

شکست توازن و تولید امواج گرانی-لختی در مدل دولایه‌ای روی کره

محمد میرزایی^{۱*}، علیرضا محب‌الحجه^۲ و فرهنگ احمدی‌گیوی^۳

^۱ دانشجوی دکتری هواشناسی، گروه فیزیک فضا، مؤسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران، ایران

^۲ دانشیار، گروه فیزیک فضا، مؤسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران، ایران

^۳ استادیار، گروه فیزیک فضا، مؤسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران، ایران

(دریافت: ۸۸/۸/۲۶، پذیرش نهایی: ۸۹/۱۲/۲۴)

چکیده

در این مقاله، شبیه‌سازی ایدئالی از تولید خودبه‌خودی امواج گرانی-لختی در ضمن تحول شارش تاواری در یک مدل عددی بر مبنای معادلات بسطی کروی با دو لایه هم‌دمای پتانسیلی مورد بررسی قرار می‌گیرد. در این مدل معادلات بسطی در نمایش تاوایی پتانسیلی، واگرایی سرعت افقی و واگرایی شتاب عرضه می‌شود. انتگرال‌گیری مکانی با طرح‌واره تفاضل متناهی مرتبه چهارم فشرده در راستای نصف‌النهار و تبدیل طیفی در راستای مداری و انتگرال‌گیری زمانی با استفاده از طرح‌واره نیمه‌ضمنی سه زمانه صورت می‌گیرد. همچنین معادله تاوایی پتانسیلی با الگوریتم فرابرد پربندی نیمه‌لاگرانژی حل می‌شود. حالت اولیه شامل یک جت متوازن است که به صورت یک پربشیدگی بسیار کوچک برای راه‌اندازی ناپایداری به شرایط اولیه اضافه می‌شود. به علاوه، برای بررسی دقیق‌تر امواج با استفاده از رابطه توازن بولین-چارنی بخش‌های متوازن و نامتوازن شارش از هم جدا می‌شود.

نتایج الگوی بخش‌های نامتوازن واگرایی سرعت و واگرایی شتاب برای مُد کُرفشار بیانگر تولید خودبه‌خودی دو بسته‌موج است که با توجه به شرایط اولیه متوازن، می‌توان نتیجه گرفت که گسیل خودبه‌خودی این امواج با شکست توازن همراه است. موقعیت شکل‌گیری دو بسته‌موج در پایین‌دست و بالادست ناوه است که به نظر می‌رسد بسته‌موج پایین‌دست ناوه مشابه بسته‌موج ژنگ و بسته‌موج بالادست ناوه مشابه شبیه‌سازی پلوگونون و اسایدر در چرخه عمر با رفتار چرخندی است. به منظور شناسایی دقیق این امواج، ویژگی‌هایی از قبیل طول موج افقی، بسامد مطلق و بسامد ذاتی محاسبه می‌شود که مقدار بسامد ذاتی به دست آمده برای هر دو بسته‌موج، نسبت به تحقیقات مشابه بزرگ‌تر است. به علاوه، برای تحلیل بسامدی این دو بسته‌موج، تبدیل فوریه زمان کوتاه برای تعیین صحت نتایج روش قبلی به کار رفته است. استفاده از این روش باعث افزایش دقت در تعیین بسامد مطلق شده و نتایج روش قبلی را نیز تأیید می‌کند.

واژه‌های کلیدی: امواج گرانی-لختی، تاواری، تاوایی پتانسیلی، واگرایی سرعت، واگرایی شتاب، بسامد ذاتی

The breakdown of balance and generation of inertia-gravity waves in a two-layer model on a sphere

Mirzaei, M.¹, Mohebalhojeh, A. R.² and Ahmadi-Givi, F.³

¹ Ph. D. Student of Meteorology, Space Physics Department, Institute of Geophysics, University of Tehran, Iran

² Associate Professor, Space Physics Department, Institute of Geophysics, University of Tehran, Iran

³ Assistant Professor, Space Physics Department, Institute of Geophysics, University of Tehran, Iran

(Received: 17 Nov 2009, Accepted: 15 March 2011)

Abstract

The spontaneous generation of inertia-gravity waves (IGWs) in the idealized simulation of vortical flows is investigated using the isentropic two-layer model on a sphere. The contour-advective semi-Lagrangian (CASL) algorithm is applied to solve the primitive equations using the potential vorticity (PV), velocity divergence, and acceleration divergence as the prognostic variables. The CASL algorithm consists of a Lagrangian part and an Eulerian part. While the Lagrangian part is attributed to PV equation and solved

by contour advection, the Eulerian part includes the prognostic and diagnostic equations for the grid-based variables of velocity divergence, acceleration divergence and the depth field. The fourth-order compact differencing and spectral transform are used, respectively, in latitudinal and longitudinal directions and time stepping is carried out using a three-time-level semi-implicit scheme.

The model is set up using 256 grid points in both latitudinal and longitudinal directions, the upper- and lower-layer potential temperatures of, respectively, 280 K and 310 K, and the same horizontal mean depth of 5 km for the two layers. A balanced, zonal jet is used as the initial state and a very small perturbation is added to it as a trigger instability. In order to determine the IGWs more accurately, the Bolin–Charney balance relations are used to decompose the flow into a balanced part controlled by PV and an unbalanced part representing free inertia–gravity waves.

In this study, the analysis of the velocity divergence, acceleration divergence and PV points to breakdown of balance and generation of two wave packets of IGWs where sharp PV gradients appear to contribute significantly to the generation and organization of the wavepackets of IGWs. Application of the CASL algorithm helps to capture fine-scale structures in PV and to quantify IGWs generated by vortical flows more accurately. With regard to balanced initial conditions used, these gravity waves are spontaneously generated from the breakdown of the balance. The first wave packet is found on the downstream side of the trough similar to the mesoscale waves described by Zhang in 2004. The second wave packet is identified on the upstream side of the trough similar to the wave packet described by Plougonven and Snyder in 2007 in idealized simulations of a baroclinic life cycle dominated by cyclonic behavior. It seems that the propagation direction of the first wave packet is the same as that of the Zhang, but the second wave packet propagates perpendicular to the wave packet of Plougonven and Snyder. By determining the characteristics of the waves, the magnitude of the intrinsic frequency of both wave packets are found to be larger than those of the previous studies and is near to the results of Wang and Zhang in 2007 for their low static stability experiment.

Further, a short-time Fourier transform is used to determine the dominant absolute frequency and verify frequency characteristics of the packets obtained by the dispersion relation. In this method, the time–frequency analysis for each signal is provided by applying a moving time window to the signal and taking the fast Fourier transform. The more accurate results obtained by this method for the intrinsic frequency confirm the estimates based on the local dispersion relation.

Key words: inertia–gravity waves, vortical flow, potential vorticity, velocity divergence, acceleration divergence, balance, short time Fourier transform.

۱ مقدمه

مسائل بنیادین در دینامیک جو، اقیانوس و شارهای ژئوفیزیکی است. علاوه بر این، تا آنجا که ما اطلاع داریم در سطح کشور تاکنون تحقیقی در مورد سازوکارهای تولید امواج گرانی–لختی و شناسایی چشمه‌های آنها با استفاده از مدل‌های عددی صورت نگرفته است. این امر ما را بر آن داشت که در این تحقیق به بررسی مسئله با اهمیت فوق برداریم. در ادامه، ابتدا مروری بر یافته‌های

امواج گرانی–لختی نوسان‌های آزمین‌گردی هستند که با دو عامل شناوری و چرخش واداشت می‌شوند. این امواج ضمن حضور در سرتاسر جو به‌طور مؤثر، نقش بسیار مهمی در پدیده‌های جوئی از قبیل انتقال قائم (و افقی) جرم، تکانه و انرژی، راه‌اندازی و سازماندهی همرفت و مشارکت در ایجاد گردش کلی جو دارند. بررسی سازوکارهای تولید و انتشار این امواج یکی از

مهم پژوهش‌های صورت پذیرفته عرضه می‌شود.

فورد و همکاران (۲۰۰۰) نظریه لایت هیل (Lighthill) را از دیدگاه دینامیک جو و اقیانوس مورد توجه قرار داده و تنظیم خودبه‌خودی را به‌مثابه یکی از سازوکارهای تولید امواج گرانی-لختی معرفی کردند. به‌طور کلی می‌توان تحقیقات صورت گرفته در مورد تولید خودبه‌خودی امواج گرانی-لختی را بر سه مبنای مشاهدات، بررسی عددی جبهه‌زایی دو بُعدی و ناپایداری کژ فشار سه بُعدی تقسیم‌بندی کرد. نتایج بررسی‌های مشاهداتی اغلب بر فعالیت شدید امواج گرانی-لختی در منطقه خروجی جت و در بالادست پشته سطوح زیرین تأکید دارند (یوسیلینی و کاج، ۱۹۸۷؛ گست و همکاران، ۲۰۰۰؛ پاولین و همکاران ۲۰۰۱). همچنین امواج گرانی-لختی دیگری با بسامد کم در منطقه خروجی جت و در بالادست ناه سطح زیرین مشاهده شده است که از جت به‌منزله چشمه این امواج یاد می‌شود (توماس و همکاران ۱۹۹۹؛ پلوگونون و همکاران ۲۰۰۳). دیگر تحقیقات، جبهه سطحی را به‌مثابه چشمه مهم امواج گرانی-لختی معرفی می‌کنند (فريتس و نستروم ۱۹۹۲؛ اکرم و وینست ۱۹۹۳). شبیه‌سازی عددی جبهه‌زایی دو بُعدی اسنایدر و همکاران (۱۹۹۳) و گریفیس و ریدر (۱۹۹۶) روشن ساخت که جبهه‌ها چشمه مهم امواج گرانی-لختی هستند و هنگامی که آهنگ تغییر گرادیان دمای عرض جبهه تند باشد (گریفیس و ریدر ۱۹۹۶)، یا انقباض مقیاس جبهه‌ای روی دهد (اسنایدر و همکاران ۱۹۹۳)، گسیل امواج بارزتر می‌شود.

اسالیون و دانکرتون (۱۹۹۵) در یک شبیه‌سازی عددی آرمانی سه بُعدی، امواج کژ فشار را روی کره شبیه‌سازی کردند و روشن ساختند که امواج گرانی-لختی با بسامد نزدیک به بسامد لختی f و دارای طول موج افقی ۱۰۰ تا ۶۰۰ کیلومتر در پوش سپهر و واقع در در پایین دست پشته سطوح زیرین در منطقه خروجی جت ظاهر می‌شوند.

