

## بررسی قابلیت مدل سستامین مدل سازی خطای و ردسپهری (تروپوسفیری) در تصحیح مشاهدات GPS

بیژن شورچه<sup>۱\*</sup> و علیرضا آزموده اردلان<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup>دانشجوی دکتری ژئودزی، گروه مهندسی نقشه برداری، پردیس دانشکده های فنی، دانشگاه تهران، ایران  
<sup>۲</sup>دانشیار، گروه مهندسی نقشه برداری، قطب علمی مهندسی نقشه برداری و مقابله با سوانح طبیعی، پردیس دانشکده های فنی، دانشگاه تهران، ایران

(دریافت: ۸۷/۴/۲۴، پذیرش نهایی: ۸۸/۲/۲۲)

### چکیده

وجود مدلی مناسب به منظور مدل سازی خطای و ردسپهری از آن جهت که در افزایش دقت تعیین موقعیت های آنی با استفاده از GPS، همچنین سرعت همگرایی و در نهایت رسیدن به موقعیت تاثیر دارد، حائز اهمیت است. مدل های برآورد خطای و ردسپهری از جمله مدل سستامین وابسته به پارامترهای محلی است در این مقاله با استفاده از تاخیر کلی به دست آمده از ایستگاه دائمی سازمان نقشه برداری برای سال ۲۰۰۵ که در حکم یکی از ایستگاه های شبکه بین المللی IGS به ثبت رسیده است و مشاهدات فشار، دما و رطوبت سازمان هواشناسی کشور به ارزیابی مدل سستامین که مدلی جهانی در برآورد خطای و ردسپهری است پرداخته شده است. این مدل در بسیاری از نرم افزارهای تجاری و علمی مورد استفاده است. خطای میانگین مربعی ۲۱ میلی متر بین تاخیر کلی حاصل از مدل سستامین و تاخیر کلی حاصل از مدل سازی در معادلات مشاهدات GPS به دست آمده است که در مقایسه با دقت های به دست آمده در مناطق گوناگون، دقت مطلوبی است.

واژه های کلیدی: GPS، بخار آب، ZTD، مدل سستامین، خطای و ردسپهری، شرایط جوئی

## Assessment of the Saastamoinen model for tropospheric correction of GNSS observations

Shoorcheh, B.<sup>1</sup> and Ardalan, A. A.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Ph. D. Student of Geodesy, Department of Surveying and Geomatics engineering, Faculty of Engineering, University of Tehran, Iran

<sup>2</sup>Associate Professor, Department of Surveying and Geomatics Engineering, Center of Excellence in Surveying Engineering and Disaster Prevention, University of Tehran, Iran

(Received: 14 July 2008, Accepted: 12 May 2009)

### Abstract

Propagation of radio waves through the troposphere is based on minimum travel time between transmitter and receiver. The troposphere layer affects the propagation of GNSS signals and causes errors in point positioning due to (1) delay of the signal, and (2) change of the curvature of the signal path. For this reason GNSS users apply models for tropospheric error corrections. One of the commonly used models, which is applied in both scientific and commercial software packages is the Saastamoinen model. Since the tropospheric error, unlike the ionospheric error, cannot be removed via dual frequency receiver observations, application of the tropospheric models based on meteorological information can always improve point positioning accuracy. This becomes more essential

in the case of Precise Point Positioning (PPP), which has real-time applications. Atmospheric delays have two components. Wet delay is caused by atmospheric water vapor and dry delay by all other atmospheric constituents. The dry delay can be predicted to better than 1 mm with surface pressure measurement. Wet GNSS delay is highly variable and cannot be accurately predicted from surface observations. In this paper the wet Saastamoinen model is evaluated based on Zenith Total Delay (ZTD) computed from one year (2005) of permanent GNSS observations of the National Cartography Center (NCC) of Iran. The wet Saastamoinen model is dependent on constants, which are estimated from local observations. Our evaluation procedure can be summarized as follows:

- 1- GNSS ZTD is estimated from GNSS observation equations.
- 2- ZTD is computed from surface pressure, temperature and humidity observations.
- 3- Root Mean Square (RMS) between the two above solutions is determined.
- 4- The value of RMS is used as an efficiency test of constant coefficients of the Saastamoinen model.

