

تبدیل فوریه ضد نشت (ALFT) و کاربرد آن برای بازسازی داده‌های لرزه‌ای

صابر جهانجوی^۱، حمیدرضا سیاه‌کوهی^{۲*} و رامین نیکروز^۳

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد ژئوفیزیک، گروه زمین‌شناسی، دانشکده علوم، دانشگاه ارومیه، ایران

^۲ استاد، گروه فیزیک زمین، موسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران، ایران

^۳ استادیار، گروه زمین‌شناسی، دانشکده علوم، دانشگاه ارومیه، ایران

(دریافت: ۹۱/۱۰/۲۰، پذیرش نهایی: ۹۲/۷/۱۶)

چکیده

معمولاً در مراحل گوناگون پردازش داده‌های لرزه‌ای، فرض بر آن است که این داده‌ها به صورت منظم در راستای مکان و زمان نمونه‌برداری شده‌اند. اما اغلب در عمل به علت محدودیت‌های دسترسی در منطقه مورد بررسی و نقص دستگاهی، این فرض صادق نیست. از این رو محاسبه طیف بسامدی سیگنال‌هایی با نمونه‌برداری نامنظم و بازسازی آن روی یک شبکه با نمونه‌برداری منظم، یکی از مهم‌ترین بحث‌های رایج در پردازش سیگنال بشمار می‌رود. در متن حاضر ضمن معرفی الگوریتم تبدیل فوریه ضد نشت، از آن برای حذف نشت بسامدی ناشی از پنجره کردن داده‌ها و نمونه‌برداری نامنظم، استفاده و طیف بسامدی سیگنال را با دقت زیادی محاسبه می‌کنیم. با استفاده از طیف بسامدی به دست آمده می‌توان سیگنال را روی هر شبکه منظم دلخواهی بازسازی کرد. تبدیل فوریه ضد نشت الگوریتمی تکراری است که در هر تکرار تبدیل فوریه گسسته سیگنال را محاسبه می‌کند. در هر تکرار، بزرگ‌ترین ضریب فوریه انتخاب و روی شبکه نمونه‌برداری شده در حوزه $f-x$ برگردانده و از سیگنال ورودی کسر می‌شود. این عمل تا زمانی که انرژی سیگنال باقی‌مانده به مقدار آستانه از قبل تعیین شده برسد، روی سیگنال باقی‌مانده تکرار می‌شود. در این مقاله الگوریتم تبدیل فوریه ضد نشت در حوزه $F-X$ برش‌های بسامد زمانی داده‌های لرزه‌ای اعمال شده و هر بسامد روی شبکه دلخواه، بازسازی می‌شود. روش معرفی شده، داده‌های لرزه‌ای کاملاً نامنظم و داده‌های لرزه‌ای منظم با ردلرزه گم شده را با دقت زیادی بازسازی می‌کند. در مورد داده‌های لرزه‌ای با نمونه‌برداری نزدیک به منظم نیز با اعمال یک ماسک ضد دگرنامی می‌توان رویدادهای با شیب بسیار تند را بازسازی کرد. کارایی روش روی داده‌های لرزه‌ای مصنوعی و واقعی ارزیابی، و نتایج آن عرضه شده است.

واژه‌های کلیدی: تبدیل فوریه ضد نشت، نشت بسامدی، نمونه‌برداری نامنظم، درون‌یابی داده لرزه‌ای

Anti-leakage Fourier transform (ALFT) and its application for seismic data reconstruction

Jahanjooy, S.¹, Siahkoochi, H. R.² and Nikrouz, R.³

¹M.Sc. Student of Geophysics, Geology Department, Faculty of Science, Urmia University, Iran

²Professor, Earth Physics Department, Institute of Geophysics, University of Tehran, Iran

³Assistant Professor, Geology Department, Faculty of Science, Urmia University, Iran

(Received: 09 Jan 2013, Accepted: 08 Oct 2013)

Summary

Discrete Fourier Transform (DFT) is the basic part of various algorithms of signal processing in many fields of science and technology. For analysis of signals with DFT, the length of discrete signal must be finite so signal to be analyzed must be divided to some windows. Consequently, spectrum leakage appears in frequency domain. Energy leakage of DFT spectrum can also occur due to non-uniform sampling in time or spatial domain and usually is more serious. The leakage can hide smaller spikes among actual

spectrum and is an important factor that affects spectrum estimation. In practice, we should try to reduce the energy leakage of DFT spectrum to improve the resolution of frequency spectrum. For evenly sampled signals, suppressing approaches of spectrum leakage are diverse; most common method among them is windowing method. Study on how to suppress spectrum leakage of non-uniform Fourier transform is important both in theory and practice. Here we introduce and apply an anti leakage Fourier transform (ALFT) algorithms for suppressing spectrum leakage of non-uniform Fourier transform, improving the resolution of temporal frequency spectrum or spatial wave number spectrum.

One of the areas of study that has the same problem is seismic exploration technology. Seismic data sets are generally irregularly sampled in inline midpoints, cross-line midpoints, offset and azimuth. This irregular sampling can limit the effectiveness of high end 3D de-multiple and imaging algorithms such as 3D surface related multiple elimination, wave equation pre-stack depth migration and many other processes. To overcome this issue, it is common in seismic data processing to use regularization and interpolation. Interpolation processes fill the missing traces and regularization transfer traces from their irregular recorded location to locations on a regular grid. We apply ALFT for seismic data interpolation and regularization that leads to reconstruction of seismic data on a regular grid.

ALFT is an iterative algorithm that acts on frequency slices and reconstruct each temporal frequency spectrum along spatial dimensions. For an input data with N_p known samples, the original algorithm of ALFT can be performed as follow:

1- Computing Fourier components of the data using equation 1.

$$\hat{f}^{m+1}(k) = \frac{1}{\Delta X} \sum_{l=1}^{N_p} w(x_l) f^m(x_l) e^{-2\pi i k x_l}, \quad (1)$$

2- Selecting the largest coefficient and adding it to the precomputed coefficients.

3- Updating data by subtracting the contribution of selected coefficient (equation 2) from input data (equation 3).

$$f^k(x_l) = \hat{f}_{k_p} e^{2\pi i k_p x_l}, \quad (2)$$

$$f^{m+1}(x_l) = f^m(x_l) - f^k(x_l), \quad (3)$$

4- Iterating steps 2 and 3 until reaching the threshold.

The idea of ALFT is simple and intuitive: first seismic data will be transformed to f - x domain, by applying DFT the f - k spectrum of data will be estimated. The largest Fourier coefficient is selected and subtracted from the input data. In the subsequent iterations, successive maximum components are subtracted until the norm of the residual is negligible. This iterative processes is able to recover a sparse spectrum that, when evaluated at sampling points, approximates regularly sampled data. This method relies on the common assumption that sparsely sampled data can be represented by a few Fourier components. ALFT can handle pure non-uniform seismic data and uniform seismic data with gap and missing traces. For regular data sets, by applying an anti-alias mask ALFT can handle steep dips. Generalization of ALFT to higher dimensions is simple and straightforward and for high dimension data ALFT can reconstruct very sparse data sets. Performance of the method was tested on both synthetic and real seismic data.

We applied ALFT algorithm to reconstruction of synthetic and real seismic data sets. The results show the effectiveness of ALFT in interpolation and regularization of input data on any desired regular sampling grid. Compared to those interpolation methods that use FFT, ALFT has a slow procedure. However, computing the DFT's in small windows of data sets, greatly reduces the computational cost of the algorithm. On the other hand,

when the input data sets are sampled on a regular grid which has missing traces or gaps, one can use FFT instead of DFT to compute Fourier transform. ALFT reconstruction method suffers much less from edge effects and Gibbs phenomenon.

The sequence of computing Fourier coefficients from maximum energy to minimum energy, and subtraction of contribution of them from remained data, plays a key rule in ALFT algorithm.

Keywords: Anti-leakage Fourier transform, Non-uniform sampling, Spectral leakage, Seismic data interpolation

۱ مقدمه

اطلاعاتی از زمین‌شناسی منطقه برداشت مانند سرعت سیر و یا تعداد رویدادها نیاز دارند. در روش‌های درون‌یابی با پردازش داده نیز فرض بر این است که ردلرزه‌ها حاوی رویدادهای همدوسی هستند که می‌توان این رویدادها را در مکان‌های مجاور هر ردلرزه تصویر کرد و ردلرزه جدیدی در این نقاط به دست آورد. روش‌های بازسازی لرزه‌ای با پردازش داده نیز خود به دسته روش‌های درون‌یابی با طراحی فیلتر، روش‌های درون‌یابی با استفاده از تبدیلات ریاضی و روش‌های تقریب مرتبه کم تقسیم می‌شوند (جهانجوی، ۱۳۹۱). روش درون‌یابی با فیلتر خطای پیشگو (اسپیتز، ۱۹۹۱) از دسته اول و روش‌های بازسازی با تبدیل فوریة (ساشی و اولریچ، ۱۹۹۵؛ دویجیندام و همکاران، ۱۹۹۹؛ زوارتس و ساشی، ۲۰۰۷؛ تراد، ۲۰۰۹)، روش‌های درون‌یابی با تبدیل رادون (تورسون و کلایربوت، ۱۹۸۵؛ تراد و همکاران، ۲۰۰۳) و روش بازسازی با تبدیل کرولت (هرمان و هنفند، ۲۰۰۸) از جمله روش‌های دسته دوم‌اند درحالی‌که روش‌هایی نظیر کاهش مرتبه ماتریس (تریکت و همکاران، ۲۰۱۰) جزو دسته آخر هستند.

