

## چالش‌ها در تعریف بی‌هنجاری جاذبی بوگه در ژئودزی و ژئوفیزیک

مهدی گلی\*

استادیار، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شاهرود، ایران

(دریافت: ۹۱/۳/۱۰، پذیرش نهایی: ۹۳/۲/۳۰)

### چکیده

سال‌های متعددی بی‌هنجاری جاذبی بوگه به صورت‌های گوناگون در بررسی‌های ژئودزی و ژئوفیزیک تعریف و محاسبه شده است. این تحقیق به بررسی روش‌های کلاسیک و ابهامات آنها، همچنین تحقیقات اخیر در جهت ایجاد یک روش استاندارد برای تعریف بی‌هنجاری جاذبی بوگه می‌پردازد. در تحقیق حاضر سعی شده است همه اثرات و مولفه‌های تاثیرگذار در همه کاربردهای ژئودتیکی و ژئوفیزیکی تا حد دقت چند میکروگال محاسبه شود. در این راستا به ابهامات تعریف بی‌هنجاری جاذبی (هوای آزاد)، اثر غیرمستقیم ژئوفیزیکی، اثر توپوگرافی و مدل‌های تقریب‌کننده آن، اثر جو، نحوه محاسبه اثرات مستقیم و غیرمستقیم توپوگرافی پرداخته شده است. نتایج عددی اثرات پیش‌گفته برای یک منطقه آزمون کوهستانی محاسبه شده است. محاسبات بیانگر وجود اختلافات بسیار بزرگ (بیش از ۱۰۰ میلی‌گال) بین دیدهای کلاسیک و جدید از بی‌هنجاری جاذبی بوگه است. علاوه بر این، بی‌هنجاری‌های بوگه جدید وابستگی کمتری به ارتفاع دارند. لذا اثر جاذبی توپوگرافی بهتر مدل شده و از روی داده‌های گرانی حذف شده است.

واژه‌های کلیدی: ژئودزی، ژئوفیزیک، گرانی، بی‌هنجاری جاذبی، بوگه

## Challenges in defining of Bouguer gravity anomaly

Goli, M.

Assistant Professor, Civil Engineering Faculty, Shahrood University of Technology, Iran

(Received: 30 May 2012, Accepted: 20 May 2014)

### Summary

Generally, gravity anomaly is the difference between the observed acceleration of Earth's gravity and a normal value. Topography (all masses above geoid) plays a main role in definition of the gravity anomaly. Based on modeling of the effect of topography, there are different models of gravity anomaly such as free-air and Bouguer anomaly. The main goal of the Bouguer anomaly is removing of gravitational effect of all masses above the geoid (topography and atmosphere). This anomaly is widely used in exploration geophysics. In geodetic applications, in the absence of topography, Bouguer gravity anomaly is smooth and thus more suitable for interpolation and even stable downward continuation.

In the other hand, gravity anomaly is the difference between real gravity at a point and normal gravity in corresponding point where the real and normal potentials in both points are the same. In geodesy, the gravity disturbance is defined as the difference between the real gravity observed at a point and normal gravity at the same point. In many geophysics literatures, gravity anomaly is replaced by gravity disturbance together a corrective term called geophysical indirect effect. This correction is computed by application of the free-air (and usually the Bouguer) correction over the geoid-ellipsoid separation. This correction must be computed by application of only free air correction to separation of the

real equipotential surface and its equivalence in normal gravity field at gravity observation.

The free-air (FA) correction is used to up/downward continuation of normal gravity anomaly. In practice, only linear approximation, 0.3086 mGal/m, is used while a second-order FA correction is more realistic than the linear approximation. Note that the FA correction is not a reduction formula for downward continuation of gravity anomaly.

One of the most ambiguities in definition of Bouguer effect gravity anomaly arises from formulating the effect of topography. The gravitational of topography can be split into Bouguer term, which is the dominant term, plus minor effect, terrain roughness. In the evaluation of a topographical effect, planar or spherical models of topography can be used. Many studies have shown that planar and spherical model of topography give very different results for Bouguer anomalies. Also, it was shown that the planar topography model (in form of infinite Bouguer plate) yields to a mathematically and physically meaningless quantity. To compute the terrain correction in geophysics, the gravitational effect of only masses up to about distance 167 km (Hayford zone) is considered. In principle the domain of computation of the topographical effect is the whole of the Earth. Despite the fact that the gravitational effect decreases with distance, the effect of beyond Hayford zone is large and should be considered.

The removal of the topographical masses disturbs the isostatic equilibrium of the crust. As a result, the equipotential surface can be moved up to several hundred meters. The indirect topographic effect is defined as the effect on gravity due to removing the topographical masses. The indirect effect of topography (ITE) in Bouguer gravity anomaly was first introduced by Vanicek, et al (2004). Their computations show that the numerical values of ITE can be reached up to 150 mGal in mountainous area. While, in most studies, ITE does not take into account and only direct topographical effect is considered.

In analogy with topographical effect, in the computation of Bouguer gravity anomaly, the direct and indirect effects of atmospheric masses should be considered. Usually the gravity effect of the atmosphere is evaluated by IAG formula. This formula considers only the direct topographical effect as the correction to gravity anomaly. The indirect atmospheric effect is not discussed in this context. In this study, the method proposed by Sjoberg (2000) is recommended and applied.

In order to investigate differences between classic and new Bouguer gravity anomalies, numerical calculations were performed in a mountainous area bounded by  $35^\circ < \varphi < 36^\circ$ ,  $-106^\circ < \lambda < -105^\circ$  where there are 2385 land gravity observation. The classic planar Bouguer anomalies were computed from

$$\Delta g^B = g - \gamma + 0.1967H + tc^{Hfd}$$

where  $g$  and  $\gamma$  are observed and normal gravity,  $H$  is the orthometric height of point and  $tc^{Hfd}$  is the terrain correction computed up to Hayford zone. The new spherical Bouguer anomalies were computed from

$$\Delta g^B = g - \gamma + FA + DTE + ITE + DAE + IAE$$

where  $FA$  is second-order free-air correction,  $DTE$  is the direct topographical effect (spherical shell + terrain roughness),  $ITE$  is the indirect topographical effect,  $DAE$  is the direct atmospheric effect and,  $IAE$  is the indirect Atmospheric effect. The results indicate that there are large differences (over 100 mGal) between classical and new Bouguer anomalies. The new Bouguer anomalies are less correlated with terrain heights. Therefore the planar model cannot completely remove the gravitational effect of topography.

**Keywords:** Gravity anomaly, Geodesy, Geophysics, Bouguer, Indirect effect

## ۱ مقدمه

این کمیت به‌طور غیرمستقیم در تعیین ژئوئید استفاده نمی‌شود.

اثر جاذبی توپوگرافی یک اثر محلی و با بسامد زیاد است. لذا بی‌هنجاری جاذبی بوگه در غیاب بسامدهای زیاد، یک کمیت نرم است. در ژئودزی از این کمیت در درون‌یابی بی‌هنجاری جاذبی در مناطق خالی از داده استفاده می‌شود (ونیچک و همکاران، ۱۹۹۹). از دیگر خواص بی‌هنجاری‌های جاذبی بوگه، هماهنگ بودن و انتقال پایدار آنها در فرایند انتقال فرسوی در تعیین ژئوئید است که در این زمینه می‌توان به تحقیقات (مارتینک، ۱۹۹۶؛ هک، ۲۰۰۳؛ تنزر و همکاران، ۲۰۰۳؛ هیوانگ و ورنوا، ۲۰۰۵) اشاره کرد.