The results of our test computations show that the constant coefficients of the Saastamoinen model have enough accuracy for the tropospheric corrections needed for PPP applications and as such there is no need to estimate those constants based on local atmospheric observations.

**Key words:** GNSS, Water vapor, Saastamoinen, ZTD, Tropospheric error, Environmental conditions.

## ۱ مقدمه

وَرَدَسپهر شامل دو قسمت هوای خشک و بخار آب است. هوای خشک با تغییرات موقعیت تغییرات قابل توجهی نخواهد داشت (اسمیت و وینتر، ۱۹۵۳). در حالی که بخار آب از نظر مکانی و زمانی دارای تغییرات زیادی است. انتشار امواج رادیویی در وَرَدَسپهر از قانون فرما پیروی می کند به طوری که زمان انتشار امواج از فرستنده تا گیرنده کمترین است. فاصله الکترومغناطیسی بین منبع و گیرنده به صورت زیر تعریف می شود:

$$S = \int c dt = \int \frac{c}{v} ds = \int n(s) ds \quad (1)$$

که در آن  $S$  فاصله الکترومغناطیسی،  $s$  مسیر عبور،  $c$  سرعت نور در خلا،  $v$  سرعت انتشار و  $n$  ضریب شکست است. فاصله هندسی بین فرستنده و گیرنده به صورت  $L = \int dl$  تعریف می شود که در آن  $L$  فاصله هندسی است. انحراف موج عبوری از وَرَدَسپهر در مسیر  $S$  از فاصله هندسی  $L$  به صورت زیر تعریف می شود:

$$D = S - L = \int_s (n(s) - 1) ds + \left\{ \int_s ds - \int_l dl \right\} \quad (2)$$

که در آن اولین عبارت سمت راست به علت تغییر در سرعت انتشار و عبارت دوم به خاطر تغییر انحنای است. در عبور امواج GPS از وَرَدَسپهر، تغییر انحنای ناچیز و قابل صرف نظر کردن است. مدل های متفاوتی برای برآورد این خطا و در نهایت افزایش تعیین موقعیت وجود دارد که مدل سستامین و هاپفیلد از مهم ترین آنها هستند. مدل سستامین رایج ترین مدلی است که در بسیاری از نرم افزارها به کار گرفته می شود. به کارگیری تصحیحات وَرَدَسپهری در دقت تعیین موقعیت مطلق ایستایی و مطلق آتی با استفاده از مشاهدات موج حامل  $L1$  و  $L2$  تغییری ایجاد نمی کند و در حالت سینماتیک موجب همگرایی سریع تر مسئله خواهد شد در حالی که در تعیین موقعیت سینماتیک تک بسامدی موجب افزایش دقت خواهد شد (ویچا یانگ کون، ۲۰۰۰). مدل سازی خطای وَرَدَسپهری در شبکه های GPS می تواند به دو روش صورت گیرد.

$$g\rho dh + (P + dP) = P \quad (۳)$$

که در آن P فشار، g شتاب گرانی، h ارتفاع،  $\rho$  چگالی است. رابطه فوق را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\frac{dP}{dh} = -g\rho \quad (۴)$$

متناسب با محیط خشک و تر وردسپهر، ضریب شکست خشک و تر تعریف می‌شود به طوری که قابلیت شکست کلی مجموع قابلیت شکست خشک و تر است (اسمیت و وینتر، ۱۹۵۳):

$$N = N_h + N_w \quad (۵)$$

رابطه قابلیت شکست با فشار، دما و فشار بخار آب به صورت زیر است:

$$N = k_1 \left(\frac{P}{T}\right) + k_2 \left(\frac{e}{T}\right) + k_3 \left(\frac{e}{T^2}\right) \quad (۶)$$

