

بهبود قدرت تفکیک زمانی داده های لرزه‌ای با آنالیز طیف تکین و روش خودبرون‌یابی

حمزه محمدی قیماسی^۱، حمید رضا سیاهکوهی^{۲*} و کارو لوکس^۳

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد ژئوفیزیک، گروه فیزیک زمین، مؤسسه ژئوفیزیک، دانشگاه تهران، ایران

^۲ دانشیار، گروه فیزیک زمین، مؤسسه ژئوفیزیک، دانشگاه تهران، ایران

^۳ استاد فقید، گروه مهندسی الکترونیک، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران، ایران

(دریافت: ۸۷/۴/۵، پذیرش نهایی: ۸۸/۷/۲۱)

چکیده

مقاطع لرزه‌ای حاصل از اعمال مراحل گوناگون پردازش، به‌منظور استخراج اطلاعات مربوط به سازندهای زمین‌شناسی مورد بررسی و تفسیر قرار می‌گیرند. برای شناسایی و تعیین محل دقیق اهداف، لازم است مقاطع لرزه‌ای قدرت تفکیک کافی داشته باشند. قدرت تفکیک زمانی کافی نیازمند پهنای باند بسامدی گسترده است. به‌علت محدود بودن ذاتی پهنای باند بسامدی موجک‌های لرزه‌ای و اثر پدیده جذب بسامدی، لزوم اعمال الگوریتم‌های نوین پردازشی برای افزایش پهنای باند امری ضروری است. در این مقاله هدف افزایش پهنای باند بسامدی داده‌های لرزه‌ای با استفاده از خاصیت تناوبی مولفه‌های حقیقی و موهومی طیف ردلرزه است. برای نیل به این هدف پس از اعمال واهمامیخت در حوزه بسامد، بخش‌هایی از مولفه‌های حقیقی و موهومی طیف بسامدی با S/N زیاد انتخاب و برای برون‌یابی در بسامدهای کم و زیاد روش‌های خودبرون‌یابی طیفی و آنالیز طیف تکین روی آنها اعمال می‌شود. با اعمال این روش‌ها طیف داده لرزه‌ای به مولفه‌های اصلی تفکیک می‌شود که هرکدام از آنها رفتار تناوبی دارند که قابل برون‌یابی هستند. پس از برون‌یابی هر مولفه اصلی، طیف برون‌یابی شده از ترکیب این مولفه‌ها به‌دست می‌آید. مولفه‌های حقیقی و موهومی طیف بسامدی ردلرزه برون‌یابی می‌شوند. کارایی روش پیشنهادی روی داده‌های لرزه‌ای مصنوعی و واقعی مورد ارزیابی قرار گرفته است.

واژه‌های کلیدی: قدرت تفکیک زمانی، واهمامیخت در حوزه بسامد، آنالیز طیف تکین، خودبرون‌یابی مولفه‌های طیف

Improvement of Temporal Resolution of Seismic Data Using Singular Spectrum Analysis And Autoregressive Methods

Mohammadi Gheimasi, H.¹, Siahkoochi, H. R.² and Lucas, C.³

¹M.Sc. Student of Geophysics, Earth Physics Department, Institute of Geophysics, University of Tehran, Iran

²Associate Professor, Earth Physics Department, Institute of Geophysics, University of Tehran, Iran

³ Professor, Department of Electronics Engineering, Faculty of Engineering, University of Tehran, Iran

(Received: 25 Jun 2008, Accepted: 13 Oct 2009)

Abstract

Temporal resolution of seismic data is proportional to the seismic band width. Seismic data still have not enough temporal resolution because of the band-limited nature of available data even if it is deconvolved. Lower and higher frequencies of seismic data spectrum are missing and cannot be recovered by the usual deconvolution methods. Because of absorption, high frequencies belonging to the spectrum are missing and recovery of lower frequencies is also a big deal (Lindseth, 1979). Many different deconvolution techniques have been developed to process the data obtained from various sources ranging of seismic data. especially, since for many years in seismic processing, they have been used to improve the temporal resolution of seismic data. In this paper we introduce a method that is the generalization of the autoregressive (AR) spectral

extrapolation based method originally applied by Hakan Karsli (2006), which extrapolates the deconvolved seismic spectrum for recovery of missed frequencies. When reflectors are numerous, the seismic spectrum is complicated and extrapolation by AR-based methods is uncertain. The introduced method takes a certain part of both real and imaginary parts of the spectrum, where S/N is high compare to the rest of the spectrum, and extrapolates lower and higher portions of the spectrum using Singular Spectrum Analysis (SSA) and Autoregressive model. Experience shows that a 3–10 dB drop from the maximum amplitude of the spectrum of the source wavelet represents a high SNR portion of the spectrum. Because of the existence of unwanted noise, the usual regression algorithms do not lead to favorable results. In second step of extrapolation algorithm we decompose selected spectrum by SSA.

SSA is a tool to extract information from short and noisy chaotic time series (Vautard et al., 1992). It relies on the Karhunen-Loeve decomposition of an estimate of the covariance matrix based on "M" lagged copies of the time series. Thus as the first step, the embedding procedure is applied to construct a sequence $\{\tilde{X}(t)\}$ of M-dimensional vectors from the time series:

$$\{X(t) : 1, \dots, N\},$$

$$\tilde{X}(t) = (X(t), X(t+1), \dots, X(t+M-1)),$$

$$t = 1, \dots, N', N' = N - M + 1$$

The $N' \times M$ trajectory matrix (D) of the time series has the M dimensional vectors as its columns, and is obviously a Hankel matrix (the elements on the diagonals $j + j =$ constant are equal). In the second step, the $M \times M$ covariance matrix C_x is calculated as:

$$C_x = \frac{1}{N'} D^T D$$

C_x Eigen elements can be determined by Singular Value Decomposition (SVD):

$$C_x = U \Sigma V^T; U^T U = 1; V^T V = 1$$

The elements of diagonal matrix $\Sigma = [\text{diag}(\sigma_1 \dots \sigma_M)]$ are the singular values of D and are equal to the square roots of the C_x Eigenvalues. The C_x Eigen elements $\{(\lambda_k, \rho_k) : k = 1 \dots M\}$ are obtained from:

$$C_x \rho_k = \lambda_k \rho_k$$

Each Eigenvalue, λ_k estimates the partial variance in the ρ_k direction, and the sum of all Eigenvalues equals the total variance of the original time series. In the third step, the time series is projected onto each Eigenvector, and yields the corresponding principal component (PC) for each $PC_k(t)$:

$$PC_k(t) = \sum_{j=1}^M X(t+j-1) \rho_k(j)$$

Each of the principal components, a nonlinear or linear trend, a periodic or quasi-periodic pattern, or a multiperiodic pattern, has a narrow band frequency spectrum and well defined characteristics to be estimated.

As the fourth step, the time series is reconstructed by combining the associated principal components:

$$R_k(t) = \frac{1}{M_t} \sum_{k \in K} \sum_{j=L_t}^{U_t} PC_k(t-j+1) \rho_k(j)$$

Data extrapolation algorithms based on AR techniques have been commonly used for modeling the past values (backward) and future values (forward) of a signal Walker and Ulrych, 1983; Miyashita et al., 1985; Each principal component is applied to the AR extrapolation method, to obtain the next and previous missed frequencies of that principal component using the following extrapolation equation:

$$X_f = \sum_{n=1}^p a_n X_{f-n} + Z_f$$

That is the autoregressive equation of order p, i.e. extrapolate kth frequency based on the linear sum of p previous frequencies. a_n s are AR coefficients and Z_k is random noise. The coefficients can be computed from autocorrelation estimates, from partial autocorrelation, and from least-squares matrix procedures. There are several approaches to select the model order for practical situations.

In this study, AR model order L is selected equal to 0.3 times of the length of the high S/N portion of the trace spectrum, which is suggested by Walker and Ulrych (1983).

After extrapolation of each principal component, the trace spectrum is reconstructed by combining the associated extrapolated principal components. The seismic data whose temporal resolution has been improved is calculated by an inverse Fourier transform of SSA and AR spectral extrapolated spectrum. The results from synthetic and real seismic data are presented.

Key words: temporal resolution, frequency domain deconvolution, Singular Spectrum Analysis, autoregressive extrapolation.

۱ مقدمه

بسامدهای زیاد طیف در گسترش پهنای باند داده ها و افزایش قدرت تفکیک زمانی داده ها موثرند، و بسامدهای کم طیف در تفسیرهای زمین شناختی و معکوس سازی در لرزه شناسی اهمیت خاص خود را دارند (واکر و الریش، ۱۹۸۳). روش های واهمامیخت متعددی برحسب انواع موجک های لرزه ای به وجود آمده اند و واهمامیخت در حکم ابزاری برای افزایش قدرت تفکیک زمانی داده ها، گسترش پهنای باند لرزه ای و بهبود تشخیص محل و دامنه بازتابنده ها شناخته شده است. بعد از اعمال این مرحله از پردازش، قابلیت تفسیر داده های لرزه ای به طور چشم گیری بهبود می یابد (زالا، ۱۹۹۲) و بسامدهای بزرگ

افزایش قدرت تفکیک زمانی داده ها از ضروری ترین مراحل در پردازش داده های لرزه ای است. فقدان قدرت تفکیک زمانی کافی، مشکلی است که نه تنها باعث هم پوشانی بازتاب های لرزه ای می شود بلکه در بعضی موارد تشخیص تک تک بازتابنده ها را غیرممکن می کند. این مشکل به دلیل طبیعت ذاتی محدود بودن پهنای باند موجک های لرزه ای، اجتناب ناپذیر است. قدرت تفکیک زمانی داده های لرزه ای متناسب با پهنای باند آنها است. مولفه های بسامدی زیاد و کم طیف، قابل بازیابی مستقیم از داده ها نیستند و روش های مرسوم واهمامیخت در بازیابی آنها ناتوان است (لیندست، ۱۹۷۹). معمولاً

در حوزه بسامد، هر بازتاب کننده که با تابع ضربه نمایش داده شود، دارای تبدیل فوریه همان بازتاب کننده خواهد بود. مولفه های حقیقی و موهومی آن به صورت جداگانه بر حسب بسامد در رابطه (۳) نشان داده شده اند.

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}(X(f)) &= RC_0 \cos(n_0 \omega) \\ \operatorname{Im}(X(f)) &= -RC_0 \sin(n_0 \omega) \end{aligned} \quad (3)$$

مشاهده می شود که هر دو مولفه، تناوبی و تک بسامد هستند. بدیهی است، مولفه های حقیقی و موهومی طیف حاصل از گروهی از بازتاب کننده ها که با تابع ضربه نشان داده شده اند، مجموعه ای از مولفه های تناوبی با بسامدهای متفاوت خواهد بود (محمدی قیماسی، ۱۳۸۷). شکل ۱ a) و b) سری بازتابی و مولفه حقیقی طیف فوریه آن را نشان می دهد (مولفه موهومی نیز مشابه است).

همامیخت سری بازتابی و موجک در حوزه بسامد به صورت ضرب طیف بسامدی آنها است. اگر طیف فوریه موجک و سری بازتابی را به صورت طیف دامنه و فاز نشان دهیم، حاصل عمل همامیخت، ضرب طیف دامنه آنها و جمع طیف فاز آنها است. حاصل این همامیخت در حوزه فوریه، تاثیر طیف دامنه موجک به صورت یک پوش روی مولفه های حقیقی و موهومی طیف سری بازتابی خواهد شد. شکل ۱ c) و d) ردلرزه مصنوعی و مولفه حقیقی طیف فوریه آن را نشان می دهد. مولفه موهومی نیز مشابه است.

۳ واهمامیخت در حوزه بسامد

روش واهمامیخت فیلتر وینر پرکاربردترین روش در واهمامیخت داده های لرزه ای (سگاف و توکسوز، ۱۹۹۹) و قوی ترین روش برای داده هایی در گستره گوناگون است (جور کویکز و ویگینز، ۱۹۸۴). کاربردهای فیلتر وینر با جزئیات در مقالات گوناگون آورده شده است (کلربات، ۱۹۷۶ و رایسنسون و تریتل، ۱۹۸۰).

شکل ریاضی ردلرزه حاصل از مدل همامیخت به

طیف به مقدار زیاد و بسامدهای کوچک تا حد کمتری بازیابی می شوند. علی رغم آن، چون محتوای بسامدی موجک های لرزه ای محدود به بسامدهای معینی است، اعمال روش های واهمامیخت متعارف، داده هایی را که هنوز محدودیت بسامدی دارند، ایجاد می کنند (واکر و الریچ ۱۹۸۳). طیف بسامدی داده واهمامیخت شده در مرحله بعدی را می توان با روش های برون یابی طیفی گسترده تر (کارسلی، ۲۰۰۶) و به تبع آن قدرت تفکیک زمانی را افزایش داد. در روش های عرضه شده تاکنون، طیف های بسامدی به صورت یک سری مختلط برون یابی شده اند. در این تحقیق مولفه های حقیقی و موهومی طیف مورد برون یابی قرار می گیرد و از آنالیز طیف تکین در حکم ابزاری توانمند در برون یابی طیف بسامدی، استفاده می شود و استفاده از آنالیز طیف تکین در این تحقیق، برتری روش این تحقیق نسبت به تحقیقات قبلی است. در این مقاله شکل ریاضی روش واهمامیخت وینر در حوزه بسامد نیز معرفی می شود و تاثیر واهمامیخت وینر در حوزه بسامد روی مولفه های حقیقی و موهومی طیف بسامدی داده بررسی می شود.

۲ بازتاب در مولفه های حقیقی و موهومی طیف

اگر بازتاب کننده با ضریب بازتاب RC_0 ، در عمق زمانی $n = n_0$ باشد، خروجی مطلوب (با نمایش بازتاب کننده با تابع ضربه) به صورت همامیخت ضربه و بازتاب کننده مطابق رابطه (۱) خواهد بود.

$$x(n) = RC(n) * \delta(n) \quad (1)$$

این همامیخت در حوزه بسامد، تبدیل به ضرب می شود (رابطه ۲).

$$X(f) = RC(f)F(\delta(n)) \quad , \quad F(\delta(n)) = 1 \quad (2)$$

$$X(f) = RC(f) = RC \cdot e^{-i\omega n}$$

صورت رابطه (۴) است.

$$X(f) = R(f)W(f) + N(f) \quad (4)$$

در این رابطه $X(f), W(f), R(f), N(f)$ به ترتیب تبدیل فوریه‌های $X(t), W(t), R(t), N(t)$ هستند. $R(f)$ یا همان طیف فوریه سری بازتابی، از یک تقسیم ساده به دست می‌آید. در مواردی که به خاطر حضور نوفه در داده‌ها مسئله بدشرط می‌شود (ill condition)، این تقسیم غیر عملی است. برای غلبه بر این مشکل، شکل جدیدی از تابع بسامد فیلتر وینر براساس حداقل کردن مجموع مربعات خطا به صورت زیر قابل طرح است (لوی و فولگار، ۱۹۸۱).

$$R(f) = \frac{X(f).W^*(f)}{|W(f)|^2 + Q^2} \quad (5)$$

که در آن $W^*(f)$ مزدوج مختلط $W(f)$ و Q^2 عدد ثابت مستقل از بسامدی است، که فاکتور کاهش حساسیت به نوفه نامیده می‌شود. مقدار Q^2 براساس حداقل کردن مربعات خطا برابر با مقدار رابطه (۶) است.

$$Q^2(f) = \frac{S_n(f)}{S_r(f)} \quad (6)$$

که در آن $S_n(f)$ و $S_r(f)$ به ترتیب توابع چگالی طیف توان سری بازتابی و نوفه نامعلوم‌اند. در واقع Q^2 عمل افزودن نوفه سفید (Prewhitening) در حوزه بسامد را انجام می‌دهد. مقدار تجربی Q^2 که توسط پردازش‌گران توصیه شده است (لوی و فولگولار، ۱۹۸۳)، (میاشیتا و همکاران، ۱۹۸۵)، (سین و چن، ۱۹۹۲) و (نیل و همکاران، ۱۹۹۳) به صورت رابطه (۷) است.

$$Q^2 = .01(|W(f)|^2) \quad (7)$$

با کاهش نسبت سیگنال به نوفه مقدار Q^2 باید افزایش یابد. این عمل باعث کاهش اثر نوفه در واهمامیخت می‌شود. هنگامی که واهمامیخت به روش وینر روی

ردلرزه اعمال می‌شود، پهنای باند نوفه‌های موجود در ردلرزه نیز همراه با پهنای باند سیگنال افزایش می‌یابد و این باعث کاهش نسبت سیگنال به نوفه می‌شود. کاهش نسبت سیگنال به نوفه اجتناب‌ناپذیر است. افزایش قدرت تفکیک به بهای کاهش نسبت سیگنال به نوفه میسر می‌شود. واهمامیخت در حوزه بسامد ویژگی دیگری نیز دارد، به علت ضرب کردن در $W^*(f)$ و تقسیم کردن بر $|W(f)|^2$ ، علاوه بر از بین رفتن اثر دامنه موجک، اثر فاز آن نیز از بین می‌رود. انتظار داریم که خروجی حاصل از واهمامیخت به روش وینر در حوزه بسامد، ردلرزه‌ای با موجک‌های با فاز صفر شود و این در شناسایی محل دقیق بازتابنده‌ها تعیین‌کننده است. در اثر عمل واهمامیخت، اثر محدودیت طیفی موجک در مولفه‌هایی از طیف که نسبت سیگنال به نوفه بزرگی دارند، از بین می‌رود و در آن محدوده طیف تخت می‌شود. شکل ۱ (g و h) ردلرزه واهمامیخت شده و مولفه حقیقی طیف فوریه آن را نشان می‌دهد (مولفه موهومی نیز مشابه است).

ملاحظه می‌کنیم که در اثر عمل واهمامیخت اثر موجک در مولفه‌هایی از طیف که نسبت سیگنال به نوفه بزرگی دارد، از بین می‌رود و طیف سری بازتابی و واهمامیخت شده شباهت زیادی به هم دارند. البته تفاوت‌های باقی‌مانده به دلیل وجود نوفه است.

در ادامه برای عملی ساختن برون‌یابی طیفی، بخشی از مولفه‌های حقیقی و موهومی طیف را که نسبت سیگنال به نوفه بزرگی دارد انتخاب و با استفاده از خاصیت تناوبی مولفه‌های طیف، آنها را برون‌یابی می‌کنیم.

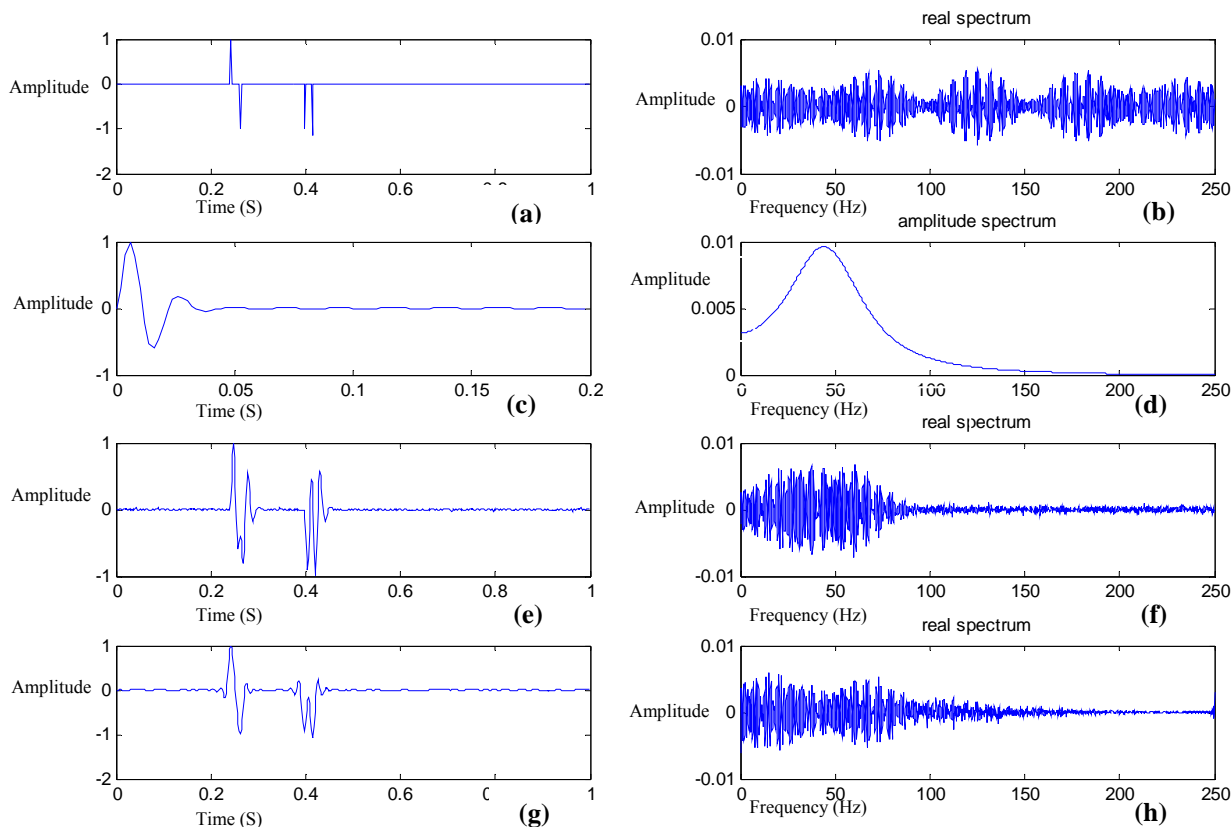
۴ انتخاب بخشی از طیف با نسبت سیگنال به نوفه بزرگ

براساس تحقیقات گذشته (میاشیتا و همکاران، ۱۹۸۵، زالا و همکاران، ۱۹۸۸) بخشی از طیف توان که ۳ تا ۱۰

می‌شوند. دلیل انتخاب سه پنجره بسامدی ایجاد تعادل برای بسامدهای کوچک و بزرگ و از بین بردن اثرات تصنعی است. پس از برون‌یابی در هر سه پنجره، نتایج در حوزه بسامد میانگین‌گیری می‌شود و پس از آن به‌حوزه زمان برگردانده می‌شود. البته ممکن است پس از برون‌یابی هم طیف بسامدی، کاملاً تخت نشود، ولی در صورت انتخاب الگوریتم مناسب، قدرت تفکیک زمانی و نسبت سیگنال به نوفه افزایش چشم‌گیری خواهد داشت. در شکل ۲ f بخش انتخابی از طیف با یک مستطیل سرخ رنگ نشان داده شده است.

دسی‌بل پایین‌تر از بیشینه طیف توان موجک باشد (از ۳۷ تا ۰٫۷۴ ریشینه طیف توان موجک)، دارای نسبت سیگنال به نوفه بزرگی است. علاوه‌براین، پنجره بسامدی باید شامل بخش تختی از طیف ردلرزه باشد. در روشی که هنرور و همکاران (۲۰۰۴) به انجام رساند، از سه پنجره بسامدی به‌جای یک پنجره استفاده شده است. آنها با این کار در واقع سختی انتخاب یک پنجره بسامدی از راه آزمون و خطا را برطرف کردند.

سه پنجره بسامدی پیش‌گفته، dB_L ، dB_C و dB_H ، به‌ترتیب به‌منزله افت کم، زیاد و متوسط در محدوده افت ۳ تا ۱۰ دسی‌بل از طیف توان پیش‌گفته موجک انتخاب



شکل ۱. (a) سری بازتابی. (b) مولفه حقیقی طیف فوری سری بازتابی. (c) موجک. (d) طیف دامنه موجک. (e) ردلرزه حاصل از هم‌میخت موجک و سری بازتابی. (f) طیف فوری ردلرزه. (g) ردلرزه واهمامیخت شده در حوزه بسامد. (h) طیف فوری ردلرزه واهمامیخت شده.

۱-۴ برون یابی مولفه های طیف

بخش انتخاب شده از مولفه های حقیقی و موهومی طیف را در حکم سری های زمانی خوش رفتار در نظر می گیریم و از الگوریتم های پیش بینی سری های زمانی در برون یابی این مولفه ها استفاده می کنیم. در این روش از آنالیز طیف تکین در حکم ابزاری توانمند در پیش بینی مولفه ها استفاده می کنیم و این برتری روش معرفی شده در این مقاله نسبت به روش های پیشین است (محمدمدی قیماسی، ۱۳۸۷).

۲-۴ آنالیز طیف تکین

آنالیز طیف تکین برای استخراج اطلاعات از سری های زمانی کوتاه و نوفه ای طراحی شد (واتارد و گیل، ۱۹۸۹). نقطه آغازی آنالیز طیف تکین، نشان دادن سری زمانی $\{x_t : t = 1, \dots, N\}$ در یک فضای برداری M بُعدی، یعنی نمایش آن در مسیر فضای فاز سامانه فرضی ایجاد کننده آن و تولید فضای برداری $\{\tilde{x}_t\}$ است. به عبارتی این کار معادل با نمایش رفتار سامانه در چشم اندازهای متوالی این سری زمانی از میان یک پنجره متحرک M نمونه ای است. با این کار یک فضای اسکالر را به یک فضای برداری تبدیل می کنیم. نحوه نشان دادن سری زمانی $\{x_t : t = 1, \dots, N\}$ برای تولید فضای برداری M بُعدی $\{\tilde{x}_t\}$ ، استفاده از چشم اندازهای متوالی سری زمانی $\{x_t : t = 1, \dots, N\}$ یعنی:

$$\tilde{x}_t = (x_t, x_{t+1}, \dots, x_{t+M-1}) \quad (۸)$$

و کنار هم قراردادن این بردارهای M بُعدی است. تعداد این بردارهای M بُعدی $N' = N - M + 1$ است. آنالیز طیف تکین با نشان دادن سری زمانی در فضای فاز با مختصات تاخیری، با تجزیه توالی بردارهای افزاینده زمان اطلاعات را از هم باز می کند و الگوهای رفتاری ابتدایی آن را به دست می آورد. این الگوهای رفتاری ابتدایی در

تاخیر صفر از هم مستقل هستند. الگوهای رفتاری ممکن است شامل روندها، نوسان ها و نوفه باشند. مولفه های اساسی که سری زمانی به آنها تجزیه می شود، یک فضای M بُعدی متعامد را تشکیل می دهد و هر بعد آن می تواند شامل چند مولفه نوسانی با بسامدهای متفاوت باشد. تجزیه به مولفه های اساسی مانند اعمال فیلترهای میان گذر بر سری زمانی است. روش آنالیز طیف تکین بر اساس محاسبه بسط جهت های اساسی بردارهای

افزاینده زمان $\{x_t : t = 1, \dots, N'\}$ در فضای فاز است. این روش بر اساس بسط کارهونن-لاو است که روی تقریب ماتریس کوواریانس به دست آمده از تاخیرهای متوالی M تایی سری زمانی عمل می کند. گام اول، تشکیل بردارهای M بُعدی متوالی از سری و قرارگیری در دنباله $\{\tilde{x}_t\}$ است.

$$\{x_t : t = 1, \dots, N\}$$

$$\tilde{x}_t = (x_t, x_{t+1}, \dots, x_{t+M-1}) \quad (۹)$$

$$t = 1, \dots, N' \quad , N' = N - M + 1$$

با قرار دادن بردارهای بالا در ستون های کنار هم، ماتریس $D_{N' \times M}$ تشکیل می شود، که به شکل ماتریس هنکل (برابری درایه های با $i+j$ ثابت) در می آید. در گام دوم، ماتریس $M \times M$ کوواریانس C_X با رابطه زیر به دست می آید:

$$C_X = \frac{1}{N'} D^T D \quad (۱۰)$$

عناصر ویژه C_X با تفکیک مقادیر تکین تعیین می شوند:

$$C_X = U \Sigma V^T \quad ; \quad U^T U = I \quad , \quad V^T V = I \quad (۱۱)$$

که عناصر قطری ماتریس $\Sigma = [\text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_M)]$ همان مقادیر تکین ماتریس D و برابر ریشه دوم مقادیر ویژه C_X هستند. عناصر ویژه

ماتریس C_X ، $\{(\lambda_k, \rho_k) : k = 1, \dots, M\}$ از رابطه زیر به دست می آیند:

$$C_X \rho_k = \lambda_k \rho_k \quad (12)$$

هر مقدار ویژه λ_k واریانس جزئی در جهت ρ_k را به مشخص می کند و مجموع مقادیر ویژه همان واریانس سری زمانی است. در گام سوم، سری زمانی در جهت هر یک از بردارهای ویژه تصویر می شود، که با این کار اجزای اصلی سری زمانی به دست می آید. برای هر جزء اصلی داریم:

$$PC_k(t) = \sum_{j=1}^M X(t+j-1) \rho_k(j) \quad (13)$$

هر جزء اصلی برای روندهای خطی یا غیرخطی و الگوهای متناوب یا شبه متناوب یا چندتناوبه، پهنای باند باریکی از طیف بسامدی را اشغال می کند و مشخصه خوش تعریفی برای برآورد دارد.

در گام چهارم، سری با ترکیب اجزای اصلی متناظر بازسازی می شود:

$$R_K(t) = \frac{1}{M_t} \sum_{k \in K} \sum_{j=L_t}^{U_t} PC_k(t-j+1) \rho_k(j) \quad (14)$$

که در آن فاکتور هنجارسازی (M_t) و حد بالا (U_t) و حد پایین (L_t) برای مرکز و شروع و پایان سری متفاوت است:

$$(M_t, L_t, U_t) = \begin{cases} (t, 1, t), & \text{when } 1 \leq t \leq M-1 \\ (M, 1, M), & \text{when } M \leq t \leq N' \\ (\min(t, N-t+1), t-N+M, M), & \\ & \text{when } N'+1 \leq t \leq N \end{cases} \quad (15)$$

شایان ذکر است که اگر همه اجزا برای بازسازی به کار روند، سری اولیه به دست خواهد آمد.

۳-۴ الگوریتم برون یابی

پس از تجزیه طیف انتخاب شده به مولفه های خوش رفتار برای پیش بینی با آنالیز طیف تکین، این مولفه ها را با اعمال یک مدل خطی (آکایکه، ۱۹۶۹) برون یابی می کنیم. به این ترتیب که هر نمونه از این سری زمانی را ترکیب خطی p نمونه قبلی در نظر می گیریم و پارامترهای این مدل خطی را به دست می آوریم. اگر یک مدل خطی از مرتبه p داشته باشیم.

$$x_t = \alpha_1(x_{t-1}) + \dots + \alpha_p(x_{t-p}) + z_t \quad (16)$$

پارامترهای $\alpha_p, \dots, \alpha_1$ با روش حداقل مربعات خطا با حداقل کردن

$$S = \sum_{t=p+1}^N [x_t - \alpha_1(x_{t-1}) + \dots + \alpha_p(x_{t-p}) + z_t]^2 \quad (17)$$

نسبت به $\alpha_p, \dots, \alpha_1, \mu$ ، به دست می آید. از واژه خودبرون یابی به دلیل برون یابی مقادیر طیف از روی مقادیر قبلی آن، استفاده شده است.

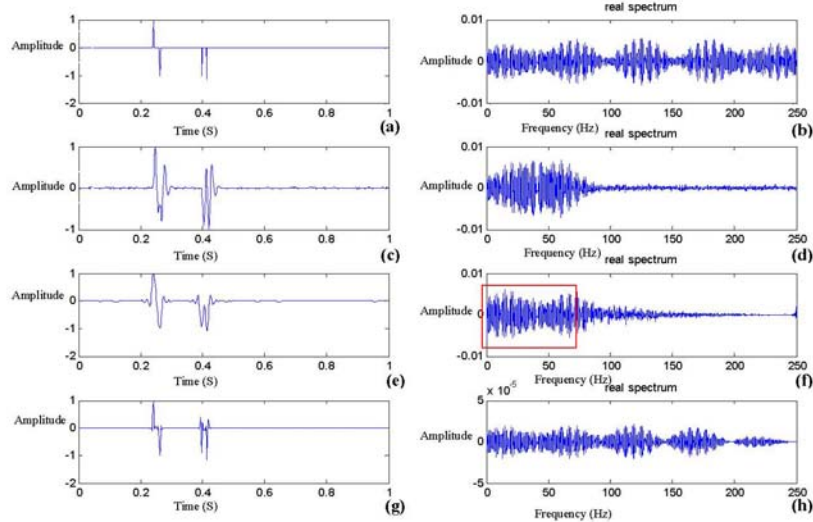
۵ اعمال روش روی داده واقعی و مصنوعی

پس از برون یابی مولفه های اساسی و ترکیب آنها، مولفه های حقیقی و موهومی طیف دوباره ترکیب می شوند و یک طیف مختلط را تشکیل می دهند. با اعمال عکس تبدیل فوریه روی این طیف، ردلرزه واهمامیخت شده به دست می آید. شکل ۲ (g و h) مولفه حقیقی و ردلرزه برون یابی شده حاصل را نشان می دهد.

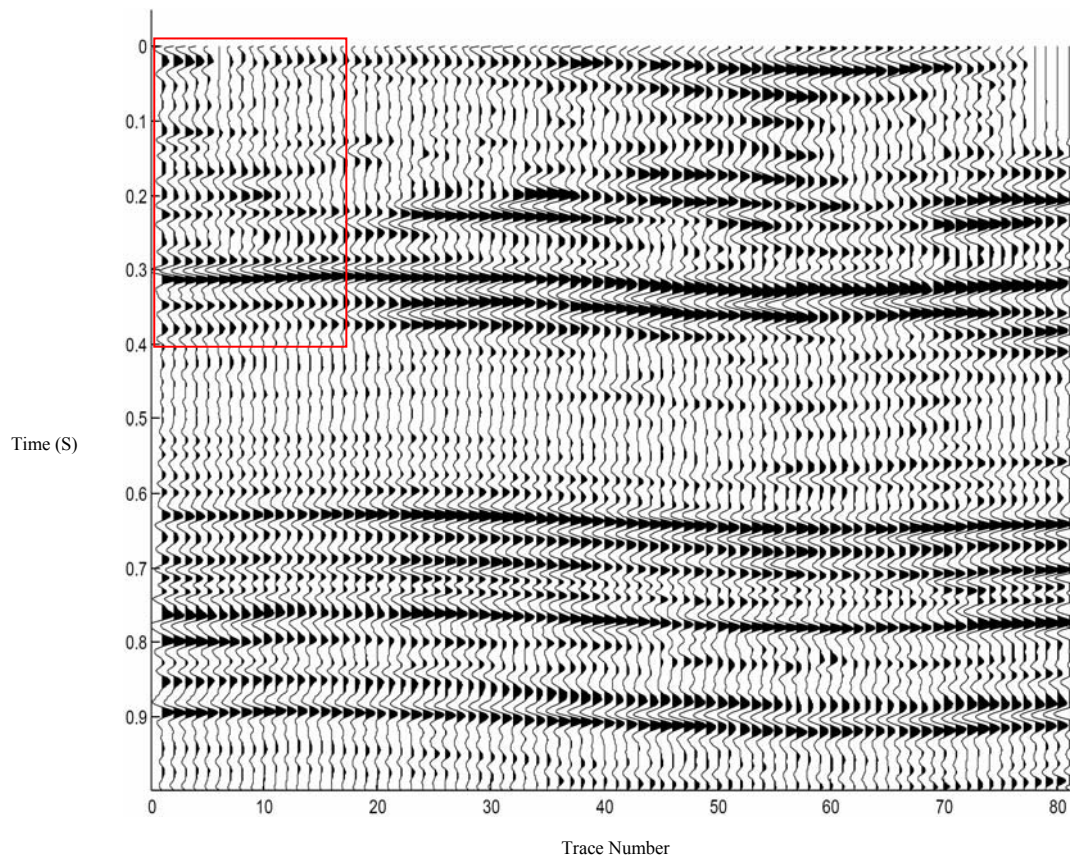
از مقایسه شکل ۲ (e و g) افزایش قدرت تفکیک زمانی داده ها مشهود است. همچنین با مقایسه شکل ۲ (b و h) می توان به میزان شباهت مولفه حقیقی طیف سری بازتابی و بخش برون یابی شده پی برد. همچنین شکل، کارایی این روش را در تفکیک بازتاب های نزدیک به هم

در شکل‌های ۳، ۴ و ۵ نشان داده شده است. در شکل ۶ هم بخشی از مقطع بزرگ‌نمایی شده است تا جزئیات بیشتر در خصوص عملکرد، روش نشان داده شود.

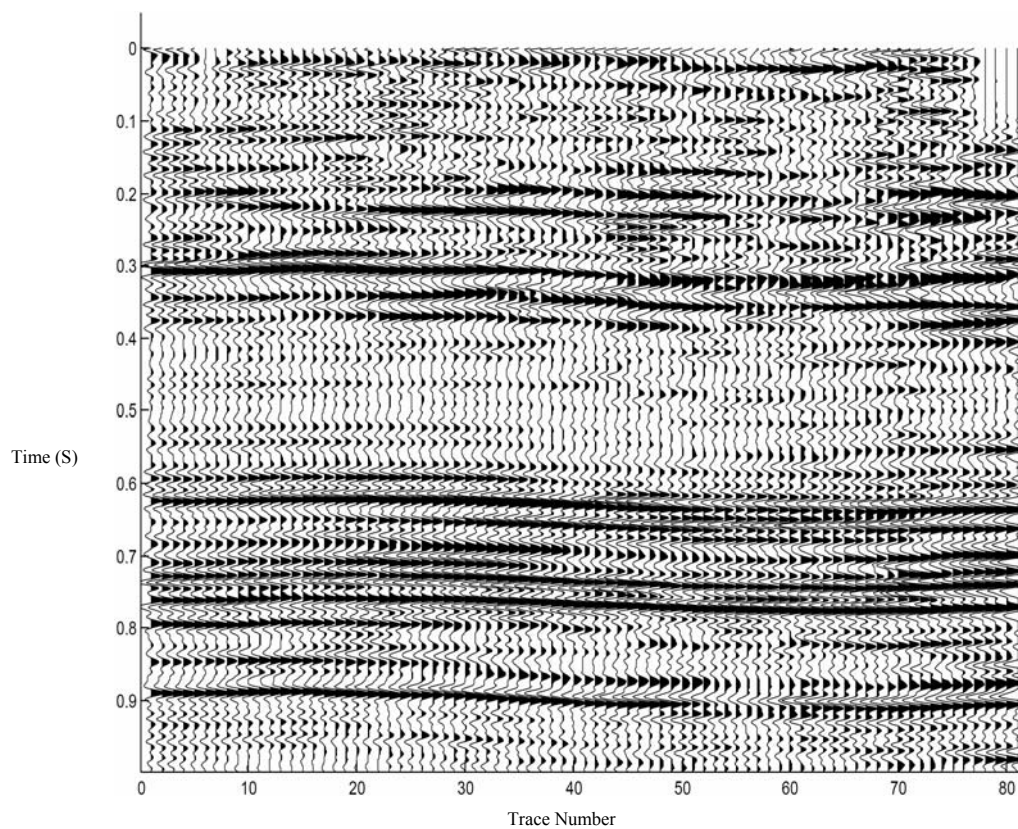
مشخص می‌کند. برای نشان دادن هرچه بیشتر توانایی روش در تفکیک بازتاب‌های نزدیک به هم، این روش روی یک مقطع برانبارش شده اعمال شد که و حاصل آن



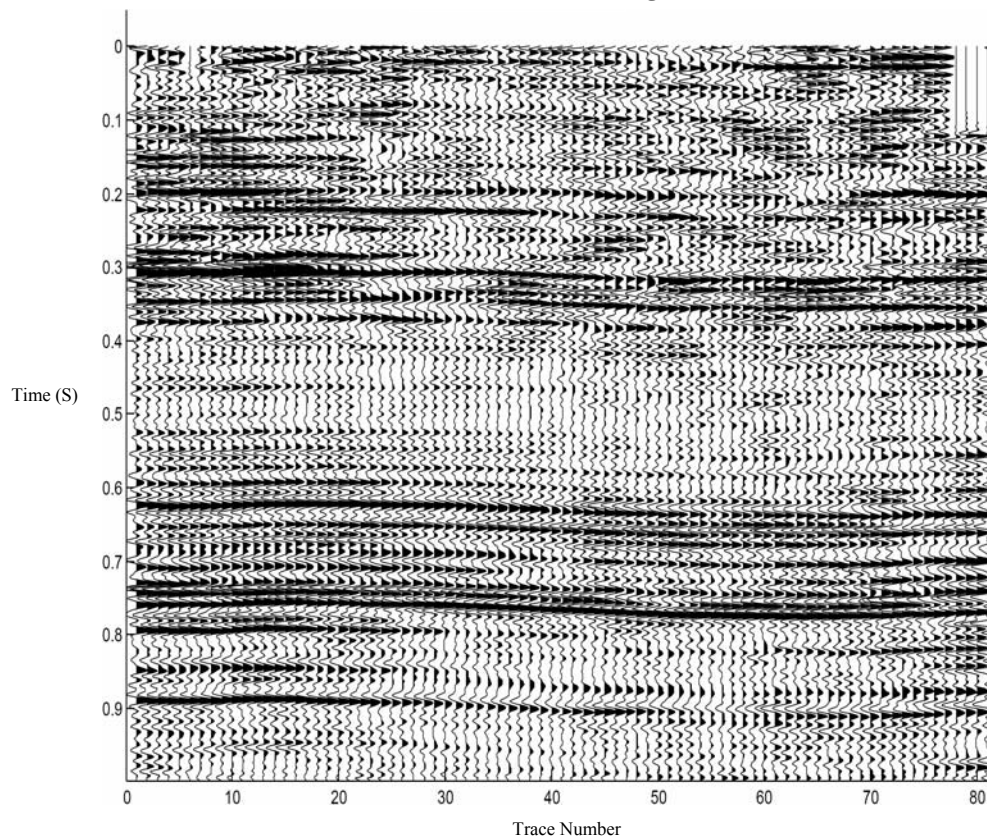
شکل ۲. (a) سری بازتابی. (b) مولفه حقیقی طیف فوریه سری بازتابی. (c) ردلرزه. (d) مولفه حقیقی طیف ردلرزه. (e) ردلرزه واهمامیخت شده در حوزه بسامد. (f) طیف فوریه ردلرزه واهمامیخت شده. (g) ردلرزه برون‌یابی شده. (h) طیف فوریه ردلرزه برون‌یابی شده.



شکل ۳. مقطع لرزه‌ای برهم‌نهم شده.



شکل ۴. مقطع لرزه‌ای واهمامیخت شده در حوزه بسامد.



شکل ۵. مقطع لرزه‌ای برون‌یابی طیفی شده

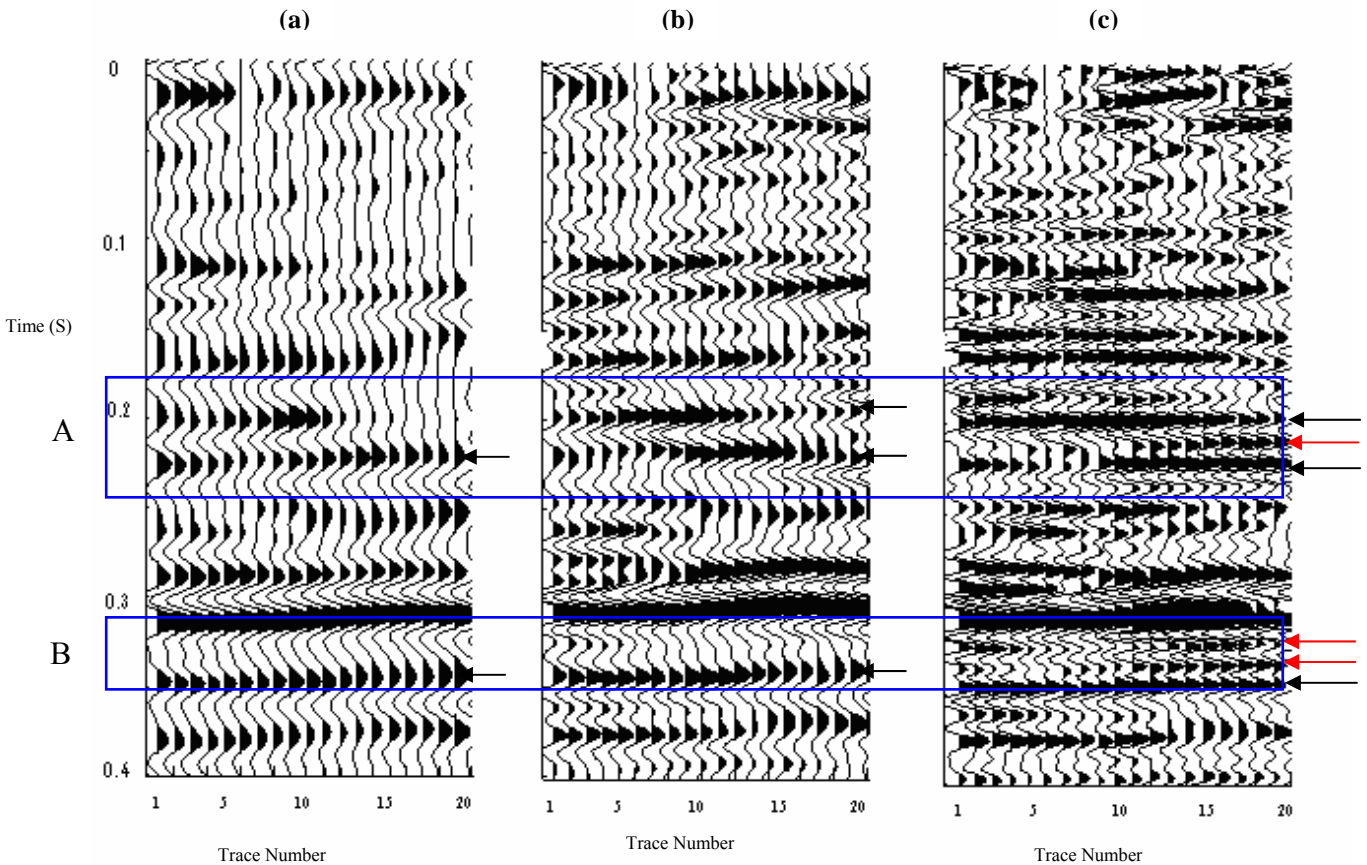
تکین و استفاده از ویژگی تناوبی بودن این مولفه ها، امکان برون یابی دقیق تر طیف وجود دارد.

در روش برون یابی طیف بسامدی، دقت در استخراج موجک، اهمیت و تاثیر بسزایی در واهمامیخت بسامدی دارد. طیف انتخابی برای برون یابی طیفی باید دارای نسبت سیگنال به نوفه بزرگ و تخت شدگی کافی باشد و این مستلزم اعمال دقیق واهمامیخت بسامدی است. از این رو استفاده از روش های دقیق استخراج موجک برای برون یابی لازم است.

برای مقایسه دقیق این مقاطع بخشی از مقطع برهم نهش شده در شکل (۳) که با مستطیل سرخ رنگ مشخص شده است را انتخاب و در شکل (۶) این بخش از داده ها را با هم مقایسه کرده ایم. با دقت در شکل (۶) می بینیم که، در مقطع برون یابی طیفی شده، رویدادهای لرزه ای ادغام شده به خوبی از هم و قابل تشخیص تر شده است.

۶ نتیجه گیری

در برون یابی طیف بسامدی در مولفه های حقیقی و موهومی طیف، به دلیل توانایی در استفاده از آنالیز طیف



شکل ۶. مقایسه بخش درون مستطیل از شکل ۳. (a) مقطع برهم نهش شده. (b) مقطع واهمامیخت شده. (c) مقطع برون یابی طیفی شده. بازتابنده های تفکیک شده با روش جدید در دو پنجره زمانی A و B با پیکان سرخ رنگ نشان داده شده است.

- Claerbout, J. F., 1976, *Fundamentals of Geophysics Data Processing*: McGraw-Hill Inc., New York.
- Honarvar, F., Sheikhzadeh, H., Moles, M., Sinclair, A. N., 2004, Improving the time-resolution and signal-noise ratio of ultrasonic: NDE signals. *Ultrasonics*, **41**, 755-763.
- Jurkevics, A., Wiggins, R., 1984, A critique of seismic deconvolution methods: *Geophysics*, **49**, 2109-2116.
- Karsli, H., 2006, Further improvement of temporal resolution of seismic data by autoregressive (AR) spectral extrapolation: *Journal of Applied Geophysics*, **59**, 324-336.
- Levy, S., Fullagar, P. K., 1981, Reconstruction of sparse spike train from a portion of its spectrum and application to high resolution deconvolution: *Geophysics*, **46**, 1235-1243.
- Lindseth, R. O., 1979, Synthetic sonic logs—a process for stratigraphic interpretation: *Geophysics*, **44**, 3-26.
- Miyashita, T., Schwelick, H., Kessel, W., 1985, Recovery of ultrasonic impulse response by spectral extrapolation: in *Acoustical Imaging*, A. J. Berekhout et al., Eds. New York, NY: Plenum press, **14**, 247-257.
- Neal, S. P., Speckman, P. L., Enright, M. A., 1993, Flaw signature estimation in ultrasonic Nondestructive Evaluation using the Wiener Filter with limited prior information: *IEEE Transactions on Ultrasonic, Ferroelectrics and Frequency Control*, **40**, 347-352.
- Robinson, E. A., Treitel, S., 1980, *Geophysical Signal Analysis*: Prentice-Hall, New York, 25-31.
- Saggaf, M. M., Toksöz, M. N., 1999, An analysis of deconvolution: modeling reflectivity by fractionally integrated noise: *Geophysics*, **64**, 1093-1107.
- Sin, A. K., Chen, C. H., 1992, A comparison of deconvolution techniques for the ultrasonic nondestructive evaluation of materials: *IEEE Transactions on Image Processing* 1, 3-10.
- Vautard, R. and M. Ghil., 1989, Singular spectrum analysis in nonlinear dynamics with applications to paleoclimatic time series: *Physica D*, **35**, 395-424.

با استفاده از روش آنالیز طیف تکین در برون‌یابی طیفی توانستیم سهم بازتابنده‌ها با ضرایب بازتاب کوچک را در طیف انتخابی برای برون‌یابی محفوظ نگه داریم و در برون‌یابی از آنها هم استفاده کنیم. این روش ابزاری توانمند در پیش‌بینی سری‌های زمانی و برون‌یابی طیفی است.

همان‌گونه که در مثال‌های مصنوعی و واقعی نشان داده شد، اعمال روش برون‌یابی طیفی با آنالیز طیف تکین و خودبرون‌یابی مولفه‌های طیف، روشی سودمند در افزایش قدرت تفکیک زمانی داده‌های لرزه‌ای است. در اعمال روش روی داده واقعی، به دلیل وجود پدیده‌های غیرخطی بسیار زیاد در طبیعت، برون‌یابی تا بسامد نایکویست، نیازمند انتخاب دقیق پارامترها در هر ردلرزه است. برای غلبه بر مشکلات جذب بسامدی و خطای ناشی از استخراج غیردقیق موجک، ناچاریم یک ردلرزه را از لحاظ زمانی به قطعه‌های کوچک‌تر تقسیم کنیم و الگوریتم برون‌یابی را روی این قطعات جداگانه عملی سازیم.

اعمال این روش روی یک مقطع با رد لرزه‌های متعدد، کاری بسیار زمان‌بر است. به همین دلیل در این تحقیق به جای افزایش ایدئال پهنای باند، سعی شد با دو برابر کردن پهنای طیف، به قدرت تفکیک زمانی قابل قبولی برسیم. در صورت نیاز به قدرت تفکیک زمانی بیشتر در بخش خاصی از مقطع، اعمال برون‌یابی کامل طیف تا بسامدهای پایانی برای آن محدود از مقطع، کاری ساده‌تر و با توجه به کوچک بودن محدوده، مقرون به صرفه نیز خواهد بود.

منابع

محمدی قیماسی، ح.، ۱۳۸۷، برون‌یابی طیف بسامدی به منظور بهبود قدرت تفکیک داده‌های لرزه‌ای، پایان‌نامه کارشناسی‌ارشد ژئوفیزیک، موسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران.

Akaike, H., 1969, Fitting autoregressive models for prediction: *Ann. Inst. Stat. Math.*, **21**, 243-247.

- Walker, C., Ulrych, T. J., 1983, Autoregressive modeling of the acoustic impedance: *Geophysics*, **48**, 1338–1350.
- Zala, C. A., Barrodale, I., McRae, K., 1988, High resolution deconvolution of ultrasonic traces: *Nato ASI Series, Signal Processing and Pattern Recognition*, **1**, 101–108.
- Zala, C. A., 1992, High resolution inversion of ultrasonic traces: *IEEE Transactions on Ultrasonic, Ferroelectrics and Frequency Control*, **39**, 458–463.