

# برآورد زمان رسید نسبی فازهای متفاوت امواج زلزله با استفاده از روش منظم‌سازی (Total variation) تغییر کلی

فاطمه روستائی<sup>۱</sup>، علی غلامی<sup>۲\*</sup> و احمد سدید خوی<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup> دانش‌آموخته ژئوفیزیک، گروه فیزیک زمین، موسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران، ایران  
<sup>۲</sup> استادیار، گروه فیزیک زمین، موسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران، ایران  
<sup>۳</sup> استادیار، گروه فیزیک زمین، موسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران، ایران

(دریافت: ۹۱/۱۲/۲، پذیرش نهایی: ۹۲/۲/۲۴)

## چکیده

در این مقاله یک الگوریتم واهمامیخت کور با استفاده از روش منظم‌سازی تغییر کلی (TV)، به منظور خوانش بسیار دقیق‌تر زمان رسید نسبی فازهای متفاوت امواج زلزله به کار گرفته شده است. در این روش اثر چشمه و تضعیف به صورت تابعی گاوسی در نظر گرفته شده و همراه با زمان رسید فازهای متفاوت برآورد می‌شود. به جای روش نرم-۱ مرسوم برای TV در مقاله از تابع پتانسیل تنک‌کننده-تر  $\varphi(x) = \frac{|x|}{|x| + \varepsilon}$  برای واضح‌تر کردن زمان رسید فازها استفاده می‌شود. اهمیت این موضوع در آن است که زمان رسیده‌ها در شناسایی ساختار درونی زمین مورد استفاده قرار می‌گیرند. برای مثال می‌توان اطلاعات کلی و اولیه در مورد ساختار لایه مرزی هسته-گوشته (CMB) را با استفاده از اختلاف زمان رسید دو فاز SKS و SPdKS حاصل از زمین‌لرزه‌های عمیق ثبت شده با یک شبکه لرزه‌نگاری باند پهن به دست آورد. به منظور محاسبه اختلاف زمان رسید این دو فاز، ابتدا تابع زمانی چشمه برآورد می‌شود. سپس مسئله وارون با استفاده از الگوریتم منظم‌سازی TV حل و روش روی داده‌های مصنوعی و واقعی اعمال شد. در داده مصنوعی تولید شده، از یک زلزله فرضی در عمق ۵۰۰ کیلومتر استفاده شد، که ایستگاه‌های گیرنده این زمین‌لرزه از فاصله ۹۰ تا ۱۱۵ درجه با فاصله یک درجه از یکدیگر در نظر گرفته شده‌اند. داده واقعی مورد استفاده در این تحقیق مربوط به زلزله‌ای با کانون عمیق در جنوب آمریکا به بزرگی  $M_N = 7.2$  است که در تاریخ ۱۲ می ۲۰۰۰ رخ داده و در ۳۰ ایستگاه باند پهن در اروپا ثبت شده است.

واژه‌های کلیدی: واهمامیخت، زمان رسید، TV، فاز SKS، فاز SPdKS، الگوریتم IRLS

## Relative travel time estimation for different seismic phases using total variation (TV) regularization method

Roostaei, F.<sup>1</sup>, Ali Gholami, A.<sup>2</sup> and SadidKhouy, A.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>M.Sc. Student of Geophysics, Earth Physics Department, Institute of Geophysics, University of Tehran, Iran

<sup>2</sup>Assistant Professor, Earth Physics Department, Institute of Geophysics, University of Tehran, Iran

<sup>2</sup>Assistant Professor, Earth Physics Department, Institute of Geophysics, University of Tehran, Iran

(Received: 20 Feb 2013, Accepted: 14 May 2013)

## Summary

The ill-posed inverse problems play an important role in various fields of geophysical studies. Basic information about geophysical models (the unknown parameters) is needed to find a unique and stable solution to such problems. Recent progresses in computational methods and advances in analysis of real world signals provide us suitable tools for extracting more detailed information about geophysical models from noisy, uncertain

observations (recorded data). In this paper, we study relative travel time estimation of the individual seismic arrival times using total variation (TV) regularization, a regularization method which has recently attracted much attention of scientist for reconstruction of models having sharp boundaries.

Seismic waves convert to different phases when passing through the boundary of earth layers having different geological properties and structure of the materials through which the waves propagate. For example, seismic travel times can be used to inversely determine the velocity field of the area under study via tomography. Furthermore, boundary layer structure at the core-mantle boundary (CMB) can be investigated using SKS and SPdKS timing difference that are recorded by a broadband seismometer arrays. Therefore, accurate measurement of the travel time of seismic phases or their differences is very important. However, robust measurement of the travel time is often difficult, specifically when data are contaminated by noise and lacks clearly defined onsets. Travel time of a particular phase can be determined by several methods including cross-correlation technique and hand picking. The former is done by cross-correlation between the signal of interest and a reference phase. Determination of the reference phase is a major challenge as the accuracy of the process depends significantly on the similarity of it to the desired phase which is to be studied. Hand picking is also challenging because background noise often obscures confident identification of signal initiation. Furthermore, seismic phases are often altered due to scattering, attenuation, multipathing, or anisotropy, making accurate measurements of their travel times even more difficult. Considering these, a preprocessing of the signal is required to improve the signal to noise ratio and sharpen signal onsets such that the process of determining arrival time is more robust.