با مطالعه مقاله‌های مرتبط با ژئودزی و ژئوفیزیک در می‌یابیم که در تعریف و محاسبه بی‌هنجاری جاذبی بوگه ابهامات زیادی وجود دارد. یک تعریف یکسان در ژئوفیزیک و ژئودزی برای این کمیت وجود ندارد. از جمله مهم‌ترین ابهامات موجود در تعریف بی‌هنجاری جاذبی بوگه می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

- انتخاب میدان گرانی مرجع و نحوه محاسبه مقدار شتاب گرانی نظری  $\gamma$
- اختلاف بین بی‌هنجاری گرانی و نوسان گرانی به اثر غیرمستقیم در ژئوفیزیک موسوم است
- نحوه محاسبه اثر جاذبی جو
- مدل هندسی تقریب کننده توپوگرافی اعم از صفحه‌ای و یا کروی
- نحوه محاسبه اثر ناهمواری توپوگرافی

با احساس این نقیصه تحقیقاتی برای ایجاد یک استاندارد صورت گرفته است. در تحقیق هکنی و فدرستون (۲۰۰۳) سعی شده است دیدگاه‌های ژئودتیکی و ژئوفیزیکی بی‌هنجاری جاذبی را بدون دادن یک رویه یکسان بیان شود. در تحقیق جامع هاینزه و همکاران

یکی از داده‌های بررسی میدان گرانی زمین، اندازه شتاب گرانی زمین است که با گرانی‌سنج‌های نسبی اندازه‌گیری می‌شود. مدل‌سازی میدان گرانی زمین به کمک یک میدان مرجع (محاسباتی) راحت‌تر و با دقت بیشتری صورت می‌گیرد. به‌طور عام کمیت‌های جاذبی حاصل از تفاضل میدان گرانی زمین از یک میدان گرانی (نرمال) بی‌هنجاری نامیده می‌شوند. از بررسی کمیت‌های بی‌هنجاری می‌توان به تغییرات چگالی در جرم زمین پی برد که این از اهداف مورد توجه در ژئودزی و ژئوفیزیک است. در این بین، بی‌هنجاری جاذبی پرکاربردترین کمیت قابل مشاهده در ژئودزی و ژئوفیزیک است. یک تعریف ساده از بی‌هنجاری جاذبی به‌صورت رابطه (۱) است.

$$\Delta g = g - \gamma \quad (1)$$

که در این رابطه  $g$  و  $\gamma$  به‌ترتیب اندازه شتاب گرانی مشاهداتی و نرمال است. تعریف کمیت فوق با در نظر گرفتن فرضیات گوناگونی در مورد توپوگرافی، چگالی و هندسه آن صورت می‌گیرد که بر این اساس می‌توان بی‌هنجاری‌های جاذبی گوناگونی را تعریف کرد. بی‌هنجاری جاذبی بوگه یکی از مهم‌ترین کمیت‌های مورد استفاده در ژئوفیزیک اکتشافی است. در این بی‌هنجاری اثر جاذبی توپوگرافی درحکم یک مولفه عمده از سیگنال شتاب گرانی اندازه‌گیری شده حذف می‌شود. لذا هدف از بی‌هنجاری جاذبی بوگه حذف اثر جاذبی جرم‌های بالای ژئوئید (شامل توپوگرافی و جو) است.

در ژئودزی بی‌هنجاری جاذبی برای تعیین ژئوئید تعریف می‌شود. بی‌هنجاری جاذبی بوگه با حذف اثر توپوگرافی زمین تعادل هم‌ایستایی زمین را به هم می‌زند. به هم خوردن تعادل در تعیین ژئوئید باعث جابه‌جایی سطوح هم‌پتانسیل و در نتیجه جابه‌جایی ژئوئید به میزان حدود چند صد متر می‌شود (ویشاشارئون، ۱۹۸۲). لذا از

بی‌هنجاری جاذبی اختلاف اندازه شتاب گرانی واقعی در زمین واقعی و شتاب گرانی نرمال در میدان گرانی نرمال است (و نیچک و همکاران، ۲۰۰۴):

$$\Delta g(\varphi, \lambda, H) = g(\varphi, \lambda, H) - \gamma[H - Z(\varphi, \lambda, H)] \quad (۳)$$

که در این رابطه  $Z(\varphi, \lambda, H)$  بی‌هنجاری ارتفاعی برابر با فاصله بین دو سطح هم‌پتانسیل واقعی و نرمال با پتانسیل یکسان است (شکل ۱). به عبارت دیگر می‌توان گفت بی‌هنجاری جاذبی اختلاف شتاب گرانی واقعی در هر نقطه از شتاب گرانی نرمال زمین در فضای میدان گرانی نرمال است. فاصله بین این دو فضا را می‌توان از رابطه دوم برونز پیدا کرد (و نیچک و کراکوسکی، ۱۹۸۶):

$$Z(\varphi, \lambda, H) = \frac{T(\varphi, \lambda, H)}{\gamma[H, Z(\varphi, \lambda, H)]} \quad (۴)$$

که در آن  $T$  بی‌هنجاری پتانسیل (اختلاف پتانسیل گرانی زمین،  $W$ ، از پتانسیل گرانی نرمال،  $U$ ، زمین) است.

رابطه (۴) برای محاسبه  $Z$  نیاز به استفاده از روش تکرار دارد (رپ، ۱۹۹۷). با توجه به اینکه مقدار  $Z < 100m$  و  $\frac{\partial \gamma}{\partial h} \approx -0.3086$  است استفاده از تکرار اول کافی است.

محاسبه بی‌هنجاری جاذبی رابطه (۳) نیاز به دانستن  $H^N$  چنانچه  $\gamma[H, Z(\varphi, \lambda, H)]$  با توجه به شکل ۱ چنانچه  $H^N$  ارتفاع نرمال باشد، در صورت کوچک بودن ارتفاع، می‌توان از بسط به سری تیلور تابع  $\gamma(\varphi, h)$  در نقطه  $q$  روی بیضوی استفاده کرد. با تقریب  $dH^N \approx dh$  داریم:

$$\left. \frac{\partial \gamma}{\partial h} \right|_Q H_P^N \gamma(H^N) = \gamma_Q + \left. \frac{\partial^2 \gamma}{\partial h^2} \right|_Q (H_P^N)^2 + \dots \quad (۵)$$

که در آن،

$$H^N = H + N - Z \quad (۶)$$

محاسبه مشتقات رابطه فوق به تصحیح هوای آزاد می‌انجامد (هیسکانن و موریتز، ۱۹۶۷):

(۲۰۰۵) یک استاندارد در تعریف بی‌هنجاری جاذبی بوگه برای امریکای شمالی تعریف شده است. این استاندارد در موارد متعدد با بررسی‌های ژئودتیکی و ژئوفیزیکی در تناقض است و هم‌چنان از مدل صفحه‌ای برای تقریب توپوگرافی استفاده می‌کند که تقریب مناسبی از وضعیت توپوگرافی زمین نیست. در این راستا در تحقیق حاضر سعی شده است، ابهامات موجود در تعریف بی‌هنجاری جاذبی بوگه بیان و راه‌حلی استاندارد برای تعریف آن عرضه شود.

## ۲ تعریف دقیق بی‌هنجاری جاذبی بوگه

امروزه اندازه‌گیری مقدار شتاب گرانی با دقتی بهتر از ۵ میکروگال به کمک گرانی‌سنج‌های نسبی و مطلق میسر است (تورگ، ۱۹۸۹). هرچند تاثیر سایر عوامل نظیر دررفت‌های کوتاه و بلندمدت دستگاه، اثرات ژئودینامیکی، دقت داده ارتفاعی و مسطحاتی و مانند آن باعث دیت نیافتن به دقت فوق می‌شود (هک، ۱۹۹۰). با این حال در این بخش هدف تعریف دقیق بی‌هنجاری جاذبی با در نظر گرفتن همه اثرات و تصحیحات تا ۵ میکروگال است. بدیهی است که این دقت برای اغلب بررسی‌های اکتشاف، تعیین محلی میدان گرانی و تعیین ژئوئید کافی است.

ابتدا فرض می‌کنیم که اندازه شتاب گرانی نقاط  $(g)$  و ارتفاع ارتومتریک آنها (فاصله نقطه تا ژئوئید در راستای خطوط شاغولی  $H$ ) معلوم باشد. بنا به تعریف، تفاضل اندازه شتاب گرانی واقعی و نرمال در هر نقطه، نوسان جاذبی نامیده می‌شود (هیسکانن و موریتز، ۱۹۶۷):

$$\delta g(\varphi, \lambda, H) = g(\varphi, \lambda, H) - \gamma(\varphi, H) \quad (۲)$$

در رابطه (۲) فوق،  $\varphi$  و  $\lambda$  به ترتیب عرض و طول جغرافیایی (ژئودتیکی) نقطه و  $H$  ارتفاع ارتومتریک (فاصله نقطه تا ژئوئید در راستای خطوط شاغولی) است.

ماهواره‌ای، استفاده از بسط به سری تیلور نمی‌تواند دقت لازم را فراهم کند. یک روش برای محاسبه مقدار  $\gamma(H^N)$  را موسسه نقشه‌برداری وزارت دفاع امریکا (۲۰۰۴) و در دستگاه مختصات بیضوی عرضه کرده است. به‌نحو مشابه روابط دیگری با دقت نانوگال را اردلان و گرافارند (۲۰۰۱) به‌دست آورده‌اند:

$$\gamma(H^N) = \gamma_Q + FA = \gamma_Q + \tag{V}$$

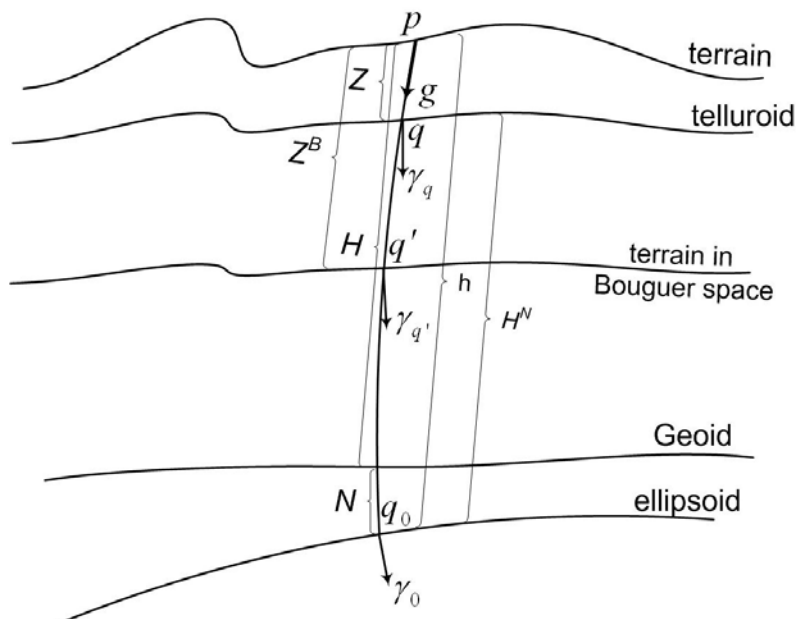
$$\frac{2\gamma_Q}{a}(1 + f + m - 2f \sin \varphi)h + \frac{2\gamma_Q}{a}h^2$$

که در آن  $m$  پارامتر ژئودزی میدان مرجع (نسبت نیروی جاذبه به نیروی گریز از مرکز در استوا) و  $f$  فشردگی بیضوی مرجع است. رابطه (V) دقت لازم در بررسی ژئودزی و ژئوفیزیک را برای کاربردهای زمینی فراهم می‌کند. برای ارتفاعات بالا در ژئودزی

$$\gamma(\beta, u) = \frac{\sqrt{u^2 + \epsilon^2}}{\sqrt{u^2 + \epsilon^2} \sin^2 \varphi} \left\{ K + \frac{\Omega^2}{2K(u^2 + \epsilon^2)} \times \left( \frac{a(3u^2 + \epsilon^2) \cot^{-1} \frac{u}{\epsilon} - 3au\epsilon}{(3b^2 + \epsilon^2 \cot^{-1} \frac{b}{\epsilon} - b\epsilon) \sin \beta \cos \beta} + (u^2 + \epsilon^2) \sin \beta \cos \beta \right)^2 \right\} \tag{A}$$

که

$$K = \left| \frac{GM}{u^2 + \epsilon^2} - (3 \sin^2 \beta - 1) \frac{\Omega^2 a^2 \epsilon (3u^2 + 2\epsilon^2) - 9(u^3 + u\epsilon^2) \cot^{-1} \frac{u}{\epsilon}}{3(u^2 + \epsilon^2) \cot^{-1} \frac{b}{\epsilon} a^2 - 9\epsilon b} + 3u\Omega^2 \cos^2 \beta \sin^2 \beta \right|$$



شکل ۱. هندسه به کار رفته در تعریف بی‌هنجاری جاذبی.

خالی از جرم گرادیان شتاب جاذبی از تابع هوای آزاد تبعیت می‌کند. لذا برخلاف تصور در تعریف بی‌هنجاری هوای آزاد هیچ تبدیل و انتقال رو به پایینی صورت نمی‌گیرد (هنکی و فدرستون، ۲۰۰۳).

در برخی از متون ژئوفیزیک به اشتباه نوسان جاذبی را به‌جای کمیت بی‌هنجاری جاذبی تعریف می‌کنند (هنکی و فدرستون، ۲۰۰۳). بدتر اینکه برای رفع این اشتباه یک تصحیح به‌نام اثر غیرمستقیم ناشی از اختلاف شعاع زمین مرکز بیضوی از ژئوئید به‌صورت رابطه (۱۰) به بی‌هنجاری جاذبی اضافه می‌کنند (هاینزه و همکاران، ۲۰۰۵؛ چپمن و بودین، ۱۹۷۹).

$$\delta g^{\text{ind}} = \frac{\partial \gamma}{\partial h} N \quad (10)$$

در اینجا باید اشاره کرد که اولاً نوسان جاذبه و بی‌هنجاری جاذبی دو کمیت مستقل هستند. علاوه بر این اختلاف بین این دو کمیت نیز برابر مقدار بیان شده در رابطه (۱۰) نخواهد بود. عجیب‌تر اینکه در برخی از مقاله‌ها در اعمال این تصحیح (۱۰)، به‌جای گرادیان هوای آزاد از گرادیان بوگه ( $-0.1967N$ ) استفاده می‌شود.

امروزه با وجود سامانه‌های موقعیت‌یاب فضایی، به‌خصوص GPS، امکان تعیین ارتفاع ژئودتیکی نقاط با دقت کافی فراهم است. لذا برخی از محققان پیشنهاد استفاده از کمیت نوسان جاذبی به‌جای بی‌هنجاری جاذبه در تحقیقات ژئودزی و ژئوفیزیک را مطرح می‌کنند (وایدا و همکاران، ۲۰۰۷)، چرا که در این حالت نیازی به داشتن کمیت پرهزینه و زمان‌بر ارتفاع ارتومتریک و ژئوئید نیست. علاوه بر این، اثر غیرمستقیم ژئوفیزیک، اثر ثانویه توپوگرافی (بخش ۳) نیز در تعریف کمیت نوسان جاذبه حذف می‌شود. با این حال به نظر می‌رسد با وجود داده‌های بسیار زیادی که تا کنون جمع‌آوری شده و فاقد ارتفاع ژئودتیکی هستند، هنوز زمان گذر از نوسان جاذبه به بی‌هنجاری جاذبه فرا نرسیده است.

در رابطه (۸)  $(u, \beta)$  مختصات بیضوی نقطه محاسبه،  $a^2 - b^2 = \epsilon^2$  و  $\Omega$  سرعت زاویه‌ای دوران بیضوی نرمال است. برای استفاده از رابطه مذکور باید ابتدا مختصات  $(\varphi, H^N)$  را به مختصات  $(u, \beta)$  تبدیل کرد. روابط بین این دو دستگاه مختصات در هیسکانن و موریتز، (۱۹۶۷) آورده شده است.

امروزه با وجود سامانه موقعیت‌یاب ماهواره‌ای، ارتفاع ژئودتیکی نقاط به جای ارتفاع ارتومتریک اندازه‌گیری می‌شود. در این حالت از رابطه (۹) استفاده می‌شود.

$$H^N = H - Z \quad (9)$$

به‌طور مشابه می‌توان  $\gamma(H^N)$  را از رابطه (۷) محاسبه کرد. مقدار کمیت  $N - Z$  که جدایی ژئوئید از سطحی موسوم به شبه ژئوئید است، در بیشترین حالت به ۲ متر می‌رسد. مقدار این کمیت را می‌توان از یک مدل توپوگرافی هماهنگ به‌دست آورد. در این زمینه می‌توان به تحقیقات (شوبرگ، ۱۹۹۵؛ تنزر و همکاران، ۲۰۰۶؛ فلوری و رومل، ۲۰۰۹؛ محمد و همکاران، ۲۰۱۰؛ شوبرگ، ۲۰۱۰) مراجعه کرد. همچنین محاسبه کمیت  $Z$  در رابطه (۹) از یک مدل ژئوئیدانسلی ماهواره‌ای نظیر EGM08 (پاولیس و همکاران، ۲۰۰۸) امکان‌پذیر است.

بی‌هنجاری جاذبی (۳) را بی‌هنجاری جاذبی هوای آزاد نیز می‌نامند؛ زیرا در محاسبه  $\gamma(H^N)$  در بالای بیضوی هیچ جرمی وجود ندارد. گاهی تصور می‌شود تصحیح هوای آزاد یک تصحیح برای اثر تغییرات ارتفاع بر شتاب جاذبی است. این در حالی است که محاسبه گرادیان دقیق ارتفاعی شتاب جاذبی بسیار مشکل است. حتی گاهی فرض می‌شود اعمال این اثر باعث انتقال رو به پایین بی‌هنجاری جاذبی از سطح اندازه‌گیری به‌روی ژئوئید است. این در حالی است که عملاً فرض صفر بودن جرم‌های بالای ژئوئید هیچگاه برقرار نیست. تنها می‌توان گفت در صورت برقراری تعادل هم‌ایستایی، در فضای

$$\begin{aligned} \Delta g(\varphi, \lambda, H) &= g(\varphi, \lambda, H) & (15) \\ -\gamma[H - Z(\varphi, \lambda, H) + \delta Z(\varphi, \lambda, H)] \delta g^T(\varphi, \lambda, H) \\ &\approx g(\varphi, \lambda, H) - \gamma[H - Z(\varphi, \lambda, H)] \\ &\quad + \frac{\partial \gamma}{\partial h} \delta Z^T(\varphi, \lambda, H) - \delta g^T(\varphi, \lambda, H) \\ &\approx \delta g(\varphi, \lambda, H) + \frac{\partial \gamma}{\partial h} \delta Z^T(\varphi, \lambda, H) - A^T(\varphi, \lambda, H) \end{aligned}$$

می‌توان دید که بی‌هنجاری جاذبی بوگه از سه جمله، بی‌هنجاری جاذبی (هوای آزاد)، اثر غیرمستقیم توپوگرافی (ITE)،  $\frac{\partial \gamma}{\partial h} \delta Z^T$  و اثر مستقیم توپوگرافی  $A^T$  (DTE) تشکیل شده است. معمولاً اثر غیرمستقیم حذف توپوگرافی در محاسبه بی‌هنجاری بوگه وارد نمی‌شود. این اثر را ونیچک و همکاران (۲۰۰۴) معرفی و محاسبه کردند.

برای حذف اثر مستقیم توپوگرافی سه تقریب صفحه‌ای، کروی و بیضوی از توپوگرافی را می‌توان به کار برد. از تقریب صفحه‌ای توپوگرافی در بیشتر کارهای عملی ژئوفیزیک و ژئودزی استفاده می‌شود. این در حالی است که براساس تحقیقات (لافر، ۱۹۹۸، ۱۹۹۱؛ هکنی و فدرستون، ۲۰۰۳؛ هایزنه و همکاران، ۲۰۰۵؛ آرگست و همکاران، ۲۰۰۹) تقریب صفحه‌ای توپوگرافی نیز در ژئوفیزیک با یک رویه ثابت محاسبه نمی‌شود. از سوی دیگر براساس تحقیقات (کارل، ۱۹۷۱؛ ونیچک و همکاران، ۲۰۰۱؛ ونیچک و همکاران، ۲۰۰۴) تقریب صفحه‌ای توپوگرافی به هیچ وجه نمی‌تواند هدف اصلی از تعریف بی‌هنجاری بوگه (حذف اثر جرم‌های بالای ژئوئید) را تامین کند. ونیچک و همکاران (۲۰۰۱) نشان دادند که بی‌هنجاری بوگه کلاسیک کمیتی ریاضی است و تعبیر فیزیکی خاصی ندارد. از این رو بی‌هنجاری توپوگرافی بالای ژئوئید بی‌هنجاری بوگه کلاسیک در فضای بالای ژئوئید هماهنگ نیست و نمی‌توان آن را به کمک مسئله مقدار مرزی دیریکله ادامه فرسو داد. به‌رحال در تقریب صفحه‌ای، شتاب جاذبی ناشی از

### ۳ بی‌هنجاری جاذبی بوگه

هدف از تعریف بی‌هنجاری بوگه، حذف اثر جاذبی جرم‌های بالای ژئوئید است. با استفاده از رابطه (۳) برای تعریف بی‌هنجاری بوگه داریم:

$$\begin{aligned} \Delta g^B(\varphi, \lambda, H) &= g(\varphi, \lambda, H) - & (11) \\ \gamma[H - Z^B(\varphi, \lambda, H)] - \delta(\varphi, \lambda, H) \end{aligned}$$

که در این رابطه  $Z^B$  بی‌هنجاری ارتفاعی در فضای بوگه (شکل ۱) توپوگرافی بالای ژئوئید است. نکته قابل توجه این است که پس از حذف اثر توپوگرافی تعادل هم‌ایستایی زمین به هم می‌خورد و موقعیت سطوح هم‌پتانسیل بیش از چند صد متر جابه‌جا می‌شود. بدیهی است که در فضای بوگه بی‌هنجاری ارتفاعی نیز به همان مقدار تغییر خواهد کرد. بی‌هنجاری ارتفاعی بوگه از رابطه تعمیم یافته برونز برابر خواهد بود با:

$$Z^B(\varphi, \lambda, H) = \frac{T^B(\varphi, \lambda, H)}{\gamma[H - Z^B(\varphi, \lambda, H)]} \quad (12)$$

که در این رابطه  $T^B$  بی‌هنجاری پتانسیل در فضای بوگه است:

$$\begin{aligned} T^B(\varphi, \lambda, H) &= & (13) \\ W(\varphi, \lambda, H) - U(\varphi, \lambda, H) - V^T(\varphi, \lambda, H) \\ &= T(\varphi, \lambda, H) - V^T(\varphi, \lambda, H) \end{aligned}$$

و  $V^T$  پتانسیل جاذبی توپوگرافی است. با جایگزینی رابطه فوق در رابطه (۱۲) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} Z^B(\varphi, \lambda, H) &= \frac{T(\varphi, \lambda, H) - V^T(\varphi, \lambda, H)}{\gamma[H - Z^B(\varphi, \lambda, H)]} \\ &= \frac{T(\varphi, \lambda, H)}{\gamma[H - Z^B(\varphi, \lambda, H)]} - \frac{V^T}{\gamma[H - Z^B(\varphi, \lambda, H)]} & (14) \\ &\approx Z(\varphi, \lambda, H) - \delta Z^T(\varphi, \lambda, H) \end{aligned}$$

که  $\delta Z$  جابه‌جایی سطوح هم‌پتانسیل ناشی از حذف اثر جاذبی توپوگرافی است. از اعمال رابطه فوق در رابطه (۱۱) داریم:

نواک و گرافارند (۲۰۰۵) تصحیح بیضویت در بیشترین حالت معادل ۱٪ کل اثر توپوگرافی است. مقدار این اثر تصحیح در تعیین ژئوئید حدود ۱ سانتی متر در کوهستان‌ها گزارش شده است (شوبرگ، ۲۰۰۴).

با توجه به ناهمواری‌های زمین، همه مدل‌ها اعم از کروی یا صفحه‌ای، نمی‌توانند به‌طور کامل اثر جاذبی توپوگرافی را مدل کنند. اثر مستقیم توپوگرافی (DTE)، شامل یک قسمت عمده صفحه/پوسته بوگه  $A^{TB}$  و بخش ناهمواری (باقی‌مانده توپوگرافی نسبت به آن)  $A^{TR}$  است:

$$A^T(\varphi, \lambda, H) = A^{TB}(\varphi, \lambda, H) + A^{TR}(\varphi, \lambda, H) \quad (19)$$

شتاب جاذبی صفحه و پوسته بوگه به ترتیب از روابط (۱۶) و (۱۸) به دست می‌آید. اثر ناهمواری توپوگرافی  $A^{TR}$  به روش‌های گوناگون قابل محاسبه است. در گذشته از نقشه‌های توپوگرافی به روش هامر (۱۹۳۹) در محاسبه این اثر استفاده می‌شد. امروزه با توجه به وجود مدل‌های رقمی با جزئیات زیاد می‌توان با استفاده از انتگرال نیوتن مقدار دقیق آن را محاسبه کرد. تحقیقات بسیار وسیعی در مورد نحوه محاسبه این اثر، روش‌های عددی و تحلیلی حل انتگرال نیوتن، نحوه زون‌بندی، حل انتگرال برای زون‌های بسیار نزدیک و دور دست، اثر گام مدل رقمی توپوگرافی و خطای مدل رقمی توپوگرافی، اثر تغییرات چگالی و دیگر موارد، در ژئودزی و ژئوفیزیک صورت گرفته است. تحقیقات (هک و سیتز، ۲۰۰۷؛ فولاد و همکاران، ۲۰۰۸؛ مخلوف و ایلک، ۲۰۰۸؛ تنزر و همکاران، ۲۰۰۹؛ سولیس و همکاران، ۲۰۰۹؛ کلوش و کرینسکی، ۲۰۱۰؛ تنزر و همکاران، ۲۰۱۱؛ جکلی، ۲۰۱۲) تعدادی از تحقیقات اخیر از سال ۲۰۰۵ به بعد، در زمینه مدل‌سازی اثر توپوگرافی است.

نکته اصلی در تعیین اثر ناهمواری توپوگرافی گام مدل رقمی زمین استفاده از مدل صفحه‌ای یا کروی توپوگرافی است. در خصوص گام مدل رقمی زمین در

توپوگرافی با یک صفحه (موسوم به پلیت بوگه) با ضخامت به ارتفاع نقطه مورد نظر  $H$  و با چگالی متوسط  $\rho$  مدل می‌شود (هیسکانن و موریتز، ۱۹۶۷):

$$A^{PB} = 2\pi G\rho H \quad (16)$$

مقدار عددی شتاب جاذبی بوگه با احتساب چگالی متوسط  $\rho = 2670 \text{ kgm}^{-3}$  برابر  $0.1119H[\text{meter}]$  است. ونیچک و همکاران (۲۰۰۱) نشان دادند که مقدار  $2\pi G\rho H$  نه اختلاف شتاب در بالا و پایین صفحه و نه گرادیان شتاب جاذبی در داخل پلیت بوگه است. لذا به نظر می‌رسد رابطه (۱۶) فقط یک روش ریاضی است که در ژئودزی و ژئوفیزیک از آن استفاده می‌شود. گاهی به رابطه (۱۶) یک تصحیح خمیدگی به صورت رابطه (۱۷) اضافه می‌شود (ونیچک و کراکوسکی، ۱۹۸۶؛ هایزنه و همکاران، ۲۰۰۵).

$$\delta A^B = -8\pi G\rho \frac{H^2}{R} \quad (17)$$

اضافه کردن این تصحیح کوچک معادل تقریب کروی توپوگرافی نیست.

در تقریب کروی، شتاب جاذبی ناشی از توپوگرافی به شکل یک پوسته کروی را می‌توان از رابطه (۱۸) به دست آورد (ویشاشارئون، ۱۹۸۲).

$$A^{SB}(H) = \frac{4}{3}\pi G\rho \left( \frac{R^3 - (R+H)^3}{(R+H)^2} \right) \quad (18)$$

رابطه (۱۸) را می‌توان با تقریب به صورت  $A^{SB}(H) = 4\pi G\rho H + O\left(\frac{H}{R}\right)$  نوشت. با مقایسه این رابطه با رابطه (۱۶)، شتاب جاذبه ناشی از پوسته کروی تقریباً دو برابر شتاب جاذبه ناشی از پلیت بوگه است. مقدار اختلاف بین دو مدل کروی و صفحه‌ای بسیار بزرگ است. استفاده از تقریب بیضوی برای محاسبه اثر توپوگرافی در ژئودزی و ژئوفیزیک معمول نیست. علت این امر را می‌توان ناچیز بودن تصحیح بیضویت (تقریب ناشی از به کار بردن مدل کروی توپوگرافی به جای بیضوی) دانست. براساس تحقیق



ژئوفیزیکی اکتشافی بستگی به محدوده منطقه (محلی، منطقه‌ای و یا جهانی) دارد. معمولاً در مقیاس‌های محلی اثرات با طول موج‌های بلند از روی داده‌ها فیلتر می‌شوند. از این رو اثرات زون‌های دور توپوگرافی حتی در صورت محاسبه از روی داده‌ها حذف می‌شوند. عامل تاثیرگذار دیگر در این رابطه شدت توپوگرافی منطقه است. براساس تحقیقات میکوسکا و همکاران (۲۰۰۶) در مناطق کوهستانی حتی برای مدل‌سازی‌های محلی نمی‌توان از اثر زون‌های دور توپوگرافی صرف‌نظر کرد.

#### ۴ اثر جاذبی جو

در تعریف بی‌هنجاری بوگه اثر جاذبی همه جرم‌های بالای ژئوئید شامل اثر توپوگرافی و جو بایستی محاسبه و حذف شود. همانند توپوگرافی دو اثر جاذبی مستقیم و غیرمستقیم ناشی از جو وجود دارد. اثر جاذبی جو نیز همانند توپوگرافی به دو جزء بوگه و اثر ناهمواری قابل تفکیک است. بخش بوگه که قسمت عمده میدان است، برای نقاط روی زمین صفر است. زیرا همان‌طور که می‌دانیم، شتاب جاذبی در داخل یک پوسته کروی برابر صفر است. لذا فقط باید اثر جاذبی ناشی از ناهمواری زمین را محاسبه کنیم.

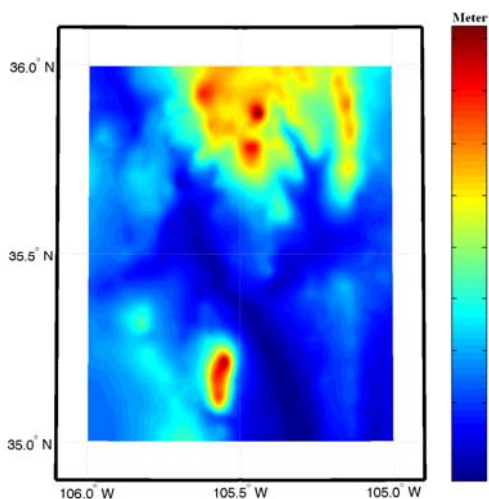
ایکر و میتمایر (۱۹۶۹) به‌روش تحلیلی اثر جاذبی جو بر بی‌هنجاری جاذبی برای اعمال در انتگرال استوکس را تعیین کردند. این روش به منزله یک روش استاندارد در تعریف مدل‌های نرمال GRS67 و GRS80 مورد استفاده قرار گرفت (مورتیز، ۱۹۹۲). شوبرگ (۱۹۹۹) اثرات مستقیم و غیرمستقیم جو را از بسط هماهنگ ارتفاعات تا توان‌های دوم توپوگرافی محاسبه کرد. علاوه بر این روش، بررسی بر مبنای استفاده از انتگرال نیوتن از سوی (نهایندچی، ۲۰۰۴؛ تنزر و همکاران، ۲۰۰۶) صورت گرفته است. این تحقیقات روشن ساخت که اثر غیرمستقیم جو بر شتاب جاذبی به‌طور متوسط ۱/۵

مناطق کوهستانی با تغییرات ارتفاعی زیاد، نیازمند استفاده از مدل‌های رقومی توپوگرافی با گام بهتر از ۱۰۰ متر هستیم. در صورت استفاده از مدل‌های رقومی متوسط با گامی نظیر ۱ کیلومتر مقادیر اثر توپوگرافی به‌طور سامان‌مند کوچک خواهند شد. استفاده از مدل صفحه‌ای توپوگرافی یک برتری نسبت به مدل کروی دارد. در حل انتگرال نیوتن به‌روش مؤلفه‌های محدود و با مؤلفه‌های مکعبی (منشور) جواب تحلیلی وجود دارد (ناجی، ۱۹۶۶). این در حالی است که مدل کروی انتگرال فوق دارای جواب تحلیلی نیست. از این رو استفاده از روش منشور، در محاسبه اثر ناهمواری توپوگرافی کاربرد فراوان دارد. با توجه به اینکه تقریب صفحه‌ای توپوگرافی فقط در فواصل خیلی کوچک به واقعیت نزدیک است، از این روش فقط برای محاسبه سهم مناطق بسیار نزدیک (با سهم عمده در اثر توپوگرافی) استفاده می‌شود. در عمل می‌توان از تلفیق دو مدل صفحه‌ای و کروی استفاده کرد (تنزر و همکاران، ۲۰۰۳).

اثر جاذبی توپوگرافی مناطق دوردست معمولاً در اثر توپوگرافی محاسبه نمی‌شود. برای مثال در بیشتر محاسبات ژئوفیزیکی محاسبات تا شعاع ۱۶۷ کیلومتر موسوم به زون هایفورد صورت می‌گیرد (تلفورد و همکاران، ۱۹۹۰). این در حالی است که دامنه انتگرال‌گیری کل زمین است و با توجه به جمع‌شوندگی اثر توپوگرافی، نمی‌توان محاسبات را محدود به منطقه خاصی از زمین کرد. محاسبات (نواک و همکاران، ۲۰۰۱؛ مخلوف و ایلک، ۲۰۰۸b؛ و میکوسکا و همکاران، ۲۰۰۶؛ و تنزر و همکاران، ۲۰۰۹، ۲۰۱۱) نشان می‌دهد که سهم اثر توپوگرافی مناطق دوردست مقادیر بزرگی است و قابل صرف‌نظر کردن نیست. البته سهم توپوگرافی مناطق دوردست بیشتر از جنس طول موج‌های بلند است و در تحلیل‌های ژئوفیزیکی اکتشافی ممکن است اثر قابل‌ملاحظه‌ای نداشته باشد. تاثیرگذاری اثر مناطق دوردست در تحلیل‌های

اِعمال کردن وجود ندارد. حتی اگر یک مدل اولیه زمین‌شناسی وجود داشته باشد، فقط از چگالی متوسط منطقه استفاده می‌شود؛ زیرا فقط در این صورت است که بی‌هنجاری‌های جذبی بوگه ما را به بی‌هنجاری‌های چگالی در منطقه راهنمایی می‌کند (هاینزه، ۲۰۰۳). برای محاسبه اثر مستقیم و غیرمستقیم جو، از مدل‌های رقومی با گام ۳۰ و ۵ دقیقه استفاده شد. در جدول ۱ پارامترهای آماری مربوط به اثرات مستقیم و غیرمستقیم توپوگرافی و جو آمده است.

برای محاسبه بی‌هنجاری جذبه بوگه اثر هوای آزاد، تصحیح جدایی ژئوئید از شبه ژئوئید، تصحیح پلیت و پوسته کروی توپوگرافی برای منطقه آزمون محاسبه شد. برای محاسبه اثر هوای آزاد از رابطه (۷) استفاده شد. با توجه به اینکه ارتفاع موجود در فایل اطلاعاتی ارتفاع ارتومتریک بود، نیاز به جدایی اختلاف ژئوئید از شبه ژئوئید است. برای محاسبه این کمیت از یک مدل هماهنگ توپوگرافی تا توان‌های مرتبه سوم تا درجه/مرتبه ۲۱۶۰ استفاده شد. میزان این جدایی به ارتفاع نقاط اضافه شد.



شکل ۲. توپوگرافی منطقه آزمون،  $Min=1499.091$ ,  $Max=3282.710$ ,  $Mean=1967.948$  and  $STD=311.355$

میلی گال و اثر مستقیم جو در کمتر از ۰/۵ میلی گال است. علاوه بر این برای مدل کردن اثر جو، هاینزه و همکاران (۲۰۰۵) براساس روش تحلیلی ایگر و میتمایر رابطه ساده‌ای به صورت رابطه (۲۰) را پیشنهاد کرده‌اند.

$$\delta g^A = 0.874 - 9.9 \times 10^{-5}H + 3.56 \times 10^{-9}H^2 \quad (20)$$

## ۵ محاسبات عددی

اختلاف عددی بین روش‌های کلاسیک و جدید بی‌هنجاری بوگه برای تعداد ۲۳۸۵ داده جذبی محدود به منطقه  $36^\circ < \varphi < 35^\circ$  و  $-106^\circ < \lambda < -105^\circ$  محاسبه شده است. شکل ۲ توپوگرافی منطقه آزمون را نشان می‌دهد.

اثر ناهمواری مستقیم و ثانویه توپوگرافی در زون‌های نزدیک از انتگرال نیوتن به دست آمده است. زون‌های نزدیک برابر ۴ درجه، خود به سه بخش فاصله کمتر از ۱۵ دقیقه، ۱۵ دقیقه تا ۳ درجه و ۳ تا ۴ درجه تقسیم‌بندی شدند. برای بخش‌های اول، دوم و سوم به ترتیب از مدل‌های رقومی Shuttle Radar Topography Mission (SRTM) با گام‌های ۳ ثانیه، ۳۰ ثانیه و ۵ دقیقه استفاده شده است. از اثر توپوگرافی نواحی خارج از ۴ درجه به علت ماهیت بسامد زیاد آن صرف‌نظر شده است.

در محاسبه انتگرال‌های توپوگرافی از چگالی ثابت (۲/۶۷) استفاده شده است. این فرض خلی در محاسبات این مقاله وارد نمی‌کند. در ژئودزی و در تعیین ژئوئید به‌روش جذبی اثر تغییرات چگالی باید منظور شود. این اثر در ارتفاع ژئوئید به چند دسی‌متر نیز می‌رسد. در این مقاله هدف از محاسبه بی‌هنجاری‌های بوگه، تعیین ژئوئید نیست. در تحقیقات ژئوفیزیک نیز اساساً نیازی به وارد کردن اثر تغییرات چگالی نیست. زیرا هدف از گرانی‌سنجی در ژئوفیزیک به دست آوردن تغییرات چگالی است. پس در عمل مدل مبتنی بر چگالی برای

جدول ۱. پارامترهای آماری مولفه‌های توپوگرافی و جوی متفاوت در تعریف بی‌هنجاری جاذبه (همه واحدها میلی‌گال و واحد ارتفاع متر است).

انحراف معیار	متوسط	بیشینه	کمینه	
284.555	1939.69	3429.61	1500.5	توپوگرافی
37.961	64.044	242.167	2.32	اثر ناهمواری توپوگرافی (زون‌های نزدیک تا ۴ درجه)
30.658	444.739	605.822	397.624	اثر ناهمواری توپوگرافی (زون‌های دور)
37.085	63.116	235.789	2.63	اثر ناهمواری توپوگرافی تا 167 km (زون هایفورد)
1.178	140.739	142.79	138.104	اثر غیرمستقیم توپوگرافی
0.004	1.699	1.708	1.692	اثر غیرمستقیم جو
0.083	-0.063	3.778	-0.205	اثر مستقیم جو
0.024	0.696	0.733	0.576	اثر مستقیم جو به روش IAG

کم است. این تغییرات برای یک منطقه با ۲۰۰۰ متر اختلاف ارتفاع، فقط چند میلی‌گال است. لذا می‌توان انتظار داشت در مقیاس‌های محلی و کاربردهایی نظیر اکتشاف و یا اندازه‌گیری‌های میکروگرانی‌سنجی و یا در منطقه غیر کوهستانی اثر چندانی نداشته باشد.

در مورد اثر جاذبی جو می‌توان گفت که اولاً رابطه IAG اثر جو را به‌درستی محاسبه نکرده و بسیار تقریبی است. همچنین اثر مستقیم و غیرمستقیم جاذبی جو نیز دارای مقادیر کمی هستند. لذا باز می‌توان انتظار داشت که در کاربردهای اکتشاف، میکروگرانی‌سنجی و در مناطق غیر کوهستانی مقدار اثر آن، نتایج را تغییر ندهد.

در مورد اثر جدایی ژئوئید از شبه‌ژئوئید (اثر غیرمستقیم ژئوفیزیک) مقدار تاثیر آن با توجه به نزدیکی این دو سطح به هم، کم است. به‌طور کلی بیشترین مقدار عددی مورد انتظار برای  $N-Z$  برابر ۲ متر است. در منطقه مورد بررسی نیز مقدار آن تقریباً ۱/۵ متر است که با احتساب گرادیان هوای آزاد، تغییراتی تا حدود ۵۰۰ میکرو گال را ایجاد می‌کند. این در حالی است که با توجه به وسعت منطقه موردنظر، در اکتشافات این اثر قابل

پارامترهای آماری محاسبات فوق در جدول ۲ آمده است. علاوه بر این در این جدول پارامترهای آماری مربوط به بی‌هنجاری جاذبی بوگه کلاسیک از رابطه (۲۱) محاسبه شد.

$$\Delta g^B = g - \gamma + 0.1967H + tc^{Hfd} \quad (21)$$

در این رابطه  $\gamma$  شتاب جاذبی نرمال روی بیضوی و  $tc^{Hfd}$  اثر جاذبی توپوگرافی تا ۱۶۷ کیلومتر است. همچنین بی‌هنجاری بوگه کروی از رابطه (۲۲) به‌دست آمد.

$$\Delta g^B = g - \gamma + FA + DTE + ITE + DAE + IAE \quad (22)$$

DTE, ITE, DAE و IAE به‌ترتیب اثرات مستقیم و غیرمستقیم توپوگرافی و جو است که در بخش‌های قبل به آنها پرداختیم.

براساس نتایج جدول بالا، تفاوت عمده‌ای بین بی‌هنجاری بوگه کلاسیک و جدید وجود دارد. قسمت عمده این تفاوت ناشی از اختلاف پلیت بوگه و پوسته کروی بوگه است. در درجه دوم اختلاف ناشی از اثر غیرمستقیم توپوگرافی است. البته تغییرات این مولفه بسیار

صرف نظر کردن است. امروزه موقعیت‌یابی در برداشت‌های گرانی با سامانه‌های فضایی نظیر GPS صورت می‌گیرد. با توجه به اینکه این روش‌ها ارتفاع ژئودتیک را در اختیار قرار می‌دهند، اثر غیرمستقیم ژئوفیزیکی به اندازه کل  $Z$  است (روابط (۶) و (۱۰)). در این صورت با توجه به تغییرات  $Z$  مقادیر عددی اثر غیرمستقیم ژئوفیزیکی ممکن است به چندین میلی‌گال هم برسد. البته با توجه به تغییرات کم  $Z$  در یک منطقه، می‌توان گفت در بسیاری از موارد، نتایج و تفسیرهای ژئوفیزیکی را تحت تاثیر قرار نمی‌دهد.

در محاسبات ژئودزی فیزیکی به منظور مدل‌سازی محلی میدان جاذبی زمین و به منظور تعیین مدل ژئوئید با دقت سانتی‌متر لازم است همه مولفه‌های فوق با مقادیر عددی بزرگ‌تر از ۱۰ میکروگال محاسبه و اعمال شوند. صرف‌نظر از اینکه بیشتر تغییرات ممکن است از جنس طول موج‌های بلند باشند و به صورت نسبی تغییرات کمی در پی داشته باشند. از سوی دیگر در ژئودزی، مدل‌سازی محلی میدان جاذبی در ابعاد بزرگ (با ابعاد بزرگ‌تر از چند ۱۰۰ کیلومتر) مقادیر عددی مولفه‌های کوچک نیز قابل توجه است.

بی‌هنجاری‌های بوگه جدید دارای انحراف معیار و دامنه تغییرات بسیار کمتری در قیاس با بی‌هنجاری کلاسیک هستند. (شکل‌های ۳ و ۴). این مسئله حاکی از موفقیت این روش در حذف اثر توپوگرافی است. برای نمونه می‌توان به ضریب همبستگی بی‌هنجاری بوگه جدید و کلاسیک با ارتفاع اشاره کرد. در منطقه آزمون این ضریب برای بی‌هنجاری بوگه جدید  $-۰/۰۲$  و برای بی‌هنجاری بوگه کلاسیک برابر  $۰/۹۰$  است. براساس این دو مقدار همبستگی زیادی بین توپوگرافی با بی‌هنجاری بوگه کلاسیک وجود دارد که حاکی از اثر توپوگرافی مدل نشده است. این در حالی است که مقدار همبستگی برای بی‌هنجاری‌های بوگه جدید تقریباً صفر است.

حذف کامل اثر توپوگرافی و ایجاد یک بی‌هنجاری نرم در ژئوفیزیک و ژئودزی اهمیت زیادی دارد. در اکتشاف با حذف کامل اثر توپوگرافی می‌توان همه بی‌هنجاری باقی‌مانده را به تغییرات چگالی نسبت داد. همچنین می‌توان با ایجاد یک بی‌هنجاری جاذبی نرم و با تغییرات کم، از آن در پر کردن مناطق خالی از داده استفاده کرد و یا در تعیین ژئوئید از نرم بودن این بی‌هنجاری برای انتقال فرسوی پایدار آن سود جست.

جدول ۲. پارامترهای آماری مولفه‌های متفاوت در تعریف بی‌هنجاری جاذبه (همه واحدها میلی‌گال و واحد کمیت اول متر است).

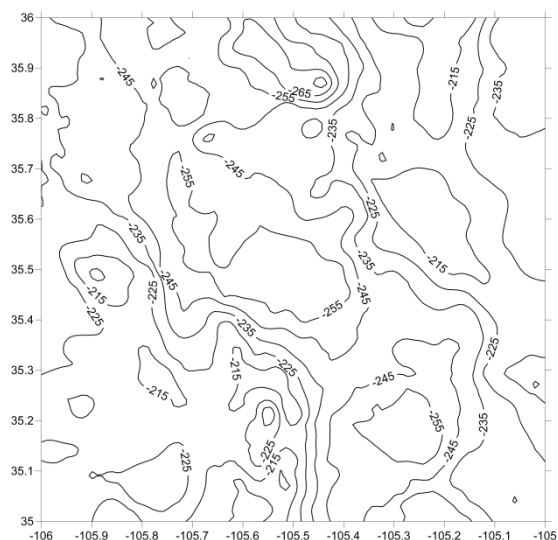
کمیت	کمینه	بیشینه	متوسط	انحراف معیار
جدایی ژئوئید از شبه‌ژئوئید	0.276	1.627	0.623	0.278
اثر هوای آزاد	-1057.84	-463.042	-598.543	87.778
اثر پلیت بوگه	-383.773	-167.906	-217.051	31.842
اثر پوسته کروی بوگه	-767.341	-335.823	-434.085	63.658
بی‌هنجاری بوگه جدید	-283.049	-199.619	-237.873	14.109
بی‌هنجاری بوگه کلاسیک	-224.936	-29.483	-162.461	33.054

شد. تصحیح غیرمستقیم ژئوفیزیک که ناشی از اختلاف بین ژئوئید و بیضوی است با استفاده از مفهوم ارتفاع نرمال به دست آمد. هم در حالتی که ارتفاع ارتومتریک معلوم باشد و هم در حالتی که ارتفاع ژئودتیکی نقطه مشخص باشد. همچنین تصحیح هوای آزاد براساس بسط شتاب جاذبی نرمال به سری تیلور تا جمله‌های مرتبه دوم برای نقاط در سطح زمین پیشنهاد شد.

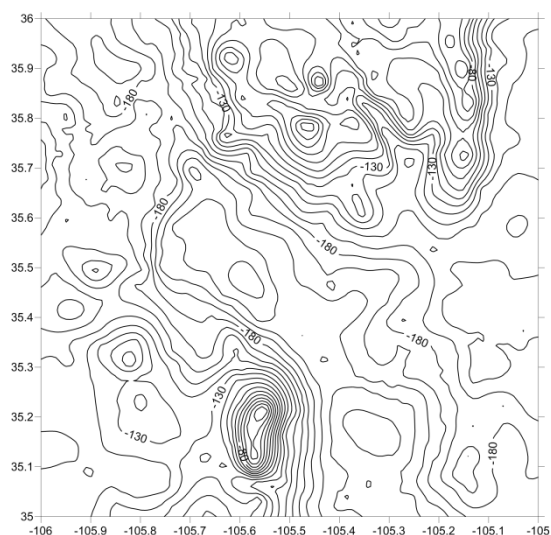
تصحیح اثر ناهمواری توپوگرافی اطراف و اثر توپوگرافی بر جابه‌جایی سطوح هم‌پتانسیل میدان جاذبی زمین (اثر غیرمستقیم) بررسی شد. همچنین روش IAG با روش استفاده از انتگرال نیوتن در محاسبه اثر جو مقایسه شد. نتایج عددی روی یک منطقه کوهستانی نشان می‌دهد که تفاوت زیادی بین بی‌هنجاری بوگه جدید و کلاسیک وجود دارد. عمده تفاوت بین این دو بی‌هنجاری، تاثیر اثر جاذبی پوسته کروی بوگه به جای پلیت بوگه و اعمال اثر غیرمستقیم توپوگرافی است. نتایج عددی نشان داد که اثر توپوگرافی در بی‌هنجاری‌های بوگه جدید با موفقیت بیشتری مدل شده است؛ بدین معنی که بی‌هنجاری‌های بوگه جدید سیگنال در قیاس با بی‌هنجاری‌های بوگه کلاسیک با تغییرات بسیار کمتری همراه است.

### مراجع

- Ardalan, A. A. and Grafarend, E. W., 2001, Somigliana-Pizzetti gravity: the international gravity formula accurate to the sub-nanoGal level, *Journal of Geodesy*, **75**(7), 424-437.
- Argast, D., Bacchin, M. and Tracey, R., 2009, An extension of the closed-form solution for the gravity curvature (Bullard B) correction in the marine and airborne cases, *ASEG Extended Abstracts*, **1**, 1-6.
- Chapman, M. E. and Bodine, J. H., 1979, Considerations of the indirect effect in marine gravity modeling, *Journal Geophysical Research*, **84**, 3889-3892.
- Defense Mapping Agency, 2004, System 1984: its definition and relationships with local geodetic systems, Technical Report 8350.2 Washington, Department of Defense World



شکل ۳. بی‌هنجاری بوگه جدید.



شکل ۴. بی‌هنجاری بوگه کلاسیک.

### ۶ نتیجه‌گیری

در این تحقیق بی‌هنجاری بوگه براساس تحقیقات اخیر در ژئودزی و ژئوفیزیک دوباره تعریف شد. ابهامات گوناگونی که در تعریف بی‌هنجاری بوگه کلاسیک وجود داشت، پاسخ داده شد. در تعریف بی‌هنجاری جدید بنا به هدف اصلی بوگه، از تقریب کروی توپوگرافی به جای تقریب صفحه‌ای توپوگرافی که به‌طور کلاسیک در تعریف بی‌هنجاری بوگه استفاده می‌شود، سود برده

- spherical earth, *Geophysics*, **36**(4), 761-762.
- Kloch, G. and Krynski, J., 2010, On the determination of the Terrain correction using the spherical approach gravity, geoid and earth observation. S. P. P. Mertikas, Springer Berlin Heidelberg, **135**, 389-395.
- LaFehr, T. R., 1991, Standardization in gravity reduction, *Geophysics*, **56**(8), 1170-1178.
- LaFehr, T. R., 1998, On Talwani's errors in the total Bouguer reduction, *Geophysics*, **63**(4), 1131-1136.
- Makhloof, A. and Ilk, K., 2008a, Effects of topographic-isostatic masses on gravitational functionals at the earth's surface and at airborne and satellite altitudes, *Journal of Geodesy*, **82**(2), 93-111.
- Makhloof, A. and Ilk, K., 2008b, Far-zone effects for different topographic-compensation models based on a spherical harmonic expansion of the topography, *Journal of Geodesy*, **82**(10), 613-635.
- Martinec, Z., 1996, Stability investigations of a discrete downward continuation problem for geoid determination in the Canadian Rocky Mountains, *Journal of Geodesy*, **70**(11), 805-828.
- Mikuška, J., Pašteka, R. and Marušiak, I., 2006, Estimation of distant relief effect in gravimetry, *Geophysics*, **71**(6), 59-69.
- Moritz, H., 1992, Geodetic reference system 1980, *Bulletin Gèodésique*, **66**(2), 187-192.
- Muhammad, S., Zulfiqar, A. and Muhammad, A., 2010, Vertical gravity anomaly gradient effect of innermost zone on geoid-quasigeoid separation and an optimal integration radius in planar approximation, *Applied Geomatics*, **2**(1), 9-19.
- Nagy, D., 1966, The gravitational attraction of a right rectangular prism, *Geophysics*, **31**, 362-371.
- Nahavandchi, H., 2004, A new strategy for the atmospheric gravity effect in gravimetric geoid determination, *Journal of Geodesy*, **77**(12), 823-828.
- Novak, P. and Grafarend, E. W., 2005, The ellipsoidal representation of the topographical potential and its vertical gradient, *Journal of Geodesy*, **78**, 691-706.
- Novák, P., Vaniček, P., Martinec, Z. and Véronneau, M., 2001, Effects of the spherical terrain on gravity and the geoid, *Journal of Geodesy*, **75**(9), 491-504.
- Pavlis, N. K., Holmes, S. A., Kenyon, S. C. and Factor, J. K., 2008, An earth gravitational Geodetic.
- Ecker, E. and Mittermayer, E., 1969, Gravity corrections for the influence of the atmosphere, *Bulletin of Theoretical and Applied Geophysics*, **11**, 70-80.
- Flury, J. and Rummel, R., 2009, On the geoid-quasigeoid separation in mountain areas, *Journal of Geodesy*, **83**(9), 829-847.
- Fullea, J., Fernandez, M. and Zeyen, H., 2008, FA2BOU A FORTRAN 90 code to compute Bouguer gravity anomalies from gridded free-air anomalies: Application to the Atlantic-Mediterranean transition zone, *Computers & Geosciences*, **34**(12), 1665-1681.
- Hackney, R. I. and Featherstone, W. E., 2003, Geodetic versus geophysical perspectives of the gravity anomaly, *Geophysical Journal International*, **154**, 35-43.
- Hammer, S., 1939, Terrain corrections for gravimeter stations, *Geophysics*, **4**(3), 184-194.
- Heck, B., 1990, An evaluation of some systematic error sources affecting terrestrial gravity anomalies, *Journal of Geodesy*, **64**(1), 88-108.
- Heck, B., 2003, On Helmert methods of condensation, *Journal of geodesy*, **77**, 155-170.
- Heck, B. and Seitz, K., 2007, A comparison of the tesseroid, prism and point-mass approaches for mass reductions in gravity field modeling, *Journal of Geodesy*, **81**, 121-136.
- Heiskanen, W. H. and Moritz, H., 1967, *Physical geodesy*, San Francisco, W. H. Freeman and Co.
- Hinze, W. J., 2003, Bouguer reduction density, why 2.67?, *Geophysics*, **68**(5), 1559-1560.
- Hinze, W. J., Aiken, C., Brozena, J., Coakley, B., Dater, D., Flanagan, G., Forsberg, R., Hildenbrand, T., Keller, G. R., Kellogg, J., Kucks, R., Lee, X., Mainville, A., Morin, R., Pilkington, M., Plouff, D., Ravat, D., Roman, D., Urrutia-Fucugauchi, J., Véronneau, M., Webring, M. and Winester, D., 2005, New standards for reducing gravity data: the north American gravity database, *Geophysics*, **70**(4), J25-J32.
- Huang, J. and Veronneau, M., 2005, Applications of downward-continuation in gravimetric geoid modeling: case studies in Western Canada, *Journal of Geodesy*, **79**, 135-145.
- Jekeli, C., 2012, A wavelet approach to the terrain correction in gravimetry and gravity gradiometry, *GEM - International Journal on Geomathematics*, **3**(1), 139-154.
- Karl, J. H., 1971, The Bouguer correction for the

- Molodensky's truncation coefficients, *Studia Geophysica et Geodaetica*, **53**(2), 157-167.
- Tenzer, R., Novák, P., Vajda, P., Ellmann, A. and Abdalla, A., 2011, Far-zone gravity field contributions corrected for the effect of topography by means of molodensky's truncation coefficients, *Studia Geophysica et Geodaetica*, **55**(1), 55-71.
- Tenzer, R., Vaníček, P. and van Eck der Sluijs, S., 2003, The far-zone contribution to upward continuation of gravity anomalies, *Revista Brasileira de Cartografia*, **55**(2), 48-54.
- Torge, W., 1989, *Gravimetry*, de Gruyter, Berlin.
- Tsouli, D., Novák, P. and Kadlec, M., 2009, Evaluation of precise terrain effects using high-resolution digital elevation models, *J. Geophys. Res.*, **114**(B2), B02404.
- Vajda, P., Vaníček, P., Novák, P., Tenzer, R. and Ellmann, A., 2007, Secondary indirect effects in gravity anomaly data inversion or interpretation, *J. Geophys. Res.*, **112**(B6): B06411.
- Vaníček, P., Huang, J., Novak, P., Pagiatakis, S., Veronneau, M., Martinec, Z. and Featherstone, W., 1999, Determination of the boundary values for the Stokes-Helmert problem, *Journal of Geodesy*, **73**, 180-192.
- Vaníček, P. and Krakiwsky, E. J., 1986, *Geodesy: the concepts*, Elsevier Science.
- Vaníček, P., Novák, P. and Martinec, Z., 2001, Geoid, topography, and the Bouguer plate or shell, *Journal of Geodesy*, **75**(4), 210-215.
- Vaníček, P., Tenzer, R., Sjöberg, L., Martinec, Z. and Featherstone, W., 2004, New views of the spherical Bouguer gravity anomaly, *Geophysical Journal International*, **13**, 460-472.
- Wichiencharoen, C., 1982, The indirect effects on the computation of geoid undulations, Department of geodetic sciences, Report No.336, Ohio State University, Columbus.
- model to degree 2160: EGM08, General Assembly of the European Geosciences Union. Vienna, Austria.
- Rapp, R. H., 1997, Use of potential coefficient models for geoid undulation determinations using a spherical harmonic representation of the height anomaly/geoid undulation difference, *Journal of Geodesy*, **71**(5), 282-289.
- Sjöberg, L., 2010, A strict formula for geoid-to-quasigeoid separation, *Journal of Geodesy*, **84**(11), 699-702.
- Sjöberg, L. E., 1995, On the quasigeoid to geoid separation, *Manuscripta Geodaetica*, **20**, 182-192.
- Sjöberg, L. E., 1999, The IAG approach to the atmospheric geoid correction in Stokes' formula and a new strategy, *Journal of Geodesy*, **73**(7), 362-366.
- Sjöberg, L. E., 2004, The ellipsoidal corrections to the topographic geoid effects, *Journal of Geodesy*, **77**(12), 804-808.
- Telford, W. M., Geldart, L. P. and Sheriff, R. E., 1990, *Applied geophysics*, Cambridge University Press.
- Tenzer, R., Novac, P., Janak, J., Huang, J., Najafi-Almadari, M., Vajda, P. and Santos, M., 2003, A review of the UNB Stokes-Helmert approach for precise geoid determination in Honoring The Academic Life Of Petr Vaníček M. Santos (Ed).
- Tenzer, R., Novák, P., Moore, P., Kuhn, M. and Vaníček, P., 2006, Explicit formula for the geoid-quasigeoid separation, *Studia Geophysica et Geodaetica*, **50**(4), 607-618.
- Tenzer, R., Novák, P., Moore, P. and Vajda, P., 2006, Atmospheric effects in the derivation of geoid-generated gravity anomalies, *Studia Geophysica et Geodaetica*, **50**(4), 583-593.
- Tenzer, R., Novák, P., Prutkin, I., Ellmann, A. and Vajda, P., 2009, Far-zone contributions to the gravity field quantities by means of