اند و دامنه و موقعیت نقاط اکسترمم تبدیلات موجک، به‌منزله مدل‌های ریاضی جدید به کار رفته‌اند. مدل‌های مستقیم مورد نظر (در حوزه تبدیلات موجک) همانند سایر مدل‌های مستقیم دیگر با پارامترهای منبع نظیر عمق و نوع ساختار در ارتباط است و فقط به سبب نرمال بودن به پارامتر فیزیکی تباین چگالی مربوط نیست. پس از توسعه نظری مدل‌های مستقیم ساده نرمال شده در حوزه تبدیلات گوشه‌ها در مقیاس‌های گوناگون، از داده‌های حقیقی و مصنوعی به‌منظور آزمایش مدل‌های پیش‌گفته استفاده شده است. داده‌های مصنوعی گوناگون با مشخصات متنوع، هم در شرایط آزاد از نوفه و هم در شرایط حضور نوفه، مورد آزمایش قرار گرفته‌اند. همچنین از داده‌های حقیقی (موجود در شرکت نفت و موسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران)، برای وارون‌سازی استفاده شده و نتایج اینگونه وارون‌سازی‌ها با نتایج حاصل از روش‌های دیگر کلاسیک، نظیر روش‌های گوپتا و عبد الرحمن مقایسه شده است.

واژه‌های کلیدی: تبدیلات موجک، تابع کرنل پواسون، ادامه فراسو، گوشه‌ها در مقیاس‌های گوناگون، دیاگرام پیچشی، وارون‌سازی داده‌ها

Inversion of gravity data in wavelet domain using normalized forward models

Motasharrie, A.¹, Zomorodian, H.², SiahKoochi, H. R.³ and Mirzaei, M.⁴

¹Graduate Geophysics, Islamic Azad University, Research and Science Branch, Tehran, Iran

²Professor, Geophysics, Islamic Azad University, Research and Science Branch, Tehran, Iran

³Assistant Professor, Earth Physics Department, Institute of Geophysics, University of Tehran, Iran

⁴Assistant Professor, Physics Department, Arak University, Iran

(Received: 18 Nov 2008, Accepted: 12 May 2009)

Abstract

Due to the remarkable advantages of wavelet transformation, this technique is now very

E-mail: arash_mot@yahoo.co.uk

دورنگار: ۰۲۱-۴۶۸۵۸۹۵۵

تلفن: ۰۲۱-۴۶۸۵۸۹۵۵

* نگارنده رابط:

common in gravity analysis. In this research the Green's function occurring in the Poisson potential field theory is used to construct non-orthogonal, non-compact, continuous wavelets. This kind of wavelet is directly corresponded to upward continuation procedure. Simple geometrical forward models such as Sphere, Vertical and Horizontal Cylinder, Thin sheet and Vertical sheet are applied as forward models. First, analytical wavelet transform of the models is calculated, and then the amplitude and the location of the maximum of the product is applied as a new mathematical model (forward model).

The new models have a mathematical relation with the source parameters such as depth and shape of anomaly. However, because of being normal the forward models do not have any relation with the physical parameter of density contrast.

In order to examine the accuracy, precision, behavior and application of the offered method, the synthetic data for both noisy and noise-free data, has been applied. Subsequently, considering the applicability and expansion of the method for applied goals, some suitable real datasets have been used. For the purpose of gathering data and testing the algorithm, two sources of data were accessible: Institute of Geophysics University of Tehran and the National Iranian Oil Company. Formal permission was granted by both institutions. The outcome of this process was compared with the result of other established classical methods. The parameter of depth estimated by both methods is very close (about 400m difference for the depth of about 3.5km).

After careful assessment, it became evident that results obtained from these comparisons are beneficial and useful. Real data are separated into regional and local signals using discrete wavelet analysis. The maximum points of wavelet transforms (worn diagrams) are also applied to interpret the depth of the anomaly compared to adjacent anomalies.

The result obtained by inverting the data using the parameter of amplitude has less standard deviation compared to the location of the MSE, and is believed to be more accurate. It is observed that adding noise causes higher standard deviation; however after adding 20 percent noise in synthetic data, less than 6% error occurred in the parameter of depth (still yields good results) which shows remarkable stability against noise.

Key words: Wavelet transformations, Poisson's Green function, Upward continuation procedure, MultiScale edges, Worn diagram, Data inversion.