کاربرد روش‌های بازسازی فوریة آسان است و این روش‌ها به راحتی به ابعاد بالاتر بسط داده می‌شوند، لذا بیشتر مورد استفاده قرار می‌گیرند. در روش‌های مبتنی بر تبدیل فوریة، با توجه به اینکه ردلرزه‌ها در راستای زمان به طور منظم نمونه برداری می‌شوند، با اعمال FFT داده‌ها را به حوزه $f-x$ منتقل می‌کنند. اعمال الگوریتم درون‌یابی

در مراحل گوناگون پردازش داده‌های لرزه‌ای، معمولاً فرض بر آن است که داده لرزه‌ای به صورت منظم در مکان و زمان نمونه برداری شده است. از طرف دیگر، در صورت در اختیار داشتن داده لرزه‌ای با نمونه برداری متراکم، نتیجه پردازش‌هایی نظیر مهاجرت، بهتر خواهد بود. اما بعضاً به علت محدودیت‌های دسترسی در منطقه مورد بررسی، نقص دستگاهی و مسائل مالی، این فرض صادق نیست. بسیاری از نرم‌افزارهای پردازش لرزه‌ای در درون خود شیوه‌هایی برای منظم‌سازی داده‌ها (مانند خانک‌بندی داده‌ها (binning)) دارند ولی این شیوه‌ها نیز به علت دقت کم و دستکاری شدن داده‌ها، سبب تولید رویدادهای غیر واقعی در تصویر نهایی می‌شوند. درون‌یابی و بازسازی روی داده‌ها قبل از سایر عملیات پردازشی، موجب بهبود پردازش‌های پیش برانبارش نظیر تحلیل سرعت، مهاجرت قبل از برانبارش، تحلیل AVO و AVAZ، کم کردن رویدادهای غیر واقعی ناشی از مهاجرت و تصویرسازی شیب‌های زیاد می‌شود (تراد، ۲۰۰۹).

اهمیت و لزوم درون‌یابی و بازسازی داده‌های لرزه‌ای موجب شده است که کارهای متعددی در این زمینه صورت گیرد و روش‌های بازسازی لرزه‌ای زیادی معرفی شود (جهانجوی، ۱۳۹۱). به طور کلی می‌توان این روش‌ها را در دو گروه روش‌های وابسته به مدل زمین‌شناسی (حل معادله موج) و روش‌های وابسته به داده (پردازش داده) دسته‌بندی کرد. روش‌های درون‌یابی با حل معادله موج به

کلاسیک نمونه برداری به صورت زیر بیان می شود:

«اگر تابع $f(x)$ حاوی بسامدی بیشتر از ω_{max} (رادیان بر ثانیه) نباشد، با استفاده از مقادیر آن روی یک سری از نقاط به فاصله $T = \pi / \omega_{max}$ می توان آن تابع را کاملاً بازسازی کرد»

شانون رابطه بازسازی را به صورت رابطه (۱) نشان می دهد:

$$f(x) = \quad (1)$$

$$\sum_{k \in Z} f_k \varphi_k = \sum_{k \in Z} f(kT) \text{sinc} \left(\frac{x}{T} - k \right),$$

که در آن، Z مجموعه اعداد صحیح و $\varphi_k = \text{sinc}(x/T - k)$

مجموعه تابع های پایه سینک است $\text{sinc}(x) = \sin(\pi x)/x$.

رابطه زمانی صحیح است که $f(x)$ محدود به باند بسامدی

$\omega_{max} < \pi/T$ باشد. حد بیشینه فوق را بسامد نایکوست

می نامند. تابع های پایه سینک متعامداند یعنی برای دو عدد

صحیح k, l داریم:

$$\langle \varphi_k, \varphi_l \rangle = \quad (2)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \text{sinc} \left(\frac{x}{T} - k \right) \text{sinc} \left(\frac{x}{T} - l \right) dx = \text{sinc}(k - l) = \delta_{kl},$$

که در آن، δ_{kl} دلتای کرونیگر است. از طرف دیگر

تابع های پایه سینک شرط واحد بودن را نیز دارند

به عبارت دیگر:

$$\sum_{k \in Z} \text{sinc}(x + k) = 1, \quad (3)$$

در صورت برقراری خاصیت تعامد، بازسازی داده ها دقیق

خواهد بود. این رابطه تضمین می کند که تابع سینک روی

یک شبکه منظم در محل های نمونه برداری شده متمرکز و

دارای وزن یک است و در سایر نقاط وزن صفر دارد

(اونسر، ۲۰۰۰).

روی یک شبکه نامنظم شرط تعامد و شرط واحد

بودن برقرار نیست. علاوه بر این، مفهوم بسامد نایکوئیست

وجود نخواهد داشت. در عمل به دلیل محدود بودن

سیگنال، لازم است تعدادی از بسامدهای بیشینه از داده

جدا شوند. این کار باعث می شود که تابع سینک در محل

نمونه برداری شده بیشینه شود و در صورت استفاده از تابع

روی هر بسامد زمانی ثابت f طیف فوریه فضایی را

به دست می دهد ($f - k_x - k_y$ یا $f - k_x$). با افزایش ابعاد داده ها

(مثل دورافت یا آزمون) طیف بسامدی به دست آمده

دقیق تر خواهد بود (تراد، ۲۰۰۹).

روش های زیادی برای محاسبه طیف فوریه داده های

لرزه ای معرفی شده است. روش تصویر کردن روی

مجموعه های محدب (POCS)، به صورت تکراری با

انتخاب آستانه های متغیر طیف و وارد کردن دوباره

ردلرزه های اصلی، طیف داده ورودی را بازسازی می کند

(آبما و کبیر، ۲۰۰۶). این روش برای درون یابی داده های

منظم و تنک مناسب است. درون یابی با نرم وزن دار کمینه

(MWNI) تابع هزینه را که شامل دو بخش است (اختلاف

بین داده اصلی و بازسازی شده در مکان های نمونه برداری

شده و یک نرم طیفی که شکل طیف بازسازی شده را

دارد) را کمینه می کند و طیف بسامدی داده کامل را

به دست می آورد (لیو و ساشی، ۲۰۰۴). یک روش

بازسازی دیگر، تبدیل فوریه ضد نشت (ALFT) است

(شنگ خو و همکاران، ۲۰۰۵ و ۲۰۱۰). این روش همانند

روش تبدیل فوریه گسسته باند محدود (دویجیندام و

همکاران، ۱۹۹۹) از تبدیل فوریه گسسته استفاده می کند.

همچنین برای داده های منظم با ردلرزه های گم شده (یا

ثبت نشده) توانایی استفاده از FFT را نیز دارد (زوارتس و

ساشی، ۲۰۰۷). ایده اصلی این روش بسیار ساده است و

برخلاف بسیاری از روش های دیگر درون یابی، توانایی

درون یابی و بازسازی داده روی هر نوع شبکه دلخواه منظم

یا نامنظم را دارد.

۲ نظریه

۱-۲ نظریه نمونه برداری و پایه های فوریه روی یک

شبکه نامنظم

سنگ بنای نظریه پردازش سیگنال را شانون (۱۹۴۹) بنا

نهاد. در مقاله ای که شانون در آن زمان عرضه کرد، نظریه

حالت گسسته انتگرال فوریه روی فاصله واحد رابطه (۵) نیست، این رابطه ضرایب فوریه مناسبی به دست نمی آورد.

$$\hat{f}(k) = \int f(x)e^{-2\pi ikx} dx = \sum_{k \in N_p} f(x_l) \Delta x_l e^{-2\pi ikx_l}, \quad (5)$$

که در آن، Δx_l وزن داده‌ها در نقاط نمونه برداری است. در این حالت وجود Δx_l متغیر، سبب برآورد دقیق تری از ضرایب فوریه می شود. زمانی که نمونه برداری بسیار نامنظم باشد (تغییرات Δx_l زیاد باشد) رابطه (۵) در پیدا کردن دقیق ضرایب فوریه ناموفق خواهد بود. مسئله نبود تعامد را می توان به صورت جزئی با نظریه وارون سازی (ساشی و اولریچ، ۱۹۹۵؛ وانگ، ۲۰۰۳) رفع کرد که در آن ضرایب فوریه با کمینه سازی تابع هزینه به دست می آیند. این کار سبب می شود که داده بازسازی شده در مکان های نمونه برداری با داده اصلی برابر نباشد. همچنین در صورت وجود نطفه مشکلات دیگری ظاهر می شود (ساشی و اولریچ، ۱۹۹۵).