محب‌الحجه و دریچل (۲۰۰۰) با معرفی سلسله‌هایی (hierarchy) از الگوریتم فرابرد پربندی نیمه‌لاگرانژی معروف به (-CASL, Contour-advective semi-Lagrangian)، چگونگی تولید امواج گرانی-لختی برای نظام‌های گوناگون شارشی در یک مدل عددی با معادلات آب کم عمق را مورد بررسی قرار دادند. ژنگ (۲۰۰۴) با استفاده از مدل MM5 امواج کژ فشار را در یک کانال روی صفحه f شبیه‌سازی کرد و گروه جدیدی از امواج گرانی-لختی را در پوش سپهر و بالای منطقه خروجی جت و نزدیک محور پشته با بسامد ذاتی حدود ۳ تا ۴ برابر f و طول موج افقی ۱۰۰ تا ۲۰۰ کیلومتر معرفی کرد. او از گسیل تنظیم خودبه‌خودی در حکم مفهومی برای علت تولید امواج گرانی-لختی استفاده کرد. در تحقیقات عددی یک شارش ناپایدار با معادلات غیرهیدروستاتیک بوسینسک در صفحه f ، ویودز و دریچل (۲۰۰۶) امواجی با بزرگی بسیار کوچک به دست آوردند. در این شبیه‌سازی با استفاده از الگوریتم CASL، جت کژ فشار ناپایدار در حکم شارش متوازن اولیه به دو بخش شامل تاوایی‌های چرخندی و واچرخندی شکسته می‌شود. در طی ناپایداری، گسیل تنظیم خودبه‌خودی اتفاق می‌افتد و دو بسته‌موج یکی به طرف داخل و دیگری به طرف بیرون منطقه تاوایی واچرخندی گسیل می‌شود و از نظر بزرگی سرعت افقی، امواج گسیل شده سه مرتبه بزرگی از بخش متوازن کوچک‌ترند. پلوگونون و اسنایدر (۲۰۰۷) با استفاده از مدل WRF برای یک کانال f ، دو نوع چرخه زندگی امواج کژ فشار با رفتار چرخندی و واچرخندی را مورد بررسی قرار دادند. نتایج این آزمون‌های آرمانی نشان داد که در حالت چرخندی، در مناطق چینش باد قوی در بالا و در زیر هسته جت، یک بسته‌موج گرانی-لختی پدیدار می‌شود که منشأ آن احتمالاً جریان جتی است. همچنین بسته‌موج دیگری در پوش سپهر زیرین مشابه با آنچه ژنگ (۲۰۰۴) پیدا کرده

تجزیه شارش به دو بخش متوازن و نامتوازن، تحول امواج گرانی-لختی به‌طور دقیق بررسی می‌شود.

۲ مدل عددی

در این تحقیق، یک مدل عددی برای معادلات بسط کروی با دو لایه هم‌دمای پتانسیلی به‌کار بسته می‌شود. این مدل تعمیم الگوریتم CASL برای معادلات آب کم‌عمق روی کره (محب الحجه و دریچل، ۲۰۰۷) به مدل‌های با چینه‌بندی ناپیوسته در راستای قائم (محب الحجه و دریچل، ۲۰۰۴) است.

۱-۲ فرمول‌بندی

در این مدل معادلات جرم و تکانه در مختصات کروی به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{D\mathbf{V}}{Dt} + f\mathbf{z} \times \mathbf{V} = -\nabla\tilde{p} \quad (1)$$

$$\frac{\partial\tilde{h}}{\partial t} + \nabla \cdot [(1 + \tilde{h})\mathbf{V}] = 0 \quad (2)$$

که $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla$ مشتق تام، \mathbf{V} بردار سرعت، $f = 2\Omega_E \sin\phi$ پارامتر کوریولیس (Ω_E آهنگ چرخش زمین و ϕ عرض جغرافیایی)، \mathbf{z} بردار یکه در راستای قائم، \tilde{p} پریشیدگی فشار و \tilde{h} پریشیدگی بی‌بعد ضخامت هر لایه است که با رابطه $\tilde{h} = (h - H)/H$ بر مبنای پریشیدگی ضخامت h و ضخامت میانگین H در هر لایه تعریف می‌شود. چنانچه مقادیر پریشیدگی ضخامت و فشار در راستای قائم را به‌صورت برداری به ترتیب با \tilde{p} و \tilde{h} نمایش دهیم، آنگاه رابطه ماتریسی $\tilde{h} = \underline{\underline{A}}\tilde{p}$ برقرار است که به ازای $H_1 = H_2 = H$ ، ماتریس $\underline{\underline{A}}$ به‌صورت زیر در می‌آید:

$$\underline{\underline{A}} = \frac{1}{gH(\theta_2 - \theta_1)} \begin{pmatrix} \theta_2 & -\theta_2 \\ -\theta_1 & \theta_2 \end{pmatrix} \quad (3)$$

بود، مشاهده شد. در حالت واچرخندی نیز دو بسته‌موج یکی با بسامد زیاد در جلوی جبهه سرد واقع در وردسپهر و دیگری در ناوه و در منطقه وردسپهر شناسایی شد که ویژگی‌های آنها با امواج در حالت چرخندی متفاوت بود. ونگ و ژنگ (۲۰۰۷) با استفاده از مدل MMS5 شبیه‌سازی‌هایی از امواج کژفشار برای گونه‌هایی از شرایط اولیه که از نظر پایداری ایستایی و چینش باد متفاوت بودند، به انجام رساندند. نتایج این تحقیق بیانگر گسیل امواج گرانی-لختی در منطقه خروجی جت برای همه آزمون‌ها است. بسامد ذاتی این امواج با افزایش آهنگ رشد موج کژفشار، افزایش می‌یابد. با تعیین مناطق مستعد برای شکست توازن بر مبنای کمیت مانده معادله توازن غیرخطی، آنها روشن ساختند که آهنگ رشد شارش نامتوازن به‌خوبی با آهنگ رشد امواج کژفشار و در نتیجه با بسامد امواج گرانی-لختی همبستگی دارد.

با توجه به اینکه تحقیقات قبلی برای شبیه‌سازی امواج گرانی-لختی عمدتاً بر مبنای مدل‌های پیچیده بود و نتایج حاصل بیانگر وجود عدم قطعیت در مورد شدت و ساختار امواج گرانی-لختی تولید شده در ضمن تحول غیرخطی شارش‌های تاواری است، بنابراین بررسی این امواج در یک مدل ساده بسیار مفید است. از طرفی دستیابی به دقت زیاد در شبیه‌سازی این امواج، مستلزم استفاده از الگوریتم‌های عددی است که بتواند به‌خوبی ساختار ریز شارش را نشان دهد. برای این منظور، در این تحقیق چگونگی تحول شارش تاواری در یک مدل عددی دولایه‌ای برای معادلات بسط با استفاده از الگوریتم فرابرد پربندی نیمه‌لاگراژی مورد بررسی قرار می‌گیرد. یکی دیگر از مسائل مهم که در شناخت پدیده گسیل خودبه‌خودی ضرورت دارد و در تحقیقات قبلی مورد توجه قرار نگرفته، جداسازی میدان‌های نامتوازن (امواج) از میدان‌های متوازن (تاوه) است. در این تحقیق، ضمن

$$\gamma \equiv \mathbf{V} \cdot \frac{D\mathbf{V}}{Dt} = f\zeta - \beta u - \nabla^2 \tilde{p} \quad (7)$$

در رابطه بالا، $\beta \equiv \frac{df}{ad\phi} = \frac{2\Omega_E}{a} \cos\phi$ است. رابطه تاوایی نسبی و واگرایی با مؤلفه‌های سرعت به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$\zeta = \frac{1}{a \cos\phi} \left(\frac{\partial v}{\partial \lambda} - \frac{\partial u \cos\phi}{\partial \phi} \right) \quad (8)$$

$$\delta = \frac{1}{a \cos\phi} \left(\frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{\partial v \cos\phi}{\partial \phi} \right) \quad (9)$$

با ترکیب معادلات (۲) و (۵) می‌توان معادله پایستگی تاوایی پتانسیلی راسبی-ارتل ($Q = \frac{f+\zeta}{1+\tilde{h}}$) را به صورت زیر به دست آورد:

$$\frac{DQ}{Dt} = 0 \quad (10)$$

معادله γ را می‌توان با تصویر به مُد قائم به شکل زیر نوشت:

$$\frac{\partial \gamma}{\partial t} = c_m^2 \nabla^2 \left\{ \mathbf{V} \cdot \overbrace{[(1+\tilde{h})\mathbf{V}]}^{\check{\mathbf{V}}} \right\} + \frac{2\Omega_E}{a} \frac{\partial \check{B}}{\partial \lambda} - \mathbf{V} \cdot (\check{Z}\mathbf{V}) \quad (11)$$

در این معادله $\check{B} \equiv c_m^2 \check{h} + \frac{1}{2} |\check{\mathbf{V}}|^2$ فشار برنولی پس از تصویر به مد قائم m و $Z = f(f+\zeta)$ است. به منظور تعیین متغیرهای فرایابی \mathbf{V} و \tilde{h} از متغیرهای پیش‌یابی (Q, δ, γ) ، میدان سرعت به صورت هلمهولتز به دو بخش چرخشی و واگرا تجزیه می‌شود:

$$\mathbf{V} = \hat{\mathbf{z}} \times \nabla \psi + \nabla \chi \quad (12)$$

که در آن ψ تابع جریان و χ پتانسیل سرعت است و رابطه آنها با تاوایی و واگرایی به صورت زیر است:

$$\nabla^2 \psi = \zeta \quad \text{و} \quad \nabla^2 \chi = \delta \quad (13)$$

مقادیر ویژه ماتریس \underline{A} را می‌توان به صورت $\frac{1}{c_m^2}$ به‌ازای

$$c_m^2 = gH \frac{\theta_2 - \theta_1}{\theta_2 \pm \sqrt{\theta_1 \theta_2}} \quad (4)$$

نمایش داد که در آن c_m متناظر با تندی موج گرانی برای مُد قائم m در حد موج کوتاه است. در اینجا c_1 مربوط به مُد فشارورد و c_2 مربوط به مُد کُفشار است که به ترتیب با علامت‌های منفی و مثبت جلوی رادیکال به دست می‌آیند. بردارهای ویژه ماتریس \underline{A} تشکیل‌دهنده مدهای قائم‌اند (برای جزئیات به محب‌الحججه ۱۹۹۹، محب‌الحججه و دریچل ۲۰۰۴ رجوع شود). در تصویر بر مُد قائم m ، بردار حاصل از \tilde{p} در راستای قائم به صورت مربع سرعت موج گرانی همان مُد ضربدر بردار حاصل از \tilde{h} در راستای قائم درمی‌آید. از اینجا به بعد برای کمیت دلخواه X تصویر آن را در فضای مُد قائم با \check{X} نمایش می‌دهیم. به این ترتیب در فضای مُد قائم رابطه $\check{p} = c_m^2 \check{h}$ برقرار است.

با اِعمال عملگر $\hat{\mathbf{z}} \cdot \nabla \times$ و $\nabla \cdot$ به معادله (۱) می‌توان معادلات تاوایی ζ و واگرایی δ را به شکل زیر به دست آورد:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = -\nabla \cdot [(f+\zeta)\mathbf{V}] \quad (5)$$

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} = \gamma - 2 \left[\frac{\partial u}{a \partial \phi} \left(\frac{\partial u}{a \partial \phi} + \zeta \right) + \right. \quad (6)$$

$$\left. \frac{\partial v}{a \partial \phi} \left(\frac{\partial v}{a \partial \phi} - \delta \right) \right] - \nabla \cdot (\delta \mathbf{V}) - \frac{|\mathbf{V}|^2}{a^2}$$

که u و v به ترتیب مؤلفه‌های سرعت در دو راستای نصف‌النهاری (ϕ) و مداری (λ)، a شعاع زمین و γ واگرایی شتاب به صورت زیر است:

$$\Xi = (f \check{\zeta} - c_m^2 \nabla^2 \check{h} - \beta \check{u}_\psi) \quad (16)$$

$$-2 \left[\frac{\partial u_\psi}{a \partial \phi} \left(\frac{\partial u_\psi}{a \partial \phi} + \zeta \right) + \left(\frac{\partial v_\psi}{a \partial \phi} \right)^2 \right] - \frac{|\mathbf{V}_\psi|^2}{a^2}$$

باید دقت شود که:

$$\mathbf{V}_\psi = \hat{\mathbf{z}} \times \nabla \psi \quad (17)$$

همان بخش چرخشی باد است. معادله $\Xi = 0$ ، رابطه تاوایی پتانسیلی راسبی-ارتل، معادله پواسون برای ψ در (۱۳) و معادله (۱۷) دستگاه بسته‌ای از معادلات را تشکیل می‌دهند که با در دست داشتن Q می‌توان کمیت‌های \check{h} ، $\check{\zeta}$ ، ψ و \mathbf{V}_ψ را تعیین کرد. رابطه توازن برای واگرایی با صفر قرار دادن مشتق اول Ξ حاصل می‌شود:

$$(c_m^2 \nabla^2 \check{h} - f^2) \check{\delta} = f \nabla \cdot (f \check{\nabla} \zeta) + f \beta \check{v} - c_m^2 \nabla^2 \nabla \cdot (\check{h} \mathbf{V}) + \beta \frac{\partial u_\psi}{\partial t} + 2 \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\partial u_\psi}{a \partial \phi} \left(\frac{\partial u_\psi}{a \partial \phi} + \zeta \right) + \left(\frac{\partial v_\psi}{a \partial \phi} \right)^2 \right] + \frac{2}{a^2} \left(u_\psi \frac{\partial u_\psi}{\partial t} + v_\psi \frac{\partial v_\psi}{\partial t} \right) \quad (18)$$

$$\frac{\partial \check{\mathbf{V}}_\psi}{\partial t} = \hat{\mathbf{z}} \times \nabla \nabla^{-2} \left\{ -\nabla \cdot \left[(f + \zeta) \mathbf{V} \right] \right\} \quad (19)$$

با حل معادلات (۱۹) و (۱۲) و معادله پواسون برای χ در (۱۳) و (۱۸) می‌توان $\check{\delta}$ و \mathbf{V} را به دست آورد. سپس میدان‌های متوازن را از میدان‌های واقعی حاصل از حل معادلات بسیط روی کره کم می‌کنیم که نتیجه آن میدان‌های نامتوازن است (برای جزئیات به محب‌الحجه و دریچل ۲۰۰۷ رجوع شود).

با ترکیب رابطه تعریف تاوایی پتانسیلی راسبی-ارتل و رابطه (۷) می‌توان معادله وارون‌سازی تاوایی پتانسیلی را در فضای مُد قائم به صورت زیر نوشت:

$$c_m^2 \nabla^2 \check{h} - f \check{Q} \check{h} = f(\check{Q} - f) - \beta \check{u} - \check{\gamma} \quad (14)$$

با شرط مثبت بودن fQ که در بازه وسیعی از شارش‌های جوئی برقرار است، این معادله یک معادله بیضوی با ضرایب متغیر برای تعیین \check{h} با در دست داشتن Q ، δ و γ است. معادله ساده‌تری برای وارون‌سازی تاوایی پتانسیلی با استفاده مستقیم از رابطه (۵) برای واگرایی شتاب به صورت زیر به دست می‌آید:

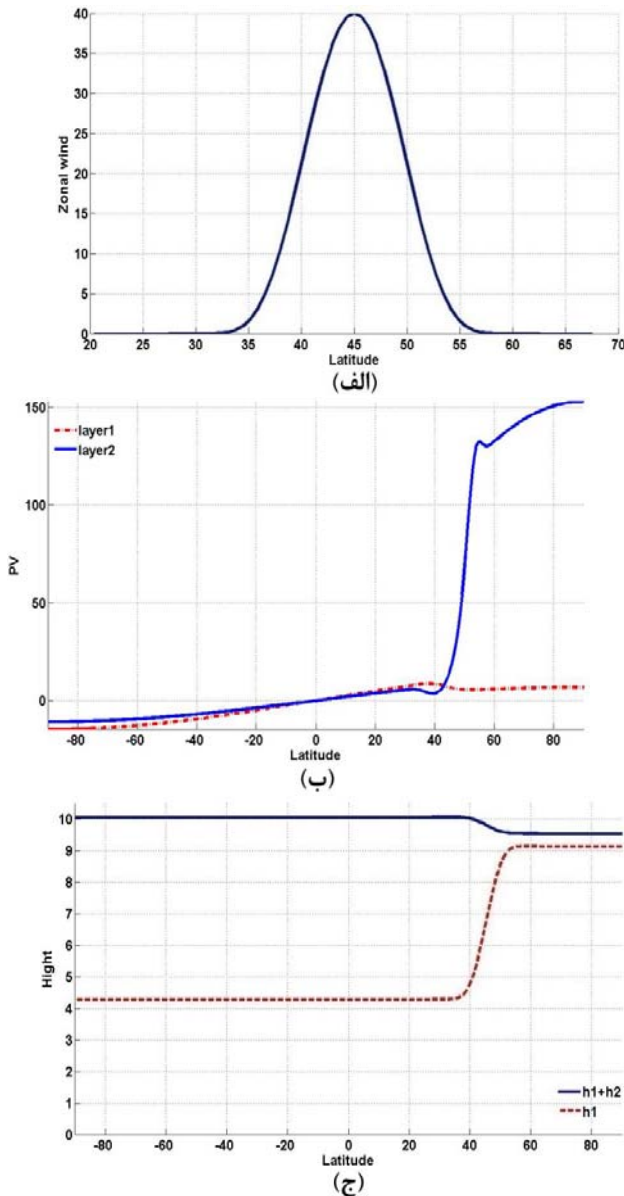
$$(c_m^2 \nabla^2 - f^2) \check{h} = f(\check{\zeta} - \check{f} \check{h}) - \beta \check{u} - \check{\gamma} \quad (15)$$

که معادله‌ای بیضوی است و حل آن با کاربست تعریف تاوایی پتانسیلی به منزله معادله‌ای مستقل برای حل تاوایی در یک فرایند تکرار امکان‌پذیر است (برای جزئیات به محب‌الحجه و دریچل ۲۰۰۷ رجوع شود).

۲-۲ رابطه بولین - چارنی

همان‌طور که در تحقیقات محب‌الحجه و دریچل (۲۰۰۰) و (۲۰۰۴) نشان داده شده است، گرادیان‌های شدید تاوایی پتانسیلی سهم مهمی در شکست توازن و تولید امواج گرانی-لختی به هر دو صورت فیزیکی و عددی دارند. برای تعیین آن بخش از شارش که می‌تواند موج گرانی-لختی تلقی شود، شارش به دو بخش متوازن و نامتوازن تجزیه می‌شود که بخش متوازن با تاوایی پتانسیلی کنترل شده و بخش نامتوازن نشانگر تولید امواج است. برای به دست آوردن روابط توازن بولین - چارنی (Bolin-Charny)، مقدار Ξ بنا به تعریف زیر و مشتق زمانی آن را برابر صفر قرار می‌دهیم.

جغرافیایی ۴۰-۵۰ درجه شمالی به بیشینه مقدار خود می‌رسد. ارتفاع فصل مشترک دو لایه و سطح آزاد نیز در شکل ۱ج آورده شده است.



شکل ۱. شرایط اولیه مدل بیانگر تغییرات نسبت به عرض جغرافیایی برای:

(الف) سرعت مداری لایه دوم با یکای ms^{-1} (ب) تاوایی پتانسیلی (خط چین و خط توپُر به ترتیب نشانگر لایه‌های اول و دوم است) با یکای $\text{m}^{-1} \text{s}^{-1} \times 10^{-9}$ و $(\text{day})^{-1} (H)^{-1}$ و (ج) ارتفاع فصل مشترک (خط چین) و ارتفاع سطح آزاد (خط توپُر) با یکای km.

۲-۳ الگوریتم عددی

در آزمایش صورت گرفته، شبکه‌ای با تعداد نقاط 256×256 روی کره در نظر گرفته می‌شود. بدین ترتیب تفکیک مدل در راستای نصف‌النهاری دو برابر راستای مداری است. با توجه به اینکه میدان تغییرات کمیت‌های جوئی در راستای نصف‌النهاری بیشتر از راستای مداری است، بنابراین بالا بودن تفکیک در راستای نصف‌النهاری می‌تواند دقت محاسباتی روش تفاضل متناهی مورد استفاده در راستای نصف‌النهاری را افزایش دهد. در این مدل عددی برای انتگرال‌گیری مکانی از طرح‌واره تفاضل متناهی مرتبه چهارم فشرده در راستای نصف‌النهاری و تبدیل طیفی در راستای مداری و برای انتگرال‌گیری زمانی از طرح‌واره نیمه‌ضمنی سه‌زمانه استفاده می‌شود. همچنین به منظور حذف مُد محاسباتی طرح‌واره سه‌ترازی، پالایه روبرت-اسلین (Robert-Asselin) به کار می‌رود. معادله تاوایی پتانسیلی با الگوریتم فرابرد پربندی نیمه‌لاگرانژی (CASL) حل می‌شود. این الگوریتم توان دستیابی به تفکیک موثر بسیار بیشتری نسبت به الگوریتم‌های استاندارد همانند الگوریتم طیفی‌وار دارد و با توجه به نوع الگوریتم مورد استفاده برای تاوایی پتانسیلی و متغیرهای پیش‌یافتی، دقت بیشتری برای بررسی تولید امواج گرانی-لختی از شارش‌های تاواری به ما می‌دهد.

۳ آزمایش عددی

۳-۱ اجرای مدل

شرایط اولیه استفاده شده برای شبیه‌سازی شارش تاواری شامل یک جت متوازن با سرعت 40 m/s در لایه بالایی مدل و حالت سکون برای لایه پایینی است (شکل ۱الف). چگونگی تغییرات تاوایی پتانسیلی برای شرایط اولیه در دو لایه در شکل ۱ب نشان داده شده است. مطابق این شکل، تفاوت مقدار تاوایی پتانسیلی بین دو لایه در حدود عرض

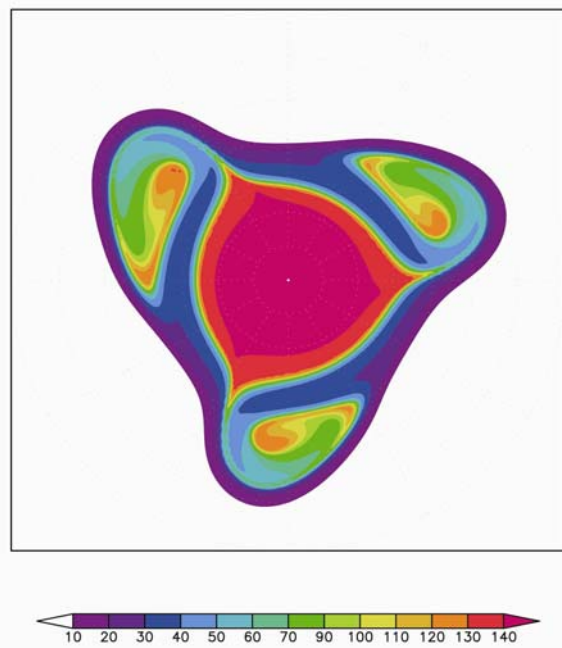
شروع شکل‌گیری موج کژفشار تقریباً در روز ۱۱ پدیدار می‌شود که با گذشت زمان در روز ۱۷ به بیشینه رشد خود می‌رسد. سپس شکست موج کژفشار و جدا شدن یک مرکز تاوایی پتانسیلی با مقادیر زیاد اتفاق می‌افتد (روزهای ۲۱ و ۲۳). به‌منظور نشان دادن چگونگی تحول امواج گرانی-لختی، کمیت‌های واگرایی سرعت و واگرایی شتاب برای مُد کژفشار مورد بررسی قرار می‌گیرد. نظر به اهمیت بخش نامتوازن شارش در تعیین چشمه و نحوه انتشار امواج گرانی-لختی، تمرکز این تحقیق روی بخش نامتوازن قرار دارد که با تجزیه شارش به دو بخش متوازن و نامتوازن از طریق روابط توازن بولین - چارنی قرار به‌دست می‌آید.

بررسی الگوی بخش‌های متوازن و نامتوازن واگرایی سرعت و واگرایی شتاب در چرخه عمر موج کژفشار نشانگر آغاز شکست توازن و انتشار خودبه‌خودی امواج گرانی-لختی تقریباً از روز ۱۳ است که با گذشت زمان تقویت می‌شوند.

همچنین دمای لایه بالایی و پایینی به ترتیب 310K و 280K است. در این آزمایش، برای راه‌اندازی ناپایداری از یک پریشیدگی بسیار کوچک و تا حد امکان بدون ایجاد حساسیت نسبت به شرایط اولیه استفاده می‌شود. در آزمایش موردنظر، مدل برای ۳۰ روز اجرا شده و خروجی آن در هر $2/4$ ساعت ذخیره می‌شود. خروجی مدل در فضای مُدهای قائم برای دو مد کژفشار و فشارورد و در فضای فیزیکی برای دو لایه در دسترس است. برای نمونه، در شکل ۲ الگوی تاوایی پتانسیلی لایه دوم در روز ۱۷ آورده شده که بیانگر شکل‌گیری موج کژفشار با عدد موج سه در راستای مداری است. با توجه به تشابه کامل این سه موج در راستای مداری، در ادامه فقط یکی از آنها مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۲-۳ تحلیل نتایج

با توجه به الگوی تاوایی پتانسیلی در بازه زمانی روز ۸ تا روز ۲۳ که در شکل ۳ نشان داده شده است، می‌توان چگونگی تحول موج کژفشار را مشاهده نمود. مطابق این شکل، در روز ۸ شارش در حال توازن است و اولین علائم



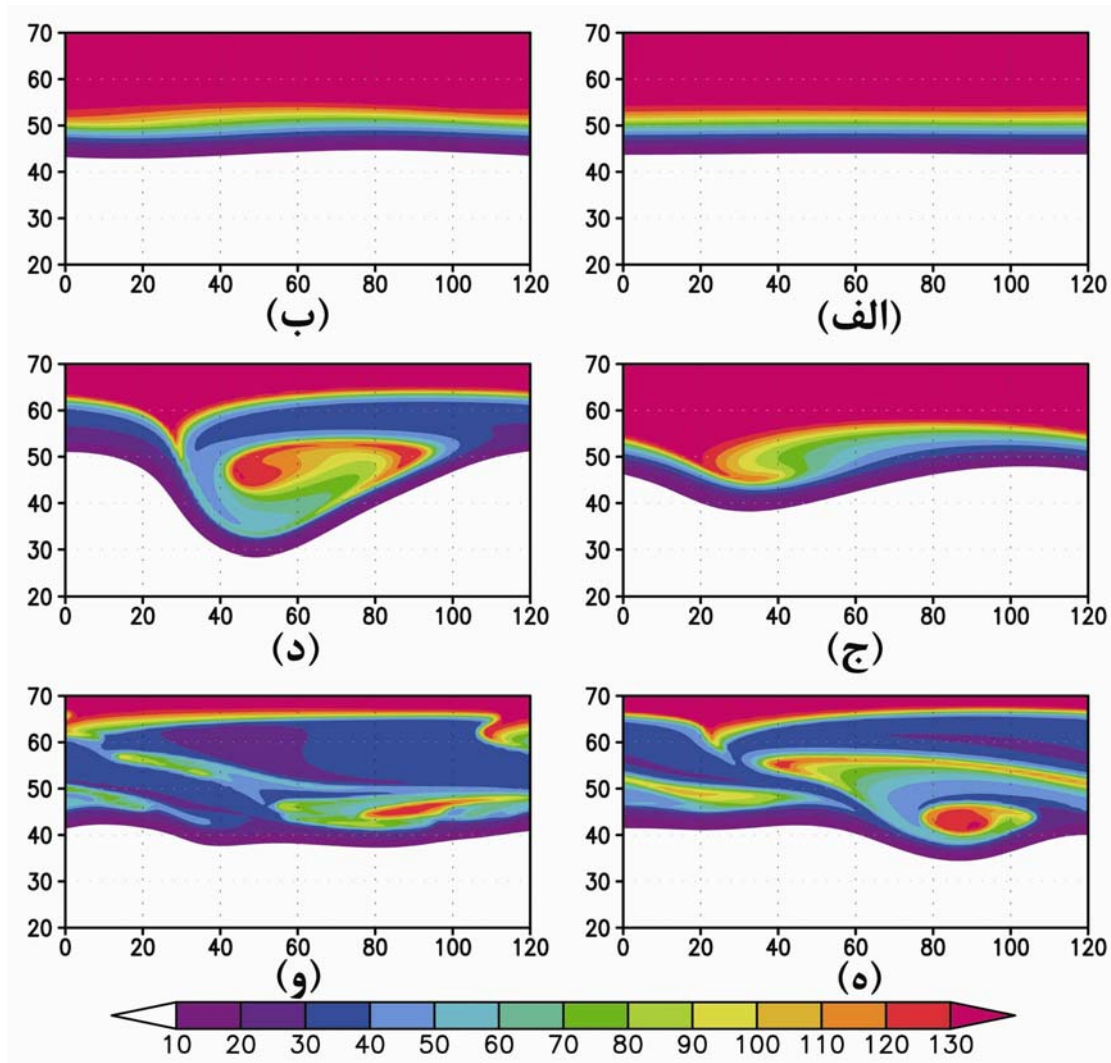
شکل ۲. تاوایی پتانسیلی لایه دوم برای روز ۱۷ (با یکای $2 \times 10^{-9} \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-1}$) در یک نمای استریوگرافیک به نیمکره شمالی.

گسیل و انتشار خودبه‌خودی امواج فوق تأکید دارد. برای تعیین ویژگی‌های این بسته‌موج‌ها از رابطه پاشندگی محلی برای امواج گرانی-لختی در فضای مدهای قائم بصورت زیر:

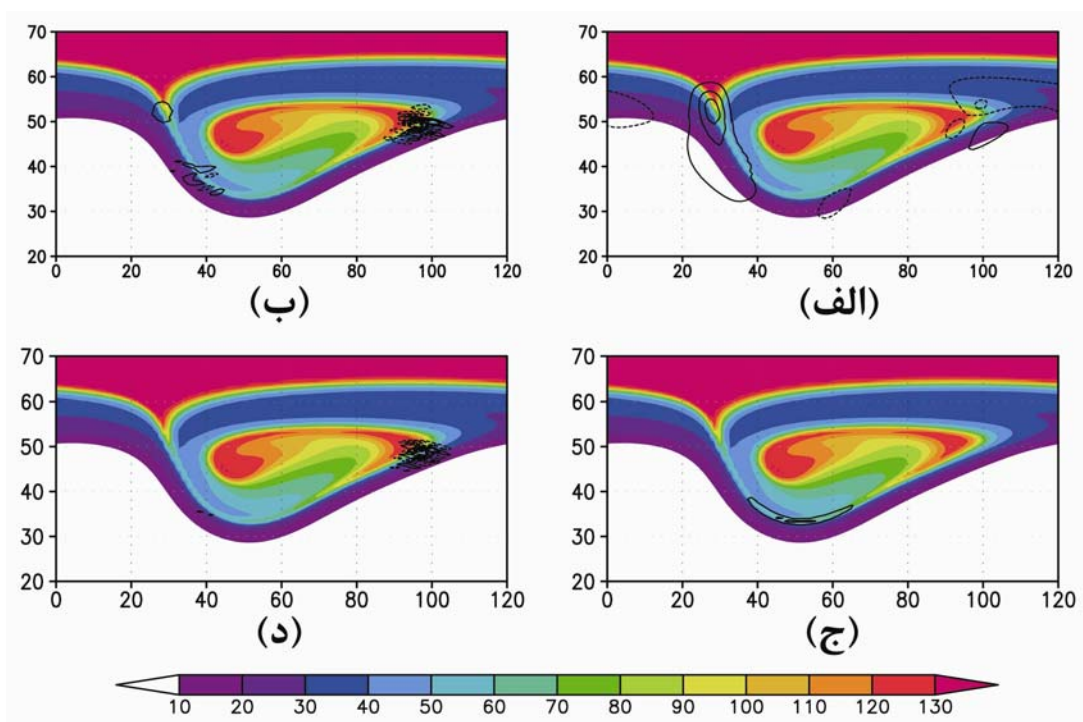
$$\tilde{\omega}^2 = f^2 + c_m^2(k^2 + l^2) \quad (20)$$

استفاده می‌شود که $\tilde{\omega}$ بسامد ذاتی، c_m تندی فاز مد کثرفشار، k و l به ترتیب عدد موج در راستاهای مداری و نصف‌النهاری است. در ادامه این دو بسته‌موج به‌طور جداگانه مورد بررسی قرار می‌گیرند.

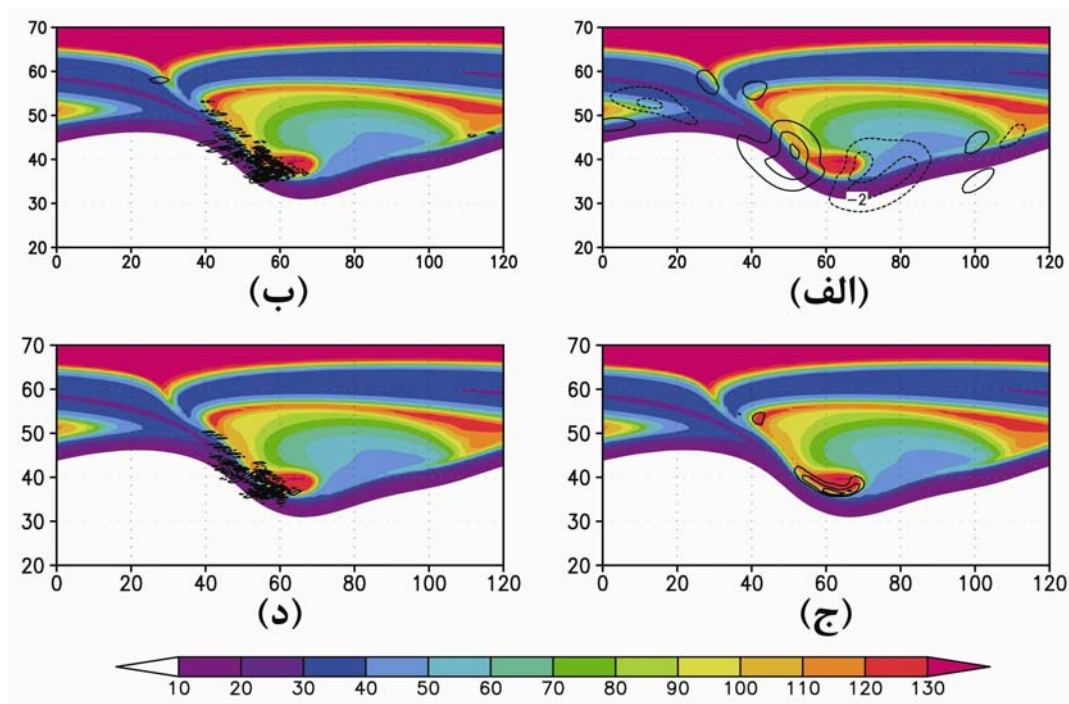
الگوی بخش‌های متوازن و نامتوازن واگرایی سرعت و واگرایی شتاب برای دو زمان ۱۷/۲ و ۱۸/۶ روز در شکل‌های ۴ و ۵ آورده شده‌اند که از روی آنها می‌توان به وجود دو بسته‌موج گرانی-لختی، اولی در پایین‌دست ناوه و دومی در بالادست ناوه پی‌برد. همچنین مقایسه دو بخش نامتوازن واگرایی سرعت و واگرایی شتاب نشان می‌دهد که در مکان دو بسته‌موج، مقادیر بخش نامتوازن این کمیت‌ها نسبت به مقادیر متناظر بخش متوازن بسیار بزرگ‌ترند. این نتیجه بر نقش اصلی بخش نامتوازن شارش در تعیین چگونگی



شکل ۳. تاوایی پتانسیلی لایه دوم برای (الف) روز ۸، (ب) روز ۱۱، (ج) روز ۱۴، (د) روز ۱۷، (ه) روز ۲۰ و (و) روز ۲۳ (با یکای $10^{-9} \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-1}$). محورهای افقی و قائم به ترتیب طول و عرض جغرافیایی را نشان می‌دهند.



شکل ۴: تاوایی پتانسیلی لایه دوم به صورت سایه‌روشن (با یکای $2 \times 10^{-9} \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-1}$) همراه با: (الف) بخش متوازن واگرایی با فاصله 10^{-6} s^{-1} ، (ب) بخش نامتوازن واگرایی با فاصله $7 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ ، (ج) بخش متوازن واگرایی شتاب با فاصله $2 \times 10^{-9} \text{ s}^{-2}$ و (د) بخش نامتوازن واگرایی شتاب با فاصله $2 \times 10^{-9} \text{ s}^{-2}$ برای مد کژفشار پس از ۱۷/۲ روز. خطوط توپو و خط چین به ترتیب نشانگر مقادیر مثبت و منفی است. محور های افقی و قائم به ترتیب طول و عرض جغرافیایی را نشان می‌دهند.



شکل ۵: مشابه شکل ۴ اما برای زمان ۱۸/۶ روز.

بسته‌موج اول

بررسی الگوی بخش نامتوازن واگرایی سرعت و واگرایی شتاب در طی تحول شارش تاواری، شروع تشکیل یک مرکز چهارقطبی از بخش نامتوازن واگرایی در پایین دست ناوه در زمان ۱۵/۵ روز را نشان می‌دهد (برای اختصار شکل آن آورده نشده است) که با گذشت زمان مراکز منفی و مثبت در راستای شمال شرق- جنوب غرب و منطبق بر جریان جتی گسترش پیدا می‌کنند. این بسته‌موج پس از ۱۷/۲ روز (شکل ۴) به بیشینه رشد خود می‌رسد و سپس در زمان ۱۸/۶ روز، مقیاس آن به مقیاس شبکه‌ای می‌رسد و با مدل فیلتر می‌شود. موقعیت شکل‌گیری و انتشار این بسته‌موج تقریباً مشابه بسته‌موجی است که ژنگ (۲۰۰۴) در وردسپهر زیرین و در پایین دست ناوه شناسایی کرد و بعداً پلوگونون و اسنایدر (۲۰۰۷) در یک تحقیق عددی با مدل WRF توانستند این بسته‌موج را شبیه‌سازی کنند و آن را بسته‌موج ژنگ نامیدند. بخش متوازن واگرایی سرعت در شکل ۴ الف، نسبت به مقادیر متناظر بخش نامتوازن در شکل ۴ ب خیلی کوچک‌تر است. این شرایط برای بخش‌های متوازن و نامتوازن واگرایی شتاب در شکل‌های ۴ ج و ۴ د صادق است. برای تعیین ویژگی‌های این بسته‌موج، یک نقطه منطبق بر بسته‌موج با مختصات ۴۸ N و ۹۳ E در نظر گرفته، سپس برای این نقطه و چند نقطه اطراف آن نمودار تغییرات بخش نامتوازن واگرایی با زمان و مکان ترسیم می‌شود. در شکل ۶ الف، نمودار تغییرات بخش نامتوازن واگرایی سرعت با زمان برای این بسته‌موج

آورده شده که از روی آن می‌توان دوره تناوبی حدود ۱۴/۴ ساعت و در نتیجه بسامد مطلق این امواج برابر با $\frac{2\pi}{14.4h}$ را به دست آورد. نمودار تغییرات بخش نامتوازن واگرایی سرعت با طول جغرافیایی را در شکل ۷ الف رسم شده است که از روی آن طول موج این بسته‌موج در راستای مداری حدوداً ۹۹۲ km برآورد می‌شود. همچنین برای تعیین طول موج در راستای نصف‌النهار، نمودار تغییرات بخش نامتوازن واگرایی با عرض جغرافیایی را ترسیم کرده (شکل ۷ ب) که طول موج در راستای نصف‌النهاری حدوداً ۲۳۹ km به دست می‌آید. با داشتن اعداد موج و بسامد مطلق این بسته‌موج و استفاده از رابطه پاشندگی محلی امواج گرانی-لختی در فضای مدهای قائم (رابطه ۲۰)، بسامد ذاتی بسته‌موج برابر $f/11.66$ به دست می‌آید که در این جا f پارامتر محلی کوریولیس است. به علاوه، سرعت گروه در راستاهای نصف‌النهاری و مداری به ترتیب برابر 45 ms^{-1} و $10/8 \text{ ms}^{-1}$ محاسبه می‌شود. تندی فاز افقی این بسته‌موج برابر نسبت بسامد ذاتی به عدد موج افقی است که تقریباً $46/\text{ms}^{-1}$ و نزدیک به تندی فاز موج کژفشار است. ویژگی‌های این بسته‌موج در جدول ۱ آورده شده است. با مقایسه ویژگی‌های این بسته‌موج با نتایج تحقیقات عددی مشابه قبلی (برای مثال اسالیون و دانکرتون ۱۹۹۵؛ ژنگ و ونگ ۲۰۰۷؛ پلوگونون و اسنایدر ۲۰۰۷)، دیده می‌شود که بسامد ذاتی این بسته‌موج بزرگ‌تر از بسته‌موج ژنگ است.

جدول ۱. ویژگی‌های دو بسته‌موج به ترتیب از راست به چپ شامل بسامد ذاتی (s^{-1})، طول موج‌های مداری و نصف‌النهاری (km)، سرعت‌های گروه در راستای مداری و نصف‌النهاری (ms^{-1}) و تندی فاز افقی (ms^{-1}).

C_{ph}	C_{gy}	C_{gx}	λ_y	λ_x	$\tilde{\omega}$	
۴۶/۷	۴۵	۱۰/۸	۲۳۹	۹۹۲	$11/66f$	بسته‌موج اول
۴۷/۲	۴۴/۸	۱۴/۳	۲۳۸	۷۴۶	$14/92f$	بسته‌موج دوم

بسته موج دوم

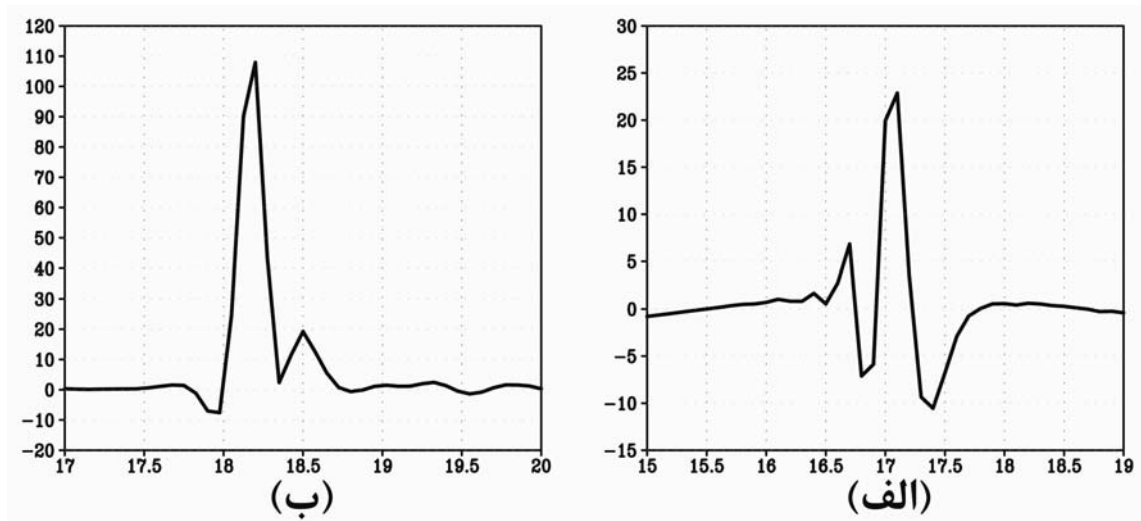
پس از ۱۵/۵ روز و با شکست توازن، شکل گیری بسته موج دوم به صورت یک دوقطبی مثبت و منفی از مقادیر بخش نامتوازن واگرایی سرعت در بالادست ناوه و منطبق بر منطقه جریان جتی آغاز می شود. با گذشت زمان، این بسته موج در راستای شمال غربی - جنوب شرقی گسترش یافته و به سمت عرض های پایین تر منتشر می شود. این بسته موج در زمان ۱۸/۶ روز به بیشینه تکامل خود می رسد (شکل ۵). در شکل های ۵ الف و ۵ ب به ترتیب الگوی بخش های متوازن و نامتوازن واگرایی سرعت رسم شده که برای این حالت نیز نقش اصلی بخش نامتوازن شارش در تعیین چشمه و چگونگی انتشار این امواج دیده می شود. برای تعیین ویژگی های این بسته موج نیز یک نقطه منطبق بر بسته موج با مختصات ۳۷ N و ۵۸ E مشخص کرده که با ترسیم نمودار تغییرات بخش نامتوازن واگرایی سرعت با زمان در شکل ۶ ب، دوره تناوب ۱۲ ساعت و بسامد مطلق $\frac{2\pi}{12h}$ به دست می آید. علاوه بر این، با توجه به نمودار تغییرات بخش نامتوازن واگرایی سرعت با طول جغرافیایی (شکل ۷ ج) و عرض جغرافیایی (شکل ۷ د)، طول موج این بسته موج در راستای نصف النهاری حدود ۲۳۸ km و در راستای مداری حدود ۷۴۶ km محاسبه می شود. بسامد ذاتی این بسته موج با استفاده از رابطه پاشندگی برابر $f = 14/92$ محاسبه می شود. سرعت گروه در راستای نصف النهاری $44/8 \text{ ms}^{-1}$ و در راستای مداری $14/3 \text{ ms}^{-1}$ و تندی فاز افقی برابر ms^{-1} است. ویژگی های این بسته موج در جدول ۱ آورده شده است. این بسته موج نسبت به بسته موج اول بسامد بیشتر و در عین حال ساختار پیچیده تری دارد که بررسی چگونگی انتشار و تعیین ویژگی های آن را از بسته موج اول مشکل تر می کند. موقعیت چشمه تولید این بسته موج مشابه بسته موجی است که پلوگونون و اسنایدر (۲۰۰۷) در شبیه سازی چرخندی موج کژ فشار در بالادست ناوه

شناسایی کردند؛ اما از نظر چگونگی انتشار و ویژگی های آن متفاوت است. در تحقیق پلوگونون و اسنایدر (۲۰۰۷)، بسته موج بالادست ناوه در دو طرف جت در راستای شمال شرق - جنوب غرب منتشر شده و بسامد ذاتی آن برابر $f = 1/44$ است.

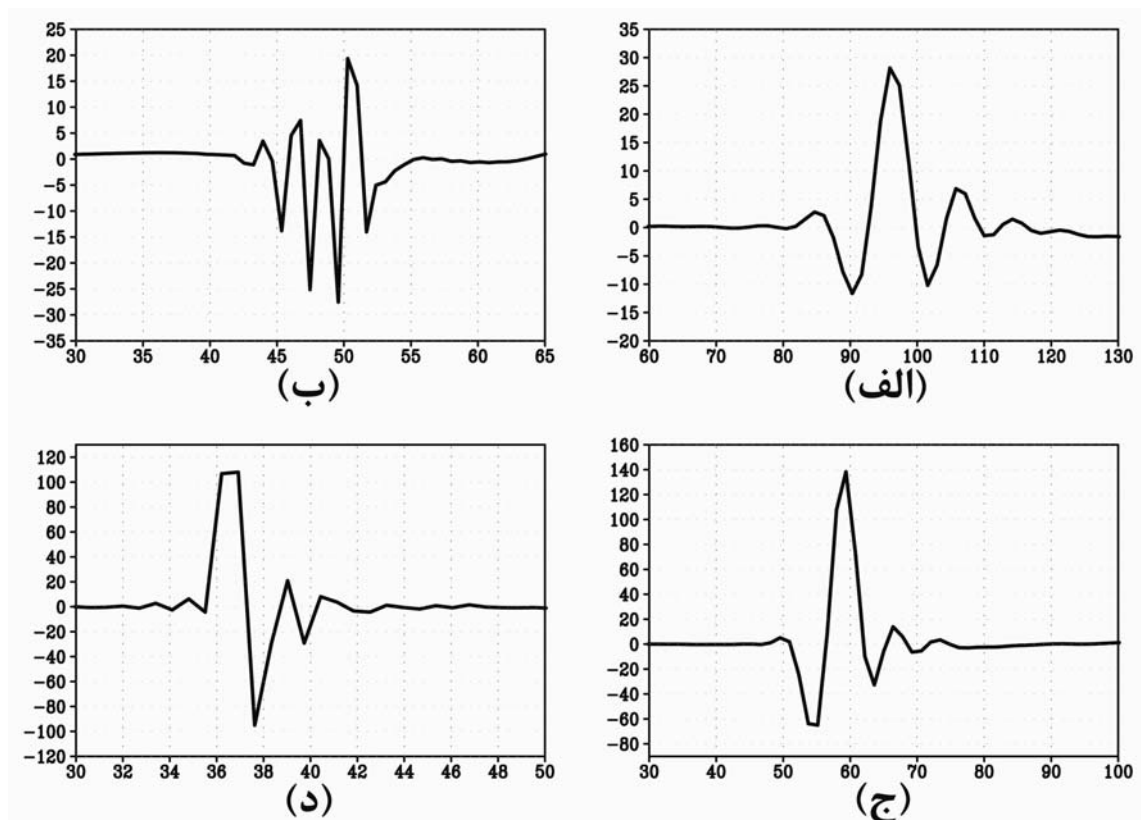
به منظور ارزیابی صحت نتایج به دست آمده برای بسامد ذاتی امواج گرانی - لختی در رابطه پاشندگی می توان از رابطه زیر استفاده کرد:

$$\tilde{\omega} = \omega_a - \mathbf{U} \cdot \mathbf{K} \quad (21)$$

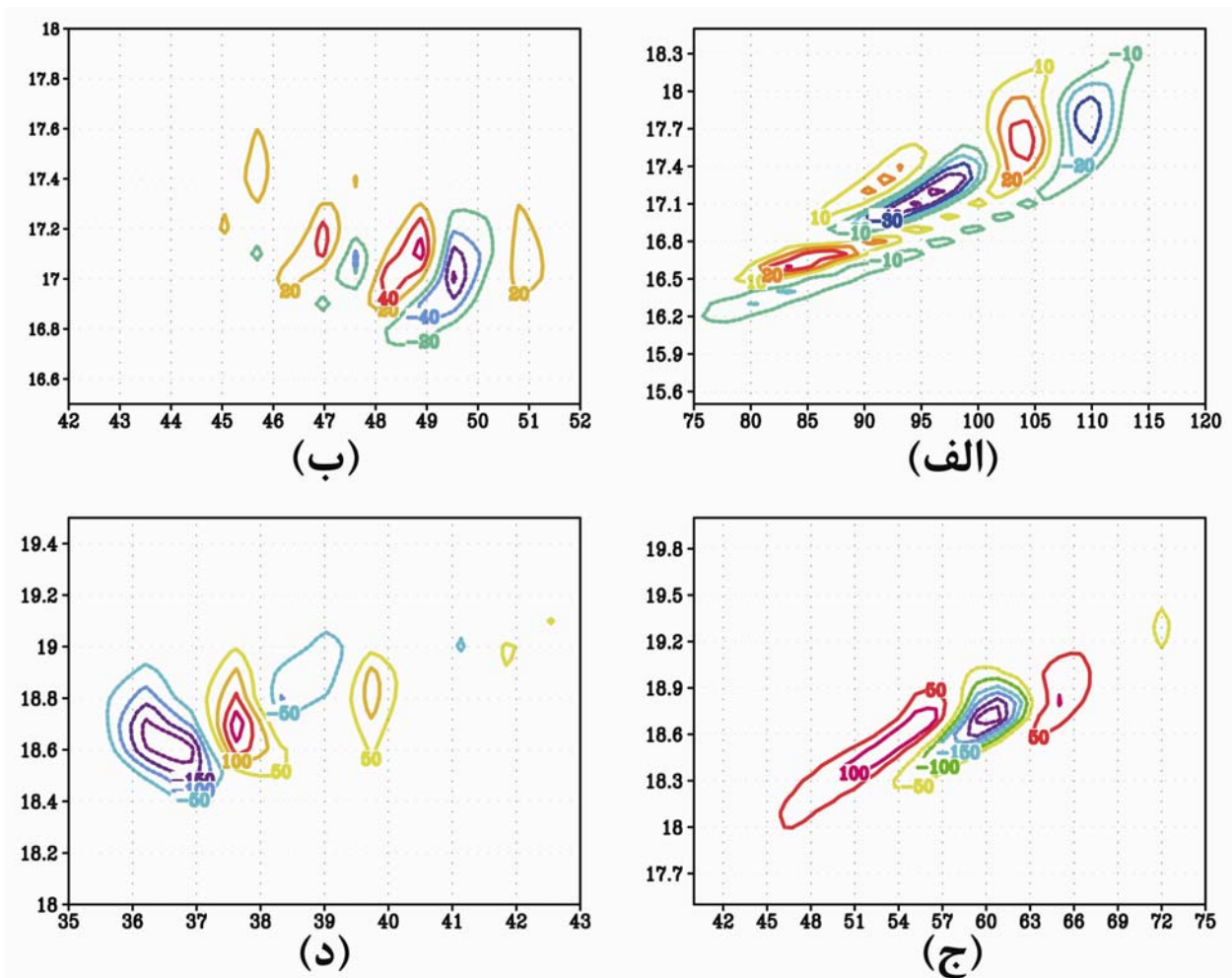
که ω_a بسامد مطلق، \mathbf{U} بردار سرعت و \mathbf{K} بردار عدد موج است. از آنجا که این رابطه فقط برای امواج تخت صادق است، نمی توان آن را در فضای مدهای قائم به کار بست. لذا این رابطه را در فضای فیزیکی و در لایه دوم مورد استفاده قرار می دهیم. برای این کار، به همان روشی که در بخش قبلی به آن اشاره شد، بسامد مطلق و عدد موج در دو راستای نصف النهاری و مداری را تعیین می کنیم. سپس سرعت در نقاط مورد نظر (که قبلاً به آن اشاره شد) را روی هر دو بسته موج استخراج می کنیم و برای تعیین علامت اعداد موج از نمودار هافمولر کمک می گیریم (شکل ۸). نمودار هافمولر برای بسته موج اول در شکل های ۸ الف و ۸ ب و برای بسته موج دوم در شکل های ۸ ج و ۸ د رسم شده است که با توجه به جهت انتشار خطوط فاز در این شکل ها می توان علامت اعداد موج در راستاهای نصف النهاری و مداری را تعیین کرد. بسامد ذاتی به دست آمده از رابطه ۱۸ برای بسته موج های اول و دوم به ترتیب $f = 10/54$ و $f = 17/07$ است که نسبت به نتایج حاصل از رابطه پاشندگی برای بسته موج اول کاهش مقدار و برای بسته موج دوم افزایش مقدار را نشان می دهد. باین حال نتایج هر دو روش به هم نزدیک هستند و این اطمینان را می دهند که برآورد بسامد ذاتی در معادله پاشندگی قابل اعتماد است.



شکل ۶. تغییرات بخش نامتوازن واگرایی (با یکای $10^{-6} s^{-1}$) مُد کُزفشار برحسب زمان (با یکای روز) در موقعیت جغرافیایی: (الف) $48^{\circ} N$ و $93^{\circ} E$ روی بسته‌موج اول و (ب) $37^{\circ} N$ و $58^{\circ} E$ روی بسته‌موج دوم. محور قائم بخش نامتوازن واگرایی مُد کُزفشار و محور افقی زمان را نشان می‌دهد.



شکل ۷. تغییرات بخش نامتوازن واگرایی (با یکای $10^{-6} s^{-1}$) مُد کُزفشار برحسب: (الف) طول جغرافیایی در $48^{\circ} N$ و (ب) عرض جغرافیایی در $93^{\circ} E$ روی بسته‌موج اول، (ج) طول جغرافیایی در $37^{\circ} N$ و (د) عرض جغرافیایی در $58^{\circ} E$ روی بسته‌موج دوم. محور قائم بخش نامتوازن واگرایی مُد کُزفشار و محور افقی در (الف) و (ج) طول جغرافیایی و در (ب) و (د) عرض جغرافیایی را نشان می‌دهد.



شکل ۸. نمودار هافمولر بخش نامتوازن واگرایی لایه دوم در: (الف) ۴۸ N و (ب) ۹۳ E روی بسته‌موج اول، (ج) ۳۷ N و (د) ۵۸ E روی بسته‌موج دوم. محور افقی در (الف) و (ج) طول جغرافیایی و در (ب) و (د) عرض جغرافیایی و محور قائم زمان (با یکای روز) است.

۳-۳ تبدیل فوریه زمان کوتاه

علاوه بر روشی که در بخش قبل برای محاسبه و تحلیل بسامد بسته‌های امواج گرانی-لختی عرضه شد، برای بررسی دقیق‌تر آن می‌توان از روش دیگری با عنوان تبدیل فوریه زمان کوتاه (Short Time Fourier Transform) (تبدیل فوریه پنجره‌ای) استفاده کرد. تبدیل فوریه زمان کوتاه یک روش تحلیل زمان-بسامد برای هر سیگنال است، به این صورت که در حوزه زمان بخش کوچکی از سیگنال برداشته (پنجره) و از آن تبدیل فوریه گرفته می‌شود. با حرکت دادن پنجره در طول سیگنال، می‌توان

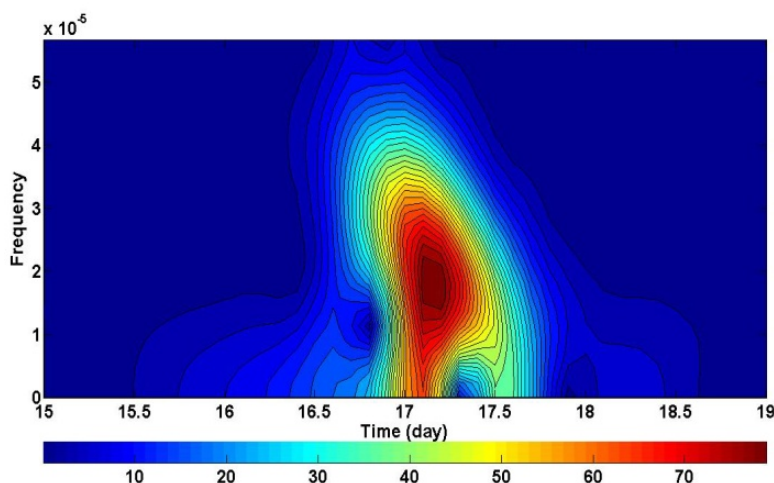
نقشه زمان-بسامد را برای سیگنال رسم کرد. رابطه تبدیل فوریه زمان کوتاه برای حالت پیوسته به صورت زیر بیان می‌شود:

$$Wf(v, t) = \int X(t)g(t-\tau)e^{-j2\pi v\tau} dt \quad (22)$$

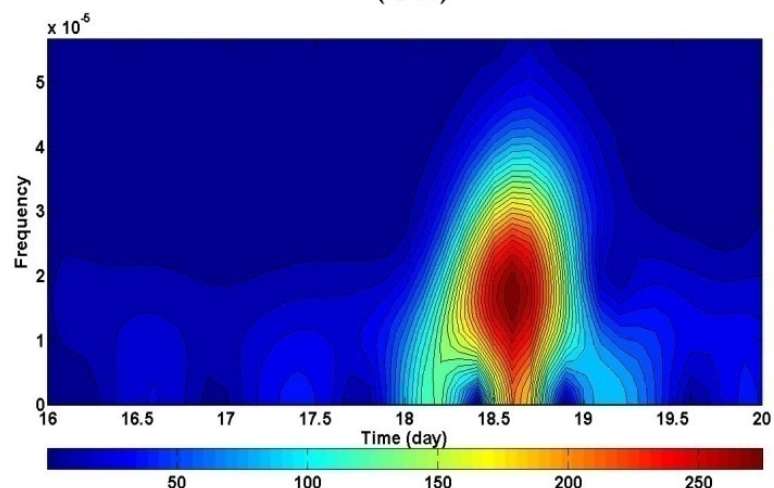
که $f(v, t)$ سیگنال، v بسامد، t زمان و $X(t)$ تابع پنجره متقارن به مرکز τ است که در این مطالعه تابع پنجره گاوسی به کار برده می‌شود. همچنین با توجه به گسسته بودن سیگنال مورد بررسی، باید از شکل گسسته تبدیل فوریه زمان کوتاه استفاده کرد. با اعمال تبدیل

صحت برآورد بسامد مطلق پی‌برد. با توجه به نوع تبدیلی که در اینجا مورد استفاده قرار می‌گیرد، به‌نظر می‌رسد نتیجه حاصل از تبدیل فوریه زمان کوتاه اعتبار بیشتری داشته باشد. مطابق نمودار زمان-بسامد در نقطه $37^{\circ}N$ و E 58 منطبق بر بسته‌موج دوم (شکل ۹ ب)، بیشینه دامنه (V غالب) تقریباً در روز $18/6$ اتفاق می‌افتد که نتایج آورده شده در بخش قبل را تأیید می‌کند. برای این بسته‌موج به علت وجود بسامدهای کم در تعیین بسامد منطبق بر بسته‌موج از فیلتری که بسامدهای خیلی کم را حذف می‌کند، استفاده می‌شود.

فوریه زمان کوتاه به بخش متوازن واگرایی سرعت برای همه نقاط شبکه، می‌توان برای نقاط منطبق بر دو بسته‌موج (که در بخش قبلی به آن اشاره شد) نمودار زمان-بسامد را به‌دست آورد (شکل ۹). شکل ۹ الف برای بسته‌موج اول و در نقطه $48^{\circ}N$ و $93^{\circ}E$ رسم شده است که نشانگر بسامد V غالب (بسامد با بیشینه دامنه) این سیگنال در زمان $17/2$ روز است. با استفاده از V می‌توان بسامد غالب مطلق این بسته‌موج ω_a را تعیین کرد که حدوداً برابر S^{-1} $1/14 \times 10^{-4}$ است و با مقایسه آن با بسامد مطلق به‌دست آمده از روش قبلی ($1/21 \times 10^{-4} S^{-1}$)، می‌توان به



(الف)



(ب)

شکل ۹. نمودار تغییرات بسامد (V) بخش نامتوازن واگرایی با زمان برای لایه دوم در موقعیت جغرافیایی: (الف) $48^{\circ}N$ و $93^{\circ}E$ روی بسته‌موج اول و (ب) $37^{\circ}N$ و $93^{\circ}E$ بر روی بسته‌موج دوم.

۴ نتیجه گیری

در این تحقیق، شبیه‌سازی ایدئالی از چگونگی تحول موج کژفشار در یک مدل دولایه‌ای روی کره صورت گرفته است. از آنجا که در این مدل عددی برای حل معادله تاوایی پتانسیلی از الگوریتم فرابرد پربندی نیمه‌لاگرانژی استفاده می‌شود، این الگوریتم توان دستیابی به تفکیک موثر بسیار بیشتری نسبت به الگوریتم‌های استاندارد همانند الگوریتم طیفی‌وار دارد و دقت بیشتری برای بررسی تولید امواج گرانی-لختی از شارش‌های تاواری به دست می‌دهد. نظر به اینکه شرایط اولیه برای اجرای مدل یک جت کژفشار متوازن است، می‌توان نتیجه گرفت که منشأ تولید خودبه‌خودی این امواج گرانی-لختی، نبود توازن در شرایط اولیه نیست. بررسی الگوی تاوایی پتانسیلی، واگرایی سرعت و واگرایی شتاب نشان می‌دهد که شکست توازن و گسیل خودبه‌خودی امواج گرانی-لختی به میزان محسوسی در شارش تاواری روی می‌دهد.

با توجه به اینکه در بیشتر تحقیقات قبلی، شبیه‌سازی امواج گرانی-لختی، جداسازی بخش نامتوازن (امواج) از بخش متوازن (تاوه) صورت نگرفته است، تجزیه موج-تاوه، تحقیق فعلی را متمایز می‌سازد و این کار با کمک رابطه توازن بولین - چارنی به انجام می‌رسد. نتایج بررسی و مقایسه الگوی بخش‌های متوازن و نامتوازن واگرایی سرعت و واگرایی شتاب، بیانگر اهمیت تجزیه موج-تاوه در تعیین موقعیت چشمه و چگونگی انتشار این امواج است.

در شبیه‌سازی صورت گرفته، دو بسته‌موج گرانی-لختی در طی تحول موج کژفشار شناسایی می‌شود که محل شکل‌گیری بسته‌موج‌های اول و دوم به ترتیب در پایین‌دست و بالادست ناوه است. بررسی ویژگی‌های این دو بسته در جدول ۱ و مقایسه آن با نتایج تحقیقات قبلی نشان می‌دهد که بسامد ذاتی هر دو بسته‌موج، نسبت به نتایج قبلی، مقدار بیشتری دارد. در اینجا لازم به ذکر است

که در یکی از آزمایش‌های ژنگ و ونگ (۲۰۰۷) مربوط به وضعیت با پایداری ایستایی وردسپهری پایین‌تر، مقدار بسامد ذاتی برای بسته‌موج‌های کوتاه برابر با $11f$ ، یعنی نزدیک به مقدار تحقیق فعلی، به دست آمده است. این نتیجه بر قابلیت مدل دولایه‌ای در شبیه‌سازی امواج گرانی-لختی با بسامد زیاد تأکید دارد. موقعیت شکل‌گیری بسته‌موج اول با بسته‌موج ژنگ و بسته‌موج دوم با بسته‌موج شبیه‌سازی شده پلوگونون و اسنایدر (۲۰۰۷) منطبق است. همچنین به نظر می‌رسد راستای انتشار بسته‌موج اول با بسته‌موج ژنگ یکسان است، اما این شرایط بین بسته‌موج دوم و بسته‌موج شبیه‌سازی در مطالعه پلوگونون و اسنایدر (۲۰۰۷) برقرار نیست.

برای تعیین صحت نتایج حاصل از رابطه پاشندگی، از رابطه (۲۱) استفاده می‌شود که برای موج تخت صادق است. از آنجا که در فضای مُدهای قائم ساختار موج تخت نیست، بنابراین از این رابطه در فضای فیزیکی استفاده می‌کنیم. مقادیر بسامد ذاتی به دست آمده از دو رابطه پاشندگی و (۲۱) برای هر یک از دو بسته‌موج به هم نزدیک هستند. این نتیجه به ما اطمینان می‌دهد که بسامد ذاتی حاصل از رابطه پاشندگی از اعتبار لازم برخوردار است. همچنین برای تحلیل بسامدی دقیق‌تر بسته‌موج‌ها، تبدیل فوریه زمان کوتاه به کار می‌رود. تحلیل نتایج نمودار زمان-بسامد برای دو بسته‌موج بیانگر وجود بسامد غالب با بیشینه دامنه در همان روزهای مورد توجه (۱۷/۲ و ۱۸/۶ روز) در روش قبلی است و مقادیر به دست آمده برای بسامد مطلق نیز بسیار به روش مشاهداتی نزدیک است که این بر صحت نتایج در آن روش تأکید دارد.

منابع

- Eckermann, S. D. and Vincent, R. A., 1993, VHF radar observations of gravity-wave production by cold fronts over Southern Australia, *J. Atmos. Sci.*, **50**, 785-806.
- Ford, R., McIntyre, M. E. and Norton, W. A., 2000, Balance and the slow quasimanifold,

- Thomas, L., Worthington, R. M. and McDonald, A. J., 1999, Inertia-gravity waves in the troposphere and lower stratosphere associated with a jet stream exit region, *Ann. Geophys.*, **17**, 115–121.
- Uccellini, L. W. and Koch, S. E., 1987, The synoptic setting and possible source mechanisms for mesoscale gravity wave events, *Mon. Wea. Rev.*, **115**, 721–729.
- Víudez, A. and Dritschel, D. G., 2006, Spontaneous generation of inertia-gravity wave packets by balanced geophysical flows, *J. Fluid Mech.*, **553**, 107–117.
- Wang, S. and Zhang, F., 2007, Sensivity of mesoscale gravity waves to the baroclinicity of jet - front systems. *Mon. Wea. Rev.*, **135**, 670–688.
- Zhang, F., 2004, Generation of mesoscale gravity waves in the upper-tropospheric jet front systems. *J. Atmos.Sci.*, **61**, 440–457.
- Some explicit results, *J. Atmos. Sci.*, **57**, 1236–1254.
- Fritts, D. C. and Nastrom, G. D., 1992, Sources of mesoscale variability of gravity waves, Part II: Frontal, convective, and jet stream excitation, *J. Atmos. Sci.*, **49**, 111–127.
- Griffiths, M. and Reeder, M. J., 1996, Stratospheric inertia-gravity waves generated in a numerical model of frontogenesis, I: Model solutions. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **122**, 1153–1174.
- Guest, F. M., Reeder, M. J., Marks, C. J. and Karoly, D. J., 2000, Inertia gravity waves observed in the lower stratosphere over Macquarie Island, *J. Atmos. Sci.*, **57**, 737–752.
- Mohebalhojeh, A. R., 1999, Balanced and Potential Vorticity Inversion in Models of Atmosphere-Ocean Dynamica, PhD thesis, University of Cambridge.
- Mohebalhojeh, A. R. and Dritschel, D. G., 2000, On the representation of gravity waves in numerical models of the shallow-water equations, *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **126**, 669–688.
- Mohebalhojeh, A. R. and Dritschel, D. G., 2004, Contour-advective semi-lagrangian algorithms for many-layer primitive-equation models, *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.*, **130**, 347–364.
- Mohebalhojeh, A. R. and Dritschel, D. G., 2007, Assessing the numerical accuracy of complex spherical shallow-water flows, *Mon. Wea. Rev.*, **135**, 3876–3894.
- O’Sullivan, D. and Dunkerton, T. J., 1995, Generation of inertia-gravity waves in a simulated life cycle of baroclinic instability, *J. Atmos. Sci.*, **52**, 3695–3716.
- Pavelin, E., Whiteway, J. and Vaughan, G., 2001, Observation of gravity wave generation and breaking in the lowermost stratosphere. *J. Geophys. Res.*, **106** (D6), 5173–5179.
- Plougonven, R., Teitelbaum, H. and Zeitlin, V., 2003, Inertia gravity wave generation by the tropospheric midlatitude jet as given by the Fronts and Atlantic Storm-Track Experiment radio soundings, *J. Geophys. Res.*, **108**, 4686, doi: 10.1029/2003GL017716.
- Plougonven, R. and Snyder, C., 2007, Inertia gravity waves spontaneously generated by jets and fronts, Part I: Different baroclinic life cycles. *J. Atmos. Sci.*, **64**, 2502–2520.
- Snyder, C., Skamarock, W. C. and Rotunno, R., 1993, Frontal dynamics near and following frontal collapse, *J. Atmos. Sci.*, **50**, 3194–3211.