

## ارتقاء تفکیک پذیری نتایج حاصل از برگردان دوبعدی داده‌های مگنتوتلوریک

مجید جمیع<sup>۱\*</sup> و بهروز اسکویی<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup>دانشآموخته کارشناسی ارشد ژئوفیزیک، گروه فیزیک زمین، موسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران، ایران

<sup>۲</sup>استادیار، گروه فیزیک زمین، موسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران، ایران

(دریافت: ۸۹/۷/۲۱ پذیرش نهایی: ۹۱/۴/۱۳)

### چکیده

هدف از این تحقیق ارتقاء تفکیک پذیری نتایج حاصل از برگردان بهروش کمترین مربعات دوبعدی مگنتوتلوریک با استفاده از یک روش هموارسازی جدید است. این روش که متعادل‌سازی فعال نامیده می‌شود تلاش می‌کند تا با متعادل ساختن قیود در برگردان به روش کمترین مربعات با توجه به حساسیت یک مسئله خاص به ارتقا توان تفکیک و پایداری نتایج حاصل از برگردان پپردازد. برای این کار از یک برنامه از پیش نوشته شده در دو محیط برنامه‌نویسی فرتون و متلب استفاده شده است و با ایجاد تغییرات تکمیلی در آن امکان مدل‌سازی داده‌های مگنتوتلوریک و ارزیابی الگوریتم متعادل‌سازی فعال فراهم شده است. با اعمال الگوریتم برگردان داده‌های مصنوعی مگنتوتلوریک برای مدل‌های ساده‌ای از زمین و نیز داده‌های صحراوی و مقایسه نتایج حاصل با نتایج برنامه‌های برگردان موجود، ارزیابی‌های لازم صورت گرفته است. خطای rms و نبود تجانس ناچیز بین داده و مدل به دست آمده از این روش، در مقایسه با نتایج حاصل از روش برگردان مرسوم که از ضربی لاغرانژ ثابت در کل فرایند برگردان استفاده می‌کند، معلوم می‌شود که این روش رهیافتی مفید برای دستیابی به نتایجی با پایداری و تفکیک پذیری بیشتر است.

واژه‌های کلیدی: کمترین مربعات، ضربی لاغرانژ، تفکیک پذیری، پایداری، مگنتوتلوریک

## Enhancing the resolving power of 2D least-squares inversion of magnetotelluric data

Jamie, M.<sup>1</sup> and Oskooi, B.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>M.Sc. in Geophysics, Earth Physics Department, Institute of Geophysics of University of Tehran, Iran  
<sup>2</sup>Assistant Professor, Earth Physics Department, Institute of Geophysics of University of Tehran, Iran

(Received: 13 Oct 2010, Accepted: 03 Jul 2012)

### Abstract

This paper presents results of applying a new approach on 2D inversion of Magnetotelluric (MT) data in order to enhance resolution and stability of the inversion results. Due to non-linearity and limited coverage of data acquisition in an MT field campaign, minimizing the error by linearization of the problem in least squares inversion usually leads to an ill-posed problem. In general, an inverse problem is unstable, ill-posed and is characterized by non-uniqueness (Tikhonov et al., 1998). The concept of ill-posed problems goes back to Hadamard (1923). He defined a problem to be ill-posed if the solution is not unique or if it is not a continuous function of the data i.e., arbitrarily small perturbations in the input data can cause great changes in the solution. Hence, in order to stabilize the problem and come to a stable solution, further information should be incorporated. In order to acquire reasonable geoelectrical models, regularization of the problem by imposing definite constraints is necessary. Determination of a suitable Lagrangian multiplier in order to balance minimization of error and model roughness

could be a useful approach to achieve both the resolution and the stability in inversion.

In order to achieve both the resolution and the stability in least-squares inverse modelling in our study, an intermediate value of the Lagrangian multiplier must be chosen. Too large or small Lagrangian multipliers yield to undesirable effects on resolution and stability. In this paper, the regularization parameter is set by a value from log-linear interpolation (Yi et al., 2003).

$$\log(\lambda_i) = \log(\lambda_{\min}) + \frac{\log(\lambda_{\max}) - \log(\lambda_{\min})}{\log(SP_{\max}) - \log(SP_{\min})} \times \{\log(SP_i) - \log(SP_{\min})\}$$

Where,  $\lambda_{\min}, \lambda_{\max}$  and  $SP_{\min}, SP_{\max}$  are minimum and maximum for Lagrangian multipliers and spread function respectively. The regularization parameter can be set optimally by the spread function  $SP_i$  of the  $i$ th model parameter which is defined by the parameter resolution matrix  $R$ . The spread function shows how much the  $i$ th model parameter is not resolvable and is written as bellow:

$$SP_i = \sum_{j=1}^M \{w_{ij}(1 - S_{ij})R_{ij}\}^2$$

Where,  $M$  is the total number of inversion parameters,  $w_{ij}$  is a weighting factor defined by the spatial distance between the  $i$ th and  $j$ th model parameters, and  $S_{ij}$  is a factor which indicates whether the constraint or regularization is imposed on the  $i$ th parameter and its neighboring parameters. An alternative to varying the Lagrangian multiplier as the iterations proceed is to use the spatially varying Lagrangian multiplier (Sasaki, 1989). Hence, varying the Lagrangian multiplier by trial and error is preferred to get resolution and stability. Small regularization parameters mean higher resolvable inversion blocks in parameter resolution analysis sense (Menke, 1989).

We tested the capability of the Active Constraint Balancing (ACB) approach (Yi et al., 2003) in enhancing the resolving power of least-squares inversion results by applying it on 2D synthetic MT data generated from forward modeling code of Geotools-MT for simple models of the earth and then on the field data. Using ACB approach, the rms error and data misfit is much less than the conventional approach with fixed Lagrangian multiplier, which leads to higher resolving power and the stability of the inversion results. The inversion code which was used in this paper (Lee et al., 2009) consists of finite element for computing 2D MT model responses, and smoothness-constrained least-squares inversion. By comparing the resistivity sections, the anomalous object can be seen much clearer and distinct in the case of ACB approach. This enhancement in the resolution could be well interpreted as the result of using varying Lagrangian multipliers in the smoothness-constrained least-squares inversion using ACB approach.

**Key words:** Least-squares inversion, Lagrangian multiplier, Magnetotelluric, Stability, Resolution, ACB

## ۱ مقدمه

می‌شوند. به دلیل غیرخطی بودن مدل و نیز شکاف موجود به سبب کافی نبودن داده‌های جمع‌آوری شده در طرح‌های ژئوفیزیکی، با یک مسئله بدرفتار مواجه می‌شویم. برای

اکثر روش‌های برگردان ژئوفیزیکی با استفاده از خطی‌سازی مسئله معکوس و سپس کمینه کردن نبود تجانس داده در برگردان به روش کمترین مربعات حل

می‌توانیم به متعادل‌سازی هموارسازی در فرایند برگردان پردازیم. ضرایب متغیر لاغرانژ با استفاده از ماتریس تفکیک‌پذیری و تحلیل از راه تابع پراکنده‌گی باکوس-گیلبرت به دست می‌آیند. این فرایند، متعادل‌سازی فعال استفاده از آین روش می‌توان یک تصویر ارتقایافه از زمین با استفاده از این روش می‌توان یک تصویر ارتقایافه از زمین با استفاده از متعادل‌سازی قیدها به کار رفته در برگردان‌سازی به دست آورد.