In this paper, we address the problem of accurate determination of seismic arrival times or relative times of different phases. We formulate the effects of source, attenuation, and receiver structure by convolution with a skewed Gaussian and try to remove those effects from the seismogram via deconvolution. Deconvolution is a longstanding problem in many areas of signal and image processing with applications in astronomy, remote-sensing imagery, medical imaging, and other fields working with imaging devices.

Two possible deconvolution scenarios are nonblind, where the Gaussian function, considered for degradation, is assumed to be known a priori, and blind, where the Gaussian function is not known a priori. Even in the presence of the perfect degradation, restoration of the path from the observed seismogram is an ill-posed problem needing an appropriate prior to make the solution unique and stable. Numerous algorithms have been developed to address the problem; including least squares type Wiener filter and more sophisticated regularization methods like total variation (TV) regularization. Although the methods can provide satisfactory results, they are generally nonblind and therefore require a good knowledge of the Gaussian blurring function in order to work properly. In reality, however, the degradation function is not known with good accuracy. Therefore, it should also be estimated during deconvolution making the problem more ill-posed.

The blind deconvolution which is used in this paper uses a sequential approach where the Gaussian function is first estimated from the data via an L-curve analysis. The estimation of first step is later used in combination with TV yields a piece wise constant reconstruction and preserves the edges of the signal that is important for defining onsets and so accurate measurement of the travel time of seismic phases. TV helps to stabilize the deconvolution and at the same time preserve the discontinuities of the solution. It improves the signal to noise ratio, sharpens seismic arrival onset, and acts as an empirical source deconvolution, thus enables more reliable relative travel time estimation of phase

initiation.

Instead of the conventional l1-norm used for TV functional, here, we use a more sparsifying potential function  $\varphi(x) = \frac{|x|}{|x| + \varepsilon}$  for the purpose of sharpening the phase onsets.

Due to simplicity and good convergence, an Iteratively Reweighted Least Squares (IRLS) method is used for optimizing the generated objective function.

Two different examples are used to investigate the performance of the proposed algorithm: (1) signal restoration of SKS and S (or Sdiff) in synthetic seismograms and (2) the restoration of actual data for 30 seismic recording of a deep focus south American earthquake. The obtained results confirm high performance of the proposed method in calculating time difference of these phases.

**Keywords:** Total variation (TV), Deconvolution, IRLS algorithm, Core-mantle boundary CMB, SKS, SPdKS

## ۱ مقدمه

بالا بردن دقت ما در به دست آوردن زمان رسید فازهای متفاوت کمک کند، اهمیت شایان توجهی دارد. اندازه گیری دقیق زمان سیر غالباً بسیار مشکل است، به خصوص وقتی که داده همراه با نوفه باشد. هدف این مقاله بهبود بخشیدن به تشخیص دقیق تر زمان رسید فازها با استفاده از واهمامیخت تنک داده های زلزله است. با استفاده از روش عرضه شده، دقت اندازه گیری زمانی سیگنال حتی در حضور نوفه نیز افزایش می یابد، که این امر در به دست آوردن اطلاعات از ناپیوستگی ها با استفاده از اختلاف زمان رسید فازهای متفاوت، تابع انتقال گیرنده و همچنین در توموگرافی زمان سیر مهم است.

در واقع هدف ما از اجرای واهمامیخت حذف اثر چشمه، تضعیف، ساختار گیرنده و نوفه از روی لرزه نگاشت به منظور باقی گذاشتن اثر سطوح بازتابنده و ناهمگنی ها است. این کار باعث واضح تر شدن زمان شروع سیگنال های لرزه ای و در نتیجه بهبود برآورد اختلاف زمان رسید سیگنال ثانویه نسبت به یک سیگنال مرجع خواهد شد. چون در واقعیت ما اطلاعات دقیقی راجع به خصوصیات چشمه و تضعیف نداریم، مسئله واهمامیخت پیش رو یک مسئله واهمامیخت کور خواهد بود. بنابراین، در طی عملیات واهمامیخت باید برآوردی از خصوصیات

امروزه دانش بشر درباره ساختار درون زمین تا حدود زیادی نسبت به گذشته افزایش پیدا کرده است. دستیابی مستقیم به اطلاعات ساختارهای گوناگون درون زمین مانند گوشته و هسته، امکان پذیر نیست و برای به دست آوردن این اطلاعات، می توان از به کارگیری روش های وارون بر امواج لرزه ای بهره جست. امواج لرزه ای پس از برخورد با لایه ها و مرزهای زمین به فازهای متفاوت تبدیل می شوند. زمان سیر هر کدام از این فازهای لرزه ای شامل اطلاعات مهمی درباره ویژگی ها و ساختار موادی است که امواج از آنها عبور کرده است. برای مثال می توان اطلاعات کلی و اولیه در مورد ساختار لایه مرزی هسته-گوشته (CMB) را با استفاده از زمان رسید دو فاز SKS و SPdKS حاصل از زمین لرزه های عمیق با عمق چندصد کیلومتر که با یک شبکه لرزه نگاری باند پهن ثابت ثبت شده باشند، به دست آورد (تورنه و گارنرو، ۲۰۰۴). در این روش با استفاده از اختلاف زمان رسید دو فاز مطرح شده، می توان به یک مدل کلی از ساختار سرعتی CMB دست یافت. هر چه زمان رسید فازها قابل تشخیص تر باشد، اختلاف زمان رسیده ها دقیق تر به دست آمده و در نتیجه اطلاعات به دست آمده از ساختارهای مورد نظر، قابل اطمینان تر هستند. بنابراین به کارگیری روشی که بتواند به

با استفاده از رابطه (۱) و (۲) و با به کارگیری اصل شرکت پذیری همایخت می توان نوشت:

$$y(t) = h^*(t) * \{u(t, t_0) * x(t)\} + e(t) \quad (۳)$$

که در رابطه (۳)  $\bar{x}(t) = u(t, t_0) * x(t)$  است. بنابراین ما می توانیم در مدل سازی خود از یک تابع گاوسی در حکم تابع چشمه استفاده کنیم. اما در این حالت جواب مسئله  $\bar{x}(t)$  یک سری از تابع های مثلثی خواهد بود. بنابراین باید به دنبال روش منظم سازی باشیم که برای بازسازی چنین جوابی مناسب باشد. اما باید مدنظر داشت که قسمت مهم جواب برای ما برآورد درست زمان شروع هر مثلث در سری  $\bar{x}(t)$  است.

از آنجا که روش TV قادر به بازسازی خوب یک سیگنال با ناپیوستگی های ناگهانی است، ما از این روش برای برآورد  $\bar{x}(t)$  استفاده می کنیم. پیش از این تضعیف نوفه بر مبنای TV و همچنین واهمایخت بر مبنای TV با موفقیت برای بسیاری از کاربردهای گوناگون مانند پزشکی، تصویرسازی نجوم و مانند آن به کار رفته است (وگل و امن، ۱۹۹۶؛ جانسون و همکاران، ۱۹۹۸؛ کیلینگ، ۲۰۰۲).

با فرضیات بالا و با به کارگیری نظریه بیز مدل خود را به شکل زیر تعریف می کنیم:

$$\bar{x} = \arg \min_x \left\{ \frac{1}{2} \|y - Hx\|_2^2 + \lambda \sum_i \phi([Lx]_i) \right\} \quad (۴)$$

که در رابطه (۴)،  $y$  لرزه نگاشت ثبت شده بدون اثر دستگاهی،  $H$  عملگر مستقیم،  $x$  سری مربوط به اثر مسیر انتشار،  $L$  عملگر تفاضل متناهی مرتبه اول و  $[Lx]_i$  مولفه  $i$ ام از بردار  $Lx$  است. همچنین  $\phi(x)$  یک تابع پتانسیل است.

رابطه (۵) را می توان با استفاده از الگوریتم (IRLS) (Iteratively reweighted least squares) خلاصه شده در جدول ۱ حل کرد. برای مثال سیگنال

چشمه و تضعیف صورت گیرد که این کار مسئله وارون ما را بدو وضع تر خواهد کرد. در ادامه مبانی نظری روش بر پایه مدل واهمایختی با استفاده از روش منظم سازی TV بیان می شود، سپس به ارزیابی کارایی روش با استفاده از دو مثال زیر می پردازیم:

(۱) بازسازی دقیق زمان رسید دو سیگنال SKS و SPdKS در لرزه نگاشت مصنوعی؛ موج SPdKS یک موج SKS است که قسمت P آن قبل از ورود به هسته بیرونی (سمت چشمه)، تحت زاویه بحرانی به CMB برخورد کرده و تشکیل Pdiff موج را داده است. این موج پراشیده شده در سمت گوشته منشر می شود.

(۲) بازسازی دقیق زمان رسید داده ها برای ۳۰ لرزه نگاشت مربوط به یک زمین لرزه عمیق در جنوب امریکا.

## ۲ روش تحقیق

لرزه نگاشت ثبت شده  $y(t)$  را می توان به شکل مدل همایختی رابطه (۱) شبیه سازی کرد:

$$y(t) = h(t) * x(t) + e(t) \quad (۱)$$

که در آن  $h(t)$  تابع چشمه،  $x(t)$  شامل اثرات مسیر انتشار و  $e(t)$  نوفه افزودنی هستند. اطلاعات ما در مورد  $x(t)$  این است که به صورت یک سری زمانی تنک شامل چندین تابع دلتا با دامنه ها و رخداد های زمانی مجهول، قابل شبیه سازی است، که در آن دامنه ها بیانگر ضرایب بازتاب لایه های متفاوت و زمان رسیده ها حاوی اطلاعات عمقی مرز لایه ها هستند. برای برآورد  $x(t)$  باید  $h(t)$  را داشته باشیم. به تجربه دیده شده است که  $h(t)$  به شکل یک تابع گاوسی نامتقارن  $h^\dagger(t)$  قابل شبیه سازی است (تورنه و گارنرو، ۲۰۰۴). چنین تابعی را می توان به صورت همایخت یک تابع گاوسی متقارن  $h^*(t)$  با یک تابع مثلثی قائم الزاویه  $u(t, t_0)$  در نظر گرفت.

$$h^\dagger(t) = h^*(t) * u(t, t_0) \quad (۲)$$

موقعیت انحنای بیشینه روی منحنی حاصل شناسایی و پارامتر مربوط  $\lambda_k^{opt}$  انتخاب می‌شود (اندیس  $k$  مربوط به  $\sigma_k$  است). بنابراین در این مرحله برای هر  $\sigma_k$  یک پارامتر منظم‌سازی بهینه  $\lambda_k^{opt}$  با استفاده از تحلیل منحنی  $L$  حاصل می‌شود.

۴- برای هر زوج به دست آمده  $(\sigma_k, \lambda_k^{opt})$  مسئله بالا حل می‌شود، زوج بهینه آن است که کمیت  $\sum_i \varphi([L\tilde{x}]_i)$  را کمینه کند و از این راه پارامترهای مجهول مسئله انتخاب شوند.

برای مدل شکل ۱ آنالیز بالا به منظور یافتن پارامتر منظم‌سازی و همچنین انحراف معیار تابع گاوسی مورد استفاده قرار گرفت. ابتدا سه مقدار متفاوت  $\sigma$  انتخاب و سپس مسئله وارون مربوط برای هر کدام از آنها حل شد. جواب‌های حاصل به همراه منحنی‌های مربوط در شکل ۲ آورده شده است. مقادیر کمیت‌های مورد نظر حاصل شده در این مسئله در جدول ۲ نمایش داده شده است.

مقادیر حاصل از محاسبات به خوبی عملکرد روش پیشنهادی را نشان می‌دهد؛ همچنین جواب حاصل از  $\sigma = 0.2$  هم‌خوانی بسیار خوبی با سیگنال اصلی دارد. اکنون پس از معرفی شیوه تحقیق ضروری است عملکرد آن براساس داده‌های واقعی و مصنوعی ارزیابی شود.

نشان داده شده در شکل ۱ را با یک تابع گاوسی با میانگین صفر و انحراف معیار 0.2 هم‌میخت و سپس به آن نوفه گاوسی ( $\sigma = 0.02$ ) اضافه کردیم، که نتیجه حاصل در شکل ۱ آورده شده است. آن‌گاه از الگوریتم عرضه شده در جدول ۱ برای بازسازی سیگنال اصلی استفاده شد. از آنجا که پارامتر منظم‌سازی و همچنین انحراف معیار تابع گاوسی مجهول هستند، مسئله واهم‌میخت ما یک مسئله واهم‌میخت کور است. در اینجا، از روش تحلیل منحنی  $L$  برای برآورد هر دو پارامتر به صورت زیر استفاده کردیم.

۱- انتخاب یک مجموعه از مقادیر برای پارامتر انحراف معیار

$$\sigma = \{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_{k1}\}, \quad \sigma_1 < \sigma_2 < \dots < \sigma_{k1}$$

۲- انتخاب یک مجموعه از مقادیر برای پارامتر منظم‌سازی

$$\lambda = \{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{k2}\}, \quad \lambda_1 < \lambda_2 < \dots < \lambda_{k2}$$

۳- برای هر مقدار  $\sigma_k$  ماتریس  $H(\sigma_k)$  تشکیل و مسئله

$$\tilde{x} = \arg \min_x \left\{ \frac{1}{2} \|y - H(\sigma_k)x\|_2^2 + \lambda \sum_i \varphi([Lx]_i) \right\} \quad (5)$$

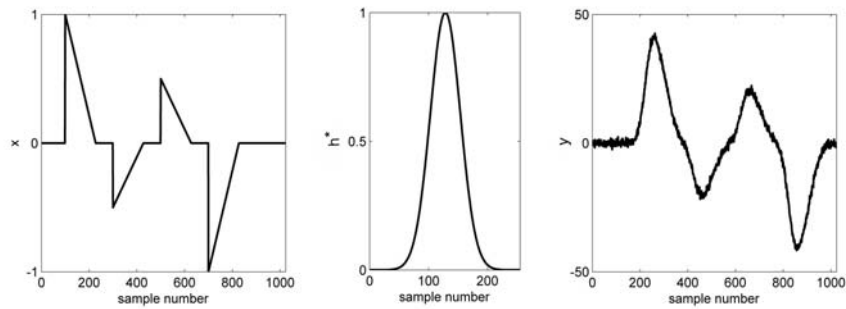
برای همه مقادیر پارامتر منظم‌سازی  $\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{k2}\}$  حل می‌شود. آن‌گاه کمیت  $\sum_i \varphi([L\tilde{x}]_i)$  بر حسب  $\frac{1}{2} \|y - H(\sigma_k)\tilde{x}\|_2^2$  در مقیاس لگاریتمی رسم و نقطه با

جدول ۱. الگوریتم (IRLS) برای پیدا کردن جواب رابطه (۵).

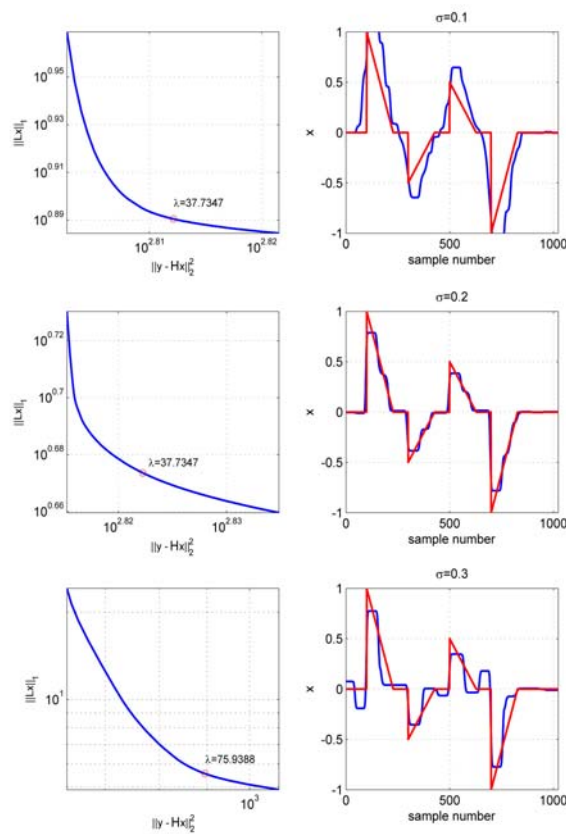
مرحله ۱.	قرار دادن $k=0, Q^0 = I_N, x^0 = 0$
مرحله ۲.	حل $(H^T H + \lambda L^T Q^k L)x^{k+1} = H^T y$
مرحله ۳.	محاسبه $Q^{k+1} = \text{diag}_{i=1, \dots, N} \left( \frac{\varphi'([Lx^{k+1}]_i)}{[Lx^{k+1}]_i} \right)$
مرحله ۴.	اگر $ x^{k+1} - x^k  < \text{tol}$ انتمام الگوریتم، در غیر این صورت $k = k + 1$ و برو به مرحله ۲.

جدول ۲. مقادیر کمیت‌های موردنظر حاصل شده برای پیدا کردن جواب شکل ۲.

$\sigma$	$\lambda_k^{opt}$	$\ L\tilde{x}(\sigma, \lambda_k^{opt})\ _1$
0.1	37.73	7.86
0.2	37.73	4.66
0.3	75.93	5.63



شکل ۱. از چپ به راست به ترتیب سیگنال سری بازتاب، تابع گاوسی متقارن چشمه ( $\sigma=0.2$ )، و لرزه‌نگاشت حاوی نوفه ( $\sigma=0.02$ ) نمایش داده شده است.



شکل ۲. واهمامیخت سیگنال نشان داده شده در شکل ۱ برای  $\sigma = 0.1, 0.2, 0.3$ . سمت چپ هر سطر منحنی  $L$  و سمت راست آن جواب حاصل را نشان می‌دهد. سیگنال اصلی نیز برای مقایسه با رنگ سرخ نشان داده شده است.

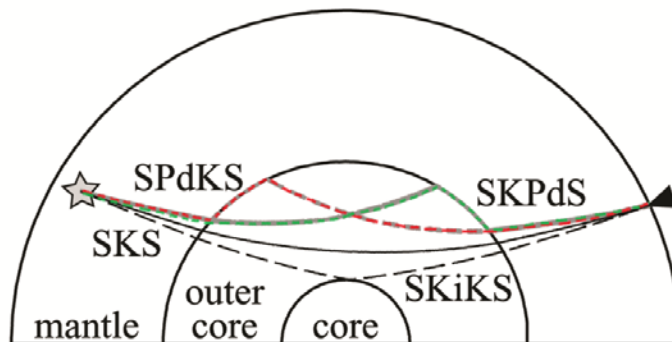
ایجاد اختلال در شناسایی زمان رسید فاز SPdKS می‌شود. بنابراین فواصل ۱۲۰ درجه و بیشتر برای استفاده در تحقیق حاضر مناسب نیستند (تورنه و گارنرو، ۲۰۰۴).

لرزه‌نگاشت مصنوعی استفاده شده در این پژوهش با استفاده از مدل سرعتی PREM (زیونسکس و اندرسون، ۱۹۸۱) تولید شده است. این لرزه‌نگاشت با استفاده از روش بازتابی (مولر، ۱۹۸۵) برای یک زلزله فرضی در عمق ۵۰۰ کیلومتر تولید شده است. ایستگاه‌های گیرنده این زمین‌لرزه از فاصله ۹۰ تا ۱۱۵ درجه با فاصله یک درجه از یکدیگر در نظر گرفته شده‌اند (استفان و همکاران، ۲۰۰۶).

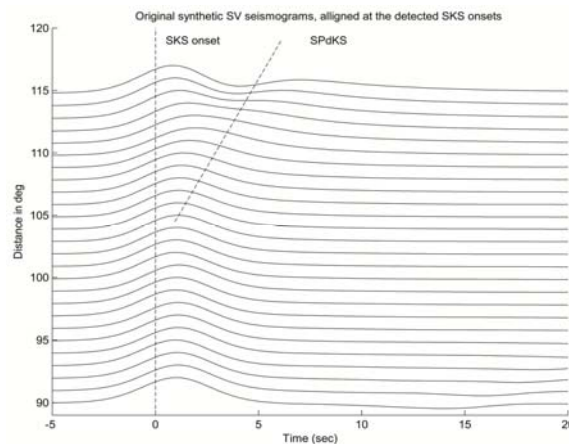
در این پژوهش تمرکز روی به‌دست آوردن زمان نسبی و اطلاعات شکل موج یک فاز لرزه‌ای در ایستگاه‌های لرزه‌نگاری متفاوت است. برای مثال روش پیشنهادی به‌منظور به‌دست آوردن اختلاف زمان رسید دو فاز SKS و SPdKS در ایستگاه‌های متفاوت مورد استفاده قرار گرفت. شکل ۴ نمودار زمان-فاصله مولفه SV سیگنال مصنوعی قبل از واهمامیخت یا همان سیگنال اصلی را نمایش می‌دهد، که در آن ایستگاه‌ها از فاصله ۹۰ تا ۱۱۵ درجه از چشمه و فاصله نمونه برداری 0.1 ثانیه در نظر گرفته شده است.

۳ بررسی عملکرد روش با استفاده از مثال‌های عددی تاکنون پژوهش‌های بسیاری در مورد چگونگی استفاده از امواج زلزله برای شناسایی ساختار درونی زمین صورت گرفته است. در این میان امواجی مانند SKS، SPdKS و SKPdS برای بررسی ساختار CMB مورد استفاده قرار می‌گیرند. مسیر حرکت این امواج در درون زمین برای زلزله‌ای با فاصله ۱۲۵ درجه از ایستگاه گیرنده به‌صورت نمادین در شکل ۳ نمایش داده شده است.

برای بررسی ساختار CMB از شکل موج و زمان رسید داده‌های موج SPdKS نسبت به موج SKS، با توجه به تاخیر زمان رسید معنی‌دار فاز SPdKS و پهن‌شدگی شکل موج فاز SKS به هنگام جدایش فاز SPdKS، استفاده می‌شود. برای مدل سرعت جهانی PREM، فاز SPdKS تقریباً از فاصله ۱۰۴ درجه شروع می‌شود ولی به‌رحال جدایش بین زمان رسید دو فاز پیش‌گفته در شکل موج باند پهن تا فاصله تقریباً ۱۱۰ درجه دیده نمی‌شود. با افزایش فاصله بین ایستگاه و گیرنده، طول قطعه SPdKS روی CMB افزایش می‌یابد، همچنین با افزایش فاصله بین چشمه و گیرنده فاصله بین مکان ورود و خروج فازهای SKS و SPdKS از هسته در CMB نیز افزایش می‌یابد. در فاصله تقریباً ۱۲۰ درجه زمان رسید فاز SKiKS با فاز SPdKS منطبق می‌شود و همین امر باعث



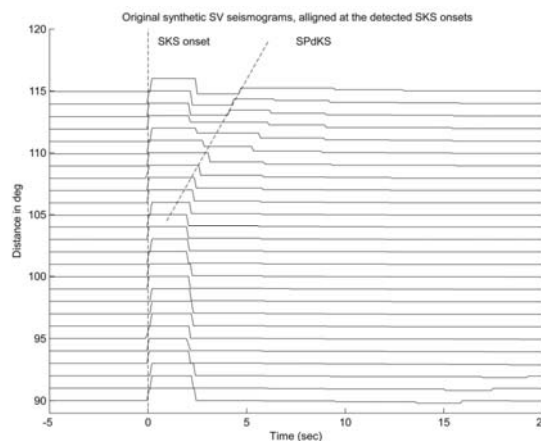
شکل ۳. مسیر حرکت فاز SPdKS با رنگ سرخ و مسیر حرکت فاز SKPdS با رنگ سبز برای زلزله‌ای با فاصله ۱۲۵ درجه از ایستگاه گیرنده (تغییر یافته از تورنه و گارنرو، ۲۰۰۴).



شکل ۴. نمودار زمان-فاصله مولفه SV سیگنال مصنوعی زمین لرزه‌ای به عمق ۵۰۰ کیلومتر. محور قائم فاصله ایستگاه‌ها از چشمه با گام یک درجه، از ۹۰ تا ۱۱۵ درجه را نمایش می‌دهد و محور افقی بیانگر زمان است. فاصله نمونه برداری لرزه‌نگاشت‌ها 0.1 ثانیه در نظر گرفته شده است (استفان و همکاران، ۲۰۰۶).

بازسازی ناپوستگی‌های ناگهانی را دارا است. همچنین از آنجا که مشتق سیگنال بازسازی شده تنک است و با توجه به اثبات عملکرد بهینه تابع پتانسیل  $\varphi(x) = \frac{|x|}{|x| + \varepsilon}$  در بازسازی تنک داده‌ها، از این تابع پتانسیل استفاده شد (روستائی و همکاران، ۱۳۹۱). در این صورت رابطه (۵) را می‌توان با استفاده از الگوریتم IRLS حل کرد.

در شکل ۵ نمودار زمان-فاصله سیگنال واهمامیخت شده نمایش داده شده است. محور زمان در این دو شکل با روش لبه‌یابی (edge detection) نسبت به شروع فاز SKS قرار گرفته است. عمل واهمامیخت مربوط به روش TV با تابع پتانسیل  $\varphi(x) = \frac{|x|}{|x| + \varepsilon}$  صورت پذیرفته است. زیرا این روش با توجه به در نظر گرفتن سری بازتاب به- صورت یک سری زمانی از مثلث‌های نامتقارن توانایی



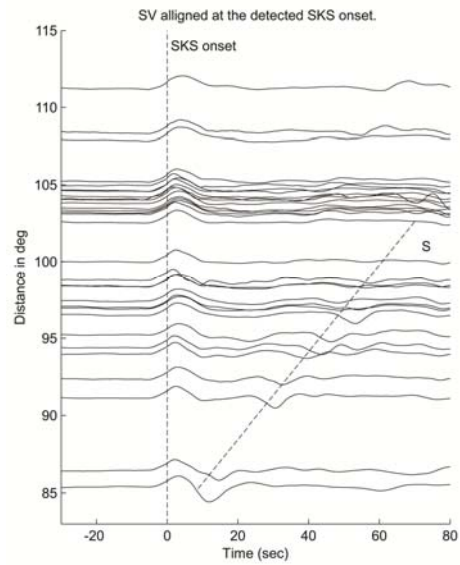
شکل ۵. نمودار زمان-فاصله سیگنال واهمامیخت شده به روش TV با تابع پتانسیل  $\varphi(x) = \frac{|x|}{|x| + \varepsilon}$ . پارامتر مربوط به تابع چشمه  $\sigma = 0.12$  و پارامتر منظم‌سازی مربوط به واهمامیخت برابر با  $\lambda = 0.004$  در نظر گرفته شده است. محور زمان در این دو شکل به روش لبه‌یابی نسبت به شروع فاز SKS قرار گرفته است. پهن‌شدگی شکل موج فاز SKS ناشی از شروع تشکیل فاز SPdKS تقریباً از فاصله ۱۰۴ درجه شروع می‌شود و جدایش کامل فاز SPdKS از فاز SKS در فاصله‌های ۱۱۳-۱۱۵ درجه به‌صورت آشکار دیده می‌شود.



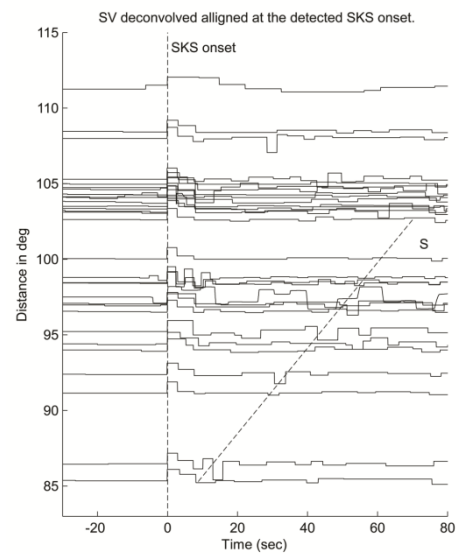
صورت گرفت، برابر با  $\sigma=0.12$  انتخاب شد. پارامتر منظم‌سازی مربوط به واهمامیخت برابر با  $\lambda=0.004$  در نظر گرفته شده است.

همان‌طوری که در شکل (۵) مشاهده می‌شود، پهن‌شدگی شکل موج فاز SKS ناشی از شروع تشکیل فاز SPdKS تقریباً از فاصله ۱۰۴ درجه شروع می‌شود و جدایش کامل فاز SPdKS از فاز SKS در فاصله‌های ۱۱۳-۱۱۵ درجه به‌صورت آشکار دیده می‌شود. اختلاف زمان رسید این دو فاز در فواصل پیش‌گفته در حدود ۵ ثانیه است که به‌دست آوردن دقیق‌تر این اختلاف زمان رسید با واهمامیخت در بررسی ساختار CMB ارزش‌الایی دارد.

در ادامه روش خود را روی لرزه‌نگاشت‌های یک زلزله واقعی با کانون عمیق در جنوب آمریکا به بزرگی  $M_w=7.2$  که در تاریخ ۱۲ می ۲۰۰۰ رخ داده و در ۳۰ ایستگاه باند پهن در اروپا ثبت شده است، اعمال می‌کنیم. شکل ۶ و ۷ به‌ترتیب نمودار زمان-فاصله مولفه SV لرزه‌نگاشت‌های اصلی و واهمامیخت شده را نمایش می‌دهند. روش منظم‌سازی به‌کار رفته برای عملیات واهمامیخت مربوط به شکل ۷ همانند روش اعمال شده روی داده‌های مصنوعی، TV با تابع پتانسیل  $\varphi(x)=\frac{|x|}{|x|+\varepsilon}$  است. پارامتر مربوط به تابع چشمه  $\sigma=5.3$  و پارامتر منظم‌سازی  $\lambda=0.1$  انتخاب شد، که نتایج مربوط به این پارامترها نسبت به سایر جواب‌ها دارای واضح‌ترین پاسخ است. همان‌طور که در شکل ۷ مشاهده می‌شود، پهن‌شدگی شکل موج فاز SKS ناشی از شروع تشکیل فاز SPdKS تقریباً از فاصله ۱۰۴ درجه شروع می‌شود. مطابق با آنچه که برای داده مصنوعی به‌دست آمد، جدایش کامل فاز SPdKS از فاز SKS در فاصله‌های بعد از ۱۱۳-۱۱۵ درجه به‌صورت آشکار دیده می‌شود که به‌علت نبود داده در این فواصل امکان نمایش



شکل ۶. نمودار زمان-فاصله مولفه SV لرزه‌نگاشت‌های اصلی زلزله ۱۲ می ۲۰۰۰ جنوب آمریکا ثبت شده در ۳۰ ایستگاه باند پهن در اروپا (استفان و همکاران، ۲۰۰۶).



شکل ۷. نمودار زمان-فاصله واهمامیخت شده مولفه SV لرزه‌نگاشت‌های اصلی زلزله ۱۲ می ۲۰۰۰ ثبت شده در ۳۰ ایستگاه باند پهن در اروپا، با پارامتر چشمه  $\sigma=5.3$  و پارامتر منظم‌سازی  $\lambda=0.1$ .

پارامتر مربوط به تابع چشمه بعد از بررسی‌های متعددی که برای یافتن واضح‌ترین سیگنال بازسازی شده

صحت الگوریتم پیشنهادی است. نتایج حاصل از واهمامیخت داده‌های مصنوعی و واقعی روشن ساختند که الگوریتم پیشنهادی به‌طور خودکار موجب واضح‌تر شدن زمان رسید فازهای متفاوت و در نتیجه برآورد دقیق‌تر زمان سیر می‌شود.

#### مراجع

- روستائی، ف.، غلامی، ع. و سدیدیخوی، ا.، ۱۳۹۱، واهمامیخت داده‌های لرزه‌ای با به‌کارگیری تئوری بیز، م. انجمن ژئوفیزیک ایران، ۳(۶)، ۳۰-۱۷.
- Dziewonski, A. M. and Anderson, D. L., 1981, Preliminary reference Earth model, *Phys. Earth planet. Inter.*, **25**(4), 297-356.
- Jonsson, E., Huang, S. and Chan, T. F., 1998, Total variation regularization in positron emission tomography, Report 9848, Department of Mathematics, UCLA, <http://www.math.ucla.edu/applied/cam/index.html>.
- Keeling, S. L., 2002, Total variation based convex filters for medical imaging. *Applied Mathematics and Computation*, Elsevier Science Inc., **139**, 101-119.
- Müller, G., 1985, The reflectivity method: A tutorial, *J. Geophys.*, **58**, 153-174.
- Stephan, W., Garnero, E. and Renaut R. A., 2006, Signal restoration through deconvolution applied to deep mantle seismic probes, *Geophys. J. Int.*, **167**(3), 1353-1362.
- Thorne, M. S. and E. J. Garnero, 2004, Inferences on ultralow-velocity zone structure from a global analysis of SPdKS waves, *J. Geophys. Res.*, **109**, B08301, doi:10.1029/2004JB003010.
- Vogel, C. R. and Oman, M. E., 1996, Iterative methods for total variation denoising, *SIAM J. Sci. Statist. Comput.*, **17**, 227-238.

این جدایش میسر نبود. همچنین در این شکل نیز می‌توان شکل مثلثی فازها را مشاهده کرد، که این نکته تاییدکننده نامتقارن بودن موجک چشمه است.

#### ۴ نتیجه‌گیری

در این مقاله از یک الگوریتم واهمامیخت کور به روش خودکار برای برآورد هم‌زمان تابع زمانی چشمه و زمان رسید فازهای متفاوت استفاده شد. الگوریتم پیشنهادی برای واهمامیخت، روش TV با استفاده از یک تابع پتانسیل غیرمحدب است. با هدف بررسی عملکرد، روش پیشنهادی روی داده‌های مصنوعی و واقعی زلزله، به‌منظور خوانش هرچه دقیق‌تر زمان رسید نسبی فازهای متفاوت نظیر SKS و SPdKS استفاده شد. داده مصنوعی مورد استفاده مربوط به یک زلزله فرضی در عمق ۵۰۰ کیلومتر که ایستگاه‌های گیرنده این زمین‌لرزه از فاصله ۹۰ تا ۱۱۵ درجه با فاصله یک درجه از یکدیگر در نظر گرفته شده‌اند، است. داده واقعی مورد استفاده مربوط است به زلزله‌ای با کانون عمیق در جنوب امریکا به بزرگی  $M_w = 7.2$  که در تاریخ ۱۲ می ۲۰۰۰ رخ داده و در ۳۰ ایستگاه باند پهن در اروپا ثبت شده است. روش TV بر پایه نرم-۱ قبلاً برای واهمامیخت این داده‌ها مورد استفاده قرار گرفته است (استفان و همکاران، ۲۰۰۶). هدف ما در اینجا به‌کارگیری الگوریتم TV به‌همراه تابع پتانسیل  $\varphi(x) = \frac{|x|}{|x| + \varepsilon}$  بود که کیفیت نتایج حاصل نشان‌دهنده