در رابطه فوق، e فشار بخار آب برحسب میلی‌بار، T دمای مطلق برحسب کلوین و P فشار برحسب میلی‌بار، K1 و K2 ضرایب ثابت هستند. تاخیر خشک قائم (ZHD) به صورت رابطه انتگرالی زیر تعریف می‌شود:

$$D_h^z = 10^{-6} \int_{h_0}^{\infty} N_h(h) dh \quad (۷)$$

که در آن  $D_h^z$  تاخیر خشک،  $h_0$  ارتفاع سطح زمین و h ارتفاع در مسیر انتشار است. با استفاده از قانون تعادل گازهای ایدئال، رابطه فوق به صورت زیر در خواهد آمد:

$$D_h^z = 10^{-6} k_1 R_d \int_{h_0}^{\infty} \rho(h) dh \quad (۸)$$

که در آن  $\rho$  چگالی وردسپهر و  $R_d$  ثابت جهانی گازها است. با انتگرال‌گیری از رابطه تعادل هیدروستاتیکی خواهیم داشت:

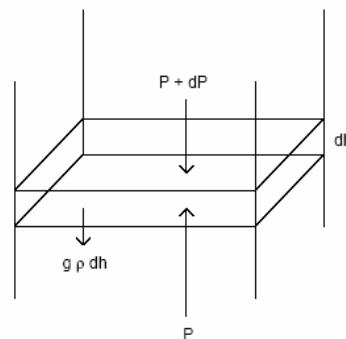
$$\int_{P_0}^0 dP = - \int_{h_0}^{\infty} \rho_m(h) g(h) dh = -P_0 \quad (۹)$$

با تعریف شتاب متوسط گرانی برای ستونی از وردسپهر به صورت زیر:

(۱) استفاده از مشاهدات هواشناسی و برآورد خطای وردسپهری و معرفی آن به مثابه مقدار اولیه و برآورد مقدار تصحیحات. (۲) معرفی کامل خطای وردسپهری در حکم مجهول در معادلات مشاهدات و برآورد آن. بکارگیری مدل اولیه در نتایج تغییری ایجاد نمی‌کند و به همین دلیل در پردازش شبکه‌ها از روش دوم استفاده می‌شود و خطای وردسپهری با دقت زیادی همراه سایر مجهولات به دست می‌آید. بنابراین خطای وردسپهری که از این راه به دست می‌آید می‌تواند معیاری برای ارزیابی مدل‌های زمینی که از مشاهدات فشار و دما و رطوبت، جمع‌آوری شده در سطح زمین استفاده می‌کنند، باشد. در بخش بعدی به استخراج مدل سستامین می‌پردازیم.

## ۲ مدل سستامین

در مدل‌های متفاوت برای برآورد تاخیر وردسپهری، این تاخیر به دو قسمت تاخیر خشک و تاخیر تر تقسیم‌بندی می‌شود. تاخیر خشک براساس قانون تعادل هیدروستاتیکی به دست می‌آید و تابعی از فشار است. تاخیر تر وابسته به دما و رطوبت و دارای پارامترهایی است که باید به صورت محلی برآورد شود. براساس قانون تعادل هیدروستاتیکی برآیند نیروهایی که به حجمی از وردسپهر به سطح مقطع واحد به ارتفاع dh وارد می‌شود با توجه به شکل زیر، صفر است (هالتینر و مارتین، ۱۹۵۷):



شکل ۱. نیروهای وارده به المان حجمی از وردسپهر.

$$D_w^z = 10^{-6} (k_2 + k_3 / T_m) \frac{e_0}{P_0} \int_{h_0}^{\infty} \left(\frac{P}{P_0}\right)^{\lambda} \frac{P}{T} dh \quad (16)$$