## ۲ نظریه روش

**۱-۲ ماتریس قدرت تفکیک و تابع توزیع**  
اکثر مسائل معکوس ژئوفیزیکی با استفاده از روش کمترین مربعات تکراری حاصل می‌شوند. مسئله با خطی‌سازی شروع می‌شود و سعی دارد تا به یک مدل بهینه از زمین دست یابد تا بتواند خطا و یا نبود تجانس داده و مدل را کمینه کرد. می‌دانیم بردار خطا بین داده مشاهده شده و محاسبه شده به صورت زیر تعریف می‌شود (منکه، ۱۹۸۹):

$$e = d \times F(P_0) \quad (1)$$

که در آن،  $d$  داده محاسبه شده و  $F(P_0)$  بیانگر پاسخ مدل برای مدل اولیه  $P_0$  است.

با استفاده از بسط سری‌های تیلور فرمول بالا، می‌توان معادله ماتریسی زیر را به دست آورد (جاپ و ووزوف، ۱۹۷۵) که در آن  $\Delta P$  بردار انحراف از مدل است.

$$e = J \Delta P \quad (2)$$

که در آن،  $J$  مشتق جزئی یا ماتریس ژاکوبی است و به صورت زیر تعریف می‌شود (منکه، ۱۹۸۹):

$$J = \frac{\partial F}{\partial P} \quad (3)$$

معادله (۲) معمولاً بدرفتار است و نوعی از منظم‌سازی مانند قیدهای هموارکننده و یا میرایی به منظور رسیدن به جوابی پایدار موردنیاز است. بی و همکاران (۲۰۰۳)، برای

دستیابی به پایداری و نیز تسريع در سرعت همگرایی، انواع قیدها و هموارسازی مثل قیدهای هموارکننده و یا میرایی (کانستبل و همکاران، ۱۹۸۷؛ ساساکی، ۱۹۸۹) مورد استفاده قرار می‌گیرند. به منظور به دست آوردن تفکیک‌پذیری زیاد و برگردان‌سازی هموار، دقت بسیار زیادی را می‌باید در کمینه کردن خطا در برآش داده و میزان هموارسازی به عمل آورد. در ارتباط با هموارسازی، جاپ و ووزوف (۱۹۷۵)، یک روش برگردان کمترین مربعات به روش قیدهای میرایی را توسعه دادند. نمت و همکاران (۱۹۹۷)، نیز روشی پویا با استفاده از قیدهای هموارکننده برای تحقیقات توموگرافی لرزه‌ای را توسعه دادند. در این دو روش ضریب لاغرانژ با هر تکرار تغییر می‌کند. برخی تحقیقات (دیگروت هیلین و کانستبل، ۱۹۹۰؛ ساساکی، ۱۹۸۹) از یک مدل برگردان مناسب به منظور هموارسازی در تفکیک‌پذیری نتایج حاصل از برگردان استفاده کردند. از پارامتری کردن بلوکی با بلوک‌های در اندازه‌های مختلف به منظور کنترل تفکیک‌پذیری نتایج حاصل از برگردان استفاده شده است. تفکیک‌پذیری و پایداری برگردان مهم‌ترین نتیجه این روش‌ها هستند. در اولین رهیافت با استفاده از تغییر مقدار ضریب لاغرانژ با تکرار، تفکیک‌پذیری با همگرا شدن تکرارها مورد بررسی قرار می‌گیرد. بررسی دوم یعنی پارامتری کردن بلوکی بالاندازه متفاوت بلوک‌ها روش بسیار مفیدی است، زیرا اندازه بلوک‌ها را با استفاده از آنالیز حساسیت به دست می‌آورد و از طرفی آشفتگی‌های کوچک مقدار در زمین را می‌توان در این روش نادیده انگاشت.

در تحقیق پیش رو یک روش جدید در برگردان دو بعدی به روش کمترین مربعات معرفی می‌شود که به تحلیل تفکیک‌پذیری با استفاده از پارامترهای مدل و متعادل‌سازی قیدها می‌پردازد. با معرفی ضریب لاغرانژ در حکم یک متغیر وابسته به مکان در فرایند هموارسازی،

$R$  حاصل ضرب ژاکوبی و ماتریس‌های برگردان کاذب است، می‌توان تشخیص داد که پارامترهای معینی قابل تفکیک هستند یا خیر. اگر یک پارامتر به طور کامل تفکیک شود، بردار سطحی متناظر ماتریس تفکیک می‌باید مقدار واحد را برای آن پارامتر اختیار کند و مقدار صفر در بقیه سطرهای ماتریس تفکیک تولید خواهد شد. از سوی دیگر اگر پارامتری به هیچ وجه تفکیک نشود، بردار سطحی شامل اعداد تصادفی خواهد بود.

برای مشخص کردن تفکیک‌پذیری ازتابع توزیع باکوس-گیلبرت (منکه، ۱۹۸۹)، که به منظور ارزیابی توزیع مکانی بردارهای سطحی ماتریس کیفیت به کار می‌رود، استفاده می‌شود. یک مقدار بزرگ تابع توزیع برای یک پارامتر مشخص بیانگر از بین رفتنهای تفکیک‌پذیری آن پارامتر و یا بر عکس است. این تابع توزیع برای  $\lambda$ -امین پارامتر به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$SP_i = \sum_{j=1}^M \{W_{ij}(1 - S_{ij})R_{ij}\}^2 \quad (10)$$

که در آن،  $N$  تعداد پارامترها و  $W_{ij}$  ضریب وزنی قابل محاسبه از فاصله مکانی بین دو پارامتر  $i$  و  $j$  است. در اینجا  $S_{ij}$  ماتریس مورد استفاده برای هموارسازی در فرایند برگردان است (برای مثال تاثیر قیدهای هموارکننده و یا میرایی).  $S_{ij}$  برابر واحد است هنگامی که  $C_{ij}$  در معادله (۵) غیر صفر باشد و در غیر این صورت برابر صفر خواهد بود.

## ۲-۲ متعادل‌سازی فعال

در مدل‌سازی معکوس سعی می‌کنیم برآورد خوبی از ضریب لاگرانژ داشته باشیم. اما پیدا کردن بهترین ضریب کار ساده‌ای نیست. به لحاظ نظری، مقادیر بزرگ برای ضریب لاگرانژ، قیدهای بیشتری را به جواب اعمال می‌کند و تفکیک‌پذیری ضعیفتری از پارامترها را به دست می‌دهد. از سوی دیگر مقایر کم ضریب لاگرانژ

به دست آوردن بردار انحراف از مدل بهینه  $\Delta P$ ، به کمینه کردن تابع توزیع زیر پرداختند:

$$S = e^T e + \lambda \{(\partial^n \Delta P)^T (\partial^n \Delta P)\} \quad (4)$$