۱ مقدمه

اقدام به حل وارون اینگونه مدل‌ها در حالت نرمال شده کردند و ضمن تایید برآوردهای نتلتون، نتایج تحقیقات وی را بهبود بخشیدند. مالات و ژونگ (۱۹۹۲) روشن ساختند که اطلاعات ضروری برای بازسازی یک سیگنال (خواه یک بُعدی یا دو بُعدی) در گوشه‌ها در مقیاس‌های گوناگون باقی می‌ماند. هورنبری و همکاران (۱۹۹۹) از تحلیل گوشه‌ها در مقیاس‌های گوناگون برای بازسازی منبع بی‌هنجاری از داده‌های گرانی و مغناطیسی

مدل‌های مستقیم ساده نظیر کره، استوانه افقی و قائم و مانند آن از دیرباز (تقریباً از ابتدای مراحل کاوش‌های گرانی) مورد توجه مفسرین مغناطیس و گرانی‌سنجی بوده‌اند. نتلتون (۱۹۴۲) مدل‌های مستقیم ساده نظیر کره، استوانه، دایک و گسل و غیره را منتشر کرد و از این مدل‌ها برای مدل‌سازی ساختارهای زمین‌شناختی نظیر گنبد نمکی در اکتشافات نفتی استفاده کرد. گوپتا (۱۹۸۳) و عبدالرحمن (۱۹۹۳) با استفاده از روش کمترین مربعات

$$\delta g(x, z)_{Normal} = \quad (۳)$$

$$z^3 / (x^2 + z^2)^{3/2} \quad \text{برای کره}$$

$$z^2 / (x^2 + z^2) \quad \text{برای استوانه افقی}$$

$$z / (x^2 + z^2)^{1/2} \quad \text{برای استوانه قائم}$$

مزیت رابطه (۳) به رابطه (۱) حذف فاکتور دامنه است. با حذف فاکتور دامنه عملاً دو مجهول شعاع شکل هندسی و تباین چگالی از مجهولات کاسته می‌شود و حل وارون صرفاً منجر به برآورد پارامتر عمق خواهد شد.

تبدیلات چندمقیاسی MSE شکل هندسی ساده دو بُعدی در تحلیل چندمقیاسی یک سیگنال، همواره با دو تابع مواجه می‌شویم:

الف) تابع هموار ساز یا $\theta_s(x) = (1/s)\theta(x/s)$ که باید نامنفی و انتگرال پذیر باشد و همچنین $\int_{\mathbb{R}} \theta(x) dx = 1$ و دارای نسخه مقیاس شده $\theta_s(x) = (1/s)\theta(x/s)$ برای $\theta > 0$

ب) تابع موجک $\psi_{sz}(x, y)$ که مشتق مرتبه اول تابع هموار ساز است. در تحلیل گوشه‌ها در مقیاس‌های گوناگون، تابع گرین میدان گرانی (تقسیم شده به $1/2\pi$) به منزله تابع هموار ساز به کار گرفته شده است.

$$\theta(x, y, z) = \frac{1}{2\pi} \frac{z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \quad (۴)$$

که دارای انتگرال برابر واحد در بازه منها تا مثبت بی نهایت است.

$$\psi_{sz}(x, y) = \frac{1}{2\pi} \frac{sz}{(x^2 + y^2 + (sz)^2)^{3/2}} \quad (۵)$$

$$= S^{-2} \psi(x/s, y/s)$$

بهره گرفتند، آنان مدل‌های مستقیم گوناگونی را به کار بردند.

مدل‌های مستقیم ساده طبق تحقیقات نلتون (۱۹۴۲) گرانش قائم ناشی از شکل‌های ساده با روابط زیر محاسبه می‌شود.

$$\delta g(x, z) = kW(x, z) \quad (۱)$$

$$W(x, z) =$$

$$z / (x^2 + z^2)^{3/2}$$

$$k = 4\pi G \sigma R^3 / 3 \quad \text{برای کره}$$

$$k = 2\pi G \sigma R^2 \quad z / (x^2 + z^2) \quad \text{برای استوانه افقی}$$

$$k = \pi G \sigma R^2 \quad 1 / (x^2 + z^2)^{1/2}$$

برای استوانه قائم که در آن k ضریب دامنه موج (نقش پارامترهای فیزیکی در این ضریب مستتر است)، G ثابت جهانی گرانش، σ تباین چگالی و R شعاع شکل هندسی است.