مسئله اساسی در بازسازی داده با نمونه برداری نامنظم رابطه بین نامنظم بودن نمونه برداری و متعامد نبودن پایه های فوریه روی شبکه نامنظم است. برای درک بهتر این موضوع مثال زیر را در نظر می گیریم. شکل ۱-الف سیگنال با بسامد کم $f(x) = \sin(\pi x/16)$ را نشان می دهد که به صورت تصادفی روی ۶۰ نقطه در فاصله ۱۲۸ واحد x نمونه برداری شده است. با استفاده از رابطه (۵) ضرایب فوریه این سیگنال را محاسبه کرده ایم که در شکل ۱-ب نشان داده شده است (به علت تقارن موجود، فقط قسمت مثبت طیف را رسم کرده ایم و فاصله دو k متوالی $2\pi/128$ است). دیده می شود که طیف بسامدی در سراسر طول بازه پخش شده است و ناصفر است، در حالی که سیگنال اصلی فقط یک بسامد ناصفر دارد. این پدیده را نشت طیفی (نشت بسامدی) می نامند. به علت نمونه برداری

سینک منظم برای بازسازی داده با نمونه برداری نامنظم، مقدار تابع سینک روی سایر نقاط صفر نخواهد بود. این اثر که در نتیجه نقض دو شرط تعامد و واحد بودن به وجود می آید سبب می شود که نتیجه درون یابی نادرست باشد.

در علوم مهندسی تلاش هایی برای تجدید شرط واحد بودن بردارهای پایه روی شبکه نامنظم صورت گرفته است (ورسپریل، ۱۹۷۵)، که در گرافیک رایانه به طور گسترده ای برای نمایش منحنی و سطوح فاقد شکل خاص، مورد استفاده قرار می گیرد). علی رغم برقراری شرط واحد بودن، بازسازی داده در مکان های نمونه برداری شده داده اصلی، دقیق نخواهد بود. در این مقاله یک روش بازسازی و درون یابی روی شبکه نامنظم را معرفی می کنیم و تعامد را که یک شرط اساسی در بازسازی داده است (اونسر، ۲۰۰۰) با آن برقرار خواهیم ساخت.

۲-۲ تبدیل فوریه نامنظم

هنگام استفاده از تبدیل فوریه سریع (FFT) لازم است نمونه برداری داده ها منظم باشد. لذا در صورتی که نمونه برداری داده های ورودی نامنظم باشد، نمی توان از FFT استفاده کرد. تبدیل فوریه یک داده با نمونه برداری نامنظم را می توان به صورت رابطه (۴) نوشت (پروکیس و همکاران ۱۹۹۶):

$$\hat{f}(k) = \sum_{k \in N_p} f(x_l) e^{-2\pi ikx_l}, \quad (4)$$

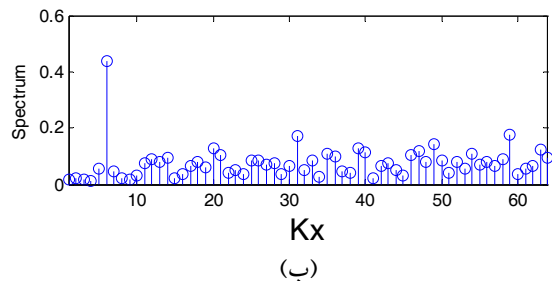
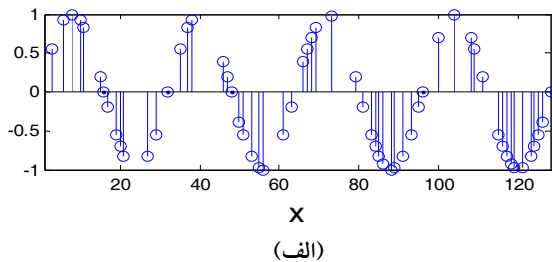
$$k = 0, 1, 2, \dots, N$$

که در آن، N_p نشان دهنده تعداد نقاط نمونه برداری شده است. تعداد محاسبات لازم برای حل رابطه فوق از مرتبه $N \times N_p$ است و در مقایسه با تعداد محاسبات FFT بسیار بیشتر است. تبدیل فوریه نامنظم سریع (NFFT) تعداد محاسبات رابطه فوق را به مرتبه $N \log N$ کاهش می دهد (دویجندام و همکاران، ۱۹۹۹). با توجه به اینکه رابطه (۴)

تاثیر می‌گذارد. تبدیل فوریه ضد نشت (ALFT) با محاسبه بزرگ‌ترین ضریب (انرژی) فوریه شروع می‌کند و به ترتیب ضرایب کوچک‌تر را نیز به دست می‌آورد. پس از محاسبه هر ضریب فوریه، داده موجود تجدید می‌شود و $f^k(x)$ محاسبه شده را صفر می‌کنند. این کار معادل است با برداشتن سهم $f^k(x_l)$ از داده:

$$f^u(x_l) = f(x_l) - f^k(x_l), \quad (۷)$$

- به طور خلاصه الگوریتم منظم سازی فوریه ALFT در مراحل زیر صورت می‌گیرد:
- ۱- همه ضرایب فوریه سیگنال باقی مانده را با استفاده از رابطه (۶-الف) محاسبه می‌کنیم.
 - ۲- ضریب فوریه با بیشینه انرژی را انتخاب و آن را به ضرایب فوریه انتخاب شده قبلی اضافه می‌کنیم.
 - ۳- سهم ضریب فوریه انتخاب شده را در حوزه x از داده باقی مانده کسر می‌کنیم (رابطه ۷).
 - ۴- مراحل ۲ تا ۴ را تا رسیدن به حد آستانه انرژی مورد نظر تکرار می‌کنیم.



شکل ۱. (الف) سیگنال سینوسی با نمونه برداری نامنظم و (ب) قسمت مثبت طیف بهنجار شده سیگنال (الف).

نامنظم و اثر مرزها، انرژی سیگنال (طیف اسپایک) به همه بسامدهای دیگر نشت می‌کند. با استفاده از طیف شکل ۱-ب می‌توان سیگنال را در نقاط نمونه برداری شده دقیقاً بازسازی کرد، اما از آنجا که طیف بسامدی یک سیگنال سینوسی در حوزه فوریه فقط یک اسپایک است، بازسازی سیگنال سینوسی روی یک شبکه منظم در حوزه x به کمک طیف شکل ۱-ب نادرست خواهد بود.

۳ تبدیل فوریه ضد نشت (ALFT)

برای کاهش نشت ضرایب فوریه در بازسازی داده‌های نامنظم، زو و همکاران (۲۰۰۵ و ۲۰۱۰) روشی به نام تبدیل فوریه ضد نشت معرفی کردند. در این روش از مجموع بهنجار شده فوریه استفاده می‌شود. در مورد داده با نمونه برداری نامنظم، تبدیل فوریه مستقیم و عکس آن برای یک بسامد خاص (مثل k) را می‌توان با روابط (۶-الف) و (۶-ب) محاسبه کرد (شنگ‌خو و همکاران ۲۰۰۵):

$$\hat{f}(k) = \frac{1}{\Delta x} \sum_{k \in N_p} \Delta x_l f(x_l) e^{-2\pi i k x_l}, \quad (۶-الف)$$

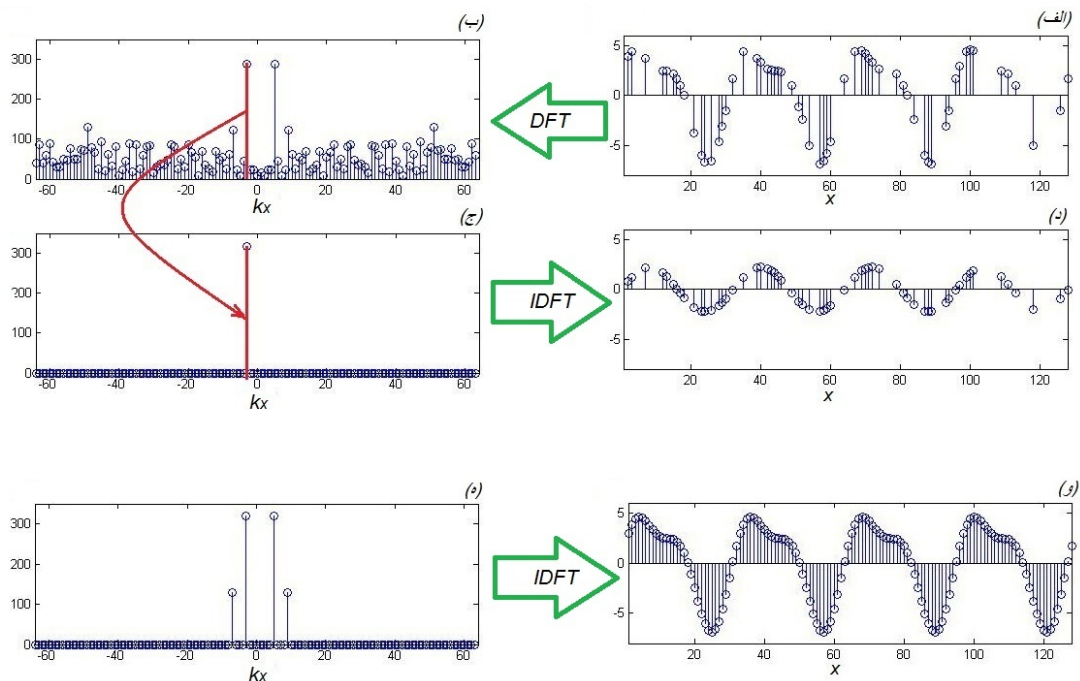
$$f^k(x_l) = \hat{f}(k) e^{2\pi i k x_l}, \quad (۶-ب)$$

که در آن، Δx بازه مجموع گیری، $f^k(k)$ ضریب فوریه مربوط به بسامد k و $f^k(x_l)$ مولفه بسامد k داده را در حوزه x نشان می‌دهد. برای داده با نمونه برداری منظم شرط تعامد پایه‌های فوریه برقرار است و $f^k(x_l)$ فقط بر محاسبه ضریب فوریه مربوط به بسامد k تاثیر خواهد گذاشت، اما برای داده با نمونه برداری نامنظم، شرط تعامد پایه‌های فوریه برقرار نیست و $f^k(x_l)$ بر بسامدهای دیگر نیز تاثیر می‌گذارد. به علت آنکه ضرایب بزرگ‌تر بیشتر نشت می‌کنند، در اینجا برخلاف محاسبه مجموع فوریه استاندارد، ترتیب محاسبه ضرایب فوریه روی جواب نهایی

(شکل ۲-ب) و عکس فوریة آن محاسبه می‌شود (شکل ۲-د). سیگنال شکل ۲-د را از داده اصلی کسر و محاسبات را تکرار می‌کنیم. پس از رسیدن به تعداد تکرارهای تعیین شده یا خطای در نظر گرفته شده، محاسبات قطع می‌شود و طیف فوریة نهایی به دست می‌آید (شکل ۲-ه). دیده می‌شود که فقط دو بسامد بدون نشت تولید شده است، با عکس تبدیل گرفتن از این طیف، سیگنال روی شبکه منظم دلخواهی بازسازی می‌شود (شکل ۲-و). اگر شبکه نمونه برداری داده، منظم باشد رابطه (۷) تاثیری بر مقادیر محاسبه شده فوریة نسبت به FFT نخواهد داشت و ضرایب به دست آمده از ALFT مشابه ضرایب حاصل از FFT خواهند بود. لذا در این موارد ALFT به علت تعداد محاسبات بیشتر، نسبت به FFT برتری ندارد.

پس از به دست آوردن طیف فوریة با یک بار اجرای FFT (یا DFT) می‌توان داده را روی هر شبکه منظم (یا نامنظم) بازسازی کرد. رابطه (۷) به مثابه یک سازوکار متعامد کردن، روی ضرایب فوریة داده با نمونه برداری نامنظم اثر می‌گذارد. به عبارت دیگر بعد از هر تکرار رابطه (۷)، ضرایب فوریة دوباره متعامدسازی می‌شوند. این کار اثر نشت از یک بسامد به بسامد دیگر را کمینه می‌کند. در انتها مقادیر سیگنال باقی مانده روی شبکه نمونه برداری شده به سمت صفر میل می‌کند و در نتیجه مقادیر بازسازی شده در مکان‌های نمونه برداری با مقادیر داده اصلی برابر خواهند شد.

شکل ۲، اعمال الگوریتم ALFT روی سیگنال $f(x) = 5\sin(\pi x/16) + 2\sin(\pi x/8 + 1)$ را نشان می‌دهد. در تکرار اول بزرگ‌ترین ضریب فوریة انتخاب



شکل ۲. بازسازی یک سیگنال نامنظم با استفاده از ALFT. (الف) سیگنال اولیه با نمونه برداری نامنظم. (ب) طیف بسامدی سیگنال با DFT محاسبه می‌شود. (ج) بزرگ‌ترین ضریب فوریة انتخاب می‌شود. (د) عکس تبدیل فوریة ضریب انتخاب شده روی شبکه نمونه برداری محاسبه می‌شود. جواب به دست آمده را از سیگنال کسره و دوباره الگوریتم را تکرار می‌کنیم. (ه) زمانی که نرم سیگنال باقی مانده به حد مورد نظر کاهش یافت، الگوریتم قطع می‌شود و مجموع بسامدهای انتخاب شده، طیف سیگنال مورد نظر خواهد بود. (و) عکس تبدیل طیف بسامد نهایی، سیگنال بازسازی شده را به دست می‌دهد.

۱-۳ ALFT داده‌های چندبُعدی

رابطه (۶-الف) در بُعدهای بالاتر به مجموعه‌ای از معادلات خطی بین بردار عدد موج k و بردار مکان x تبدیل خواهد شد:

$$\hat{f}(\vec{k}) = \frac{1}{\Delta \vec{x}} \sum_{k \in N_p} \omega(\vec{x}_l) f(\vec{x}_l) e^{-2i \vec{k} \cdot \vec{x}_l}, \quad (8\text{-الف})$$

$$f^k(\vec{x}_l) = \hat{f}(\vec{k}) e^{2\pi i \vec{k} \cdot \vec{x}_l}, \quad (8\text{-ب})$$

که در آن، $\omega(\vec{x}_l)$ بیانگر وزن داده در نقطه \vec{x}_l بوده و $\Delta \vec{X} = \sum_{l \in N_p} \omega(\vec{x}_l)$ فاکتور بهنجار کردن، حاصل جمع تمام وزن‌های نقاط است. در این حالت رابطه (۷) نیز به صورت زیر نوشته خواهد شد.

$$f^u(\vec{x}_l) = f(\vec{x}_l) - f^k(\vec{x}_l), \quad (9)$$

۲-۳ تابع وزن DFT برای ALFT چندبُعدی

برای داده یکبُعدی که به صورت نامنظم نمونه‌برداری شده است، می‌توان فاصله دو نقطه نمونه‌برداری شده متوالی را به منزله $\omega(\vec{x}_l)$ در رابطه (۶-الف) قرار داد. برای داده چندبُعدی نیز می‌توان با استفاده از الگوریتم چندضلعی‌های «ورائوی» (کانینگ و گاردنر، ۱۹۹۸؛ جوسیت و همکاران، ۲۰۰۰؛ گوردن پوول، ۲۰۱۰) و یا الگوریتم‌های پیشرفته‌تر نظیر پایپ-منون (زوارتس و گیزولف، ۲۰۰۲) وزن نقاط را محاسبه کرد. ژئوفیزیک دانان الگوریتم دیگری به نام «آمار شمارش» را نیز به کار می‌گیرند که در آن از تعداد ردلرزه‌های موجود در هر «خانک» برای وزن دادن به آن استفاده می‌شود (بیسلی و کلوتس، ۱۹۹۲). در این روش تابع وزن برای داده‌های نامنظم گسسته خواهد بود که این امر بر دقت محاسبه ضرایب فوریه اثر نامطلوب می‌گذارد (زوارتس و گیزولف، ۲۰۰۲).

با توجه به اینکه ALFT یک الگوریتم تکراری است، انتخاب تابع وزن بر نتیجه نهایی آن تأثیری نخواهد

گذاشت. اما یک تابع وزن مناسب در هر مرحله از تکرار ALFT سبب می‌شود که ضرایب فوریه با دقت بیشتری محاسبه شود و در نهایت تعداد تکرارهای لازم تا رسیدن به حد آستانه مورد نظر، کاهش یابد (جهانجوی، ۱۳۹۱). در اینجا برای محاسبه تابع وزن از تابع چگالی نمونه‌برداری $\sigma(x)$ استفاده می‌کنیم. برای توضیح بیشتر موضوع، حالت یکبُعدی را در نظر می‌گیریم. در شکل ۳ نقاط نمونه‌برداری و تابع نمونه‌برداری \mathcal{L}_x یک سیگنال دلخواه نشان داده شده است. طبق نظریه شانون در حالتی که نمونه‌برداری روی یک شبکه منظم صورت گرفته باشد، با استفاده از یک تابع سینک که مرکز آن روی نقاط نمونه‌برداری قرار دارد، سیگنال بازسازی خواهد شد. با تعمیم این مفهوم به شبکه‌های نمونه‌برداری نامنظم با بُعدهای بالا، به کمک هم‌میخت یک تابع توزیع و تابع نمونه‌برداری \mathcal{L}_x ، تابع وزن $\omega(\vec{x}_l)$ به دست می‌آید. تابع توزیع می‌تواند تابع‌هایی مانند باکس کار، بی اسپلاین و یا تابع گاوسی باشد. به علت راحتی محاسبات و هموار بودن تابع توزیع گاوسی از این تابع استفاده کرده‌ایم. هم‌میخت تابع نمونه‌برداری و تابع توزیع گاوسی، تابع چگالی نمونه‌برداری را به دست می‌دهد:

$$\sigma(x) = \mathcal{G}(x) * \mathcal{L}(x), \quad (10\text{-الف})$$

$$\mathcal{G}(x) = \left(\frac{1}{\pi b}\right)^{\frac{m}{2}} e^{-\frac{\pi x^2}{b}}, \quad (10\text{-ب})$$

که در آن، m تعداد ابعاد بردار \vec{x} و b عددی ثابت است. پس از هم‌میخت، تابع چگالی نمونه‌برداری به دست می‌آید. تابع وزن را نیز به صورت زیر محاسبه می‌کنیم.

$$\omega(\vec{x}_l) = \frac{1}{\sigma(x)}, \Delta \vec{X} = \sum_{l \in N_p} \omega(\vec{x}_l), \quad (11)$$

تابع چگالی نمونه‌برداری مربوط به شکل ۳-الف که با استفاده از رابطه (۱-الف) محاسبه شده، در شکل ۳-ج نشان داده شده است.

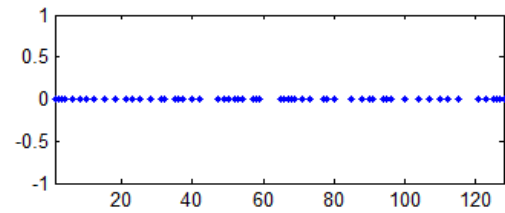
ظرفیت ابررایانه‌های امروزی نیز بیشتر شود. یک راه حل برای مشکل فوق آن است که DFTها را روی پنجره کوچک تری از داده اعمال کنیم. برای مثال اگر در یک بُعد N_p نمونه را به M پنجره تقسیم کنیم، تعداد محاسبات از N_p^3 به $M(N_p^3/M)$ کاهش می‌یابد کاهش فوق برای N_p های بزرگ قابل ملاحظه است.

اگر در حوزه مکان تعداد نمونه‌های ورودی ALFT را با پنجره کردن داده‌ها کاهش دهیم، در حوزه عدد موج تعداد کمتری عدد موج با فواصل بیشتر خواهیم داشت (پروکیس و مانولاکیس، ۱۹۹۶). از طرف دیگر پنجره کردن داده‌ها منجر به تولید پدیده گیبس در دو انتهای سیگنال بازسازی شده خواهد شد. زو و همکاران (۲۰۱۰) با این استدلال که می‌توان در رابطه (۱) هر مقدار دلخواهی را برای عدد موج k در نظر گرفت، در حوزه عدد موج نمونه‌برداری بیشتری را عملی ساخت. این کار مشکلات ناشی از پنجره کردن داده‌ها را رفع می‌کند.

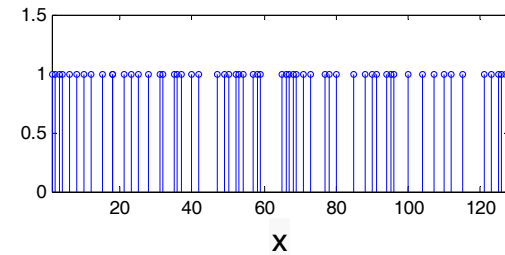
برای محاسبه $\hat{f}(\vec{k})$ به جای استفاده از رابطه (۱-الف)، در الگوریتم ALFT آن را با کمینه کردن تابع بهینه زیر به دست می‌آوریم.

$$Error = \sum_{l \in N_p} \|f(\vec{x}_l) - \hat{f}(\vec{k})e^{2\pi i \vec{k} \cdot \vec{x}_l}\|, \quad (12)$$

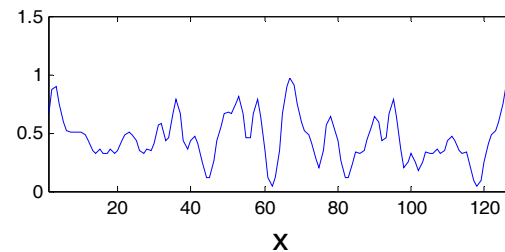
با این رابطه می‌توان Δk را به اندازه دلخواه کوچک انتخاب کرد. کمینه کردن رابطه فوق مسئله‌ای وارون با یک مجهول ($\hat{f}(\vec{k})$) است. استفاده از رابطه فوق در هر تکرار محاسبات را نسبت به DFT اندکی افزایش می‌دهد اما ضرایب فوریه دقیق‌تر محاسبه می‌شود و تعداد تکرارهای مورد نیاز کمتر خواهد شد. همچنین با انتخاب پنجره‌های کوچک‌تر، رویدادهای موجود در داده خطی تر شده و اضافه کردن الگوهای ضد دگرنامی به الگوریتم ALFT ممکن می‌شود (اشنوییل و همکاران، ۲۰۰۹). اگر سیگنال ورودی حقیقی باشد با توجه به خاصیت تبدیل فوریه، شرط $\hat{f}(-\vec{k}) = \hat{f}(\vec{k})$ را به رابطه



(الف)



(ب)



(ج)

شکل ۳. محاسبه تابع چگالی نمونه‌برداری داده نامنظم. (الف) نقاط نمونه‌برداری نامنظم یک سیگنال دلخواه (x) ، (ب) تابع نمونه‌برداری و (ج) تابع چگالی نمونه‌برداری (σx) به دست آمده از تابع توزیع گاوسی.

۳-۳ نمونه‌برداری در حوزه عدد موج

همان‌طور که بیان شد، ALFT الگوریتمی تکراری است که در هر مرحله از آن می‌باید DFT داده حساب شود و لذا محاسبات آن نسبت به سایر روش‌های بازسازی فوریه بسیار بیشتر است. تعداد محاسبات ALFT برای داده یک بُعدی از مرتبه N_p^3 است که در مقایسه با محاسبات لازم در تبدیل FFT $(N_p \log N_p)$ قابل توجه است. در ابعاد بالاتر نیز تعداد کل داده‌های ورودی، حاصل ضرب تعداد نمونه‌های بُعدهای متفاوت داده در یکدیگر است. لذا هزینه محاسبات به اندازه‌ای افزایش خواهد یافت که از

به بازسازی چنین مقطعی هستند. اما همان گونه که در مقطع بازسازی شده با ALFT شکل ۵ دیده می شود، بر خلاف روش های دیگر بازسازی، تلاش برای متعادل کردن بردارهای پایه در ALFT سبب می شود که علی رغم نوفه های به وجود آمده در ردلرزه های بازسازی شده، ردلرزه های اصلی دقیقاً باز تولید شوند.

در حالت بعد مقطع لرزه ای با نمونه برداری کاملاً نامنظم شکل ۶-الف را روی یک شبکه منظم بازسازی می کنیم. در این مقطع برخلاف دو مثال قبل، فواصل ردلرزه ها تصادفی است. مثلاً فاصله ردلرزه های مجاور در دورافت های نزدیک به ۸۰ و ۲۰۰ متر در حدود یک متر، و فاصله ردلرزه های مجاور در دورافت های ۹۰ و ۱۴۰ متر حدود پنجاه متر است. چنانچه مشاهده می شود، در این حالت در طیف بسامدی مقطع، دگرنامی به وجود نمی آید (زوارتس و ساشی، ۲۰۰۷) ولی طیف مبهم خواهد بود. برای به دست آوردن طیف $f-k$ این مقطع، فواصل نمونه برداری در حوزه عدد موج (Δk_x) را یک سوم کرده و طیف مقطع را با ALFT به دست آورده ایم. مشاهده می شود که طیف بسامدی مقطع با دقت زیادی ساخته می شود. با داشتن طیف $f-k$ یک مقطع می توان آن را روی هر شبکه منظم دلخواه بازسازی کرد (شکل ۶-ب).

(۱۲) افزوده و این رابطه به صورت زیر نوشته خواهد شد:

$$Error = \sum_{l \in N_p} \|f(\vec{x}_l) - f_{cke-2\pi i k . x_l}\| \quad (13)$$

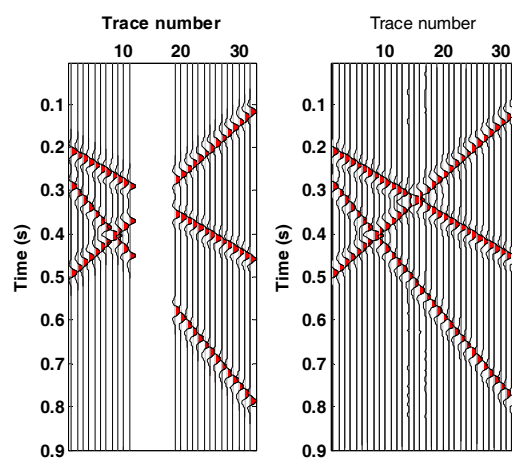
که در آن، \hat{f}_c مزدوج مختلط \hat{f} را نشان می دهد. رابطه (۱۳) را «DFT با بهترین برازش» نامیده و در الگوریتم ALFT به جای DFT از آن استفاده می کنیم.

۴ ارزیابی کارایی روش

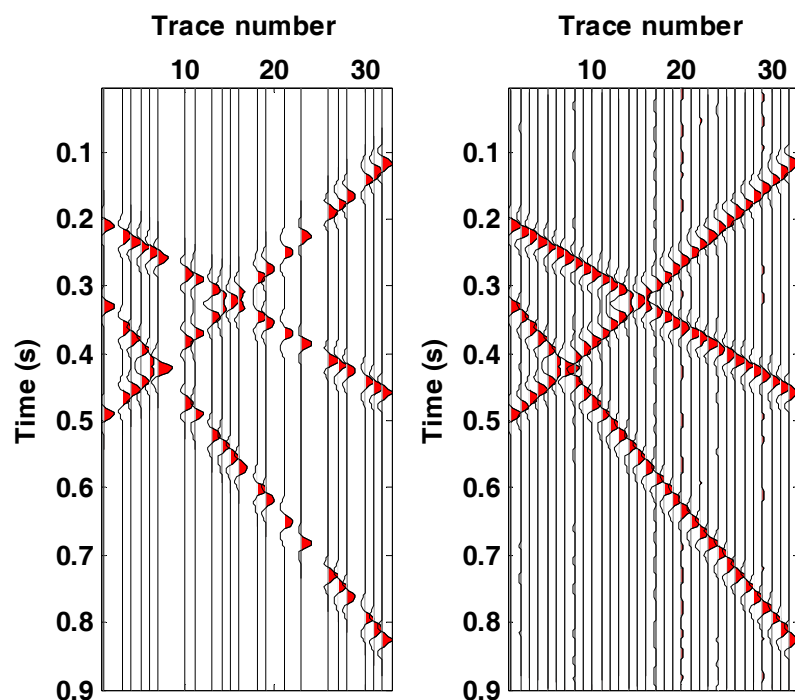
۱-۴ مثال مصنوعی

برای بررسی توانمندی تبدیل فوریه ضد نشت، آن را روی سه نوع مقطع لرزه ای رایج اعمال می کنیم. در حالت اول مقطع لرزه ای مصنوعی را در نظر می گیریم که نمونه برداری آن در فواصل منظم صورت گرفته است و درون آن گافی از ردلرزه ها وجود دارد (شکل ۴). با اعمال روش ALFT و عکس تبدیل گرفتن از طیفی که در نهایت به دست می آید، گاف موجود را بازسازی می کنیم. نتیجه به دست آمده کارایی ALFT را برای بازسازی گاف های بزرگ نشان می دهد.

مقطع لرزه ای مصنوعی منظمی را که به صورت تصادفی تعدادی از ردلرزه های آن حذف شده اند در شکل ۵ نشان داده ایم. بیشتر روش های بازسازی فوریه قادر



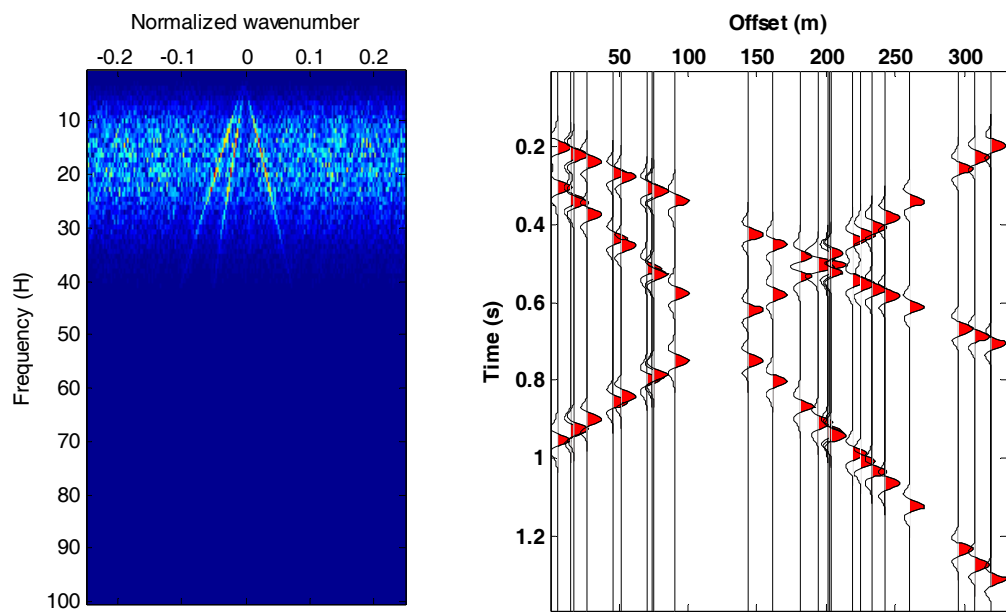
شکل ۴. بازسازی گاف موجود در مقطع لرزه ای (شکل سمت چپ) با تبدیل فوریه ضد نشت (شکل سمت راست).



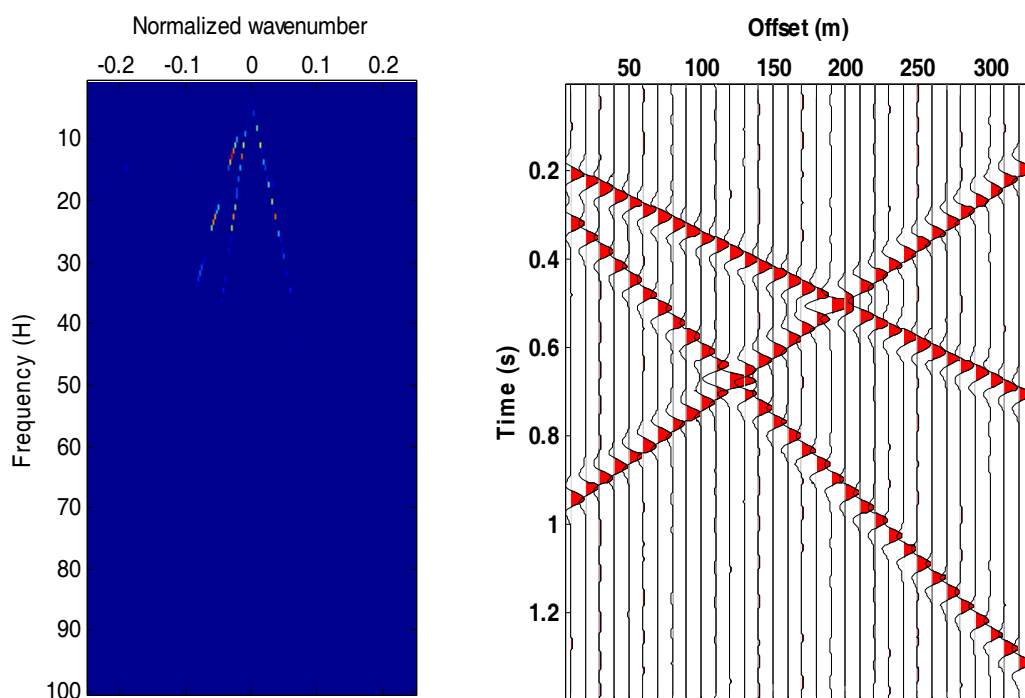
شکل ۵. بازسازی مقطع لرزه‌ای منظم همراه با ردلرزه‌های خالی (شکل سمت چپ) با تبدیل فوریه ضد نشت (شکل سمت راست).

شکل قابل مشاهده‌اند. با وجود منظم بودن فاصله ردلرزه-های متوالی به اندازه ۱۵ متر، از میان ۷۵ ردلرزه اصلی تعداد ۲۵ ردلرزه به صورت تصادفی حذف شده‌اند. داده مصنوعی شکل ۷ (سمت چپ) را در حکم ورودی الگوریتم ALFT قرار داده و با نمونه‌برداری اضافی ۳ برابر در حوزه بسامد آن را درون‌یابی کرده‌ایم. نتیجه بازسازی در شکل ۷ (سمت راست) نشان می‌دهد که ردلرزه‌های اصلی دقیقاً تولید شده‌اند و در ردلرزه‌های بازسازی شده مقداری نوفه تشکیل شده است. بیشترین خطا مربوط به گاف‌های بزرگ و انحنای زیاد است. با وجود اینکه در این مثال علی‌رغم پنجره نکردن داده ورودی نتیجه قابل قبول و به نسبت دقیقی به دست آمده است، در صورت وجود نسبت سیگنال به نوفه کم و انحنای بسیار زیاد رویدادها، نحوه استفاده از پنجره کردن داده‌ها و استفاده از ماسک ضد دگرنامی بر جواب نهایی بسیار تأثیر خواهد گذاشت.

رویدادها لزوماً خطی نیستند و ممکن است در داده‌هایی نظیر یک ثبت نقطه میانی مشترک انحنای رویدادها زیاد باشد. لذا کارایی یک روش بازسازی لرزه‌ای به نحوه عملکرد آن روی رویدادهای منحنی نیز بستگی دارد. در روش‌های بازسازی مبتنی بر تبدیل فوریه، فرض بر آن است که همه رویدادها خطی‌اند، در این گونه روش‌ها، داده‌ها به پنجره‌های کوچک‌تری تقسیم و با این کار فرض خطی بودن رویدادها در پنجره‌های کوچک‌تر به نسبت برقرار می‌شود. در روش ALFT نیز به منزله یک روش مبتنی بر تبدیل فوریه، می‌توان از ایده فوق استفاده کرد. از طرف دیگر می‌توان با استفاده از یک تبدیل مناسب، رویدادها را خطی ساخت و عمل درون‌یابی و بازسازی داده‌ها را به انجام رساند. این کار را روی ثبت نقطه میانی-مشترک شکل ۷ (سمت چپ) صورت می‌دهیم. سه رویداد بازتابی با سرعت‌های ۲۰۰۰، ۲۵۰۰ و ۳۰۰۰ با استفاده از موجک ریکر با بسامد مرکزی ۲۵ هرتز در این

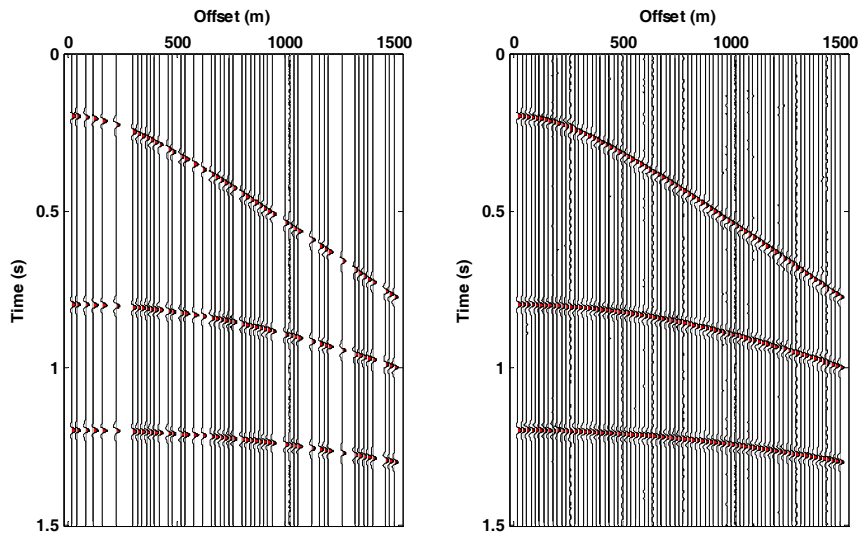


(الف)



(ب)

شکل ۶. بازسازی مقطع لرزه‌ای با نمونه‌برداری کاملاً نامنظم با استفاده از ALFT، (الف) مقطع لرزه‌ای مصنوعی با نمونه‌برداری کاملاً نامنظم و طیف $f-k$ آن و (ب) طیف $f-k$ بازسازی شده و مقطع لرزه‌ای تولید شده با آن.

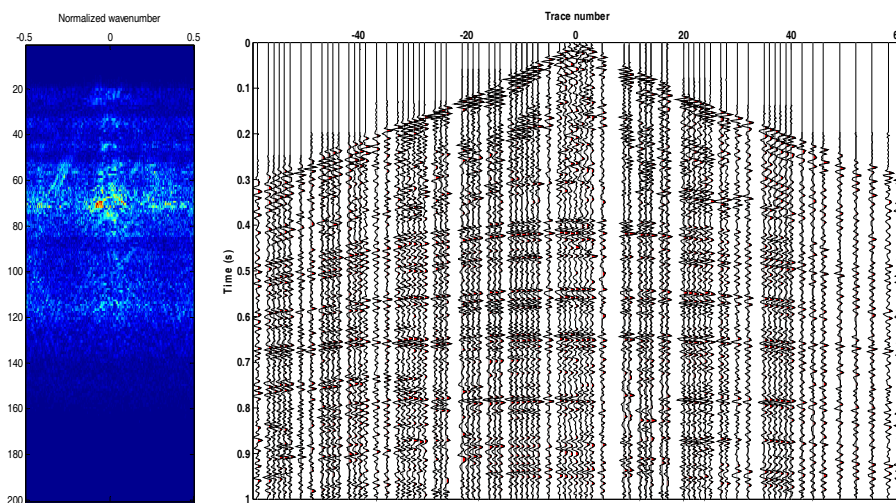


شکل ۷. بازسازی ثبت CMP مصنوعی که ۲۵ ردلرزه آن از مجموع ۷۵ ردلرزه، به صورت تصادفی حذف شده‌اند (شکل سمت چپ) با استفاده از ALFT (شکل سمت راست).

کاسته شده است و فرض خطی بودن رویدادها نیز برقرار خواهد بود. برای جبران اثرات ناشی از پنجره کردن رویدادها، تعداد نمونه‌ها را در حوزه عدد موج ۵ برابر انتخاب می‌کنیم (فاصله دو عدد موج متوالی را یک پنجم حالت عادی در محاسبه فوریة در نظر می‌گیریم). با کنار هم قرار دادن نتایج بازسازی پنجره‌ها، مقطع بازسازی شده نهایی (شکل ۹) تولید می‌شود.

۴-۲ مثال واقعی

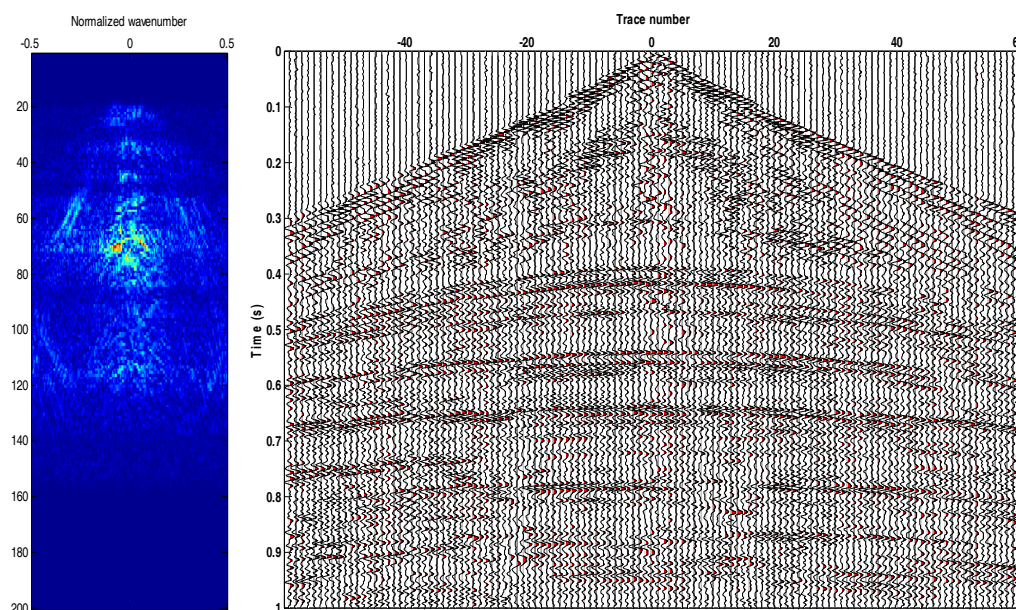
ثبت چشمه مشترک شکل ۸ را که تعدادی از ردلرزه‌های آن به صورت تصادفی از بین رفته و نوفه‌های همدوس آن تا حدودی تضعیف شده‌اند را در حکم ورودی روش درون‌یابی ALFT قرار می‌دهیم. در ابتدا این مقطع را به پنجره‌های متفاوت تقسیم می‌کنیم. در این صورت همان‌گونه که پیش‌تر نیز گفته شد، از حجم محاسبات



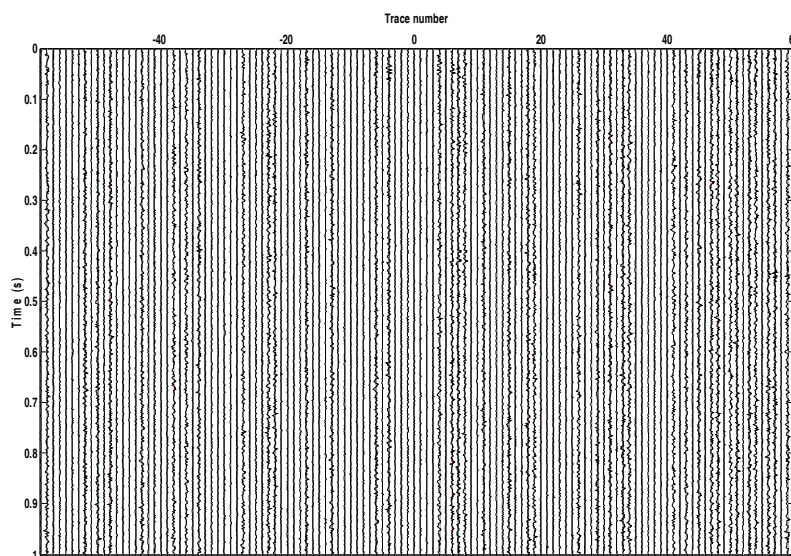
شکل ۸. یک ثبت چشمه مشترک که تعدادی از ردلرزه‌های آن به صورت تصادفی حذف شده‌اند.

استفاده از رابطه (۷) و دوباره معامدسازی بردارهای پایه فوریه در هر تکرار، ردلرزه‌های اصلی با خطای بسیار کمی بازسازی شده‌اند. برای مقاطع مصنوعی بدون نوفه مثال‌های مصنوعی این خطا تقریباً صفر بود.

رویدادهای موجود در ثبت با دقت قابل قبولی بازسازی شده است. اختلاف ثبت اصلی با ثبت بازسازی شده در شکل ۱۰ نشان داده شده است. بیشترین خطای موجود، مربوط به دو انتهای مکانی ثبت و گاف‌های بزرگ است. نکته قابل توجه آن است که به علت



شکل ۹. ثبت بازسازی شده شکل ۷ با استفاده از تبدیل فوریه ضد نشت (ALFT).



شکل ۱۰. اختلاف ثبت اصلی و ثبت بازسازی شده شکل ۸

- Abma, R. and Kabir, N., 2006, 3D interpolation of irregular data with (POCS) algorithm, *Geophysics*, **71**, E91-E97.
- Canning, A. and Gardner, H. F. G., 1998, Reducing 3D acquisition footprint for 3D-DMO and 3D pre-stack migration, *Geophysics*, **63**, 1177-1183.
- Duijndam, A. J. W., Schonewille, M. A. and Hindriks, C. O. H., 1999, Reconstruction of band-limited signals, irregularly sampled along one spatial direction, *Geophysics*, **64**, 524-538.
- Herrmann, F. J. and Hennenfent, G., 2008, Non-parametric seismic data recovery with curvelet frames: *Geophysical Journal International*, Citations, 19-17.
- Jousset, P., Thierry, P. and G. Lambaré, 2000, Improvement of 3-D migration/inversion by reducing acquisition footprints, application to real data, 70th Annual International Meeting, SEG, Expanded Abstracts, 866-869.
- Liu, B. and Sacchi, M., 2004, Minimum-weighted norm interpolation of seismic records, *Geophysics*, **69**, 1560-1568.
- Poole, G., 2010, 5D data reconstruction using the Anti-Leakage Fourier transform, 72nd EAGE Conference & Exhibition incorporating SPE EUROPEC.
- Proakis, J. J. and Manolakis, D. G., 1996, Digital signal processing, Principles, Algorithms and Applications, Third edition, Prentice-Hall international inc.
- Sacchi, M. D. and Ulrych, T. J., 1995, High-resolution velocity gathers and offset space reconstruction, *Geophysics*, **60**, 1169-1177.
- Schonewille, M., Klaedtke, A., Vigner, A., Brittain, J. and Martin, T., 2009, Seismic data regularization with the antialias antileakage Fourier transform, *First Break*, **27**(09), 85-92.
- Shannon, C. E., 1949, Communication in the presence of noise, *Proceedings of the IEEE*, **86**, 447-457.
- Spitz, S., 1991, Seismic trace interpolation in the F-X domain, *Geophysics*, **56**, 785-794.
- Thorson, J. R. and Claerbout, J. F., 1985, Velocity stack and slant stochastic inversion, *Geophysics*, **50**, 2727-2741.
- Trad, D., 2009, Five-dimensional interpolation, Recovering from acquisition constraints, *Geophysics*, **74**(06), V123-V132.
- Trad, D., Ulrych, T. and Sacchi, M., 2003, Latest views of the sparse Radon transform, *Geophysics*, **68**, 386-399.
- Trickett, S., Burroughs, L., Milton, A., Walton, L. and Dack, R., 2010, Rank-reduction-based

۵ نتیجه گیری

در این مقاله نشان داده شد که الگوریتم ALFT علاوه بر سادگی، به راحتی به بُعدهای بالا تعمیم داده می شود و می توان به آن ماسک ضد گرنامی نیز اضافه کرد. براساس نتایج به دست آمده، زمانی که داده حاوی نوفه باشد ممکن است نرم باقی مانده از یک مقدار حدی کمتر نشود ولی در عمل اگر ALFT روی داده با نمونه برداری تنگ اعمال شود، این الگوریتم به خوبی عمل می کند. همچنین مشاهده شد که این روش بر خلاف بسیاری از روش های درون یابی، توانایی بازسازی داده های با نمونه برداری کاملا نامنظم را دارد.

روش ALFT به اندازه روش های درون یابی و بازسازی داده های لرزه ای که از FFT استفاده می کنند سریع نیست، با وجود این، پنجره کردن داده ها سرعت الگوریتم را تا حد زیادی افزایش می دهد. زمانی که داده لرزه ای به صورت منظم نمونه برداری شده باشد و دارای گاف باشد، می توان در الگوریتم ALFT به جای DFT از FFT استفاده کرد. این روش نسبت به سایر روش های بازسازی فوریه، کمتر تحت تاثیر اثرات مرزی و پدیده گیس قرار می گیرد. ترتیب محاسبه ضرایب فوریه از بیشترین ضریب به کمترین ضریب و کسر کردن سهم بزرگ ترین ضریب فوریه در هر تکرار ALFT، نقش کلیدی در محاسبه ضرایب فوریه و از بین بردن نشت بسامدی دارد. درون یابی مثال های مصنوعی و واقعی حاکی از اثر بخش بودن ALFT برای بازسازی داده های با رویدادهای متقاطع و زمین شناسی پیچیده و نوفه دار است.

مراجع

جهانجوی، ص، ۱۳۹۱، درون یابی ثبت لرزه ای به روش تبدیل فوریه ضد نشت و تعقیب تطابق، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه ارومیه.

- seismic data regularization, *Geophysics*, **70**, V87-V95.
- Xu, S., Zhang, Y., Pham, D. and Lambaré, G., 2010, Antileakage Fourier transform for seismic data regularization in higher dimension, *Geophysics*, **75**, WB113-WB120.
- Zwartjes, P. and Gisolf, D., 2002, Fourier reconstruction, data weighting and comparison with other methods. DELPHI "Acquisition and Preprocessing Project" report, 25-46.
- Zwartjes, P. M. and Sacchi, M. D., 2007, Fourier reconstruction of non-uniformly sampled, aliased seismic data, *Geophysics*, **72**, V21-V32.
- trace interpolation, 2010 SEG Annual Meeting, October 17 - 22, 2010, Denver, Colorado.
- Unser, M., 2000, Sampling — 50 years after Shannon, *Proceedings of the IEEE*, **88**, 569-587.
- Versprille, K. J., 1975, Computer-aided design applications of the rational B-spline approximation form, Ph.D. dissertation, Syracuse University.
- Wang, Y., 2003, Sparseness-constrained least squares inversion: application to seismic wave reconstruction, *Geophysics*, **68**, 1633-1638.
- Xu, S., Zhang, Y., Pham, D. and Lambaré, G., 2005, Antileakage Fourier transform for