که در آن،  $\lambda$  ضریب لاگرانژ است. اولین عبارت سمت راست معادله (۴) بیان‌کننده کمینه‌سازی خطأ در روش کمترین مربعات است. عبارت دوم وظیفه تلفیق قیدها و هموارسازی را بر عهده دارد (لاین و ترتیل، ۱۹۸۴). اگر  $n$  برابر با صفر باشد، معادله (۴) متناظر با روش مارکووات-لونبرگ است و چنانچه  $n$ ، برابر ۱ و یا ۲ باشد معادله متناظر با برگردان با قیدهای هموار است. یی و همکاران (۲۰۰۳)، با کمینه کردن معادله (۴) با توجه به بردار انحراف از مدل به معادله نرمال زیر رسیدند:

$$[J^T J + \lambda (\partial^n)^T \partial^n] \Delta P = J^T e \quad (5)$$

که در این معادله،  $C$  بیانگر عملگر  $\partial^n$  در معادله (۴) است. بنابراین بردار انحراف از مدل را می‌توان با برگردان ماتریس در برآکت سمت چپ معادله (۵) به صورت زیر به دست آورد:

$$\Delta P = J^{-g} e \quad (6)$$

که در آن،  $J^{-g}$  ماتریس برگردان کاذب است و با معادله زیر تعریف می‌شود (منکه، ۱۹۸۹):

$$J^{-g} = [J^{-g} J + \lambda C^T C]^{-1} J^T \quad (7)$$

ماتریس کیفیت  $R$  (جکسون، ۱۹۷۲ و منکه، ۱۹۸۹) به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$R = J^{-g} J \quad (8)$$

توجه شود که ماتریس کیفیت ممکن است مرتبط با فیلتر میانگین وزنی باشد که روی بردار انحراف از مدل واقعی  $\Delta P_g$  عمل می‌کند و به صورت زیر نشان داده می‌شود:

$$\Delta P = R \Delta P_g \quad (9)$$

که در این رابطه،  $e = J \Delta P_g$ . از آنجا که ماتریس کیفیت

بهینه شده را به صورت زیر نوشت (بی و همکاران، ۲۰۰۳):

$$\Delta P = [J^T J + C^T \Lambda C]^{-1} J^T e \quad (12)$$

متعادل‌سازی فعال روشی برای مشخص کردن ضرایب لاغرانژ متغیر با مکان است. در متعادل‌سازی فعال، ابتدا تابع توزیع ماتریس تفکیک را از راه معادلات (۶) و (۸) با یک مقدار کوچک برای ضریب لاغرانژ (برای مثال ۰,۰۰۵ در معادله (۵) پیدا می‌کنیم. سپس تابع توزیع را به ضرایب لاغرانژ متغیر با مکان محدود شده با مقادیر از پیش تعیین شده تبدیل می‌کنیم. اگر تابع توزیع پارامتر بزرگ باشد (که نشان‌دهنده تفکیک‌پذیری کم است)، متعادل‌سازی فعال مقدار بزرگی را برای ضریب لاغرانژ به آن پارامتر اختصاص می‌دهد و بر عکس. بر طبق توابع توزیع، ضرایب لاغرانژ به صورت خطی در فضای لگاریتمی بین محدوده از پیش انتخاب شده پایین و بالا اختصاص داده می‌شوند. فضای لگاریتمی از آن جهت انتخاب می‌شود که تابع توزیع به صورت لگاریتمی بنا به موقعیت پارامترهای مدل تغییر می‌کند و میزان تفکیک‌پذیری به صورت معکوس با نسبت لگاریتم تابع توزیع ارتباط دارد. تابع زیر ضریب لاغرانژ را براساس تابع توزیع تخصیص می‌دهد (بی و همکاران، ۲۰۰۳):

$$\begin{aligned} & \log(\lambda_i) \\ &= \log(\lambda_{\min}) + \frac{\log(\lambda_{\max}) - \log(\lambda_{\min})}{\log(SP_{\max}) - \log(SP_{\min})} \\ &\quad \times \{\log(SP_i) - \log(SP_{\min})\} \end{aligned} \quad (13)$$

که در آن،  $\lambda_i$  ضریب لاغرانژ برای پارامتر  $i$  و  $SP_i$  تابع توزیع پارامتر  $i$  است.  $\lambda_{\min}$  و  $\lambda_{\max}$  به ترتیب مقادیر کم و زیاد برای ضریب لاغرانژ هستند.  $SP_{\max}$  و  $SP_{\min}$  به ترتیب مقادیر کم و زیاد برای تابع توزیع هستند. می‌باید دقت شود که تابع توزیع برای یک پارامتر خاص باید بین مقادیر  $SP_{\max}$  و  $SP_{\min}$  قرار گیرد. در انتخاب مقادیر زیاد و کم برای تابع توزیع و ضریب لاغرانژ، ضروری است که

بر پایداری برگردان اثر منفی دارد. یک مقدار بینایینی برای ضریب لاغرانژ به منظور دستیابی به تفکیک‌پذیری و پایداری لازم است. این رهیافت این حقیقت را نادیده می‌گیرد که همه پارامترها، تفکیک‌پذیری یکسانی ندارند. برای یک پارامتر غیرقابل تفکیک، در صورتی که ضریب لاغرانژ داده شده خیلی کوچک باشد، تولید جواب‌های پُر خطأ خواهد شد. برای پارامترهای با تفکیک‌پذیری زیاد، تفکیک‌پذیری کاهش یافته و اطلاعات زمین قابل بازیابی نخواهد بود. بنابراین تغییر ضریب لاغرانژ در حین همگرایی معکوس‌سازی برای دستیابی به تفکیک‌پذیری بیشتر و پایداری ترجیح داده می‌شود (جان و ووزوف، ۱۹۷۵؛ نمت و همکاران، ۱۹۹۷). لذا این روش در مقایسه با حالتی که یک مقدار ثابت برای ضریب لاغرانژ در برگردان به کار می‌رود دقیق‌تر است. یک رهیافت به منظور استفاده از ضریب لاغرانژ متغیر با تکرار در فرایند برگردان، استفاده از ضریب لاغرانژ متغیر با مکان است (ساساکی، ۱۹۸۹)، که این روش با آزمون و خطأ قابل حصول است. برای مثال در روش ژئوفیزیکی مقاومت ویژه، پارامترهای واقع در نقاط دور از محل اندازه گیری باید در حکم مکان‌هایی با تفکیک‌پذیری کم در نظر گرفته شوند و بر عکس. مقادیر بزرگ ضریب لاغرانژ برای نقاط با تفکیک‌پذیری کم تخصیص داده می‌شود و مقادیر پایین‌تر ضریب لاغرانژ برای نقاط با تفکیک‌پذیری زیاد. این نظر با تعریف ضریب لاغرانژ  $\lambda$  در معادله (۴) بهمنزله متغیر مکانی  $(z, x, y)$  قابل تعمیم خواهد بود. در این صورت تابع توزیع در معادله (۴) را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کردند:

$$S = (e - J \Delta P)^T (e - J \Delta P) \quad (11)$$

$$+ \{(C \Delta P)^T \Lambda (C \Delta P)\}$$

که در آن،  $\Lambda = diag(\lambda_i)$  و  $\lambda_i$  را می‌توان به صورت  $\lambda_i(x_i, y_i, z_i)$  نوشت، که تابعی از متغیرهای مکانی  $x$  و  $y$  و  $z$  است. در این صورت می‌توان انحراف از مدل

Hz تولید شده‌اند. فاصله ایستگاه‌های MT از یکدیگر حدود ۱۱۰۰ متر است. تعداد بلوک‌های به کار رفته در برگردان در راستای X و Z به ترتیب برابر ۴۵ و ۱۵ است. نتایج حاصل از برگردان داده‌های مصنوعی برای مدل TE (شکل ۱-ب)، مدل TM (شکل ۱-پ) و ترکیب دو مدل TE و TM (شکل ۱-ت) از راه برنامه نشان داده شده‌اند.