در روابط فوق واضح است که بیشینه کمیت W در $x = 0$ اتفاق می‌افتد و مقدار بیشینه به صورت زیر است.

$$\delta g_{Max} = \quad (۲)$$

$$k / z^2 \quad \text{برای کره}$$

$$k / z \quad \text{برای استوانه افقی}$$

$$k / z \quad \text{برای استوانه قائم}$$

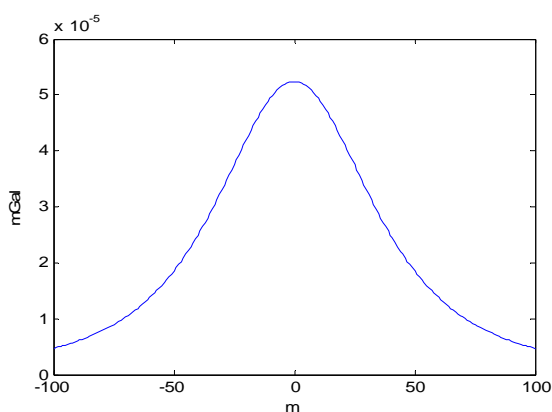
به منظور حذف اثر ضریب دامنه، رابطه (۱) را بر رابطه (۲) تقسیم می‌کنیم در نتیجه مدل مستقیم نرمال شده شکل‌های هندسی به شکل زیر تبدیل خواهد شد (گوپتا، ۱۹۸۳ و عبدالرحمن، ۱۹۹۳).

اقدام به حل وارون داده‌ها با استفاده از رابط اخیر کرد. و سپس با توجه به شیب منحنی، اطلاعاتی در مورد ساختار بی‌هنجاری به دست آورد.

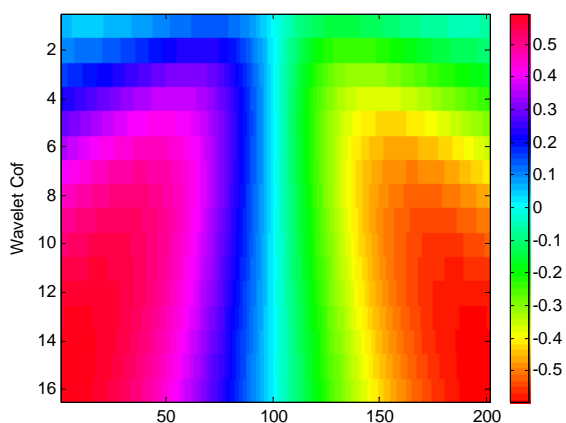
۳ مدل‌سازی مصنوعی

به منظور آزمایش روابط مندرج در جدول ۱ مدل‌های مصنوعی گوناگونی مورد آزمایش قرار گرفت.

شکل ۳ گرانش قائم ناشی از بی‌هنجاری استوانه افقی در عمق ۵۰ متری به شعاع ۲۵ متر و تباین ۰٫۲ گرم بر سانتی‌متر مکعب بدون تاثیر نوفه. لازم است توجه شود که در همه شکل‌های مرتبط با این مثال، واحد طول متر و واحد شدت گرانش میلی‌گال است.



شکل ۱. گرانش قائم ناشی کره با مشخصات پیش‌گفته.



شکل ۲. ضرایب موجک برای گرانش قائم شکل.

تابع موجک نیز با محاسبه مشتق افقی از تابع پیش‌گفته قابل محاسبه است. هورنبی و همکاران (۱۹۹۹) ارتباط بین ادامه فراسو و موجک معرفی شده را روشن ساختند. طبق تحقیقات ایشان، تبدیل موجک میدان گرانی در مقیاس‌های بزرگتر از واحد می‌تواند در سه مرحله زیر صورت پذیرد.

الف- ادامه فراسوی میدان تا ارتفاع $Z = Z_0$

ب- محاسبه گرادیان دو بُعدی افقی

ج- ضرب آن در ضریب s

این سه مرحله باید به طور تحلیلی روی هر یک از مدل‌های مستقیم موجود در رابطه (۳) صورت پذیرد و پاسخ به صورت تحلیلی محاسبه شود.

۲ مدل‌های مستقیم نرمال شده

روابط حاصل از سایر شکل‌های هندسی ساده نیز در جدول زیر خلاصه شده است. لازم به ذکر است که ویژگی این روابط در حذف اثر فیزیکی است و مدل‌های مورد نظر صرفاً برای برآورد کردن پارامتر عمق کاربرد دارند.