با به کارگیری قانون تعادل حالت گازها، تعادل هیدروستاتیکی و تعریف شتاب گرانی متوسط معادله دیفرانسیل که رابطه بین تغییرات ارتفاع و فشار را نشان می‌دهد به دست خواهد آمد:

$$\frac{P}{T} dh = -\frac{R_d}{g_m} dP \quad (17)$$

با جایگذاری رابطه (۱۷) در رابطه (۱۶) و حل معادله دیفرانسیل به رابطه زیر که تاخیر تر را برحسب دمای متوسط و فشار بخار آب در سطح زمین نشان می‌دهد خواهیم رسید:

$$D_w^z = 10^{-6} (k_2 + k_3 / T_m) \frac{R_d}{(\lambda + 1)g_m} e_0 \quad (18)$$

هالتینر و مارتین (۱۹۵۷) نرخ تغییرات دما به ارتفاع را ثابت فرض کردند. رابطه زیر تغییرات دما به ارتفاع را نشان می‌دهد (بابی و همکاران، ۱۹۸۸):

$$T(h) = T_0 - \beta(h - h_0) \quad (19)$$

با استفاده از روابط ذکر شده می‌توان تاخیر تر و ردسپهری را با استفاده از روابط زیر برآورد کرد:

$$D_t^z = 10^{-6} k_1 \frac{R_d}{g_m} \left[ P_0 + \left( \frac{k_3}{k_1 (\lambda + 1 - \beta R_d / g_m) T_0} + \frac{k_2}{k_1 (\lambda + 1)} \right) e_0 \right] \quad (20)$$

سستامینن (۱۹۷۲) از ثابت‌های جدول ۱ برای محاسبه تاخیر تر استفاده کرد. در رابطه فوق  $P_0$  و  $e_0$  برحسب میلی‌بار،  $T_0$  برحسب درجه کلوین و پارامترهای  $D_t^z$  برحسب کلوین خواهد بود. پارامترهای  $\beta$  و  $\lambda$  وابستگی رابطه (۲۰) را به مکان و زمان نشان می‌دهند.

$$g_m = \frac{\int_{h_0}^{\infty} \rho(h) g(h) dh}{\int_{h_0}^{\infty} \rho(h) dh} \quad (10)$$

تاخیر خشک و ردسپهری به صورت زیر در خواهد آمد:

$$D_h^z = 10^{-6} k_1 \frac{R_d}{g_m} P_0 \quad (11)$$

مدل‌های تاخیر تر و ردسپهری وابسته به پارامترهایی است که تابعی از مکان و زمان اند، بنابراین باید به صورت محلی برآورد شوند. در ادامه به استخراج مدل برآورد تاخیر تر می‌پردازیم. تاخیر تر ZWD به صورت زیر قابل تعریف است:

$$D_w^z = 10^{-6} \int_{h_0}^{\infty} N_w(h) dh \quad (12)$$

دمای متوسط برای ستونی از بخار آب و ردسپهری به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$T_m = \frac{\int_{h_0}^{\infty} \frac{e}{T} dh}{\int_{h_0}^{\infty} \frac{e}{T^2} dh} \quad (13)$$

با استفاده از معادلات (۶) و (۱۳) در رابطه (۱۲) به رابطه زیر برای محاسبه تاخیر تر خواهیم رسید:

$$D_w^z = 10^{-6} (k_2 + k_3 / T_m) \int_{h_0}^{\infty} \frac{e}{T} dh \quad (14)$$

با داشتن فشار بخار آب و دما در ارتفاعات گوناگون با استفاده از فرمول فوق می‌توان تاخیر تر را برآورد کرد. رابطه زیر بین فشار و فشار بخار آب برقرار است:

$$e = e_0 \left( \frac{P}{P_0} \right)^{\lambda + 1} \quad (15)$$

در رابطه فوق پارامتر  $\lambda$  تابعی از مکان و به صورت فصلی تغییر می‌کند (اسمیت و وینتربر، ۱۹۵۳). رابطه (۱۴) به صورت زیر تبدیل خواهد شد:

با استفاده از مشاهدات فشار، دما و رطوبت ایستگاه مهرآباد از سازمان هواشناسی کشور و براساس مدل سستامین تاخیر وِردسپهری در فاصله زمانی ۲ ساعته به دست آمد. تاخیر وِردسپهری که در حکم مقدار واقعی در نظر گرفته شده از پارامتر ZTD برآورد شده از ایستگاه TEHN که با IGS پردازش شده، به دست آمده است. رابطه ریاضی زیر به مثابه معیار دقت در نظر گرفته شده است:

$$RMS = \frac{\left[ \left( (ZHD + ZWD)_{\text{sastamoinen}} - ZTD_{\text{IGS}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{n}} \quad (24)$$

شکل‌های ۲، ۳ و ۴ به ترتیب تغییرات تاخیر خشک (ZHD) و تاخیر تر (ZWD) براساس مدل سستامین و تغییرات تاخیر کلی (ZTD) که براساس پردازش مشاهدات ایستگاه دائمی TEHN به دست آمده را نشان می‌دهد. در جدول ۲، اختلاف ماهیانه این دو تاخیر آورده شده است. این جدول نشان می‌دهد که مقدار خطای میانگین مربعی برای ماه‌های ژوئیه و اوت بیشتر است که دلیل آن می‌تواند گرم بودن هوا در این ماه‌ها و در نتیجه وجود مقدار بیشتری رطوبت در وِردسپهر باشد که با توجه به تغییرات زیاد بخار آب نسبت به ارتفاع مقدار خطای میانگین مربعی نیز بیشتر خواهد شد. با گرم‌تر شدن منطقه و وجود رطوبت در وِردسپهر مقدار تغییرات آن نسبت به ارتفاع بیشتر خواهد شد که همین امر باعث می‌شود که دقت مدل‌های زمینی برای مناطق گرم‌تر و دارای رطوبت بیشتر کمتر شود. اگر چه مدل سستامین به ثابت‌های محلی وابسته است ولی با در نظر گرفتن جدول زیر مشخص می‌شود که نیازی به برآورد ثابت‌ها وجود ندارد، به طوری که مدل سستامین دارای دقت کافی در برآورد تأخیر کلی است.

جدول ۱. ثابت‌های استفاده شده در مدل سستامین.

$k_1$	$77.624 \text{ K mbar}^{-1}$
$k_2$	$16.418 \text{ K mbar}^{-1}$
$k_3$	$371900 \text{ K}^2 \text{ mbar}^{-1}$
$R_d$	$287.04 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2} \text{ K}^{-1}$
$g_m$	$9.784 \text{ m s}^{-2}$
$\beta$	$0.0062 \text{ K m}^{-1}$
$\lambda$	3

با جایگذاری ثابت‌های جدول فوق رابطه زیر برقرار خواهد شد.

$$D_t^z = 0.002277 \left[ P_0 + \left( \frac{1255}{T_0} + 0.05 \right) e_0 \right] \quad (21)$$

