## بر آورد عمق و نوع تودههای مولد بی هنجاری مغناطیسی با استفاده از تلفیق تابعهای ویژه سیگنال تحلیلی و اویلر واهمامیخت

كمال علمدار (\*، ابوالقاسم كامكار روحاني و عبدالحميد انصاري "

۱ دانشجوی دکتری اکتشاف معدن، دانشکده معدن، نفت و ژئوفیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، ایران ۲دانشیار، دانشکده معدن، نفت و ژئوفیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، ایران ۳ دانشیار، دانشکده مهندسی معدن و متالورژی، دانشگاه یزد، ایران

(دریافت: ۹۰/۶/۱۴، پذیرش نهایی: ۹۲/۲/۲۴)

### چکیدہ

تابعهای ویژه اویلر و سیگنال تحلیلی نقش اساسی در تفسیر خودکار دادههای میدان پتانسیل بهویژه دادههای مغناطیسسنجی ایفا میکنند. در این مقاله با ترکیب این دو تابع روشی خودکار برای تفسیر دادههای مغناطیسسنجی دو و سهبعدی عرضه شده است. با این روش هر دو عمق و شاخص ساختاری (نوع توده) مربوط به تودههای زیرسطحی برآورد میشود. معادله نهایی از جایگذای مشتقات معادله اویلر در تابع سیگنال تحلیلی حاصل میشود. این روش روی دادههای مغناطیسی مصنوعی مدلهای گوناگون و در اعماق متفاوت به کار برده شده است و در همهٔ موارد، نتایج قابلقبولی را بهدست داده است. همچنین این روش روی دادههای مغناطیس هوایی فلات ییلگارن استرالیای غربی به کار رفته که منجر به بارزسازی دایکهای موجود شده است. ضمناً این روش ب موفقیت روی داههای مغناطیسسنجی زمینی نیمرخی در معدن سنگ آهن مرکزی ایران (بافق) به کار رفته و نتایج آن با استفاده از مدلسازی معکوس صحتسنجی شده است.

**واژههای کلیدی**: اویلر، سیگنال تحلیلی، میدان پتانسیل، ییلگارن، سنگ آهن ایران مرکزی، مدلسازی معکوس

# Depth and body type estimation of the magnetic anomalies using analytic signal and Euler deconvolution.

Alamdar, K.<sup>1</sup>, Kamkare–reouhani, A.<sup>2</sup> and Ansari, A. H.<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Ph.D. Student in Mineral Exploration, Mining, Petroleum and Geophysics Department, Shahrood University of Technology, Iran

<sup>2</sup> Associte Professor, Mining, Petroleum and Geophysics Department, Shahrood University of Technology, Iran
 <sup>3</sup>Associte Professor, Department of Mining and Metallurgical Engineering, Yazd University, Iran

(Received: 05 Sep 2011, Accepted: 14 May 2013)

#### Summary

A variety of semiautomatic methods, based on the use of derivatives of the magnetic anomalies, have been developed for the determination of both of the causative source parameters such as locations of boundaries and depths. One of these techniques is the method of the analytic signal for magnetic anomalies, which was initially used in its complex function form and makes use of the properties of the Hilbert transform. Initially, it was successfully applied on profile data to locate dike like bodies. The method was further developed by Roest et al. (1992) for the interpretation of aeromagnetic maps. Moreover, Bastani and Pedersen (2001) employed the method to estimate many parameters of dike like bodies, including depth, strike, dip, width, and magnetization.

تنگارنده رابط: تلفن: ۹۱۳۳۵۱۸۸۱۴ دورنگار: ۳۳۹۵۵۰۹۹ -۳۳۹۵۰۰ E-mail: kamal.alamdar@gmail.com

Also, Salem et al. (2002) demonstrated the feasibility of the method to locate compact magnetic objects often encountered in environmental applications. The success of the analytic signal method results from the fact that source locations of magnetic anomalies are obtained using only a few assumptions .For example, horizontal positions are estimated by the maxima of the amplitude of the analytic signal (*AAS*). In addition, depths can be obtained from the shape of the *AAS* or based on the ratio of the *AAS* to its higher derivatives. However, a correct estimate of the depth is obtained only when the source corresponds to the chosen model. Several attempts have been made to enable the analytic signal method to estimate both the depth and model type of magnetic sources. Furthermore, a number of automated methods only for source location from 2D (profile) magnetic data have been developed, based on either the local wavenumber. The main advantage of using derived quantities such as the local wavenumber (LW) and amplitude of the analytic signal (AS) is that they are generally independent of source magnetization and dip effects, therefore allowing positional parameters such as depth and horizontal location to be determined more directly than from the magnetic field.

Special function such as Euler deconvolution and analytic signal play an important role in potential field data interpretation particularly in the case of magnetic data. In this paper, a new method is proposed based on the combination of these two functions that can lead to automatic interpretation of 2D and 3D magnetic data. In this method both the depth and type of subsurface body will be estimated simultaneously. The final equation is produced with substitution of the Euler deconvolution derivatives in the analytic signal equation. The proposed method has been applied on synthetic and real magnetic data successfully. Also this method is applied on high-resolution aeromagnetic data from Yigarn plateau in Western Australia in which it enhaned the dykes. This method is applied on a ground magnetic profile in Central Iranian Iron ore in Bafgh and the results was tested using inverse modeling.

### Keywords: Euler, Analytic signal, Potential field, Yigarn plateau, Central Iran Iron ore, Inverse modeling

ازسوی روئست و همکاران (۱۹۹۲) برای تفسیر نقشههای مغناطیس سنجی توسعه یافت. باستانی و پدرسون (۲۰۰۱) این تابع را برای برآورد پارامترهای فیزیکی تودههای دایکی شکل شامل عمق، امتداد، شیب، عرض و مغناطیس شدگی به کار بردند. سالم و همکاران (۲۰۰۲) کارایی این روش را در تعیین اشیاء مغناطیسی در تحقیقات محیط زیست معرفی کرد.