به طوری که مشاهده می‌شود در همه شکل‌های ساده، رابطه بین موقعیت MSE و عمق یک ارتباط خطی است. همچنین رابطه بین دامنه MSE و عمق به صورت هندلولی است. به طوری که در روابط مندرج در جدول شماره ۲ مشهود است، موقعیت و دامنه MSE در هر سه رابطه مشابه است. تنها تفاوت در موقعیت شیب خط است که با شکل بی‌هنجاری در ارتباط است. از این رو این ضریب شیب ضریب ساختاری در روش واهما میخت اوپلر است. این ضریب ساختاری در دامنه MSE به صورت ضریبی مشخص است. بنابراین با نرمال کردن سیگنال گرانی و ادامه فراسوی آن در ارتفاعات دلخواه گوناگون (در هر سطح فراسو سیگنال باید نرمال شده باشد) می‌توان نخست

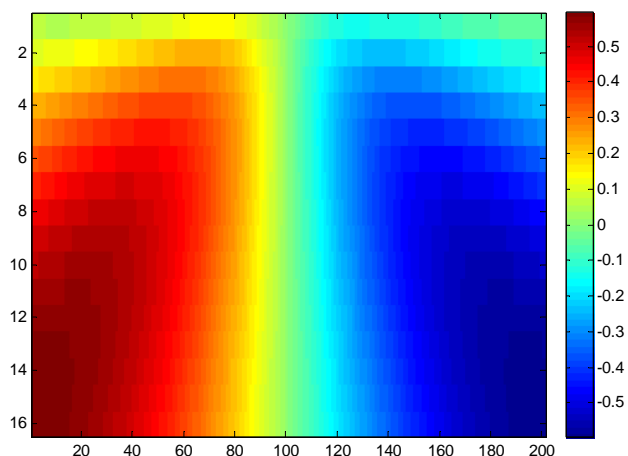
جدول ۱. روابط مربوط به تبدیل گوشه‌ها در مقیاس‌های چندگانه.

شکل هندسی	شکل تبدیل یافته (تبدیل موجک)	موقعیت MSE	دامنه MSE
کره $z^3 / (x^2 + z^2)^{3/2}$	$\frac{-3sx(z+s)^3}{(x^2 + (z+s)^2)^{5/2}}$	$\pm \frac{1}{2}(z+s)$	$\pm \frac{3}{2(5/4)^{2.5}} \frac{s}{z+s}$
استوانه افقی $z^2 / (x^2 + z^2)$	$\frac{-2sx(z+s)^2}{(x^2 + (z+s)^2)^2}$	$\pm \frac{\sqrt{3}}{3}(z+s)$	$\pm \frac{3\sqrt{3}}{8} \frac{s}{z+s}$
استوانه قائم $z / (x^2 + z^2)^{1/2}$	$\frac{-sx(z+s)}{(x^2 + (z+s)^2)^{3/2}}$	$\pm \frac{\sqrt{2}}{2}(z+s)$	$\pm \frac{2\sqrt{3}}{9} \frac{s}{z+s}$

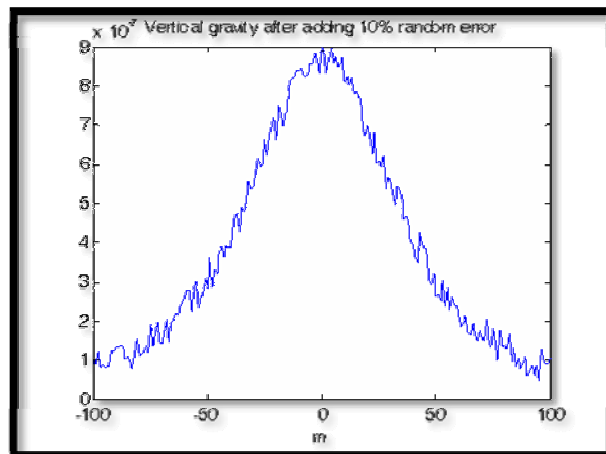
جدول ۲. عمق برآورد شده با استفاده از موقعیت و دامنه MSE.

ضریب مقیاس معادل ارتفاع فراسو	موقعیت MSE شاخه سمت چپ	دامنه شاخه سمت چپ MSE	موقعیت MSE شاخه سمت راست	دامنه شاخه سمت چپ MSE	عمق محاسبه شده با موقعیت برای شاخه سمت چپ	عمق محاسبه شده با موقعیت برای MSE شاخه سمت راست	عمق محاسبه شده با دامنه برای MSE شاخه سمت چپ	عمق محاسبه شده با دامنه برای MSE شاخه سمت راست
10	-31	0.1409	30	-0.141	50	52	50.93683	50.89362
20	-36	0.2397	35	-0.2397	50	52	51.63955	51.63955
30	-42	0.3137	41	-0.3138	52	54	52.1103	52.08413
40	-48	0.3723	47	-0.3725	54	56	52.24819	52.19866
50	-53	0.4203	52	-0.4203	54	56	52.14133	52.14133
60	-59	0.4594	58	-0.4595	56	58	52.13757	52.11316
70	-64	0.4912	63	-0.4912	56	58	52.35749	52.35749
80	-69	0.5167	68	-0.5167	56	58	52.93593	52.93593
90	-74	0.5371	73	-0.5372	56	58	53.87265	53.84587
100	-78	0.5536	77	-0.5536	54	56	55.09393	55.09393
				Average	53.8	55.8	52.54738	52.53037

در این مرحله نوفه سفید به میزان ۱۰٪ دامنه بیشینه سیگنال و با بسامد نمونه‌برداری به داده‌های مصنوعی افزوده شد.