### ۳ بررسی دقت مدل سستامین با استفاده از مشاهدات

#### یکساله ZTD ایستگاه دائمی TEHN

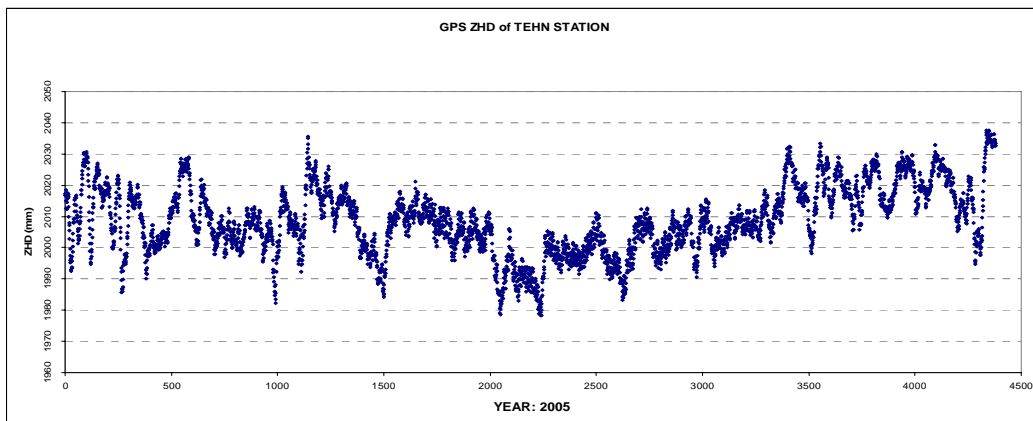
مندز (۱۹۹۹) مدل‌های گوناگون برآورد تاخیر تر (ZWD) که ورودی آنها مشاهدات صورت گرفته در سطح زمین است را با تاخیر تر به دست آمده از مشاهدات رادیوسوند مقایسه کرد و به انحراف معیار ۲۷ میلی‌متر رسید. همچنین مدل برآورد تاخیر خشک که از مشاهدات فشار در سطح زمین استفاده می‌کند دارای دقت در حد میلی‌متر است. می‌توان دقت تاخیر کلی برآورد شده را که مجموع تاخیر تر و خشک است به صورت زیر به دست آورد:

$$ZTD = ZHD + ZWD \quad (22)$$

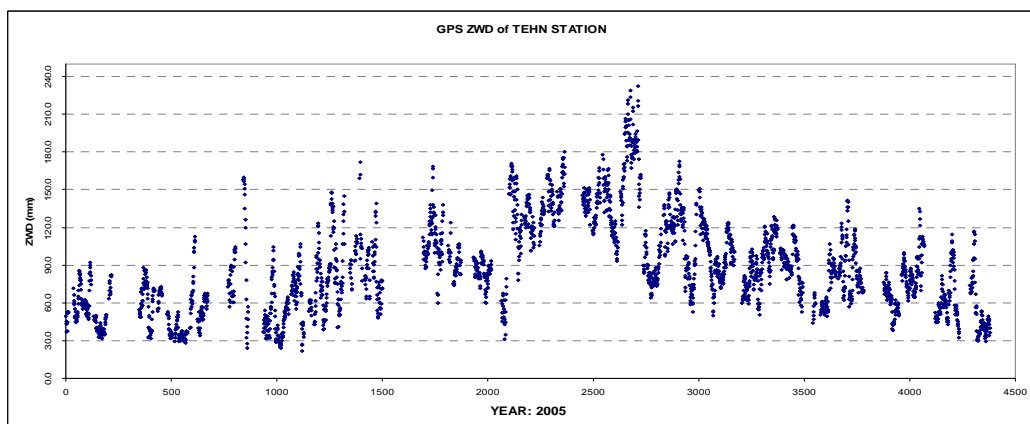
$$\sigma_{ZTD} = \sqrt{\sigma_{ZHD}^2 + \sigma_{ZWD}^2} = 27 \text{ mm} \quad (23)$$

جدول ۲. خطای میانگین مربعی بین تاخیر حاصل از مدل سستامینن و تاخیر برآورد شده از معادلات مشاهدات GPS.

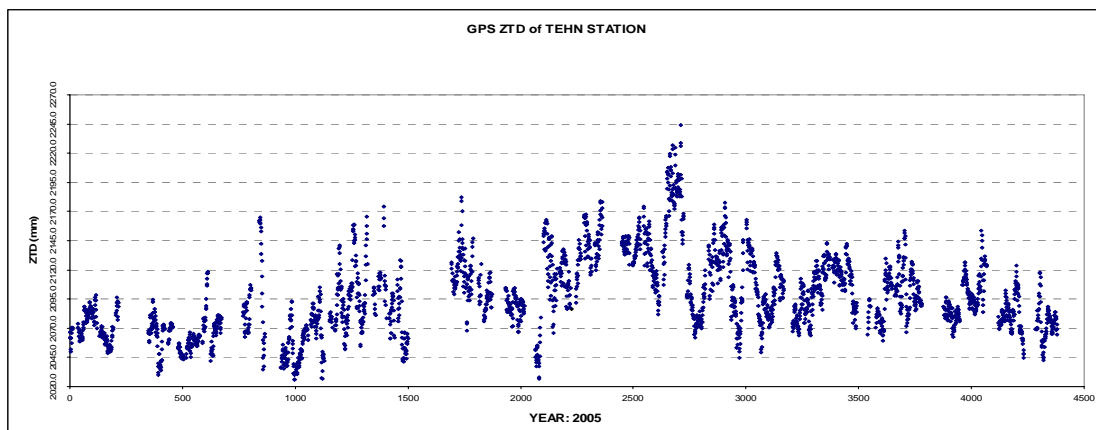
Month	$RMS(ZTD_{IGS}, ZTD_{(ZHD+ZWD)})$ برحسب میلی متر
January	۱۲
February	۱۲
march	۲۰
April	۲۵
May	۲۲
June	۲۴
July	۲۸
August	۲۸
September	۲۰
October	۱۶
November	۱۸
December	۱۶



شکل ۲. تغییرات ZHD در فواصل زمانی ۲ ساعته برای سال ۲۰۰۵.



شکل ۳. تغییرات ZWD در فواصل زمانی ۲ ساعته برای سال ۲۰۰۵.



شکل ۴. تغییرات ZTD در فواصل زمانی ۲ ساعته برای سال ۲۰۰۵.

pp. 13-34.

Smith, W.L. 1966, Notes on the relationship between total perceptible water and surface dew point, *J. Appl. Meteorol*, **5**, 726-727.

Smith, E. K., and Weintraub, S., 1953, the constants in the equation for atmospheric refractive index at radio frequencies, in *Proc. IRE* 41, pp. 1035-1037.

Witchayangkoon, B. 2000, elements of gps precise point positioning, phd assertion, University of Maine.

#### ۴ نتیجه گیری

تاخیر خشک و تاخیر تر برای سال ۲۰۰۵ با استفاده از مشاهدات فشار، دما و رطوبت سازمان هواشناسی براساس مدل سستامین به دست آمد و با جمع تاخیر خشک و تر مقدار تاخیر کلی برآورد شد. مقایسه تاخیر کلی به دست آمده از مدل سستامین و تاخیر کلی حاصل از مدل‌سازی در معادلات مشاهدات GPS با وجود وابستگی مدل سستامین به ثابت‌های محلی همان‌گونه که در قبل نشان داده شده است، دارای دقت مطلوبی است و از آنجایی که ثابت‌های مدل سستامین براساس مشاهدات میدانی به دست می‌آیند، لازم نبودن این مشاهدات مشخص می‌شود.

#### منابع

- Baby, H.B., Gole, P. and Lavergnat, J., 1988, A model for the tropospheric excess path length of radio waves from surface meteorological measurements, *Radio Sci.*, **23**, 1023-1038.
- Haltiner, G.J., and Martin, F.L., 1957, *Dynamical and Physical Meteorology*, McGraw-Hill Book Company, New York, USA.
- Mendes, V. d. B., 1999, Modeling the neutral-atmosphere propagation delay in radiometric space techniques, *Geodesy and Geomatics Engineering*, University of New Brunswick, 349. Germany.
- Saastamoinen, J., 1972, Contribution of the theory of atmospheric refraction, *B. Geod*, No. 105, pp. 279-298, No. 106, pp. 383-397, No. 107,