موفقیت سیگنال تحلیلی در تفسیر دادههای مغناطیسی این است که در آن موقعیت تودههای مولد بی هنجاری با حداقل فرض قابل دستیابی است. برای مثال موقعیت افقی توده از روی نقطه بیشینه دامنه تابع سیگنال تحلیلی (AAS) Amplitude of AnalyticSignal) تعیین برای بر آورد پارامترهای توده مولد بی هنجاری مغناطیسی مانند موقیعت مرزهای توده و عمق تا بالای آن چندین روش تفسیر خودکار بر مبنای استفاده از گرادیانهای میدان مغناطیسی توسعه یافته است. یکی از این روشها سیگنال تحلیلی است که در اوایل کاربرد خود به صورت تابع مختلط به کار گرفته شد (نبیقیان، ۱۹۷۲؛ آتو چا رائو و همکاران، ۱۹۸۱؛ نلسون، ۱۹۸۸؛ پدرسون، ۱۹۹۹؛ روئست و همکاران، ۱۹۹۱، مک لئود و همکارن، ۱۹۹۳؛ ویلیامز و ابتدا برای تفسیر دادههای دوبُعدی در امتداد نیمرخ مربوط به تودههای دایکی شکل به کار گرفته شد (نبیقیان، ۱۹۸۲) به تودههای دایکی شکل به کار گرفته شد (نبیقیان، ۱۹۷۲)

می شود. به علاوه اینکه عمق تا بالای توده مولد نیز از روی شکل AAS (رونست و همکاران، ۱۹۹۲) و همچنین از روی نسبت بین AAS و مشتقات مرتبه بالاتر آن قابل بر آورد است (هسو و همکاران، ۱۹۹۴، ۱۹۹۸؛ باستانی و پدرسون، ۲۰۰۱؛ سالم و همکاران، ۲۰۰۲، اسمیت و سالم، در مدل مناع و همکاران، ۲۰۰۸). بااین حال در این روش ها بر آورد عمق صحیح، زمانی حاصل می شود که مدل منبع زیر سطحی با مدل مفروض قرابت داشته باشد (تورستون و اسمیت، ۱۹۹۷). تلاش های زیادی برای استفاده از سیگنال تحلیلی در بر آورد هم زمان نوع توده (هندسه) و عمق آن صورت گرفته است (دبگلیا و کارپل، ۱۹۹۷؛ اسمیت و همکاران، ۱۹۹۹؛ هسو و همکاران، ۱۹۹۹؛ تورستون و

در این مقاله روش تفسیری خودکاری عرضه می شود که در آن بعضی از محدودیت های روش های قبلی مرتفع، و امکان بر آورد همزمان هندسه توده زیر سطحی و همچنین موقعیت افقی و قائم آن از روی داده های مغناطیسی مشاهده ای میسر شده است. اساس این روش جای گذاری مشتق معادله اویلر در رابطه سیگنال تحلیلی AN-EUL مغناطیسی است. این روش به اختصار AN-EUL نامیده می شود. با استفاده از این روش عمق و هندسه توده به طور همزمان و در نقاط بیشینه تابع AAS تعیین می شود.

۲ نظریهٔ روش
از آنجا که در نظریهٔ روش از مشتق معادله اویلر و همچنین
سیگنال تحلیلی استفاده می شود، قبل از پرداختن به بحث
اصلی ابتدا تعریف ها و اصطلاحات اولیه ذکر می شود.

۲ تابع سیگنال تحلیلی
 تابع سیگنال تحلیلی مختلط به صورت میدان کل مغناطیسی

T و تبدیل هیلبرت آن تعریف می شود. همچنین این تابع را می توان به صورت ترکیب مشتق افقی و قائم میدان مغناطیسی کل T بیان کرد (نبیقیان، ۱۹۷۲). سیگنال تحلیلی به شکل آخر به صورت زیر نوشته می شود:

$$A(x,y) = \left(\frac{\partial T}{\partial x}\hat{x} + \frac{\partial T}{\partial y}\hat{y} + \frac{\partial T}{\partial z}\hat{k}\right),\tag{1}$$

که در آن،  $\hat{x}, \hat{y}, \hat{x}$  به ترتیب بردارهای واحد در امتدادx  $\frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial T}{\partial z} - \frac{\partial T}{\partial z} - \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial T}{\partial x}$ مشتق قائم و  $\frac{\partial T}{\partial x}$  مشتق قائم و متتق مشتقهای افقی میدان مغناطیسی هستند. دامنه سیگنال تحلیلی سه بُعدی از رابطه زیر نتیجه می شود:

$$\left|AAS(x, y)\right| = \sqrt{\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)^2},$$
 (Y)

معمولاً در تفسیر دادههای میدان پتانسیل از دو اصطلاح «مشتق سیگنال تحلیلی وسیگنال تحلیلی مشتق» به طور گسترده زیاد می شود. هنگامی که از رابطه مربوط به اندازه سیگنال تحلیلی رابطه (۱) در سه امتداد x، y و z به طور تحلیلی (ریاضی) مشتق گرفته شود، روابط مشتق سیگنال تحلیلی نتیجه می شود رابطه (۳). اما منظور از سیگنال تحلیلی مشتق این است که در رابطه مربوط به اندازه سیگنال تحلیلی از مشتق است که در رابطه مربوط به اندازه سیگنال تحلیلی از مشتق محاسبه اندازه مؤلفه های گرادیان افقی از مشتق قائم میدان پتانسیل T حاصل می شود و نه از محاسبه مشتق قائم گرادیان افقی.

$$\frac{\partial |A(x, y)|}{\partial x} = \frac{1}{|A(x, y)|} \left\{ \frac{\partial^2 T(x, y)}{\partial x^2} \frac{\partial T(x, y)}{\partial x} + \frac{\partial^2 T(x, y)}{\partial x \partial y} \frac{\partial T(x, y)}{\partial y} + \frac{\partial^2 T(x, y)}{\partial x \partial z} \frac{\partial T(x, y)}{\partial z} \right\}$$

(٣)

۲-۲ تابع اویلر برای محدوده های خارج از توده زیر سطحی، میدان های پتانسیل در معادله لاپلاس صدق می کنند. از طرفی رابطه لاپلاس برای توده های با هندسه خاص همگن است (بلکلی، ۱۹۹۵). تابع های همگن نیز در معادله اویلر صدق می کنند (تامسون، ۱۹۸۲؛ بلکلی، ۱۹۹۵، راوات، ۱۹۹۶). شکل سه بعدی معادله اویلر به صورت رابطه (۵) نوشته می شود:

$$x\frac{\partial T}{\partial x} + y\frac{\partial T}{\partial y} + z\frac{\partial T}{\partial z} + \eta T =$$
  
$$x_0\frac{\partial T}{\partial x} + y_0\frac{\partial T}{\partial y} + z_0\frac{\partial T}{\partial z}\eta b,$$
 ( $\diamond$ )

که در آن (x, y, z) مختصات نقطه اندازه گیری،  $(x_0, y_0, z_0)$  مختصات موقعیت توده زیرسطحی، d میدان مغناطیسی ناحیهای منطقه برداشت و  $\pi$  شاخص ساختاری است که نرخ میرایی بی هنجاری مغناطیسی در نقطه مشاهدهای را نسبت به افزایش فاصله از منبع نشان می دهد. شاخص ساختاری پارامتری است که هندسه و نوع توده شاخص ساختاری پارامتری است که هندسه و نوع توده همبری (کنتاکت)  $0=\pi$ ، مدل دایک قائم و یا لبه سیل  $1=\pi$ ، برای مرکز استوانه افقی یا قائم  $2=\pi$  و برای کره  $\pi=3$ همکاران، ۱۹۹۰).