شکل ۴. ضرایب موجک برای مقطع شکل ۳.

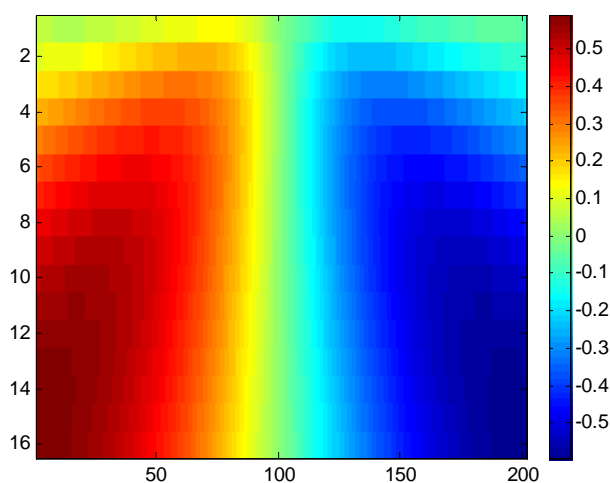


شکل ۳. گرانش قائم ناشی از کره پیش گفته با افزودن ۱۰٪ نویز سفید.

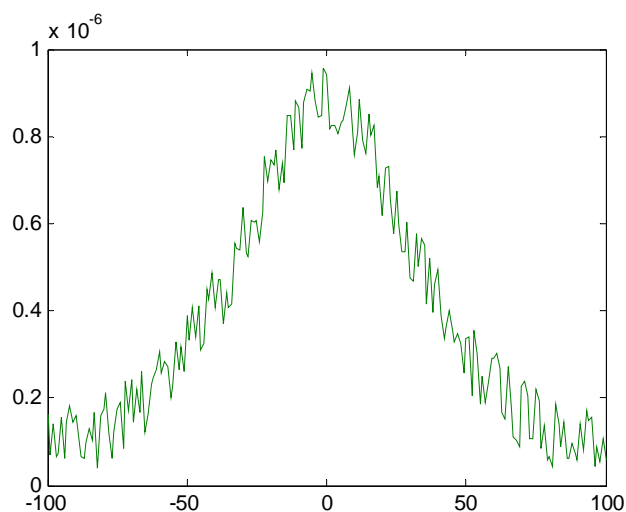
جدول ۳. عمق برآورد شده با استفاده از موقعیت و دامنه MSE.

میانگین عمق محاسبه شده با موقعیت MSE برای شاخه سمت چپ	میانگین عمق محاسبه شده با موقعیت MSE برای شاخه سمت راست	میانگین عمق محاسبه شده با دامنه MSE برای شاخه سمت چپ	میانگین عمق محاسبه شده با دامنه MSE برای شاخه سمت راست
56.2	53.6	52.51816	52.05713

در این مرحله نویز سفید به میزان ۲۰٪ دامنه بیشینه سیگنال و با بسامد نمونه برداری به داده‌های مصنوعی افزوده شد.



شکل ۶. ضرایب موجک برای مقطع شکل ۵.



شکل ۵. گرانش قائم ناشی از کره پیش گفته با افزودن ۲۰٪ نویز سفید.

جدول ۳. عمق برآورد شده با استفاده از موقعیت و دامنه MSE.

میانگین عمق محاسبه شده با موقعیت MSE برای شاخه سمت چپ	میانگین عمق محاسبه شده با موقعیت MSE برای شاخه سمت راست	میانگین عمق محاسبه شده با دامنه MSE برای شاخه سمت چپ	میانگین عمق محاسبه شده با دامنه MSE برای شاخه سمت راست
55.8	51.8	53.8524	52.32307

برآورد کردن عمق یک کره معادل بی‌هنجاری ایجاد شده ناشی از سنگ نمک است.