شکل ۲، نتایج حاصل از برگردان داده‌های مصنوعی برای مدل TM را بعد از اعمال رهیافت متعادل‌سازی فعال بر فرایند برگردان نشان می‌دهد. شکل ۲-ب نشان‌دهنده مقطع مقاومت ویژه برگردان شده با استفاده از روش مرسوم با ضربی لاغرانژ ثابت ۲ است. شکل ۲-پ و ت، مقاطع مقاومت ویژه برگردان شده بعد از اعمال رهیافت متعادل‌سازی فعال را نشان می‌دهد. در شکل ۲-پ، ضربی لاغرانژ بیشینه ۸ با فاصله گام ۵، خطای فاصله گام ۱، خطای rms = ۰،۰۰۳۶ و نبود تجانس داده ۰،۰۰۳rms و در حالی که با استفاده از ضربی لاغرانژ بیشینه ۸ و فاصله گام ۱، خطای rms = ۰،۰۰۰۸ و نبود تجانس داده ۰،۰۰۱۷ به دست می‌آید (شکل ۲-ت) که بهینه‌ترین مدل به دست آمده با آزمون و خطای است که بیشترین تفکیک‌پذیری را در مقایسه با سایر مدل‌های برگردان شده دارد. همان‌طور که قبلاً توضیح داده شد، ضربی لاغرانژ (۲) در حکم یک متعادل‌ساز به‌منظور کمینه کردن نبود تجانس نرم داده و مدل عمل می‌کند. مقادیر بزرگ ضربی لاغرانژ سبب کاهش نبود تجانس داده و مدل و در نتیجه تولید مدلی هموارتر می‌شود. در حالت عکس، هنگامی که  $0 \rightarrow 2$ ، مسئله معکوس به یک مسئله کمترین مربعات بدرفتار نزدیک می‌شود که در نتیجه ایجاد مدلی غیرقابل قبول می‌کند (پارکر، ۱۹۸۰).

مقایسه مدل خام حاصل از داده‌های مصنوعی با پاسخ مدل پیش‌بینی شده با برنامه برای مقاومت ویژه و فاز مدل TM در شکل ۳ آورده شده است. شکل‌های ۳-الف و ۳-پ، به ترتیب مدل خام برای مقاومت ویژه و فاز هستند

ضریب لاغرانژ و تابع توزیع به‌دقیق بررسی شود. تغییرات تابع توزیع می‌باید بین دو حد بیشینه و کمینه تعیین شده برای تابع توزیع باشد.

برای مقادیر زیاد و کم ضربی لاغرانژ نیز دو مقدار کمینه و بیشینه در نظر می‌گیریم. براساس مقادیر تخصیص داده شده برای حدود بالا و پایین تابع توزیع و ضربی لاغرانژ می‌توان توزیع ضربی لاغرانژ را به صورت خودکار در فضای یک، دو و سه‌بعدی عملی ساخت. رهیافت متعادل‌سازی فعال مشابه روش پارامتری کردن بلوکی با مقادیر متغیر در برگردان غیرخطی است. در روش پارامتری کردن بلوکی، اندازه بلوک‌ها ثابت نیست و براساس تفکیک‌پذیری پارامترها تغییر می‌کند. اگرچه این روش قادر است تفکیک‌پذیری متغیر پارامترها را در نظر بگیرد، قادر به در نظر گرفتن شرایط ایجاد شده در طی فرایند برگردان با تکرار نیست. بنابراین روش متعادل‌سازی فعال برای توزیع ضرایب لاغرانژ از راه تابع توزیع به کار گرفته می‌شود. از سوی دیگر رهیافت متعادل‌سازی فعال قادر است خصیصه‌های مدل و داده را در فرایند برگردان نشان دهد. این ویژگی‌ها به آسانی قابل درک هستند زیرا تابع توزیع از ژاکوبی بهره می‌گیرد که واپسی به ویژگی‌های پارامترهای مدل و داده است.

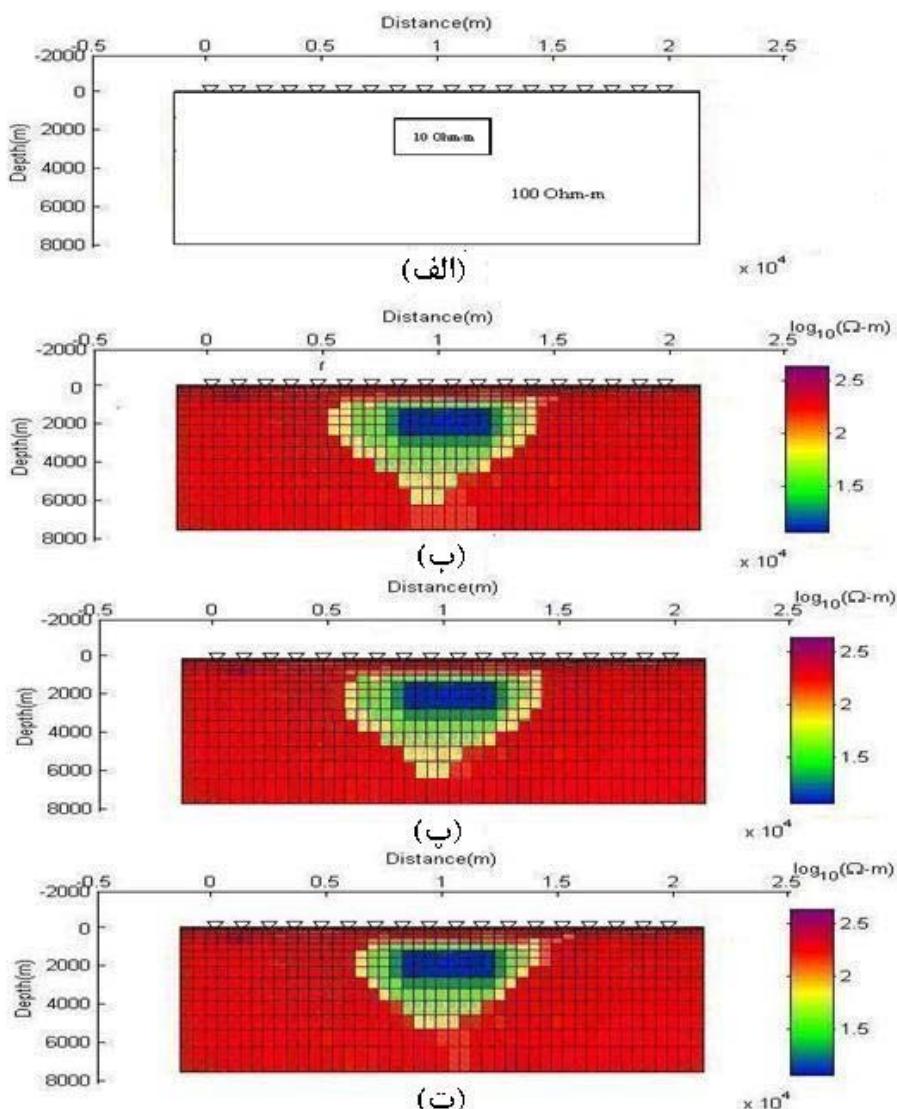
### ۳ مثال‌های عددی

#### ۱-۳ برگردان داده‌های مصنوعی

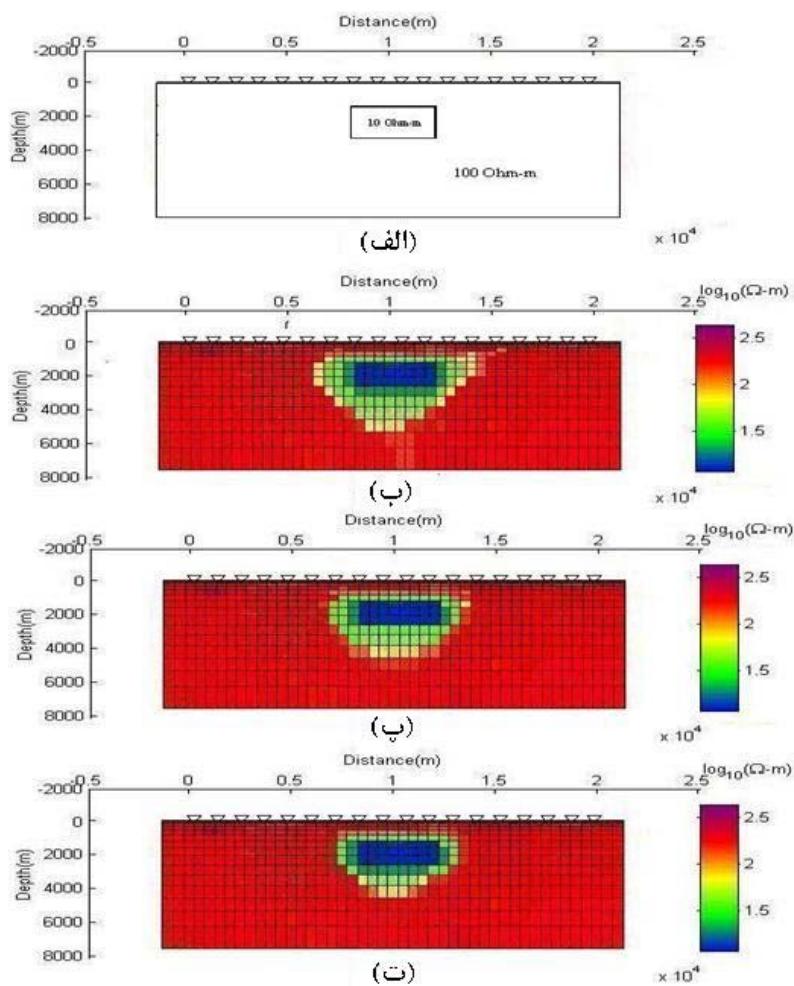
شکل ۱، نتایج حاصل از برگردان داده‌های مصنوعی برای مدلی (شکل ۱-الف) شامل یک مستطیل با مقاومت ویژه ۵ اهم‌متر را در نیم فضای ۱۰۰ اهم‌متر نشان می‌دهد (جمعی و اسکویی، ۲۰۱۰). داده‌های مصنوعی با استفاده از کد GEOTOOLS- RRI نرم‌افزار (بوکر و اسمیت، ۱۹۹۳) برای یک نیم‌رخ شرقی- غربی به طول ۲۰ کیلومتر شامل ۱۸ ایستگاه MT با استفاده از ۲۸ بسامد در محدوده بسامدی بین ۰.۰۰۱ تا ۱۰۰۰ Hz

پایداری فرایند برگردان و نیز کاهش نبود تجانس بین مدل مشاهده شده و پیش‌بینی شده با برنامه و لذا حصول مدلی با تفکیک پذیری بیشتر قابل مشاهده است. مقاطع مقاومت ویژه برگردان شده با کد برگردان دو بعدی RRI نرم افزار تجاری GEOTOOLS-MT برای مدل مصنوعی عرضه شده در شکل ۱-الف با استفاده از نرم دو و نرم یک به ترتیب در شکل های ۵ و ۶ نشان داده شده‌اند.

و شکل های ۳-ب و ۳-ت به ترتیب مدل پیش‌بینی شده با برنامه برای مقاومت ویژه و فاز را نشان می‌دهند. نتایج حاصل بعد از اعمال متعادل سازی فعال بر فرایند برگردان مدل TM به منظور مقایسه مدل خام حاصل از داده های مصنوعی با پاسخ مدل پیش‌بینی شده با برنامه در شکل ۴ آورده شده‌اند. با مقایسه نتایج حاصل در شکل های ۳ و ۴ به راحتی تاثیر اعمال الگوریتم متعادل سازی فعال بر افزایش



شکل ۱. نتایج حاصل از برگردان داده های مصنوعی با ۵٪ نویه تصادفی گاوی برای، (الف) مدلی شامل یک مستطیل با مقاومت ویژه ۵ اهم متر در نیم فضای ۱۰۰ اهم متر، مشابه مدل به کار رفته در جمیع و اسکویی (۲۰۱۰)، نتایج حاصل از برگردان داده های مصنوعی برای، (ب) مدل TM، (پ) مدل TE و (ت) ترکیب دو مدل TE و TM.



شکل ۲. نتایج حاصل از برگردان داده‌های مصنوعی ترکیب دو مد TE و TM با ۰.۵٪ نویه تصادفی گاووسی برای مدل به کار رفته در شکل (۱-الف) برای، (ب) و (پ) و (ت) مقاطع مقاومت ویژه برگردان شده بعد از اعمال رهیافت معادلسازی فعال را نشان می‌دهند.

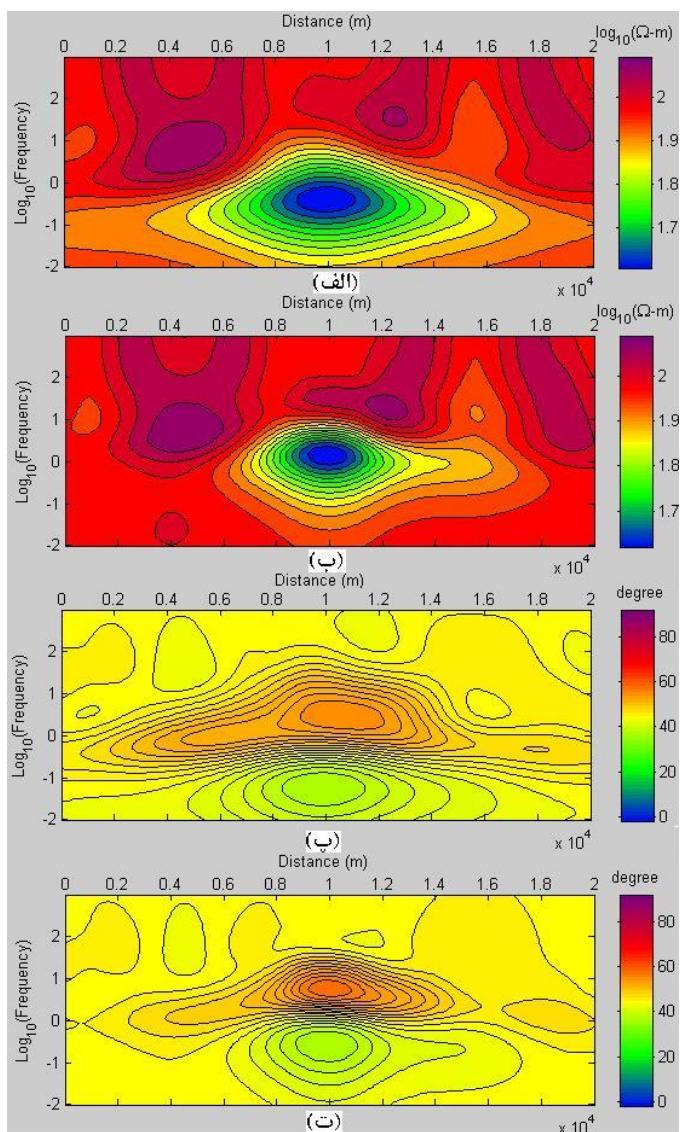
هدف بررسی منطقه از نظر لایه‌های رسانا که ممکن است حاوی آب شور و به احتمال زیاد ترکیبات یددار باشند، صورت گرفته است. برای سنجش اعتبار برنامه و نیز الگوریتم معادلسازی فعال، داده‌های برداشت شده حاصل از ۱۷ ایستگاه با فاصله ۱۰۰۰ متر از یکدیگر واقع بر یک نیم‌رخ غربی-شرقی به طول ۱۷ کیلومتر مورد استفاده قرار گرفته است. داده برداری برای مدن TE با تعداد ۲۸ بسامد صورت گرفته است. بسامدهای مورد استفاده بر حسب هرتز عبارت‌اند از: ۰،۰۱۵۶۰، ۰،۰۲۱۰، ۰،۰۲۲۱۰،

### ۲-۳ اعمال برنامه بر داده‌های واقعی

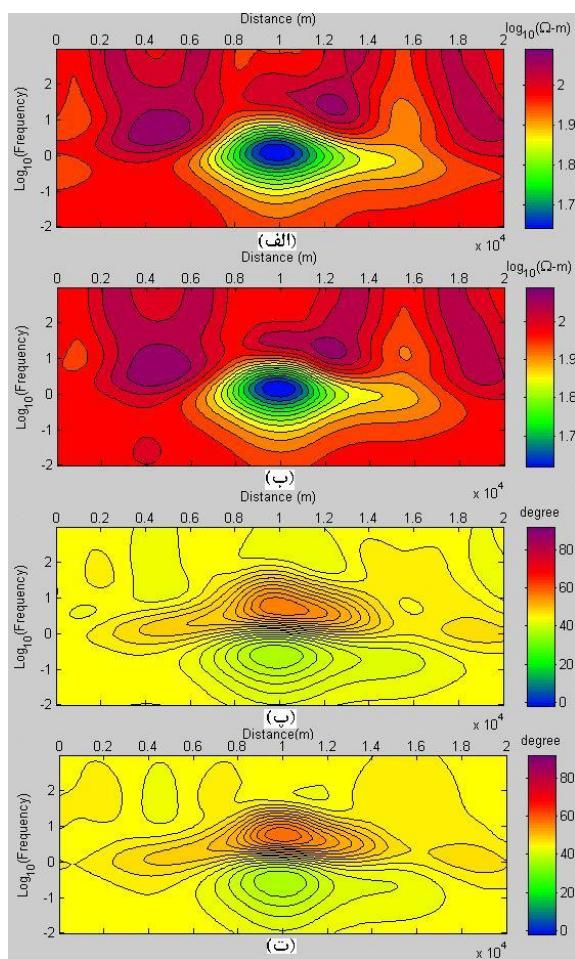
به‌منظور سنجش نتایج برگردان حاصل از اعمال برنامه، بعد از اعمال آن بر داده‌های ژئوفیزیکی صحراوی دوبعدی، نتایج به‌دست آمده با نتایج به‌دست آمده از برنامه برگردان REBOCC (سیرپنواراپورن و اگبرت، ۲۰۰۰) مقایسه شده‌اند. داده‌ها صحراوی مورد استفاده در این تحقیق، داده‌های MT دوبعدی برداشت شده از منطقه اینچه‌برون استان گلستان واقع در ۸۰ کیلومتری شمال شهر گرگان است که به‌منظور بررسی الکتریکی لایه‌های زیرسطحی با

نتایج برگردان مد TE، با استفاده از برنامه مورد استفاده است. شکل ۷-الف مقطع مقاومت ویژه برگردان شده را با استفاده از روش مرسوم و با ضریب لاغرانژ ثابت ۲ نشان می دهد. شکل ۷-ب نتایج حاصل بعد از اعمال الگوریتم متعادل سازی فعال با ضریب لاغرانژ ۶ و طول گام  $2 \times 10^4$  rms و نبود تجانس داده که خطای  $18\%$  را نشان می دهد که دست می دهد.

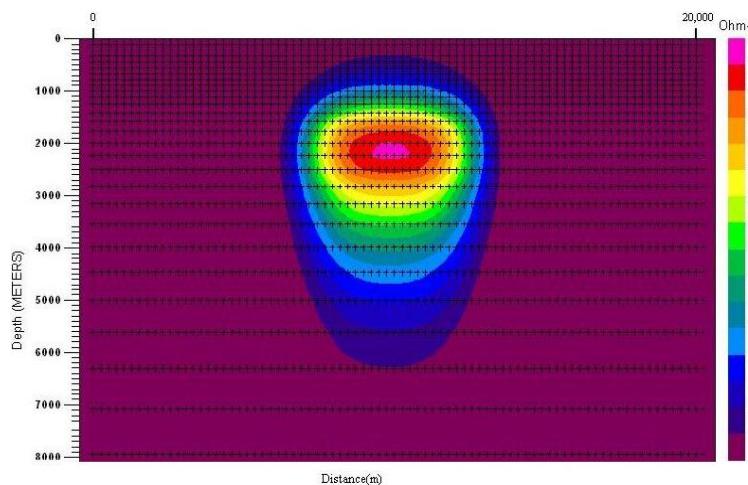
۰,۰۳۱۲۰  
۰,۰۴۴۲۰  
۰,۰۶۲۵۰  
۰,۰۸۸۴۰  
۰,۱۲۵۰۰  
۰,۱۷۶۸۰  
۰,۲۵۰۰۰  
۰,۳۵۳۶۰  
۰,۵۰۰۰۰  
۱,۴۱۴۲۰  
۱,۴۱۴۲۰  
۲,۰۰۰۰۰  
۲,۸۲۸۱۰  
۴,۰۰۰۰۰  
۶,۰۰۰۰۰  
۱۱,۳۱۳۵۰  
۱۱,۳۱۳۵۰  
۲۲,۶۲۹۶۰  
۵,۶۵۶۱۰  
۹۰,۵۷۹۷۰  
۳۲,۰۰۰۰۰  
۴۵,۲۴۸۹۰  
۶۳,۹۷۹۵۰  
۱۲۷,۹۹۱۰۰  
۱۸۱,۰۲۸۰۰  
نیازی به در نظر گرفتن توپوگرافی در برگردان نیست. شکل ۷-الف، ۷-ب و ۷-پ) نشان دهنده



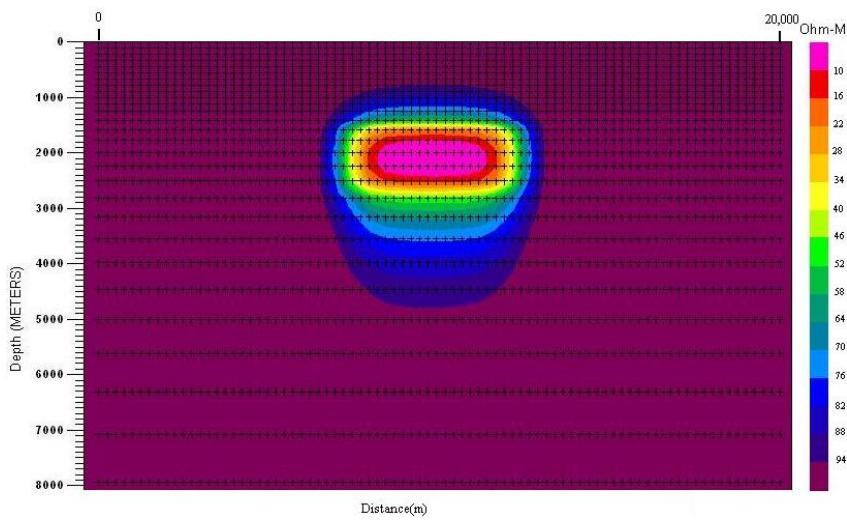
شکل ۳. مقایسه مدل خام حاصل از داده های مصنوعی با پاسخ مدل پیش بینی شده با برنامه برای مقاومت ویژه و فاز برای ترکیب دو مدل TE و TM (الف) و (پ) به ترتیب مدل خام برای مقاومت ویژه و فاز هستند و (ب) و (ت) به ترتیب مدل پیش بینی شده با برنامه برای مقاومت ویژه و فاز را نشان می دهند.



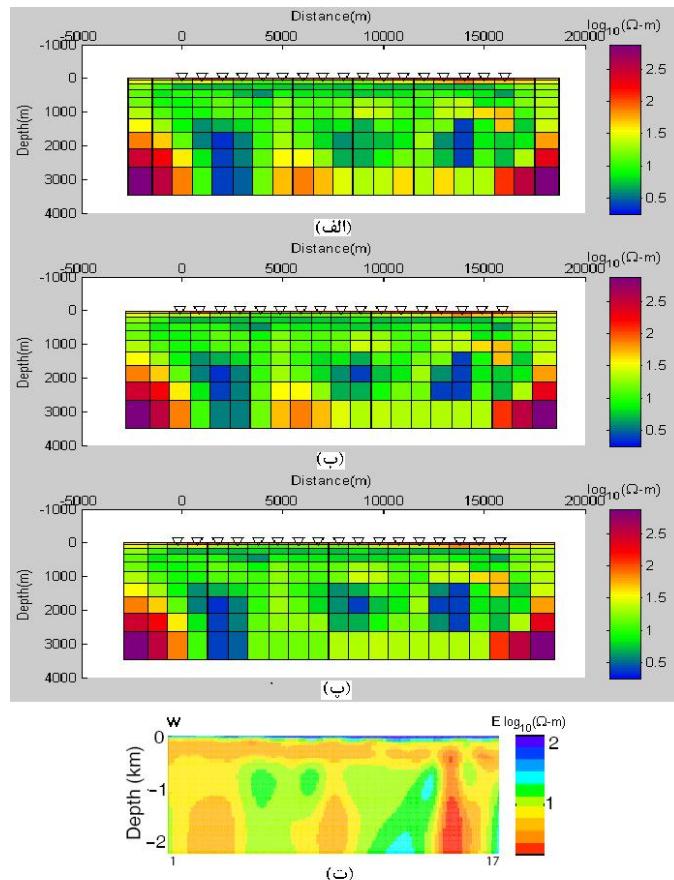
شکل ۴. مقایسه مدل خام حاصل از داده های مصنوعی با پاسخ مدل پیش‌بینی شده با برنامه برای مقاومت ویژه و فاز برای ترکیب دو مدل TE و TM بعد از اعمال الگوریتم متعادلسازی غال بر فرایند برگردان (الف) و (ب) بهترین مدل خام برای مقاومت ویژه و فاز هستند و (ب) و (ت) بهترین مدل پیش‌بینی شده با برنامه برای مقاومت ویژه و فاز را نشان می‌دهند.



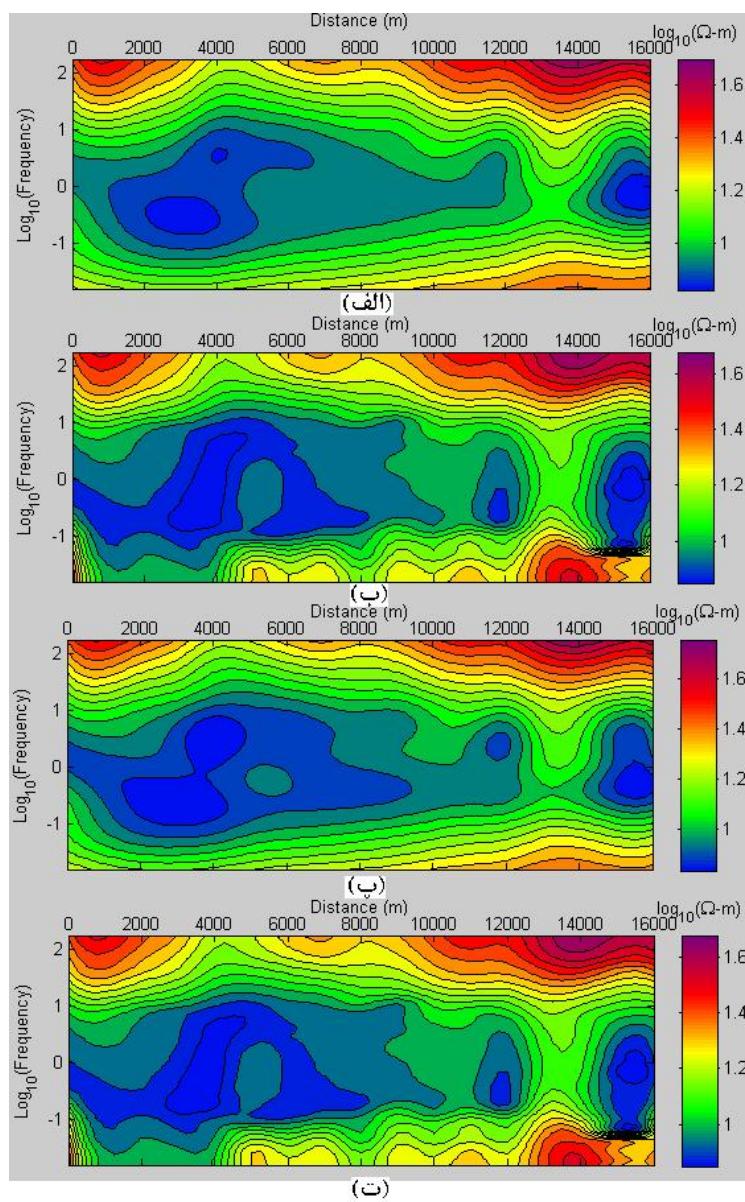
شکل ۵. مقطع مقاومت ویژه برگردان شده با کد برگردان RRI نرم افزار تجاری GEOTOOLS-MT برای مدل مصنوعی داده شده در شکل ۱-الف با استفاده از نرم دو.



شکل ۶. مقطع مقاومت ویژه برگردان شده با کد برگردان RRI نرم افزار تجاری GEOTOOLS-MT برای مدل مصنوعی عرضه شده در شکل ۱-الف با استفاده از نرم یک.



شکل ۷. مقایسه نتایج برگردان داده های صحرابی مد TE با استفاده از برنامه مورد استفاده برای (الف) روش مرسوم با ضرب لاگرانژ ثابت، (ب) بعد از اعمال الگوریتم متعادلسازی فعال با ضرب لاگرانژ ۶ و طول گام ۰,۲ و (پ) بعد از اعمال الگوریتم متعادلسازی فعال با ضرب لاگرانژ ۸ و طول گام ۰,۴، با نتیجه برگردان این داده ها با استفاده از برنامه REBOCC (مقطع شکل ۷-ت از اسکویی، ۱۳۸۹ اقتباس شده است).



شکل ۸ مقایسه مدل خام حاصل از داده‌های واقعی با پاسخ مدل محاسبه شده توسط برنامه برای مقاومت ویژه مد TE قبل از إعمال الگوریتم متعادل‌سازی فعال با ضریب لاگرانژ ثابت ۲ برای (الف) مدل خام حاصل از داده‌های مصنوعی و (ب) پاسخ مدل محاسبه شده توسط برنامه. پاسخ مدل محاسبه شده توسط برنامه برای مقاومت ویژه مد TE بعد از إعمال الگوریتم متعادل‌سازی فعال با ضریب لاگرانژ ۸ و طول گام ۰,۴، برای (پ) مدل خام حاصل از داده‌های مصنوعی و (ت) پاسخ مدل محاسبه شده توسط برنامه.

إعمال الگوریتم متعادل‌سازی فعال بر افزایش پایداری فرایند برگردان و نیز کاهش فقدان تجانس بین مدل مشاهده شده و پیش‌بینی شده با برنامه و لذا حصول مدلی با تفکیک‌پذیری بیشتر قابل مشاهده است.

شکل ۸ مقایسه مدل خام حاصل از داده‌های مصنوعی

شکل ۷-پ که بهینه‌ترین مقطع به دست آمده از نظر تفکیک‌پذیری است، بعد از إعمال الگوریتم متعادل‌سازی فعال با ضریب لاگرانژ ۸ و طول گام ۰,۴، منجر به خطای rms = ۰,۰۳۸ نبود تجانس داده ۰,۰۰۳۸ می‌شود. با مقایسه نتایج حاصل در اشکال ۷-ب و ۷-پ، به راحتی تأثیر

بر داده های دو بعدی مغنتوتلوریک برداشت شده به منظور پی جویی ید از دشت گلستان، مورد ارزیابی قرار گرفت. داده های مورد استفاده داده های حاصل از ۱۷ ایستگاه به فاصله ۱۰۰۰ متر از یکدیگر در امتداد یک نیم رخ غربی - شرقی است. مقاطع برگردان شده، سه زون حاوی آب شور را در اعمق بین ۱۳۰۰ تا ۲۰۰۰ متری نشان می دهند که انطباق قابل قبولی با نتایج بدست آمده از برنامه REBOCC دارد. بعد از اعمال الگوریتم متعادل سازی فعال برگردان داده های صحرایی، معلوم می شود که این روش رهیافتی بسیار مفید برای دستیابی به نتایجی با پایداری و تفکیک پذیری بیشتر است.

### تشکر و قدردانی

در پایان لازم می دانیم از حمایت مالی معاونت پژوهش و توسعه شرکت ملی نفت ایران در جهت به انجام رسیدن این تحقیق تقدیر و تشکر کنیم.

### منابع

اسکوویی، ب، ۱۳۸۹، گزارش تحقیقات ژئوفیزیکی روش MT با هدف اکتشاف منابع آب های زیرزمینی عمیق حاوی ید در منطقه شمال استان گلستان، گزارش موسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران به سازمان زمین شناسی.

Booker, J. R. and Smith, J. T., 1993, Rapid two-dimensional inversion of COPROD2 data, *J. Geomag. Geoelec.*, **45**, 1073-108.

Constable, S. C., Parker, R. L. and Constable, C. G., 1987, Occam's inversion: a practical algorithm for generating smooth models from EM sounding data, *Geophysics*, **52**, 289-300.

deGroot- Hedlin, C. and Constable, S., 1990, Occam's inversion to generate smooth, two-dimensional models from magnetotelluric data, *Geophysics*, **55**, 1613-1624.

Jamie, M. and Oskooi, B., 2010, Enhancing the resolution power of leastsquares inversion results of 2-D magnetotelluric data, *Near Surface 2010*, EAGE, Zurich.

با پاسخ مدل پیش بینی شده با برنامه برای مقاومت ویژه قبل و بعد از اعمال الگوریتم متعادل سازی فعال را نشان می دهد. بعد از اعمال الگوریتم متعادل سازی فعال، با کاهش نبود تجانس بین داده مشاهده شده و برآورد شده با برنامه، مدلی قابل قبول تر حاصل شده است. نتایج حاصل از برگردان داده های صحرایی با استفاده از برنامه REBOCC در شکل ۷-ت نشان داده شده است. نتایج حاصل از برگردان با برنامه در تطابق بسیار خوبی با نتایج حاصل از برنامه REBOCC هستند که این نشان دهنده اعتبار برنامه برای برگردان داده های صحرایی است.

### ۵ نتیجه گیری

در این تحقیق، رهیافت متعادل سازی فعال معرفی شده است که در آن ضریب لاگرانژ در حکم متغیر مکانی برای افزایش تفکیک پذیری نتایج حاصل از برگردان دو بعدی به روش کمترین مربعات مورد استفاده قرار می گیرد. تاثیر این روش در افزایش تفکیک پذیری از راه ماتریس تفکیک و تابع پخش مورد ارزیابی قرار گرفته است و ضرایب لاگرانژ بهینه با توزیع مکانی به منظور افزایش تفکیک پذیری در نتایج حاصل از برگردان تعیین و مورد استفاده قرار گرفته اند. نتایج حاصل از اعمال رهیافت متعادل سازی فعال روی داده های مصنوعی مغنتوتلوریک برای مدل ساده ای از زمین با یک جسم رسانای مستطیل شکل با مقاومت ویژه ۱۰ اهم متر واقع در مرکز یک نیم فضای با مقاومت ویژه ۱۰۰ اهم متر و برای مدل TE و TM ترکیب این دو مدل در مقایسه با روش مرسوم که از ضریب لاگرانژ ثابت در کل فرایند برگردان استفاده می کند، دارای خطای rms کمتر و نبود تجانس کمتری بین داده و مدل هستند. در نتیجه مدل بدست آمده واقعی تر است و تفکیک پذیری بیشتری دارد. از سوی دیگر توانایی الگوریتم متعادل سازی فعال در ارتقاء تفکیک پذیری و پایداری داده های صحرایی، با اعمال آن

- electromagnetic induction: Existence and construction of solutions based on incomplete data, *J. Geophys. Res.*, **85**(B8), 4421-4428.
- Sasaki, Y., 1989, Two-dimensional joint inversion of magnetotelluric and dipole-dipole resistivity data, *Geophysics*, **54**, 254-262.
- Siripunvaraporn, W. and Egbert, G., 2000, An efficient data-subspace inversion method for 2D magnetotelluric data, *Geophysics*, **65**, 791-803.
- Yi, M. J., Kim, J. H. and Chung, S. H., 2003, Enhancing the resolving power of least-squares inversion with active constraint balancing, *Geophysics*, **68**, 931-941.
- Jupp, D. L. and Vozoff, K., 1975, Stable iterative methods for the inversion of geophysical data, *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.*, **42**, 67-72.
- Lines, L. R. and Treitel, S., 1984, Review of least-squares inversion and its application to geophysical problems, *Geophys. Prosp.*, **32**, 159-186.
- Menke, W., 1989, *Geophysical data analysis discrete inverse theory*, reviseded, Academic Press Inc, San Diego, CA, 289pp.
- Nemeth, T., Normark, E. and Qin, F., 1997, Dynamic smoothing in crosswell travelttime tomography, *Geophysics*, **62**, 168-176.
- Parker, R. L., 1980, The inverse problem of