۲-۳ تلفیق دو تابع اویلر و سیگنال تحلیلی همان طور که گفته شد اساس این روش تلفیق دو تابع ویژه سیگنال تحلیلی و اویلر واهمامیخت است که برای این کار مشتق معادله اویلر در تابع سیگنال تحلیلی جای گذاری مشتق معادله اویلر نسبت به x، y و z میشود. در نتیجه ابتدا از معادله اویلر نسبت به x، y و z مشتق گرفته می شود که به ترتیب روابط زیر نتیجه می شوند:

$$\begin{split} \frac{\partial \left|A(x,y)\right|}{\partial y} &= \\ \frac{1}{\left|A(x,y)\right|} \begin{cases} \frac{\partial^2 T(x,y)}{\partial y \partial x} \frac{\partial T(x,y)}{\partial x} + \\ \frac{\partial^2 T(x,y)}{\partial y^2} \frac{\partial T(x,y)}{\partial y} + \frac{\partial^2 T(x,y)}{\partial y \partial z} \frac{\partial T(x,y)}{\partial z} \end{cases} \\ \frac{\partial \left|A(x,y)\right|}{\partial z} &= \\ \frac{1}{\left|A(x,y)\right|} \begin{cases} \frac{\partial^2 T(x,y)}{\partial z \partial x} \frac{\partial T(x,y)}{\partial x} + \\ \frac{\partial^2 T(x,y)}{\partial z \partial y} \frac{\partial T(x,y)}{\partial y} + \frac{\partial^2 T(x,y)}{\partial z^2} \frac{\partial T(x,y)}{\partial z} \end{cases} \end{split}$$

$$\begin{split} \left|A_{n}^{y}(x,y)\right| &= \sqrt{\left(\frac{\partial\phi_{n}^{y}}{\partial x}\right) + \left(\frac{\partial\phi_{n}^{y}}{\partial y}\right)^{2} + \left(\frac{\partial\phi_{n}^{y}}{\partial z}\right)^{2}} = \\ \frac{\partial^{n}}{\partial y^{n}} \left(\left|A(x,y)\right|\right), \end{split} \tag{(f)}$$

$$\begin{split} \left|A_{n}^{x}(x,y)\right| &= \sqrt{\left(\frac{\partial\phi_{n}^{x}}{\partial x}\right) + \left(\frac{\partial\phi_{n}^{x}}{\partial y}\right)^{2} + \left(\frac{\partial\phi_{n}^{x}}{\partial\partial z}\right)^{2}} = \\ \frac{\partial^{n}}{\partial x^{n}} \left(\left|A(x,y)\right|\right), \end{aligned}$$

$$\begin{split} \left|A_{n}^{z}(x,y)\right| &= \sqrt{\left(\frac{\partial\phi_{n}^{z}}{\partial x}\right) + \left(\frac{\partial\phi_{n}^{z}}{\partial y}\right)^{2} + \left(\frac{\partial\phi_{n}^{z}}{\partial z}\right)^{2}} = \\ \frac{\partial^{n}}{\partial z^{n}} \left(\left|A(x,y)\right|\right), \end{aligned}$$

$$\begin{split} \left|A_{n}^{z}(x,y)\right| &= \sqrt{\left(\frac{\partial\phi_{n}^{z}}{\partial x}\right) + \left(\frac{\partial\phi_{n}^{z}}{\partial y}\right)^{2} + \left(\frac{\partial\phi_{n}^{z}}{\partial z}\right)^{2}} = \\ \frac{\partial^{n}}{\partial z^{n}} \left(\left|A(x,y)\right|\right), \end{aligned}$$

$$z \text{ action of } Z \text{ and }$$

دامنه سیگنال تحلیلی، AAS و مشتقات مرتبه بالاتر آن از چندین راه قابل محاسبه است. مشتقات افقی مستقیماً از روی دادههای مغناطیسی و با استفاده از روش اختلاف محدود (برای مثال فیلتر تفاضل ۳ × ۳) قابل محاسبه است. همچنین هر دو مشتق قائم و افقی را میتوان در حوزه بسامد و با استفاده از تبدیل فوریه سریع (FFT) محاسبه کرد (بلکلی، ۱۹۹۵).

$$\begin{aligned} - \text{Prime} & \text{Prime} \quad \text{Prime} \quad \text{Prime} \quad \text{Prim} \quad \text{Prim$$

طرف راست رابطه فوق دامنه سیگنال تحلیلی ساده (<sup>[AAS]</sup>) و طرف چپ آن مشتق قائم مرتبه اول سیگنال تحلیلی (<sup>[AAS]</sup>) است. بنابراین رابطه (۱۲) را می توان به شکل زیر بازنویسی کرد:

$$z_0 |AAS_1|_{x=x_0, y=y_0} = -(\eta+1) |AAS_0|_{x=x_0, y=y_0}$$
(17)

رابطه (۱۳) بیانگر این مطلب است که عمق یک منبع بیهنجاری مغناطیسی را میتوان براساس نسبت بین |AAS| و |AAS|در نقطه روی مرکز منبع برآورد کرد. برای مثال در مورد تودههای با شاخص ساختاری مشخص چهار رابطه زیر از رابطه نهایی (۱۳) قابل استخراج است:

$$z_{0} = \left| \frac{AAS_{0}}{AAS_{1}} \right|_{x=x_{0}, y=y_{0}} \text{ for contat with } \eta = 0$$
(14)

$$z_0 = 2 \left| \frac{AAS_0}{AAS_1} \right|_{x=x_0, y=y_0} \text{ for Dyke with } \eta = 1$$
(14b)

$$z_0 = 3 \left| \frac{AAS_0}{AAS_1} \right|_{x=x_0, y=y_0} \quad \text{for Cylinder with } \eta = 2 \tag{14c}$$

$$z_0 = 4 \left| \frac{AAS_0}{AAS_1} \right|_{x=x_0, y=y_0} \quad \text{for Sphere with } \eta = 3$$
(14d)

بنابراین، اگر هندسه توده شناخته شده فرض شود، با استفاده از مشتق معادله اویلر در سه امتداد و جای گذاری در عبارت سیگنال تحلیلی میتوان رابطه کلی و تعمیم

$$(x - x_0)\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + (y - y_0)\frac{\partial^2 T}{\partial y \partial x} + (z - z_0)\frac{\partial^2 T}{\partial z \partial x} = -(\eta + 1)\frac{\partial T}{\partial x},$$
(9)

$$(x - x_0) \frac{\partial^2 T}{\partial x \partial y} + (y - y_0) \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + (z - z_0) \frac{\partial^2 T}{\partial z \partial y} = -(\eta + 1) \frac{\partial T}{\partial y},$$
 (V)

$$(x - x_0) \frac{\partial^2 T}{\partial x \partial z} + (y - y_0) \frac{\partial^2 T}{\partial y \partial z} + (z - z_0) \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = -(\eta + 1) \frac{\partial T}{\partial z}, \qquad (A)$$