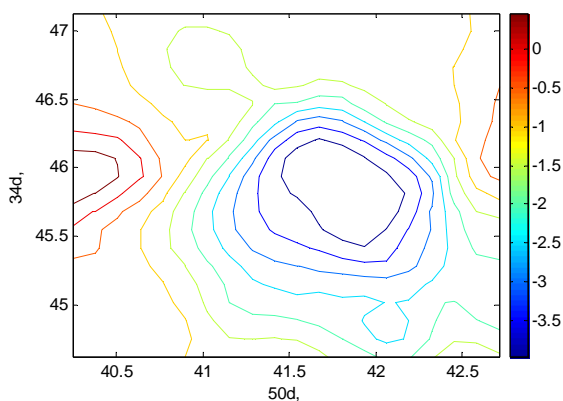
بنا به تحقیق بسیاری از محققان نظیر نتلتون (۱۹۴۲)، کره ساختار مناسبی برای برآورد بی‌هنجاری ایجاد شده با گنبد نمکی است. با توجه به هموار بودن منحنی پربندی حاصل از بی‌هنجاری موردنظر، اعمال صافی ضروری به نظر نمی‌رسد. از این گذشته، در روش پیشینه موجک، اعمال صافی چندان الزامی نیست.

۴ کاربرد داده‌های حقیقی

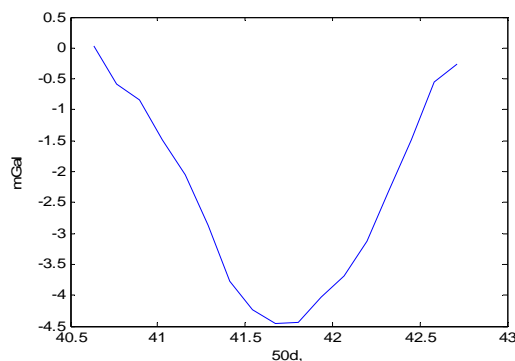
در این قسمت دو مجموعه داده‌های گرانی موجود مربوط گنبد نمکی قم و گنبد نمکی موجود در مجاورت تاق‌دیس چارک به کار گرفته شده است.

۱-۴ گنبد نمکی قم

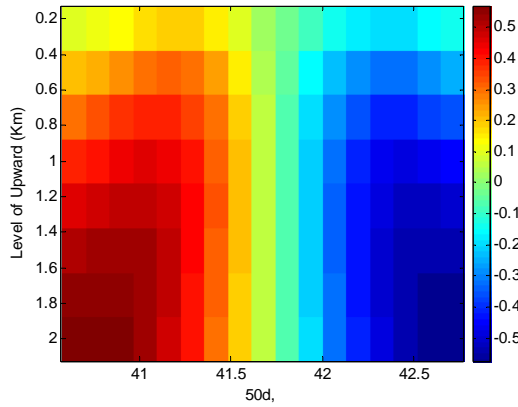
شکل ۷ بخش جداسازی شده اثر گنبد نمکی از داده‌های بی‌هنجاری بوگه منطقه را نمایش می‌دهد. هدف



شکل ۷. بی‌هنجاری باقی‌مانده حاصل از گنبد نمکی قم.



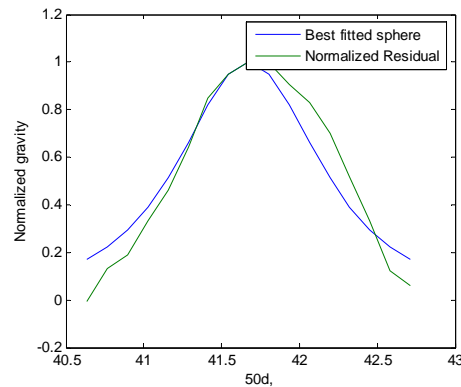
شکل ۸. مقطع انتخاب شده از بی‌هنجاری باقی‌مانده مدار ۴۶ درجه.



شکل ۹. تبدیل موجک سیگنال شکل ۴-۱-۲ به صورت نرمال شده.

جدول ۴. برآورد عمق به روش بیشینه موجک برای داده‌های گنبد نمکی قم.

ضریب مقیاس معادل ارتفاع فراسو	موقعیت MSE شاخه سمت چپ	دامنه شاخه سمت چپ MSE	موقعیت MSE شاخه سمت راست	دامنه شاخه سمت چپ MSE	عمق محاسبه شده با موقعیت MSE برای شاخه سمت چپ	عمق محاسبه شده با موقعیت MSE برای شاخه سمت راست	عمق محاسبه شده با دامنه MSE برای شاخه سمت چپ	عمق محاسبه شده با دامنه MSE برای شاخه سمت راست
0.25	-0.7866	0.1806	0.9832	-0.1946	1.3232	1.7164	0.938677	0.85316
0.5	-0.9832	0.298	0.9832	-0.3234	1.4664	1.4664	0.940772	0.827613
0.75	-0.9832	0.3961	0.9832	-0.4072	1.2164	1.2164	0.875915	0.831594
1	-1.1798	0.4483	0.9832	-0.4586	1.3596	0.9664	0.915458	0.872438
1.25	-1.1798	0.5031	1.1798	-0.5143	1.1096	1.1096	0.883522	0.83706
1.5	-1.1798	0.5388	1.3765	-0.5454	0.8596	1.253	0.89059	0.861661
1.75	-1.3765	0.5589			1.003		0.938719	
				میانگین	1.19km	1.29km	0.91km	0.85km
				انحراف معیار	0.21km	0.27km	0.28km	0.18km

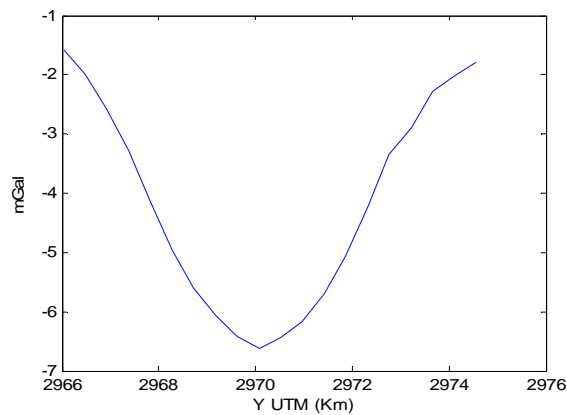


شکل ۱۰. نیم‌رخ انتخابی نرمال شده و سیگنال حاصل از میدان گرانی ناشی از کره برآزش شده.

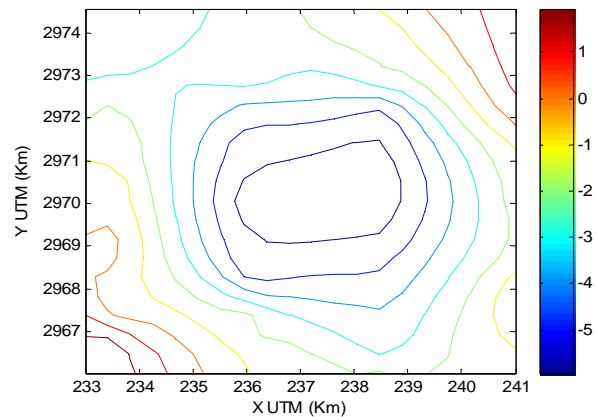
میانگین برآورد شده با روش بیشینه موجک نزدیک است.

۴-۲-۱ گنبد موجود در مجاورت تاقدیس چارک دومین مجموعه داده به کار رفته شده برای این هدف، گنبد موجود در مجاورت تاقدیس چارک که برای سهولت در نامگذاری در این مقاله گنبد چارک خوانده می‌شود.

عمق متوسط برآورد شده با این روش ۱٫۰۶ کیلومتر با انحراف معیار ۰٫۲۴ کیلومتر است. به منظور آزمایش عمق برآورد شده مزبور، نتایج با نتایج حاصل از وارون‌سازی به روش کمترین مربعات مدل غیرخطی گوپتا مقایسه شده است. شکل ۱۰ بهترین کره برازش شده به داده‌ها با روش کمترین مربعات در روش گوپتا را نشان می‌دهد. عمق کره برازش شده با روش گوپتا ۰٫۵ کیلومتر است که بسیار به عمق



شکل ۱۲. نیم‌رخ انتخابی نرمال‌شده و سیگنال حاصل گرانی ناشی از کره برازش شده.



شکل ۱۱. تبدیل موجک مقطع انتخاب شده.

جدول ۵. برآورد عمق به روش بیشینه موجک برای داده‌های گنبد نمکی قم.

ضریب مقیاس معادل ارتفاع فراسو	موقعیت MSE شاخه سمت چپ	دامنه شاخه سمت چپ MSE	موقعیت MSE شاخه سمت راست	دامنه شاخه سمت چپ MSE	عمق محاسبه شده با موقعیت برای MSE شاخه سمت چپ	عمق محاسبه شده با موقعیت برای MSE شاخه سمت راست	عمق محاسبه شده با دامنه MSE برای شاخه سمت چپ	عمق محاسبه شده با دامنه MSE برای شاخه سمت راست
0.4	-2.6937	0.0978	1.7958	-0.0873	4.9874	3.1916	3.111656	3.534021
0.8	-2.6937	0.1825	2.2447	-0.1672	4.5874	3.6894	2.963726	3.308134
1.2	-3.1426	0.2538	2.6937	-0.2316	5.0852	4.1874	2.859575	3.248705
1.6	-3.1426	0.3171	2.6937	-0.2881	4.6852	3.7874	2.732261	3.168344
2	-3.1426	0.369	3.1426	-0.343	4.2852	4.2852	2.653659	3.006414
2.4	-3.5916	0.4039	3.1426	-0.386	4.7832	3.8852	2.701857	2.938446
2.8	-3.5916	0.441	3.1426	-0.4203	4.3832	3.4852	2.651428	2.919914
3.2	-3.5916	0.4715	3.5916	-0.4562	3.9832	3.9832	2.62719	2.822622
3.6	-4.0405	0.4945	3.5916	-0.4808	4.481	3.5832	2.650677	2.828785
4			4.0405	-0.503		4.081		2.827833