با یک نگاه به روابط فوق متوجه می شویم که اگر عبارتهای طرف راست آنها را به توان دو برسانیم و با هم جمع کنیم، معادله نهایی رابطه سیگنال تحلیلی است اما طرف چپ را چون از سه جمله تشکیل شده نمی توان به راحتی به توان رساند، جدا از اینکه با این کار معادله نهایی پیچیده تر خواهد شد. به همین منظور یک فرض ساده کننده را به کار می گیریم بدین صورت که فرض می کنیم موقعیت نقطه مشاهدهای دقیقاً در بالای مرکز توده قرار بهعبارت دیگر  $x^{x,y,z}$  و  $y^{y} = y$ . نقطه  $y^{z}$  را نیز بر سطح بهعبارت دیگر  $y^{z} = x$  و  $y^{z} = y$ . نقطه  $y^{z}$  را نیز بر سطح تراز (سطح زمین) در نظر می گیریم یعنی  $y^{z} = y^{z}$ . با اِعمال دو فرض فوق در روابط (۶) تا (۸) به روابط ساده شده زیر میرسیم:

$$z_0 \left( \frac{\partial^2 T}{\partial z \partial x} \right)_{x = x_0, y = y_0} = -(\eta + 1) \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x = x_0, y = y_0}$$
(4)

$$z_0 \left( \frac{\partial^2 T}{\partial z \partial y} \right)_{x=x_0, y=y_0} = -(\eta + 1) \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{x=x_0, y=y_0}$$
(\.)

$$z_0 \left( \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right)_{x=x_0, y=y_0} = -(\eta + 1) \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right)_{x=x_0, y=y_0}$$
(11)

یافتهای را برای بر آورد عمق تودههای مغناطیسی بهدست آورد. روابط مشابهی ازسوی محققان گوناگون توسعه داده شده که می توان از آنها برای بر آورد عمق تودههای مغناطیسی استفاده کرد (سالم و همکاران، ۲۰۰۲؛ باستانی و پدرسون، ۲۰۰۱). اما مزیت اصلی روش عرضه شده در این تحقیق آن است که با جای گذاری مشتق اویلر در تابع سیگنال تحلیلی به معادله نهایی و کلی خواهیم رسید و امکان برآورد نوع توده و عمق تا بالای آن در نقاط روی مرکز میسر می شود. رابطه نهایی از این جهت یک رابطه کلی تلقی میشود که با وارد کردن عدد شاخص ساختاری مدل.های گوناگون، می توان رابطه بر آورد عمق مربوط به آنها را بهدست آورد. مزیت دیگر این روش آن است که فقط به تودههای با هندسه خاص و شاخص ساختاری صحیح محدود نیست و می توان آن را برای تودههای با هندسههای متفاوت به کار برد (راوات، .(1999

اگر بار دیگر از معادله اویلر نسبت به *۷۵* و *۲ مشتق* بگیریم و مراحل قبل را مجدداً تکرار کنیم به رابطه زیر میرسیم:

$$z_0 |AAS_2|_{x=x_0, y=y_0} = -(\eta + 2) |AAS_1|_{x=x_0, y=y_0} \quad (1\Delta)$$

که در آن، <sup>|AAS|</sup>مشتق قائم مرتبه دوم سیگنال تحلیلی است. با جایگذاری رابطه (۱۵) در رابطه (۱۳) روابط زیر نتیجه میشود:

$$\eta = \left(\frac{2|AAS_1|^2 - |AAS_2||AAS_0|}{|AAS_2||AAS_0| - |AAS_1|^2}\right)_{x = x_0, y = y_0}$$
(19)

$$Z_{0} = \left(\frac{|AAS_{1}||AAS_{0}|}{|AAS_{2}||AAS_{0}| - |AAS_{1}|^{2}}\right)_{x=x_{0}, y=y_{0}}$$
(1V)

روابط فوق نشان میدهند که هر دو پارامتر شاخص ساختاری و عمق بیهنجاری مغناطیسی را

می توان به طور همزمان و با استفاده از سیگنال تحلیلی و مشتق قائم مرتبه اول و دوم آن در نقطه روی مرکز برآورد کرد. نقطه روی مرکز نیز از روی بیشینه مقدار سیگنال تحلیلی تعیین میشود. یکی از مشکلات معادله اویلر مجهول بودن نوع شاخص ساختاری و در نتيجه لزوم برآورد آن در خلال برآورد عمق توده است. به عبارت دیگر با این مشکل امکان بر آورد همزمان عمق و نوع توده وجود ندارد و معمولا ابتدا نوع توده (پارامتر شاخص ساختاری) برآورد و در معادله اویلر جای گذاری و سپس اقدام به بر آورد عمق توده میشود. مسلم است هرگونه اشتباه و خطا در برآورد شاخص ساختاری، باعت بروز خطا در نتایج برآورد عمق خواهد شد. در نتیجه راه حل این مشکل برآورد همزمان شاخص ساختاری و عمق توده است. یکی از این روشها تلفیق معادله اویلر و سیگنال تحلیلی است که هدف اصلی این مقاله نيز هست.

۳ کاربرد روی داده های مغناطیسی مصنوعی

بهمنظور بررسی کارایی روش موردنظر، در این قسمت آن را روی دادههای مغناطیسی مدلهای مصنوعی دو و سه بعدی به کار می بریم. در مثال اول روش پیش گفته روی دادههای مغناطیسی دو بعدی مدل دایک نازک به کار برده شده است. توده دایک در عمق ۶ متری از سطح زمین قرار دارد و ضخامت آن ۶ متر در نظر گرفته شده است. مدل فقط دارای مغناطیس القایی با شدت ۴۵۰۰۰ نانوتسلا و زاویه میل وانحراف به ترتیب برابر با ۷۰ و ۵ درجه است (شکل ۱–الف). شکل ۱–ب منحنی پاسخ مغناطیسی دایک نازک را نشان می دهد که از یک دنباله مثبت و یک دنباله منفی تشکیل شده است و بیانگر مایل بودن بردار مغناطیس آن است.

مرتبه اول و دوم آن میباشد. در حالت دوبُعدی منحنی سیگنال تحلیلی صرفنظر از نوع توده و امتداد مغناطیس شدگی آن تابع زنگوله شکلی را تشکیل می دهد که بیشینه مقدار آن روی توده مولد قرار می گیرد. در این شکل نقطه بیشینه هر سه منحنی بر هم منطبق و موقعیت توده دایک (۲۰۰۰=x) را نشان می دهد که موقعیت واقعی آن در شکل ۱–الف را کاملاً تأیید می کند. شکل ۱–د و ا–ه بهترتیب بر آورد شاخص ساختاری و عمق توده دایک را نشان می دهد که بر حسب فاصله از مبدأ نیم رخ داده شده است. در نقطه ۱۰۰=xکه موقعیت افقی توده است مقدار شاخص ساختاری توده ۲۰۰۲ و عمق آن است مقدار شاخص ساختاری معناطیسی آن را تأیید ۱ و ۶ متر) در تولید بی هنجاری مغناطیسی آن را تأیید می کند.

مثال دوم مربوط به کاربرد روش روی مدل مصنوعی متشکل از سه توده استوانه قائم است که مقطع آنها در شکل ۲–الف نشان داده شده است و بهترتیب در موقعیتهای افقی ۵۰۰، ۱۰۰۰ و ۱۵۰۰ متری قرار دارند. استوانه قائم A و C در عمق ۲۰۰ متری و استوانه B در عمق۳۰۰ متری از سطح زمین قرار دارد. شدت مغناطیس شدگی توده های A، B و C به ترتیب ۵، ۶ و ۸ آمپر بر متر فرض شده است. زوایای میل و انحراف مغناطیس شدگی هر سه توده یکسان و برابر با ۴۵ و ۱۰ درجه در نظر گرفته شده است. پاسخ مغناطیسی سه توده در شکل ۲-ب آمده است. نمودار سیگنال تحلیلی توده و مشتقات آن در شکل ۲-ج آمده است. در این شکل نقاط بیشینه سیگنال تحلیلی منطبق بر تودههای استوانه قائم است. نتیجه برآورد شاخص ساختاری تودههای استوانه قائم A، B و C به ترتیب در شکل های ۲–د، ۲–هـ و ۲–و آمده است. جدول ۱ نتایج عددی بر آورد پارامترهای عمق و شاخص ساختاری تودهها را نشان میدهد. شکل ۳

نمایش گرافیکی نتایج حاصل از برآورد عمق و نوع توده مربوط به مثال مصنوعی دوم را نشان میدهد.

مثال سوم، کاربرد سیگنال تحلیلی و مشتقات آنرا در تعیین حدود تودههای زیرسطحی نشان میدهد. مدل مصنوعی از سه توده منشوری با سطح مقطع مستطیل شکل تشکیل شده که در عمقهای متفاوت قرار دارند. شکل ۴–الف پاسخ مغناطیسی به همراه سطح مقطع سه توده منشوری را نشان میدهد. پارامترهای فیزیکی مورد استفاده در تولید پاسخ مغناطیسی آنها در جدول ۲ آمده است. شکل ۴–ب مربوط به سیگنال تحلیلی متداول (ساده) دادههای مغناطیسی شکل ۴–لف است. در این شکل بیشینه مقدار سیگنال تحلیلی روی تودهها قرار گفته اما وجود همپوشانی بین سه توده سبب شده تا حدود توده از هم تفكيك نشود. شكل ۴–ج نقشه مشتق قائم سيگنال تحليلي قسمت (ب) را نشان ميدهد. در اين شکل حدود دو توده منشوری کمعمقتر مشخص شده اما موقعیت توده كره همچنان مخفى است. شكل ۴-د نقشه مشتق قائم مرتبه دوم سیگنال تحلیلی را نشان میدهد که در آن موقعیت هر سه توده مولد با دقت قابل قبولی برجسته شده است.

**جدول ۱**. نتایج برآورد دو پارامتر فیزیکی عمق و شاخص ساختاری تودههای استوانه قائم مدل مصنوعی مثال دوم.

شاخص ساختاری	عمق (متر)	موقعیتافقی (متر)	نوع توده
۲	2.2/220	0	${f A}$ استوانه قائم
1/98	۳.٩/٥	1	استوانه قائم <b>B</b>
۲/۰٥	7.1/024	10	استوانه قائم C



**شکل ۱.** کاربرد روش روی دادههای مغناطیسی مصنوعی دوبُعدی دایک نازک. (الف) مقطع دوبُعدی توده دایک نازک در موقعیت افقی ۱۰۰ متر و در عمق ۱۰۰ متری از سطح زمین. (ب) پاسخ مغناطیسی توده دایک به ازای بردار مغناطیسشدگی با شدت ٤٥٠٠ نانوتسلا و زاویه میل و انحراف ۷۰ و ۵ درجه. (ج) منحنی سیگنال تحلیلی و مشتقات قائم مرتبه اول و دوم دادههای قسمت الف. بیشینه سیگنال تحلیلی بهصورت تابع زنگولهای شکل روی موقعیت دایک قرار گرفته است. (د) منحنی برآورد شاخص ساختاری توده دایک در مقابل فاصله از مبدا نیمرخ. (هـ) نمودار برآورد عمق توده دایک در مقابل فاصله از مبدا نیمرخ. مقادیر عمق و شاخص ساختاری برآورد شده بهترتیب ۲۰۰۲ متر و ۲/۰۰۲ متیوین شده است.

شدت مغناطیس شدگی (A/m)	شعاع (متر)	ضخامت (متر)	عمق (متر)	موقعیت عرضی (Y) (متر)	موقعیت طولی (X) (متر)	نوع توده
٥	_	۲	*•••	10	۸۰۰۰	منشور A
٤/٥	-	1	۳۰۰۰	٤٠٠٠	10	منشور B
٣	170.	_	0	2000	۳۷0۰	كره

جدول ۲. پارامترهای فیزیکی مورد استفاده در تودههای مولد مدل مصنوعی مثال سوم.



شکل ۲. کاربرد روش روی دادههای مغناطیسی مصنوعی دوبُعدی مدل مصنوعی مشتکل از سه توده استوانه قائم. (الف) مقطع دوبُعدی تودههای استوانه قائم در موقعیت افقی ۵۰۰، ۱۰۰۰ و ۱۵۰۰ متر و در اعماق مختلف. (ب) پاسخ مغناطیسی مدل مصنوعی به ازای شدت مغناطیس شدگی بهترتیب ۵، ۲ و ۸ أمپر بر متر و زاویه میل و انحراف ٤٥ و ۱۰ درجه. (ج) منحنی سیگنال تحلیلی و مشتقات قائم مرتبه اول و دوم دادههای قسمت (الف). نقاط بیشینه سیگنال تحلیلی بهصورت تابع زنگولهای شکل موقعیت تودههای سهگانه را نشان می دهد. (د) منحنی بر آورد شاخص ساختاری استوانه قائم A در مقابل فاصله از مبدإ نیم رخ. (هـ) منحنی بر آورد شاخص ساختاری استوانه قائم B در مقابل فاصله از مبدإ نیم رخ. (و) منحنی برآورد شاخص ساختاری استوانه قائم C در مقابل فاصله از مبدإ نیم رخ.جدول ۱ نتایج عددی برآورد عمق و شاخص ساختاری سه توده را نشان می دهد.



شکل ۳. نمایش نتایج برآورد عمق و نوع توده مربوط به مدل مصنوعی مثال دوم.



شکل ٤. کاربرد روش روی دادههای مغناطیسی مصنوعی سه *بعدی مدل مصنوعی مشتکل* از دو توده منشوری و یک توده کره. (الف) پاسخ مغناطیسی مدل مصنوعی به ازاء بردار مغناطیس شدگی با شدت ۲۰۰۰۰ نانوتسلا و زاویه میل و انحراف ٦٥ و ۳ درجه. سطح مقطع تودهها با کادر سیاهرنگ مشخص شده است. پارامترهای فیزیکی مورد استفاده در جدول ۲ آمده است. نیمرخ 4B مقطع شمالی جنوبی مورد استفاده در شکل ٤ را نشان میدهد. (ب) نقشه سیگنال تحلیلی دادههای مغناطیسی قسمت الف. بیشینه سیگنال تحلیلی موقعیت تودههای سه گانه را نشان میدهد. اما بهعلت هم پوشانی بین تودهها، برآورد مرز بهصورت متداخل است. (ج) نقشه مشتق قائم مرتبه اول دادههای سیگنال تحلیلی قسمت (ب). در این شکل موقعیت تودههای منشوری برجسته شده اما کره بهعلت عمق بیشتر همچنان مخفی است. (د) نقشه مشتق قائم مرتبه دوم سیگنال تحلیلی دادههای قسمت الف. در این شکل هر سه توده نسبت به اطراف برجسته شده است.

شاخص ساختاری توده منشوری شکل ۴ بهترتیب۱۹۸۹/۸۴ متر و ۱۸۸۹/۹ بر آورد شده است. در مثال چهارم کارایی تابع سیگنال تحلیلی و مشتقات آن در تعیین تودههای زیرسطحی ترکیبی بررسی شده است. در این مثال علاوه بر مشتق قائم مشتق افقی سیگنال تحلیلی نیز محاسبه شده است. مدل مصنوعی از سه توده منشوری A، B و C تشکیل شده که پارامترهای فیزیکی آن در جدول ۳ آمده است. شکل ۶-الف پاسخ مغناطیسی تودهها را نشان میدهد. زاویه میل و انحراف بردار همچنین در این مثال بهمنظور آزمون کارایی روش در مورد دادههای سه بعدی مقطع شمالی – جنوبی AB از توده منشوری A تهیه شد که در شکل ۵–الف آمده است. شکلهای ۵–الف، ۵–ب و ۵–ج به ترتیب نمودار سیگنال تحلیلی و مشتقات قائم مرتبه اول و دوم دادههای مقطع (الف) را نشان میدهد. در این شکلها بیشینه مقدار سیگنال تحلیلی لبههای توده منشوری را نشان میدهد بهطوری که با افزایش مرتبه مشتق، دقت آن بهبود می یابد. با توجه به روش مورد استفاده در این مقاله، عمق و

مغناطیس شدگی توده ها به ترتیب ۶۵ و ۲۰ درجه فرض شده است. شکل ۶-ب نقشه سیگنال تحلیلی ساده داده های مغناطیسی قسمت الف را نشان می دهد. در این شکل به دلیل هم پوشانی توده ها که عمدتاً از فاصله و امتداد قرار گیری آنها نتیجه می شود، مرز توده ها متداخل تعیین شده است. شکل ۶-ج نقشه مشتق قائم مرتبه دوم

سیگنال تحلیلی قسمت ب را نشان میدهد که در آن موقعیت تودهها با دقت زیادی، نسبت به اطراف برجسته شده است. شکلهای ۶-د و ۶-و بهترتیب نقشه مشتق افقی سیگنال تحلیلی نسبت به امتداد x و Yرا نشان میدهد که در آنها لبههای قائم و افقی تودههای منشوری تعیین شده است.



شکل ۵. کاربرد روش روی دادههای مغناطیسی مصنوعی دوبُعدی مقطع شمالی – جنوبی AB منشور A شکل ۳. (الف) نیمرخ مغناطیسی مقطع مغناطیسی پیش گفته به طول ۲۰ کیلومتر. (ب) منحنی سیگنال تحلیلی دادههای مغناطیسی قسمت الف. (ج) منحنی مشتق قائم مرتبه اول سیگنال تحلیلی قسمت (ب). در این شکل بیشینه مقدار تابع لبههای توه منشوری را مشخص میکند. (د) منحنی مشتق قائم مرتبه دوم سیگنال تحلیلی قسمت (ب). نتایج برآورد عمق و شاخص ساختاری مقطع AB در خروجی برنامه رایانهای تهیه شده آمده است که بهترتیب ۱۸۸۹/۸ متر و ۱۸۸۹/۳ برآورد شده است.

شدت مغناطیس شدگی (A/m)	امتداد نسبت به راستای قائم (درجه)	ضخامت (متر)	عمق (متر)	موقعیت عرضی (Y) (متر)	موقعیت طولی (X) (متر)	نوع توده
٥	•	۲۰۰	۲۰۰۰	۳۰۰۰۰	۱۸۰۰۰	منشور A
٤/٥	٩٠	1	*•••	10	Y0	منشور B
٣	٤٥	-	0	*••••	*••••	منشور C

ل مثال چهارم.	مدل مصنوعي	مورد استفاده در	فيزيكى	۳. يارامترهاي	جدول
---------------	------------	-----------------	--------	---------------	------



شکل ۲. کاربرد روش روی دادههای مغناطیسی مصنوعی سه *بعد*ی مدل مصنوعی مشتکل از سه توده منشوری. پارامترهای فیزیکی مورد استفاده در تولید پاسخ مغناطیسی مدل در جدول ۳ آمده است. (الف) پاسخ مغناطیسی مدل مصنوعی به ازای بردار مغناطیس شدگی با شدت ۲۰۰۰۰ نانوتسلا و زاویه میل و انحراف ۲۵ و ۲۰ درجه. سطح مقطع تودهها با کادر سیاهرنگ مشخص شده است. (ب) نقشه سیگنال تحلیلی دادههای مغناطیسی قسمت الف. بیشینه سیگنال تحلیلی موقعیت تودههای سهگانه را نشان میدهد. اما به علت هم پوشانی بین تودهها در نتیجه فاصله و امتداد آنها، برآورد مرز به صورت متداخل است. (ج) نقشه مشتق قائم مرتبه دوم دادههای سیگنال تحلیلی قسمت ب. در این شکل موقعیت تودههای منشوری برجسته شده است. افقی سیگنال تحلیلی دادههای قسمت الف نسبت به محور X در این شکل مرزهای قائم توده برجسته شده است. (هـ) نقشه مشتق افقی سیگنال تحلیلی دادههای قسمت الف نسبت به محور Y. در این شکل مرزهای قائم توده برجسته شده است. (هـ) نقشه مشتق افقی سیگنال تحلیلی دادههای قسمت الف نسبت به محور Y. در این شکل مرزهای اثار

تحلیلی تنها منجر به شناسایی دایکهای با شدت زیاد شود و بقیه با شدت کمتر که ممکن است از لحاظ زمین شناسی مورد توجه باشند پوشیده بمانند. شکل ۷-ج نقشه مشتق افقی کل داده های مغناطیسی قسمت الف را نشان می دهد. در این شکل نیز بیشینه مقادیر موقعیت دایکها را مشخص می کند اما همچنان، تعادل بین خروجی آن وجود ندارد. شکل ۷-د نقشه مشتق قائم مرتبه دوم سیگنال تحلیلی را نشان می دهد. در این شکل با ایجاد تعادل بین خروجی فیلتر حدود هر دو دایکهای کم شدت و پرشدت نسبت به اطراف برجسته شده است.

مثال دوم مربوط به يک نيمرخ مغناطيسسنجي معدن سنگ آهن مرکزی شهرستان بافق است. این معدن در ۱۰۰ کیلومتری استان یزد قرار دارد. شکل ۸–الف دادههای مغناطیسی نیمرخ پیشگفته به طول ۱ کیلومتر را نشان میدهد که دارای یک قطب مثبت و یک قطب منفی غالب است. علاوه بر این دو قطب، در نقطه وسط این نیمرخ نیز یک بی هنجاری مشاهده می شود. چون این نیمرخ به صورت زمینی برداشت شده است، نوفههای بسامد زیاد بسیاری، دادهها را آغشته کرده است. به همین منظور قبل از اِعمال روش، دادهها تا ارتفاع ۱۲ متری ادامه فراسو شدند که نتایج در شکل ۸-الف آمده است. شکل ۸-ب منحنی های سیگنال تحلیلی و مشتقات آن را نشان میدهد که همانطور که انتظار میرفت دارای سه نقطه بیشینه (سه قله) است. نقاط بیشینه از سمت راست با حروف A، B و C نام گذاری شده است. شکل های ۸–ج و ۸–د مربوط به نتایج برآورد عمق و شاخص ساختاری توده زیرسطحی با استفاده از روش پیشگفته است که در نقاط بیشینه سیگنال تحلیلی قرار دارد. بر طبق نتایج حاصل، عمق توده در دو نقطه B و C، برابر با ۶۰ متر

۴ کاربرد روی دادههای مغناطیسی واقعی در این قسمت دو مثال واقعی از کاربرد روش پیش گفته، روی دادههای واقعی در تفسیر بیهنجاریهای مغناطیس سنجی در حالتهای دو و سه بعدی آورده شده است. مثال اول از دادههای مغناطیس هوایی کشور استرالیای غربی انتخاب شده است. هدف از عرضهٔ این مقاله، بررسی کارایی سیگنال تحلیلی مرتبه زیاد در تعیین تودههای زیرسطحی است. دادههای مغناطیس هوایی مربوط به فلات ییلگارن (Yilgranplateau) که در ارتفاع ۲ کیلومتری از سطح زمین و با خطوط پرواز ۱/۵ کیلومتری تهیه شده است که در آن از مغناطیس سنج بخار سزيم براى برداشت دادههاى مغناطيس سنجى استفاده شده است. فلات ییلگارن در واقع یک کراتون بزرگ است. این کراتون به مرور زمان و با خروج تودههای آتشفشانی و ایجاد زونهای فرورانش، رشد کرده است. سن این منطقه آرکئن پسین است. منطقه مورد بررسی شامل چند دایک با روند تقریبی شرقی – غربی است که بهصورت منفى يا مثبت مغناطيس شدهاند. بى هنجارى مغناطيسى با روند شمالي – جنوبي مربوط به كمربند گريناستون است. دایکهای متعدد این منطقه همگی سن پالئوزوئیک دارند. دایک بزرگتر مرکز نقشه دایک جیمبرلانا نام دارد. زاویه میل بردار مغناطیس زمین ۶۵– درجه اندازه گیری شده است. شكل ۷–الف نقشه مغناطيس منطقه مورد بررسی را نشان میدهد. بیهنجاریهای مغناطیسی کشیده بهدلیل وجود دایکهای منطقه است که در اکثر موارد ذخایر زیرکنیم در آنها یافته شده است. شکل ۷–ب نقشه سیگنال تحلیلی دادههای مغناطیسی قسمت الف را نشان میدهد. ویژگی بارز این منطق وجود دایکهایی است که با شدتهای متفاوت مغناطیس شدهاند. بهعبارتدیگر دامنه تغييرات شدت مغناطيس دايکها بسيار گسترده است. این ویژگی سبب میشود تا استفاده از سیگنال

از نوع دایک و همبری و اعماق آنها همان اعماق حاصل از روش سیگنال تحلیلی منظور شد. همان طور که مشاهده می شود بین منحنی صحرایی و منحنی نظری مدل، برازش مناسبی ایجاد شده است(شکل ۸–هـ). شکل ۸–و مدل حاصل از مدل سازی معکوس را نشان می دهد. توده آبی رنگ هَمبری مغناطیسی و توده سبزرنگ دایک است. و در نقطه A، ۸۰ متر برآورد شده است. همچنین شاخص ساختاری در نقاط A و C، برابر با صفر (از لحاظ نظری معادل هَمبری مغناطیسی) و در نقطه B، یک (معادل دایک) برآورد شده است. بهمنظور صحتسنجی نتایج، اقدام به مدلسازی معکوس نیمرخ قسمت الف شد. در این راستا نقطه شروع مدلسازی را نتایج حاصل از این روش تشکیل داد؛ بدین ترتیب که توده



شکل ۷. کاربرد روش روی دادههای مغناطیس هوایی فلات ییلگارن استرالیای غربی. (الف) نقشه میدان کل مغناطیسی منطقه مورد بررسی به وسعت ۳۵۵×۳۵۵ کیلومتر. بی هنجاری های مغناطیسی نوعاً بهدلیل وجود دایکهای مغناطیسی است. (ب) نقشه سیگنال تحلیلی دادههای سمت الف. در این شکل فقط تودههای با شدت بالای مغناطیسی برجسته شدهاند. (ج) نقشه مشتق افقی کل دادههای مغناطیسی قسمت (الف). (د) نقشه مشتق قائم مرتبه دوم سیگنال تحلیلی دادههای قسمت (الف). در این شکل با تعادل بین خروجی تودههای دایک کمشدت و پرشدت برجسته شدهاند.



شکل ۸ کاربرد روش روی نیمرخ مغناطیسسنجی معدن سنگ آهن مرکزی. (الف) دادههای مغناطیسسنجی زمینی مربوط به بی هنجاری مغناطیسی معدن سنگ آهن مرکزی به طول ۱ کیلومتر. (ب) منحنی سیگنال تحلیلی و مشتقات آن. در این شکل سیگنال تحلیلی در سه نقطه پیک نشان داده است. (ج) نتیجه برآورد عمق نیمرخ قسمت (الف). (د) نتیجه برآورد شاخص ساختاری نیمرخ قسمت الف. (هـ) نتیجه مدلسازی معکوس نیمرخ قسمت الف با استفاده از نتایج حاصل از روش طرح شده در مقاله. (و) مدل زمین شناسی حاصل از اجرای مدلسازی معکوس.

۵ نتیجه گیری

در این مقاله با استفاده از مشتقات معادله اویلر نسبت به امتداد X، Y و Z و چند مرحله سادهسازی و همچنین با استفاده از اصطلاح سیگنال تحلیلی تعمیم یافته یا مشتقات سیگنال تحلیلی، روشی عرضه شد که کاربرد آن منجر به برآورد عمق و نوع تودههای زمین شناسی زیرسطحی میشود. علاوهبرآن در این روش مانند روش اویلر واهمامیخت متداول موقعیت افقی توده نیز از روی نقاط بیشینه سیگنال تحلیلی برآورد میشود. کاربرد این روش روی دادههای مغناطیس واقعی و مصنوعی نشان داد که مشتق قائم مرتبه دوم سیگنال تحلیلی مرزهای توده را با

دقت زیادی نسبت به اطراف مشخص می کند. همچنین نتایج آن بهصورت متعادل است که باعث می شود تا تودههای با شدت مغناطیس شدگی کم در بین تودههای قوی تر پوشیده نشوند. این روش روی دادههای مغناطیس سنجی مصنوعی در حالتهای دو و سه بعدی با کار برده شده است. نکته مورد توجه اینکه چون در این روش از مشتق مرتبه دوم استفاده می شود، باید دادههای مورد استفاده از نوع با کیفیت باشند یا اینکه قبل از اِعمال این روش، دادهها ادمه فراسو شوند. این روش روی دادههای مغناطیس هوابرد فلات ییلگرام استرالیای غربی به کار برده شد که منجر به تعیین تودههای دایک با

- Nelson, J. B., 1988, Comparison of gradient analysis techniques fortwo-dimensional magnetic sources: Geophysics, 53, 1088-1095.
- Pedersen, L. B., 1989, Relations between horizontal and vertical gradientsof potential fields, Geophysics, 54, 662-673.
- Ravat, D., 1996a, Analysis of the Euler method and its applicabilityin environmental magnetic investigations, J. Environmental. Eng.Geophys, 1, 229-238.
- Reid, A. B., Allsop, J. M., Granser, H., Millet, A. J. and Somerton, I. W., 1990, Magnetic interpretation in three dimensions using Eulerde convolution, Geophysics, 55, 80-91.
- Roest, W. R., Verhoef, J. and Pilkington, M., 1992, Magnetic interpretation using 3-D analytic signal: Geophysics, 57, 116-125.
- Salem, A., Ravat, D., Gamey, T. J. and Ushijima, K., 2002, Analytic signal approach and its applicability in environmental magnetic investigations, J. Appl. Geophys, 49, 231-244.
- Smith, R. S., Thurston, J. B., Dai, T. F. and MacLeod, I. N., 1998, ISPI—the improved source parameters imaging method: Geophys. Prosp, 46, 141-151.
- Smith, R., S. and Salem, A., 2005, Imaging depth, and susceptibility from magnetic data: The advanced source-parameter imaging method: Geophysics, **70**, 31-38.
- Salem, A., Ravat, D., Smith, R. and Ushijima, K., 2008, Interpretation of magnetic data using tilt angle derivatives: Geophysics, 70, L7-L12.
- Thompson, D. T., 1982, "EULDPH" a new technique for making computer-assisted depth estimates from magnetic data: Geophysics, **47**, 31-37.
- Thurston, J. B. and Smith, R. S., 1997, Automatic conversion of magnetic data to depth, dip, susceptibility contrast using the SPI method, Geophysics, **62**, 807-813.
- Thurston, J., Guillon, J. C. and Smith, R., 1999, Model-independentdepth estimation with the SPI method, 69th Ann. Internat.Mtg, Soc.of Expl. Geophys, Expanded Abstracts, 403-406.
- Williams, S. E., Fairhead, J. D. and Flanagan, G., 2002, Realistic models of basement topography for depth to magnetic basement testing, 72thAnnualInternational Meeting, SEG, Expanded Abstracts, 814-817.
- Williams, S. E., Fairhead, J. D. and Flanagan, G., 2005, Comparison of grid Euler deconvolution with and without 2Dconstraints using a realistic 3D magnetic basement model: Geophysics, **70**, L13-L21.

شدتهای متفاوت مغناطیسشدگی شد. نتایج حاصل از کاربرد این روش روی دادههای مغناطیس دوبُعدی مربوط به یک نیمرخ مغناطیسسنجی معدن سنگ آهن مرکزی شهرستان بافق در مدلسازی معکوس تأیید شد.

مراجع

- AtchutaRao, D., Ram Babu, H. V. and Sanker Narayan P. V., 1981, Interpretation of magnetic anomalies due to dikes, The complex gradient method, Geophysics, 46, 1572-1578.
- Bastani, M. and Pedersen, L. B., 2001, Automatic interpretation of magnetic dikes parameters using the analytic signal technique, Geophysics, **66**, 551-561.
- Blakely, R. J., 1995, Potential theory in gravity and magnetic applications, Cambridge Univ. Press.
- Debeglia, N. and Corpel, J., 1997, Automatic 3-D interpretation of potential field data using analytic signal derivatives, Geophysics, **62**, 87-96.
- Hsu, S. K., Sibuet, J. C. and Shyu, C. T., 1996, High-resolution detection of geologic boundaries from potential anomalies: An enhanced analytic signal technique, Geophysics, **61**, 373-386.
- Hsu, S. K., Coppens, D. and Shyu, C. T., 1998, Depth to magnetic source using the generalized analytic signal: Geophysics, **63**, 1947-1957.
- MacLeod, I. N., Jones, K. and Dai, T. F., 1993, 3-D Analytic signal in the interpretation of total magnetic field data at low magnetic latitudes, Expl. Geophys, 24, 679-688.
- Nabighian, M. N., 1972, The analytic signal of two-dimensional magnetic bodies with polygonal cross-section: Its properties and use for automated anomaly interpretation: Geophysics, **37**, 507-517.
- Nabighian, M. N., 1974, Additional comments on the analytic signal of two dimensional magnetic bodies with polygonal cross-section: Geophysics, **39**, 85-92.
- Nabighian, M. N., 1984, Toward a threedimensional automatic interpretation of potential-field data via generalized Hilbert transforms: fundamental relations, Geophysics, 49, 780-786.