(۱) با مقایسه مقدار عمق برآورد شده، مشابهت قابل قبول و معنی داری بین دو مقدار مشاهده می شود که صحت الگوریتم به کار رفته و همچنین انتخاب مناسب بازه تغییرات و محدوده ضرایب موجک به کار رفته را تایید می کند.

(۲) نتیجه موجود در بند ب قسمت نتیجه گیری مربوط به داده های مصنوعی تایید می شود و مشاهده می شود که عمق برآورد شده با موقعیت بیشینه موجک تا حد ۱۵ تا ۲۰ درصد بیشتر از عمق برآورد شده با شدت دامنه بیشینه موجک است. همچنین پراکنندگی (انحراف معیار) عمق های برآورد شده با دامنه MSE کمتر از موقعیت موجک بیشینه است.

منابع

- Abdelrahman, E. M. And El-Araby, 1993, T.M., A least-squares minimization approach to depth determination from moving average residual gravity anomalies, *Geophysics*, **59**, (12), 1779-1784.
- Boschetti, F., Hornby, P. and Horowitz, F., 2000, Developments in the analysis of potential field data via multi-scale edge representation, *Expl. Geophys.*, **31**(4). (در نوبت چاپ)
- Gupta, O. P., 1983, A least-squares approach to depth determination from gravity data, *Geophysics*, **48**, 357-360.
- Hornby, P., Boschetti, F., and Horowitz, F.G., 1999. Analysis of potential field data in the wavelet domain, *Geophys. J. Int.*, **137**, 175-196.
- Mallat, S., and Zhong, S., 1992. Characterization of signals from multiscale edges, *IEEE Transactions Patt Anal Mach Intell.* **14**, 710-732.
- Moreau, F., Gibert, D., Holschneider, M. and Saracco G., 1997. Wavelet analysis of potential fields, *Inverse Probl*, **13**, 165-178.
- Nettleton, L. L., 1942, Gravity and magnetic calculations: *Geophysics*, **7**, 293-310.

عمق برآورد شده با این روش ۳۵۵ کیلومتر با انحراف معیار ۰٫۷۵ کیلومتر است. به منظور آزمایش عمق برآورد شده مورد نظر، نتایج با نتایج حاصل از وارون سازی به روش کمترین مربعات مدل غیرخطی گویتا مقایسه شده است. شکل ۱۲ بهترین کره برازش شده به داده ها با روش کمترین مربعات در روش گویتا را نشان می دهد (عمق برآورد شده از این راه ۳۵۹ کیلومتر است).

نتیجه گیری

(الف) محدوده و بازه ضریب مقیاس: به طور تجربی انتخاب تعداد به اندازه ۸ تا ۱۲ مقیاس کفایت می کند. به طور تجربی مشاهده شد که بازه مناسب برای انتخاب ضریب مقیاس که خود متناسب با ارتفاع فراسوی میدان است نباید از دو برابر فاصله بین دو نقطه سمت راست و چپ MSE در مقیاس صفر فراتر باشد. دو نقطه پیش گفته، معادل نقاط بیشینه گرادیان افقی میدان گرانش قائم است.

(ب) مقایسه نتایج حاصل از دامنه و موقعیت بیشینه موجک: نتایج حاصل از وارون سازی داده ها با پارامتر دامنه پراکنندگی کمتر (انحراف معیار کوچک تر) و مقدار آن به واقعیت نزدیک تر است. این نتیجه در سایر داده های مصنوعی مشابه و همچنین داده های واقعی نیز مشابه مشاهده شد. (به قدری مشهود است که می توان چنین ادعا کرد).

(ج) تاثیر نوفه سفید: تأثیر نوفه، در افزایش پراکنندگی عمق برآورد شده است، چه در مورد وارون سازی موقعیت بیشینه موجک و چه در مورد دامنه موجک بیشینه، با وجود این تأثیر نوفه حتی با شدت ۲۰٪ هنوز با نتایج قابل قبولی همراه است.

(د) نتایج حاصل از داده های حقیقی: در این قسمت با مقایسه بین عمق برآورد شده با روش گویتا- عبدالرحمن با عمق برآورد شده، روش بیشینه تبدیلات موجک نرمال شده، نتیجه زیر حاصل می شود: