

تعیین مدار هیبریدی آنی ماهواره‌های ارتفاع پایین با مشاهدات ماهواره به ماهواره

محمدعلی شریفی^۱، مسعود عباس‌هادی^{۲*}، محمدرضا سیف^۲ و تقی شجاعی^۳

۱. دانشیار، دانشکده مهندسی نقشه‌برداری، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران، ایران

۲. دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی نقشه‌برداری، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران، ایران

۳. دانشجوی دکتری، مرکز تحقیقات آبرو دینامیک، دانشگاه امام حسین^(ع)، تهران، ایران

(دریافت: ۹۳/۲/۲، پذیرش نهایی: ۹۳/۱۱/۲۸)

چکیده

اندازه‌گیری سه‌بعدی موقعیت، از طریق مشاهدات سیستم ماهواره‌ای ناوبری جهانی، ایده تعیین مدار مبتنی بر مشاهدات ردیابی ماهواره به ماهواره را فراهم آورد. این روش که به روش کینماتیک موسوم است، ضعف‌هایی از جمله نویز با فرکانس بالا، مشاهدات آلوده به خطاهای فاحش و شرایط مشاهده ناکافی دارد. همچنین مدار دینامیکی به علت انطباق نداشتن مدل‌های نیرو با واقعیت بیرونی نمی‌تواند به عنوان مدار ایده‌آل برای پیش‌بینی استفاده شود. از سوی دیگر بیان حرکت ماهواره در قالب معادله حرکت به کمک مدل‌های نیروهای وارد بر ماهواره، این امکان را فراهم می‌آورد تا بتوان کاستی‌های روش کینماتیک را جبران کرد. در این تحقیق، هدف محاسبه مدار آنی ماهواره‌های ارتفاع پایین به کمک ترکیب مدار کینماتیک و دینامیک، توسط فیلتر کالمن بسط یافته تحت عنوان مدار هیبریدی است. در روش پیشنهادی نقاط ضعف مدار به‌دست‌آمده از مشاهدات، توسط معادله حرکت ماهواره به عنوان قید کمکی بهبود می‌یابد. همچنین امکان برآورد پارامترهای مدل دینامیکی موجب افزایش دقت مدل‌های نیرو می‌شود. نتایج دقت قابل قبولی به منظور اهداف آنی تعیین مدار ارائه می‌دهد. مطالعه موردی مشاهدات ردیابی ماهواره به ماهواره توسط ماهواره‌های GPS (مشاهده‌کد P) به ماهواره‌های CHAMP و GRACE در تاریخ ۱۳ نوامبر ۲۰۰۸ است که در این نمونه مشاهداتی سطح نویز مدار نهایی هیبرید در مقایسه با مدار کینماتیک به بیش از چهار برابر کاهش می‌یابد. صحت نتایج با مدار علمی پردازش پسین تولید شده توسط مرکز تحقیقاتی علوم زمین هلموتز واقع در پتسدام مقایسه شده است.

واژه‌های کلیدی: فیلتر کالمن بسط‌یافته، ماهواره‌های زمین مدار ارتفاع پایین، مدار آنی، مشاهدات ردیابی ماهواره به ماهواره

۱. مقدمه

مداری دقیق و مستحکم، می‌توان مدار تولیدشده به وسیله مشاهدات را مقید کرد. اینتقید می‌تواند به کمک مدل‌های نیرو در قالب معادله حرکت ماهواره ارائه شود که توسط فیلتری دینامیکی، مدار تولیدشده از مشاهدات را فیلتر کند. از سوی دیگر هم‌زمان با محاسبه المان‌های مداری می‌توان پارامترهای مربوط به معادله حرکت را بهبود بخشید. اهمیت این مسئله در مدل‌سازی نیروهای پایستار و غیرپایستار در ارتفاع کمتر از ۵۰۰ کیلومتری سطح زمین (در ارتفاعی که نیروهای غیرپایستار نظیر اصطکاک اتمسفری اثر درخور توجهی دارند) آشکار می‌شود و مدار پیش‌بینی‌شده، در پایش مداری ماهواره‌های ارتفاع پایین نقش کلیدی ایفا خواهد کرد و اطلاعات پیش‌بینی امری اجتناب‌ناپذیر است.

در ادامه در این تحقیق ابتدا در بخش دوم نحوه محاسبه مدار کینماتیک از مشاهدات GPS بررسی

پایش آنی ماهواره‌های ارتفاع پایین (Low Earth Orbiters) شامل تعیین بردار وضعیت، حفظ و توجیه ماهواره در مدار مورد نظر و مدیریت سامانه پیش‌راهن است. به عبارت دیگر برای پایش مداری، از یک سو باید بردار وضعیت در هر لحظه معلوم شود و از سوی دیگر در زمان آتی نیز پیش‌بینی‌پذیر باشد. در این مقاله جنبه تئوری مسئله به همراه پیاده‌سازی توسط مشاهدات واقعی تعقیب ماهواره به ماهواره (Satellite to Satellite Tracking) بررسی می‌شود.

در روش تعیین مدار بر پایه مشاهدات ردیابی ماهواره به ماهواره (بوک و همکاران، ۲۰۰۱؛ ۲۰۰۳)، به علت استواری سیستم بر اندازه‌گیری و مشاهده، همواره خطاهای سیستماتیک، تصادفی (نویز) و همچنین خطاهای بزرگ یا اشتباه‌ها در این فرآیند وجود دارد که باعث کاهش دقت مدار محاسبه‌شده می‌شود. برای ایجاد

می‌شود. پس از تعریف مدار کینماتیک و معایب آن، در بخش سوم مدار دینامیک و معادله حرکت دینامیکی مدار بررسی می‌شود. در انتهای بخش سوم ضعف‌های مدار دینامیکی بررسی می‌شود. با توجه به مشکلات موجود در مدار دینامیکی و کینماتیک، در بخش چهارم مدار هیبرید به عنوان راهکار ارائه می‌شود. در این بخش ویژگی‌های مدار هیبریدی به صورت کمی و کیفی بررسی می‌شود. در بخش آخر نتایج به دست آمده جمع‌بندی می‌شود.

۲. تعیین مدار کینماتیک

پس از ورود سیستم‌های نوین اندازه‌گیری نظیر SLR، GPS و DORIS در اندازه‌گیری و تعقیب ماهواره‌های زمین‌مدار، فرآیند تعیین مدار دستخوش تغییرات اساسی شده و این ایده مطرح شد که چگونه می‌توان به کمک مشاهده‌های مستقل از هر مدل نیرو به موقعیت مداری دسترسی پیدا کرد. این نگرش نو سبب ایجاد شاخه جدیدی در تعیین مدار شد که تعیین مدار کینماتیک نام گرفت و بدین معناست که مسیر ماهواره بدون در نظر گرفتن مدل‌های نیرو و تنها به کمک مشاهدات تعیین می‌شود. در این تحقیق، تعدیل مشاهدات بر پایه روش‌های بهینه‌سازی گرادیان بیس، توسط قید کمترین مربعات، جهت تعیین مدار کینماتیک ماهواره‌های ارتفاع پایین استفاده می‌شود (بوک و همکاران، ۲۰۰۱؛ داچ و همکاران، ۲۰۰۷). در آغاز فرض می‌کنیم هر مشاهده به صورت تابع F از پارامترهای مجهول در قالب مدل ریاضی بیان می‌شود. مشاهدات GPS از نوع پارامتریک هستند (میخائیل، ۱۹۷۶). بر پایه این مدل، در رابطه ۱ سیستم معادلات مشاهداتی به همراه خطای موجود در مشاهدات بیان می‌شود (میخائیل، ۱۹۷۶).

$$L = F(X) \quad (1)$$

با توجه به غیرخطی بودن مشاهدات نسبت به پارامترهای مجهول می‌توان به کمک بسط به سری تیلور حول مقدار اولیه مناسب، آن را به رابطه خطی ۲ تبدیل کرد.

$$L = F(X_0) + \left. \frac{\partial F(X)}{\partial X} \right|_{X=X_0} \Delta X + O_F \quad (2)$$

که در آن O_F شامل ترم‌های حذف‌شده غیرخطی بسط تیلور، X_0 مقدار اولیه پارامتر مجهول، ΔX اختلاف پارامترهای تعدیل‌شده و مقادیر اولیه آن‌ها و $A = \left. \frac{\partial F(X)}{\partial X} \right|_{X=X_0}$ ماتریس ضرایب یا ماتریس ژاکوبی مرتبه اول از مشاهدات نسبت به پارامترهای مجهول هستند. بازنویسی معادله خطی شده مشاهدات بر حسب تصحیح بر مشاهدات، معادله تصحیحات را نمایش می‌دهد:

$$\epsilon = A\Delta X - (L - F(X_0)) = A\Delta X - l \quad (3)$$

که در آن، $l = (L - F(X_0))$ به تفاضل میان کمیت مشاهداتی و محاسباتی اشاره دارد. ماهیت مشاهدات قابل بیان توسط مدل تصادفی فرض می‌شوند که به صورت رابطه ۴ بیان می‌شود.

$$P = Q^{-1} = \sigma^2_0 C^{-1} \quad (4)$$

که در آن، P ماتریس وزن مشاهدات، Q ماتریس کو-فاکتور مشاهدات، σ_0 مقدار اولیه انحراف معیار وزن واحد (σ^2_0 فاکتور واریانس اولیه) و C ماتریس واریانس-کوواریانس مشاهدات هستند. چنانچه مشاهدات مستقل در نظر گرفته شود، T ماتریس وزن P به یک ماتریس قطری تبدیل می‌شود (میخائیل، ۱۹۷۶). در این حالت وزن هر مشاهده از رابطه $P_i = \sigma^2_0 / \sigma^2_i$ به دست می‌آید که در آن σ^2 واریانس مربوط به مشاهده نام است. در تعدیل کمترین مربعات، حل معادله تصحیحات ۳ توسط مینیمم‌سازی فرم مربعی $\epsilon^T P \epsilon$ به دست می‌آید. معادله به دست آمده به روش ضرایب لاگرانژ حل می‌شود و سیستم معادلات نرمال تشکیل می‌گردد (میخائیل، ۱۹۷۶).

$$(A^T P A) \Delta X - A^T P l = N \Delta X - b = 0 \quad (5)$$

که در آن، N ماتریس معادله نرمال و b سمت راست سیستم معادله نرمال است. اگر ماتریس N مرتبه کامل داشته باشد آنگاه یک ماتریس مربعی معین متقارن و وارون‌پذیر خواهد بود. بردار تصحیح پارامترهای مجهول به صورت رابطه (۶) بیان می‌شود.

$$\Delta X = (A^T P A)^{-1} A^T P l = N^{-1} b \quad (6)$$

که در آن N^{-1} معکوس ماتریس معادلات نرمال است. در ادامه به نحوه تشکیل معادله (۶) می‌پردازیم.

اپک نیاز است تا بتوان موقعیت ماهواره هدف (ارتفاع پایین) را تعیین کرد. برای روشن شدن بیش از پیش روش تعیین مدار کینماتیک، به بررسی دقیق‌تر مشاهدات حاصل از GPS می‌پردازیم. در شکل ۱ که به صورت هندسی وضعیت مشاهداتی در سیستم SST را نمایش می‌دهد (جاگی و همکاران، ۲۰۰۷)، با تقریب خوبی ایده تعیین موقعیت ایستگاه‌های زمینی تداعی می‌شود، به این معنا که تعیین مدار کینماتیک را می‌توان با تعیین موقعیت جسم متحرک در سطح یا نزدیک به سطح زمین مقایسه کرد.

همانند ایستگاه‌های زمینی پیوستگی و مدت زمان برقراری دید در تعیین مدار کینماتیک نقش تعیین‌کننده‌ای ایفا می‌کند. این مسئله در شکل ۲ در مورد سه مأموریت CHAMP، GRACE و GOCE نمایش داده شده است.

با توجه به شکل ۲ ماهواره‌های ارتفاع پایینی نظیر ماهواره GRACE در حدود ۴۰ دقیقه برای یک ماهواره قابل رؤیت GPS است، در صورتی که این زمان برای مشاهده همان ماهواره از یک ایستگاه زمینی در حدود ۲۳ دقیقه می‌باشد که به نصف کاهش پیدا کرده است. با توجه به این نکته و پوشش جهانی GPS می‌توان به برتری مشاهدات ماهواره به ماهواره در مقایسه با مشاهدات از ایستگاه زمینی تأکید کرد. نکته دیگر تعداد ماهواره دریافتی در بالای افق محلی ماهواره ارتفاع پایین است. تعداد ماهواره GPS رؤیت‌پذیر به عنوان عامل دیگری که در تعیین مدار کینماتیک تعیین‌کننده است، در شکل‌های ۳ و ۴، در مورد دو ماهواره CHAMP و GRACE نمایش داده شده است.

با توجه به شکل ۳، تعداد مشاهده هم‌زمان ماهواره CHAMP در برخی نقاط، کمتر از حداقل مشاهده‌های مورد نیاز است که این پدیده در مورد گیرنده GRACE (شکل ۴) کمتر اتفاق می‌افتد. عامل اصلی را می‌توان در تعداد کانال‌های فعال دریافت پیوسته سیگنال بیشتر در گیرنده نصب‌شده روی ماهواره GRACE در مقایسه با ماهواره CHAMP جستجو کرد. در نتیجه به عنوان یکی از عوامل تعیین‌کننده در تعیین مدار کینماتیک ماهواره‌های ارتفاع پایین، می‌توان به تعداد کانال‌های فعال

کمیت مشاهداتی در این تحقیق، کد P ارسالی توسط ماهواره‌های GPS است. کد P فرکانس نام ماهواره GPS تفاضل مرتبه صفر که گیرنده ماهواره ارتفاع پایین دریافت می‌کند، به صورت معادله (۷) بیان می‌گردد (اشوهلا و روتاچر، ۲۰۰۲؛ اشوهلا و روتاچر، ۲۰۰۳).

$$P_{LEO,i}^s = \rho_{LEO}^s + c(\delta t_{LEO} + \delta t_{sys,i}) - c(\delta t^s + \delta t^{sys,i}) + \delta \rho_{ion,i} + \delta \rho_{mul,i} + \delta \rho_{pco,i} + \delta \rho_{pcv,i} + \varepsilon_i \quad (7)$$

کد اندازه‌گیری شده $P_{LEO,i}^s$

فاصله هندسی (حقیقی) ρ_{LEO}^s

سرعت نور c

تصحیح ساعت LEOs و $\delta t_{LEO, GPS} \delta t^s$

تأخیر ساعت LEOs و $\delta t_{sys,i}, GPS \delta t^{sys,i}$

(تأخیر کابل و قطعات الکترونیکی)

تصحیح خطای یونسفری $\delta \rho_{ion,i}$

تصحیح خطای چند مسیری $\delta \rho_{mul,i}$

تصحیح افست مرکز فاز گیرنده $LEOs \rho_{pco,i}$

تصحیح تغییر مرکز فاز گیرنده $LEOs \delta \rho_{pcv,i}$

نویز کد $P \varepsilon_i$

در سمت چپ معادله (۷) کمیت مشاهده‌شده و در سمت راست پارامترهای مجهول به همراه پارامترهای دیگر قرار گرفته‌اند. در این تحقیق در سمت راست تنها سه مؤلفه مختصات xyz به همراه تأخیر ساعت گیرنده برآورد می‌شود و اثر سایر پارامترها توسط مدل‌های ریاضی و تکنیک‌های مشاهداتی حذف می‌شوند یا تقلیل می‌یابند (داچ و همکاران، ۲۰۰۷). به منظور برآورد مدار کینماتیک آنی، تأخیر ساعت و مدار ماهواره‌های GPS از اطلاعات پیام‌های ناوبری (Ephemeris) یا IGU (Ultrarapid products of IGS) استخراج می‌شود؛ در نتیجه هیچ‌گونه تأخیری در آماده‌سازی اولیه روند تعیین مدار، اتفاق نمی‌افتد.

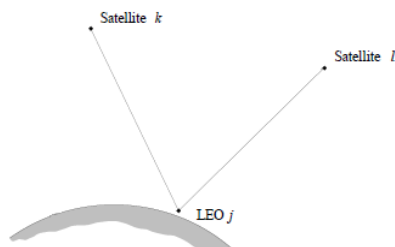
با توجه به پارامترهای در نظر گرفته‌شده برای حل مسئله کینماتیک در هر لحظه توسط GPS، دست‌کم به چهار مشاهده هم‌زمان به کمک چهار ماهواره GPS در هر

دریافت هم‌زمان ماهواره‌های GPS، توسط گیرنده نصب شده روی ماهواره ارتفاع پایین اشاره کرد. با توجه به تفاوت اطلاعات دریافتی از دو ماهواره CHAMP و GRACE، این مسئله در جدول‌های ۱ و ۲ دقیق‌تر بررسی شده است.

نکته قابل تأمل در دو جدول ۱ و ۲ این است که متوسط تعقیب پیوسته در ماهواره GRACE ۳۰ دقیقه است اما این مقدار در ماهواره CHAMP ۲۳ دقیقه می‌باشد. اهمیت این کمیت در حل پارامتر ابهام فاز در حل معادله مشاهده فاز موج حامل در پردازش پسین آشکار می‌شود. همچنین متوسط مشاهده دریافتی از هر ماهواره GPS در یک روز توسط گیرنده CHAMP، ۶۱۰ مشاهده و توسط گیرنده GRACE، ۸۷۳ مشاهده است که بر مدار کینماتیک به ویژه مدار آنی، تأثیر مستقیم می‌گذارد. در ادامه مدار کینماتیک محاسبه شده در شکل‌های ۵ تا ۱۰ آورده شده است که به وضوح تفاوت مشاهدات بیان شده در دو جدول ۱ و ۲ را نمایان می‌کند.

همان‌طور که در شکل‌های ۵، ۶ و ۷ مشخص است تعداد پرش‌های مختصاتی (به علت فرو معین بودن مسئله بهینه‌سازی یا وجود خطاهای بزرگ در مشاهده‌ها) در مقایسه با شکل‌های ۸، ۹ و ۱۰ بیشتر اتفاق افتاده است. همچنین سطح نویز در مدار GRACE از مدار کینماتیک CHAMP کمتر است که علت آن بزرگی درجه آزادی با توجه به جدول‌های ۱ و ۲ است.

با توجه به مطالب بیان شده در روش تعیین مدار کینماتیک، نمی‌توان آن را روشی بهینه در تعیین مدار به ویژه تعیین مدار آنی به شمار آورد؛ چرا که به علت وجود مشکلات مشابه در مسئله بهینه‌سازی و روش‌های مبتنی بر مشاهدات، مدار تولید شده اعتمادپذیری بالایی ندارد.



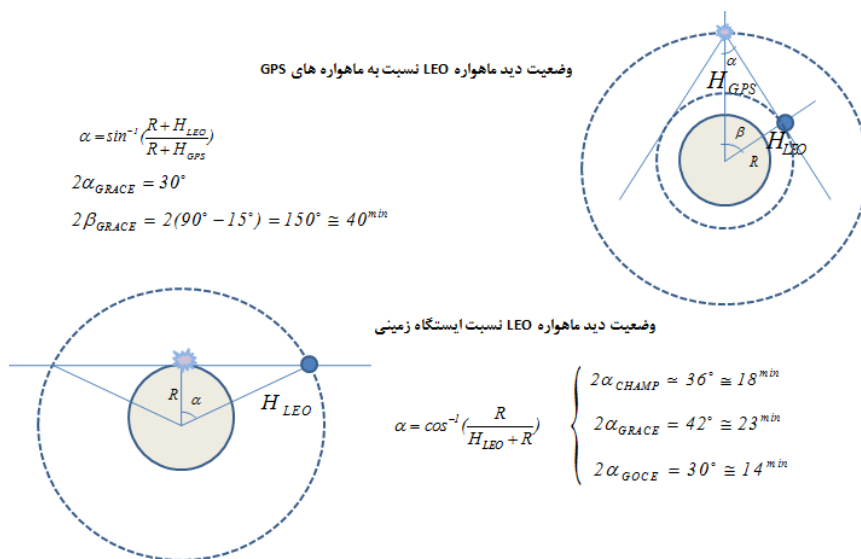
شکل ۱. شرایط دید در مشاهدات SST در حالت بالا-پایین.

جدول ۱. مشاهدات CHAMP در ۲۴h (اپک‌های ۳۰sec).

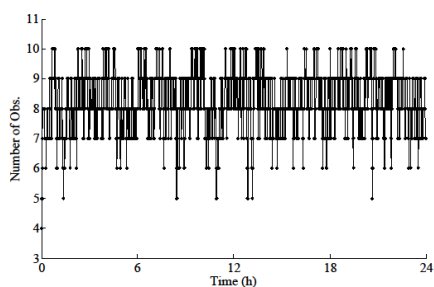
شماره PRN	تعداد مشاهده/روز	ماکزیم مشاهده پیوسته (دقیقه)	متوسط مشاهده پیوسته (دقیقه)	تعداد تعقیب/روز
۲	۸۰۲	۳۶	۲۵	۱۷
۳	۴۷۳	۳۶	۲۲	۱۱
۴	۵۰۴	۳۶	۱۷	۱۶
۵	۷۳۷	۳۶	۳۰	۱۳
۶	۴۶۷	۳۰	۱۸	۱۳
۸	۶۱۰	۳۶	۲۴	۱۳
۹	۸۲۶	۴۲	۳۰	۱۴
۱۰	۴۶۱	۳۰	۲۲	۱۱
میانگین	۶۱۰	۳۵	۲۳	۱۳

جدول ۲. مشاهدات GRACE A در ۲۴h (اپک‌های ۳۰sec).

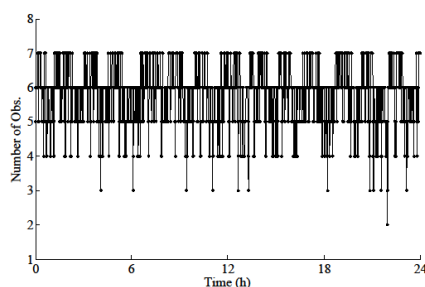
شماره PRN	تعداد مشاهده/روز	ماکزیم مشاهده پیوسته (دقیقه)	متوسط مشاهده پیوسته (دقیقه)	تعداد تعقیب/روز
۲	۹۲۹	۳۶	۲۷	۱۷
۳	۸۴۷	۳۶	۲۵	۱۷
۴	۹۶۷	۳۶	۲۷	۱۸
۵	۸۱۶	۴۲	۳۵	۱۲
۶	۸۱۱	۳۶	۲۵	۱۷
۸	۹۹۰	۴۲	۳۵	۱۴
۹	۱۰۱۵	۴۲	۳۷	۱۴
۱۰	۶۰۹	۳۶	۲۸	۱۱
میانگین	۸۷۳	۳۸	۳۰	۱۵



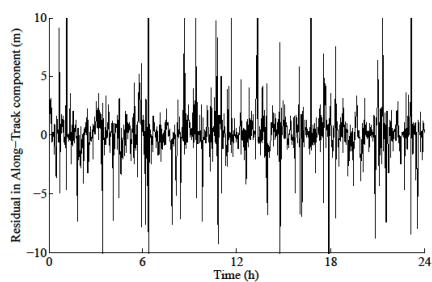
شکل ۲. بررسی شرایط دید در سیستم‌های مختلف (عباس هادی، ۱۳۹۰).



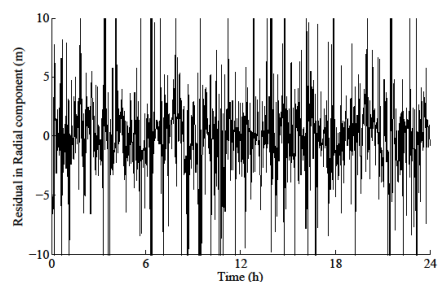
شکل ۴. مشاهدات GRACE(A) در ۲۴h (۱پک‌های ۳۰sec).



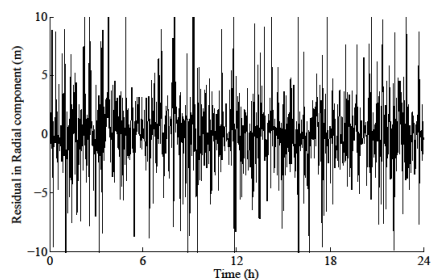
شکل ۳. مشاهدات CHAMP در ۲۴h (۱پک‌های ۳۰sec).



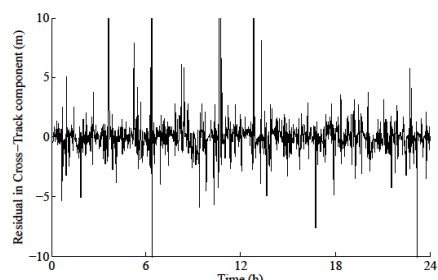
شکل ۶. اختلاف مدار کینماتیک CHAMP با مدار حقیقی در راستای حرکت ماهواره در صفحه مداری.



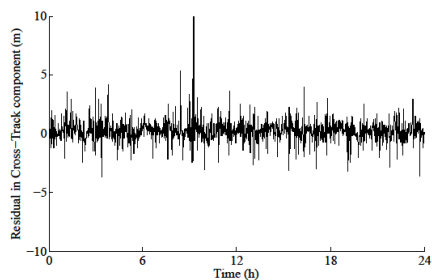
شکل ۵. اختلاف مدار کینماتیک CHAMP با مدار حقیقی در راستای بردار شعاعی ماهواره.



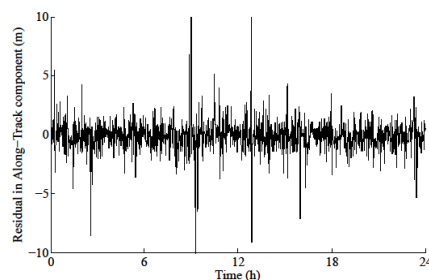
شکل ۸. اختلاف مدار کینماتیک GRACE A با مدار حقیقی در راستای بردار شعاعی ماهواره.



شکل ۷. اختلاف مدار کینماتیک CHAMP با مدار حقیقی در راستای عمود بر صفحه مداری ماهواره.



شکل ۱۰. اختلاف مدار کینماتیک GRACE A با مدار حقیقی در راستای عمود بر صفحه مداری ماهواره.



شکل ۹. اختلاف مدار کینماتیک GRACE A با مدار حقیقی در راستای حرکت ماهواره در صفحه مداری.

شده است.

معادله دیفرانسیلی مرتبه دوم ناهمگن ۸ را می توان به صورت تحلیلی (جواب عمومی) یا عددی توسط مقدار اولیه (جواب خصوصی) حل کرد. برای محاسبه جواب تحلیلی، ناگزیر به ساده سازی مسئله هستیم. در نتیجه با افزایش پیش فرض ها جهت ساده سازی معادله حرکت، دقت مداری به دست آمده (جواب عمومی معادله دیفرانسیلی) کاهش می یابد. در صورتی که در روش های عددی حل معادله دیفرانسیلی، معادله ۸ بدون هیچ گونه ساده سازی حل می شود. هر دو روش یاد شده، با توجه به هدف مدار تولید شده، دارای ویژگی های مثبت و منفی هستند. هدف در این تحقیق، تولید مدار دینامیک دقیق ماهواره های ارتفاع پایین است. در نتیجه روش پیش بینی برآورد، تصحیح برآورد (Prediction Estimation Correction Estimation) توسط تابع node113 نرم افزار MATLAB به عنوان یک روش کارآمد در حل عددی معادله دیفرانسیلی (۸) استفاده می شود. از جمله ویژگی های بارز تعیین مدار به روش دینامیک، پیوسته بودن مدار تولید شده (به این معنا که در هر زمان دلخواه می توان مدار به دست آمده از معادله دیفرانسیلی ۸ را محاسبه کرد و منتسب به مدار دینامیک دانست) و همچنین امکان پیش بینی مدار ماهواره هدف است. در ادامه نمونه ای از مدار دینامیک حل شده با روش عددی (جواب خصوصی معادله ۸) در شکل های ۱ تا ۳ نمایش داده شده است.

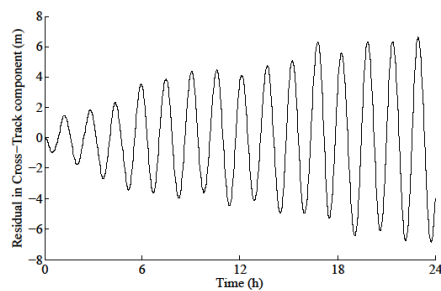
۳. تعیین مدار دینامیک

ارائه پارامترهای مداری ماهواره، توسط مدل های فیزیکی نیروی وارد بر ماهواره در قالب معادله حرکت را تعیین مدار دینامیک و مدار به دست آمده از این روش را مدار دینامیکی می نامند. معادله دیفرانسیلی حرکت ماهواره ارتفاع پایین به فرم بسته رابطه ۸ قابل بیان است (سیر، ۲۰۰۳).

$$\ddot{\mathbf{r}}_{Earth-Sat} + \frac{\mu}{r^3} \mathbf{r}_{Earth-Sat} = \ddot{\mathbf{r}}_p \quad (8)$$

$$\ddot{\mathbf{r}}_p = \ddot{\mathbf{r}}_{g_{Earth-TwoBody}} + \ddot{\mathbf{r}}_{NB} + \ddot{\mathbf{r}}_{Drag} + \ddot{\mathbf{r}}_{Tides} + \ddot{\mathbf{r}}_{SRP} + \ddot{\mathbf{r}}_{others} \quad (9)$$

که در آن، $\ddot{\mathbf{r}}_{g_{Earth-TwoBody}}$ شتاب ناشی از زمین غیرکروی با توزیع جرم ناهمگن، $\ddot{\mathbf{r}}_{NB}$ اثر مستقیم شتاب جاذبی ناشی از وجود ماه، خورشید و سایر اجرام سماوی، $\ddot{\mathbf{r}}_{Drag}$ شتاب ناشی از اصطکاک اتمسفری، $\ddot{\mathbf{r}}_{Tides}$ اثر غیرمستقیم شتاب جاذبی ناشی از وجود ماه، خورشید و سایر اجرام سماوی، $\ddot{\mathbf{r}}_{SRP}$ اثر مستقیم شتاب ناشی از فشار تشعشعات خورشیدی بوده و $\ddot{\mathbf{r}}_{others}$ سایر شتاب های اغتشاشی نظیر اثر غیرمستقیم شتاب ناشی از فشار تشعشعات خورشیدی برگشتی از سطح زمین، تأثیر مسئله نسیت عام در قانون جاذبه عمومی نیوتن، اثر میدان مغناطیسی زمین، پدیده تشدید مداری، اثر شتاب ناشی از پیشرانه مداری و دیگر اثرات مدله نشده است که در این تحقیق از آن ها صرف نظر شده است. روابط نیروهای اغتشاشی در (متن بروک و گیل، ۲۰۰۰؛ ولف، ۲۰۰۰؛ شریفی، ۲۰۰۴؛ مکاری و پتیت، ۲۰۰۳) بیان



شکل ۱۳. اختلاف مدار دینامیک (A) GRACE با مدار حقیقی در راستای عمود بر صفحه مداری ماهواره.

۴. تعیین مدار هیبریدی

با توجه به مشکلات ارائه شده در مدار کینماتیک (مدار مبتنی بر مشاهدات) و مدار دینامیک (مدار مبتنی بر مدل‌های نیرو) مدار هیبرید به عنوان یک مدار ترکیبی همراه با ویژگی‌های مثبت هر دو روش پیشنهاد می‌شود. به عبارت ساده چنانچه بتوان معادله حرکت را به عنوان قیدی تابعی وارد محاسبات مدار کینماتیک کرد، می‌توان مداری هموارتر و دقیق‌تر به دست آورد. به عبارت دیگر روش هیبریدی (دو گانه) به کمک ویژگی دو دسته روش کینماتیک و دینامیکی، نقاط ضعف این دو دسته روش را بهبود می‌بخشد و روش سومی با ویژگی‌های منحصر به فرد حاصل می‌شود. در حالت کلی، اگر معادله حرکت $(\dot{S})$ ، تابعی از زمان و بردار وضعیت باشد و مشاهدات به صورت غیرخطی بر حسب بردار موقعیت و زمان در نظر گرفته شوند، خواهیم داشت:

$$\dot{S} = f(S, t) \quad (10)$$

$$L = F(r, t) \quad (11)$$

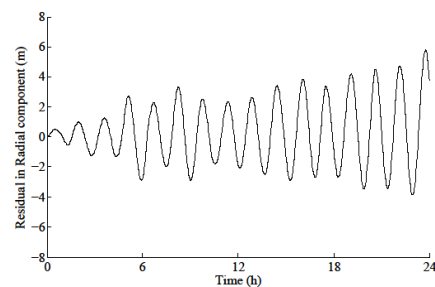
$$S = \begin{bmatrix} r \\ \dot{r} \end{bmatrix} \quad (12)$$

که در آن، L مشاهدات SST بین ماهواره‌های ارتفاع پایینو GPS است. با توجه به روش برآورد کمترین مربعات، فرم غیرخطی دو معادله ۱۰ و ۱۱ نیازمند خطی‌سازی است. به کمک بسط به سری تیلور، معادله‌های ۱۰ و ۱۱ به صورت زیر بازنویسی می‌شوند.

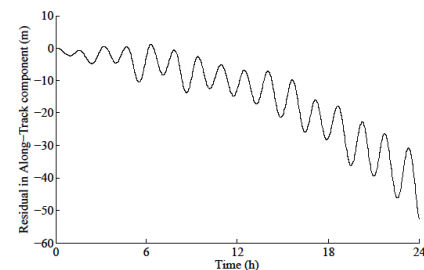
$$\dot{S} = \dot{S}_0 + \left. \frac{\partial \dot{S}}{\partial S} \right|_{S_0} (S - S_0) + O_f \quad (13)$$

$$L = L_0 + \left. \frac{\partial L}{\partial r} \right|_{r_0} (r - r_0) + O_F \quad (14)$$

باتوجه به شکل‌های ۱۱ تا ۱۳ در روش دینامیکی تعیین مدار با گذشت زمان خطای تجمعی ناشی از اختلاف بین واقعیت بیرونی با مدل‌های نیروی ارائه شده، افزایش می‌یابد و مدار دینامیک از مدار واقعی (مدار علمی پردازش پسین تولید شده توسط مرکز تحقیقاتی علوم زمین هلموتز واقع در پتسدام) فاصله می‌گیرد. از سوی دیگر به علت ارتفاع پایین ماهواره‌ها، اثر اصطکاک اتمسفری موجب افزایش اختلاف مدار دینامیک از مدار واقعی می‌شود. این پدیده به وضوح در مؤلفه راستای حرکت ماهواره (شکل ۱۲) دیده می‌شود؛ چرا که اصطکاک با سرعت رابطه مستقیم دارد و راستای این نیرو خلاف راستای سرعت (حرکت) است. در نتیجه این پدیده در شکل ۱۲ به صورت میرانمایش داده شده است. بنا براین مدار دینامیکی به دلیل خطای موجود در مدل‌های در نظر گرفته شده (اختلاف مدل با واقعیت) برای محاسبه نیروهای مؤثر بر حرکت ماهواره به تنهایی جواب‌گوی تعیین مدار نیست. به عبارت دیگر کوچک‌ترین نقص در مدل مفروض موجب خطای تجمعی بزرگی در مدار دینامیکی (مدار پیش‌بینی) می‌شود.



شکل ۱۱. اختلاف مدار دینامیک (A) GRACE با مدار حقیقی در راستای بردار شعاعی ماهواره.



شکل ۱۲. اختلاف مدار دینامیک (A) GRACE با مدار حقیقی در راستای حرکت ماهواره در صفحه مداری.

$$K_i = C_{x_i}^{predicted} A_i^T (A_i C_{x_i}^{predicted} A_i^T + R_i)^{-1} \quad (20)$$

$$A_i = \left. \frac{\partial F(r, t)}{\partial r} \right|_{r_i^{predicted}} \quad (21)$$

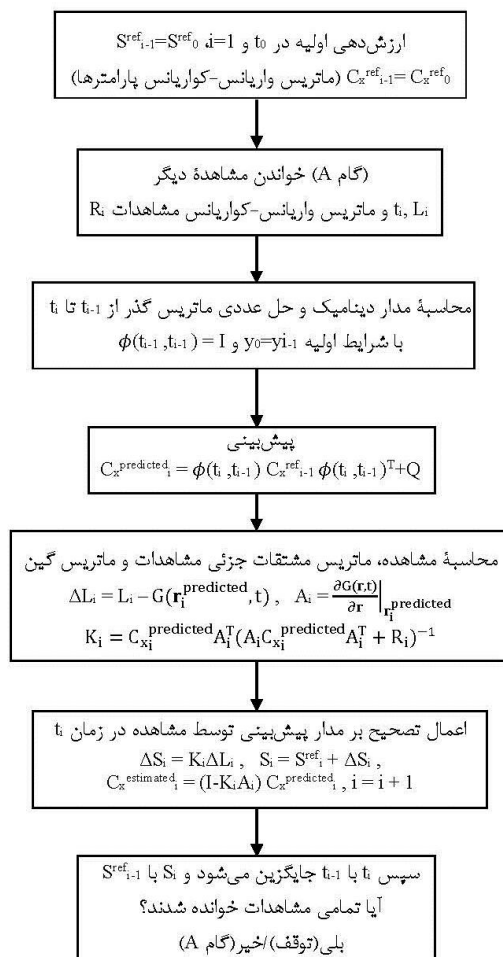
$$\Delta S_i = K_i \Delta L_i \quad (22)$$

در مرحله آخر تصحیح به دست آمده بر پارامترهای مدار مبنای اعمال و مدار نهایی محاسبه می شود. همچنین ماتریس واریانس کواریانس پارامترهای مجهول بر آورده شده از رابطه (۲۳) محاسبه می شود.

$$S_i = S_i^{ref} + \Delta S_i \quad (23)$$

$$C_{x_i}^{estimated} = (I - K_i A_i) C_{x_i}^{predicted} \quad (24)$$

فرآیند یاد شده از هر آپک به آپک بعد تکرار می شود. فلوچارت ۱ مراحل بالا را به صورت یک پارچه و جامع، به ترتیب نمایش می دهد.



فلوچارت ۱. محاسبه مدار هیبریدی توسط فیلتر کالمن بسط یافته.

که در آن، S_0 مدار مبنای اولیه است که می تواند توسط مدار دینامیکی از حل مسئله مقدار اولیه یا توسط مدار کینماتیک به دست آمده از مشاهدات کد فرض کرد. به عبارت دیگر مسئله تعیین مدار هیبریدی را می توان بهبود مدار اولیه دانست. با توجه به معادله (۱۳) اختلاف معادله حرکت واقعی نسبت به معادله حرکت مبنای (S_0) به صورت معادله دیفرانسیلی (۱۶) بیان می شود.

$$D = \left. \frac{\partial S}{\partial S_0} \right|_{S_0} \quad (15)$$

$$\Delta S \dot{=} D \Delta S \quad (16)$$

می توان نشان داد که جواب عمومی معادله ۱۶ به صورت معادله ۱۷ بیان می شود (پیوست الف).

$$\Delta S(t) \doteq \phi(t, t_k) \Delta S_k \quad (17)$$

که در آن، ΔS_k اختلاف مدار مبنای و مدار بر آورده شده از مشاهدات در زمان t_k ، $\Delta S(t)$ اختلاف پیش بینی شده بین مدار مبنای و مدار بر آورده شده از مشاهدات در زمان t و $\phi(t, t_k)$ ماتریس گذر اختلافات از آپک t_k به زمان t هستند. به این معنا که انتقال بردار اختلافات (ΔS) در زمان توسط این ماتریس (گذر) میسر است.

با محاسبه ماتریس گذر (که اثبات آن در پیوست الف آمده است) گام بعد در پردازش آنی مشاهدات SST توسط فیلتر دینامیکی است. فیلتر دینامیکی انتخاب شده، فیلتر کالمن بسط یافته است (بوک و همکاران، ۲۰۰۳) (اشوهلا و روتاچر، ۲۰۰۳) که در ادامه روابط آن بیان می شود.

$$C_{x_i}^{predicted} = \phi(t_i, t_{i-1}) C_{x_i}^{ref} \phi(t_i, t_{i-1})^T + Q \quad (18)$$

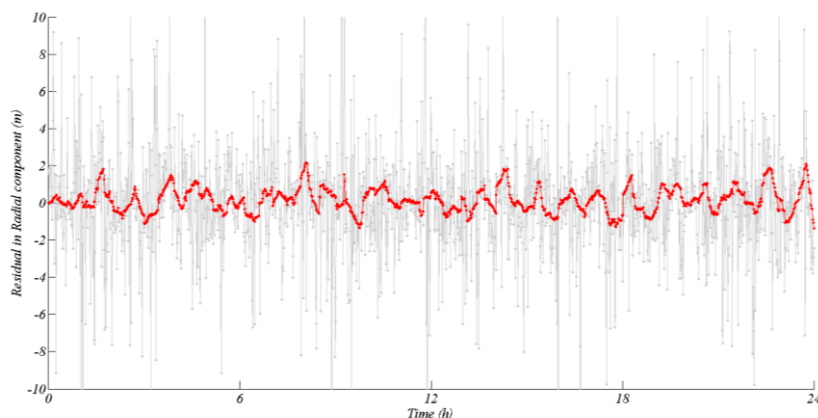
که در آن، C_x ماتریس واریانس کواریانس پارامترهای مجهول و Q ماتریس نویز مدل دینامیکی است. اختلاف کمیت مشاهداتی از مشاهده محاسباتی را از رابطه (۱۹) به دست می آوریم.

$$\Delta L_i = L_i - F(r_i^{predicted}, t) \quad (19)$$

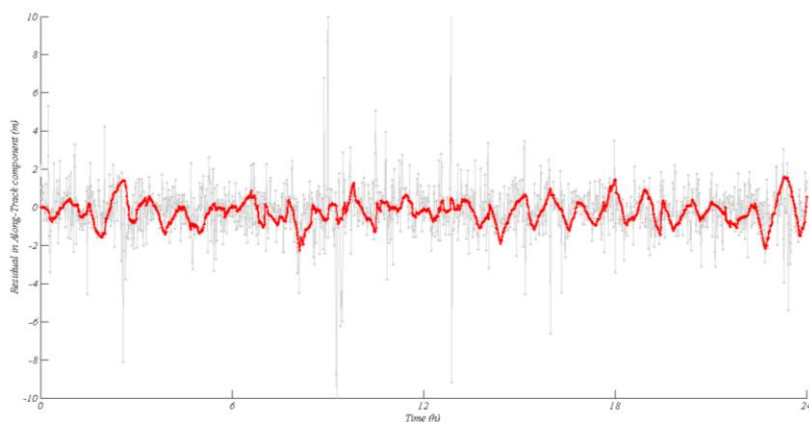
ماتریس گین (Gain Matrix) نیز از رابطه (۲۰) محاسبه می شود. این ماتریس را می توان ماتریس تنظیم کننده اثر اصلاح بر پارامترهای پیش بینی شده توسط مشاهدات دانست.

مختصات محلی ماهواره، برای مقایسه آورده شده است. در این سه شکل، کاهش سطح نویز و حذف خطاهای بزرگ و پرکردن نقاطی از مدار که در آن به علت فرومغین شدن مسئله بهینه‌سازی (در نقاطی که کمتر از چهار مشاهده وجود دارد) روش کینماتیک قادر به تولید مدار نمی‌باشد، به خوبی نمایش داده شده است.

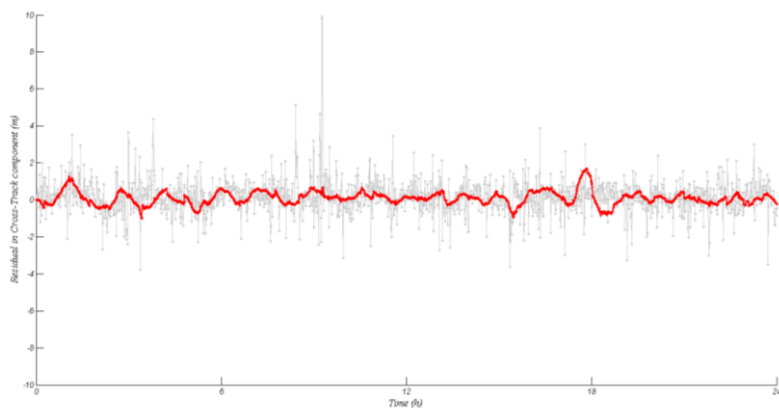
خروجی تولیدشده از این مرحله با عنوان مدار هیبریدی شناخته می‌شود که این مدار را می‌توان برآوردی مناسب از مشاهدات توسط قیدی با ویژگی‌های منحصر به فرد (معادله حرکت) و به عنوان مدار آنی با دقت قابل قبول دانست. شکل‌های ۱۴، ۱۵ و ۱۶ اختلاف مدار کینماتیک و هیبریدی با مدار حقیقی در سه بعد سیستم



شکل ۱۴. اختلاف مدار هیبریدی (قرمز) و کینماتیک (خاکستری کم‌رنگ) با مدار حقیقی در راستای بردار شعاعی ماهواره.



شکل ۱۵. اختلاف مدار هیبریدی (قرمز) و کینماتیک (خاکستری کم‌رنگ) با مدار حقیقی در راستای حرکت ماهواره در صفحه مداری.

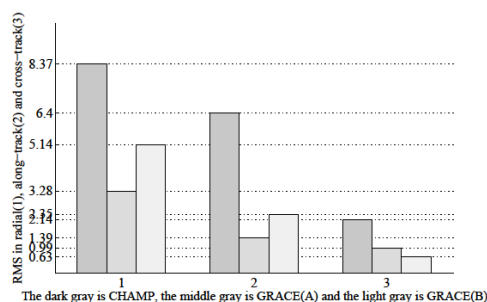


شکل ۱۶. اختلاف مدار هیبریدی (قرمز) و کینماتیک (خاکستری کم‌رنگ) با مدار حقیقی در راستای عمود بر صفحه مداری ماهواره.

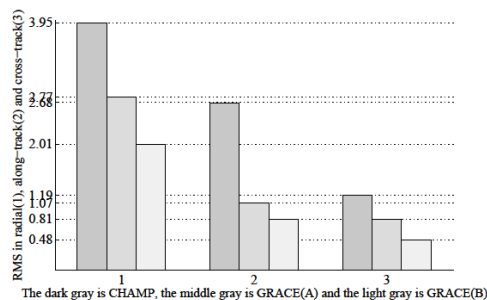
اضافه برآورده شده هم‌زمان با المان‌های مداری آورده شده است. در شکل ۲۰ ضریب مقیاس C_S ضریب بالستیک (C_B) به صورت رابطه (۲۵) می‌باشد.

$$C_S C_B = C_S \frac{m}{C_D A} \quad (25)$$

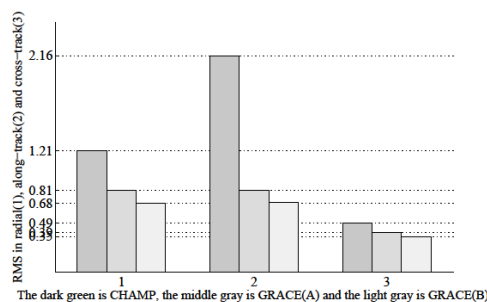
این ضریب مقیاس به صورت دینامیک در هر آپک تعدیل می‌شود و باقی‌مانده اثر اصطکاک اتمسفر مدل در نظر گرفته شده با اطلاعات مداری به دست آمده از مشاهدات را تعدیل می‌کند. برای بررسی بیشتر معادله شتاب ناشی از اصطکاک اتمسفری به متن بروک و گیل (۲۰۰۰) مراجعه شود.



شکل ۱۷. RMSE یک‌روزه مدار کینماتیک خام (همراه با مشاهدات با خطاهای بزرگ).



شکل ۱۸. RMSE یک‌روزه مدار کینماتیک پالایش شده (حذف مشاهدات با خطاهای بزرگ).

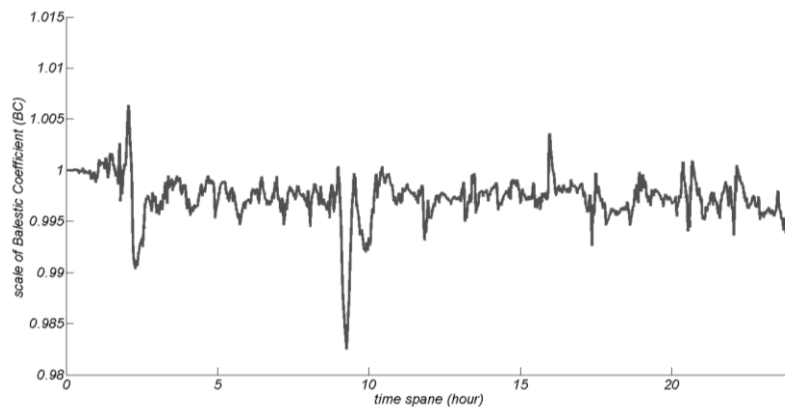


شکل ۱۹. RMSE یک‌روزه مدار هیبرید.

در ادامه برای بررسی دقیق‌تر و جامع‌تر، روش ارائه شده برای سه ماهواره CHAMP، GRACE(A) و GRACE(B)، در سه حالت مجذور مربع متوسط اختلاف مدار تولید شده از مدار واقعی برای مدار کینماتیک خام (به همراه نقاطی از مدار که از مشاهدات با خطاهای بزرگ به دست آمده است) (شکل ۱۷)، مدار کینماتیک بدون خطاهای بزرگ (شکل ۱۸) و مدار هیبریدی (شکل ۱۹) در سیستم مختصات محلی ماهواره نمایش داده شده است. همچنین باقی‌مانده مدار کینماتیک بدون در نظر گرفتن نقاطی است که در آن روش کینماتیک قادر به تعیین مدار نیست.

با مقایسه دو شکل ۱۷ و ۱۸ مشاهده می‌شود که چنانچه به کمک روش‌های پایدار بتوان خطاهای بزرگ در مشاهدات را کشف و حذف کرد، نتایج بهبود قابل ملاحظه‌ای می‌یابد اما در عمل حذف مشاهدات با خطاهای بزرگ خود از چالش‌های روش‌های کینماتیک به شمار می‌رود. در این تحقیق با توجه به در دست بودن مدار دقیق این مشاهدات آگاهانه حذف شده‌اند تا تأثیر آن بر مدار محاسبه شده نمایش داده شود. حال با مقایسه دو شکل ۱۸ و ۱۹ می‌توان به اهمیت روش هیبرید رسید. به عبارت دیگر دقت مدار هیبرید با مدار کینماتیکی که اثر مشاهدات با خطاهای بزرگ آن نیز حذف شده است قابل مقایسه نیست و RMSE روزانه آن در حدود دو برابر دقیق‌تر از مدار کینماتیک پالایش شده است. در نتیجه سطح نویز آن به نصف کاهش پیدا کرده است.

در روش هیبرید علاوه بر کاهش سطح نویز می‌توان به دستاورد دیگری اشاره کرد. به عبارت دیگر با وارد کردن معادله حرکت در روش هیبریدی، امکان برآورد پارامترهای مدل‌های نیرو به عنوان پارامترهای اضافه، یکی دیگر از ویژگی‌های منحصر به فرد روش هیبریدی است. در نتیجه با محاسبه المان‌های مداری می‌توان مدل‌های نیروی در نظر گرفته شده را بهبود بخشید. در ادامه شکل ۲۰ به عنوان نمونه‌ای از پارامترهای



شکل ۲۰. پارامتر مقیاس ضریب بالستیک مدل اصطکاک اتمسفر ماهواره GRACE.

۵. نتیجه گیری

که اثر مشاهدات با خطاهای بزرگ آن نیز حذف شده است، به حدود ۵۰ درصد کاهش پیدا می کند و این بهبود در مقایسه با مدار کینماتیک با مشاهدات اشتباه بیش از چهار برابر است. همچنین با کمک برآورد پارامترهای مدل های نیرو در روش هیبرید به عنوان پارامترهای اضافی و افزایش دقت آن مدل ها، می توان دقت مدار پیش بینی را افزایش داد.

مطالعه موردی مشاهدات کد P ردیابی ماهواره به ماهواره GPS و ماهواره های CHAMP، GRACE(A) و GRACE(B) در تاریخ ۱۳ نوامبر ۲۰۰۸ است. مقایسه نتایج به دست آمده از این تحقیق با مدار علمی پردازش پسین ارائه شده توسط مرکز تحقیقاتی علوم زمین هلموتر واقع در پتسدام، صحت نتایج را تأیید می کند.

پیوست الف

اثبات معادله ۱۷ و محاسبه ماتریس گذر

باتوجه به O_F در معادله ۱۳ بدین معنا که F در محدوده خطی سازی نسبت به S خطی فرض می شود، در نتیجه

$$\dot{\Delta S} = D(t)\Delta S \quad (\text{الف-۱})$$

$$\frac{d\Delta S}{dt} = D(t)\Delta S \quad (\text{الف-۲})$$

$$\frac{d\Delta S}{\Delta S} = D(t)dt \quad (\text{الف-۳})$$

$$\ln(\Delta S)|_{\Delta S_0}^{\Delta S} = \int_{t_0}^t D(t)dt \quad (\text{الف-۴})$$

$$\ln(\Delta S/\Delta S_0) = \int_{t_0}^t D(t)dt \quad (\text{الف-۵})$$

در این تحقیق تعیین مدار هیبریدی آنی مدار ماهواره های ارتفاع پایین از طریق مشاهدات SST بررسی شد. پایش آنی ماهواره های ارتفاع پایین، شامل تعیین بردار وضعیت، حفظ و توجه ماهواره در مدار مورد نظر و مدیریت سامانه پیشران است. به عبارت دیگر برای پایش مداری باید بردار وضعیت از یک سو در هر لحظه معلوم باشد و از سوی دیگر بتواند در زمان آتی پیش بینی شود. جهت پیش بینی مداری از روش دینامیک (که بر مدل های نیروی وارد بر ماهواره مبتنی است) استفاده شده است. این روش در مورد ماهواره های ارتفاع پایین با ارتفاع کمتر از ۵۰۰ کیلومتری سطح زمین بررسی شده است و دقتی بهتر از ۵۰ متر (۲۴ ساعت پس از ثبت آخرین مشاهده برای آخرین نقطه پیش بینی شده) به دست آمده است. اما جهت تعیین مدار (بردار وضعیت) در هر لحظه، روش هیبریدی (ترکیبی) تعیین مدار، پیشنهاد شده است. در این روش، از یک سو مشکل تأخیر زمانی در اکتساب مشاهدات و پردازش آن ها در نظر گرفته شده است (فیلتر کالمن بسط یافته) و از سوی دیگر کاهش سطح نویز، کاهش (حذف) خطاهای بزرگ و پوشاندن نقاطی از مدار که توسط روش کینماتیک محاسبه پذیر نیست، تأمین شده و در پی آن پایش آنی مدار ماهواره هدف میسر می شود. به طوری که RMSE روزانه مدار هیبرید با مدار کینماتیکی

- Bock, H., Hugentobler, U. and Beutler, G., 2001, Kinematic orbit determination for low earth orbiters (LEOs). IAG 2001 Scientific Assembly, Budapest, Vistas for Geodesy in the New Millenium, (Eds) Adam, J. and Schwarz, K. P., Springer IAG, 125, 322-328.
- Bock, H., Hugentobler, U. and Beutler, G., 2003, Kinematic and dynamic determination of trajectories for low earth satellites using GPS, in first CHAMP mission results for gravity, Magnetic and Atmospheric Studies, edited by Reigber, C., et al., pp. 65-69, Springer, Berlin, ISBN 3-540-00206-5.
- Dach, R., Hugentobler, U., Fridez, P. and Meindl, M., 2007, Bernese GPS software version 5.0, Astronomical Institute, University of Bern, Switzerland.
- Jaggi, A., Hugentobler, U., Bock, H. and Beutler, G., 2007, Precise orbit determination for GRACE using undifferenced or doubly differenced GPS data, *Advances in Space Research*, 39(10), 1612-1619.
- McCarthy, D.D. and Petit, G., 2003, IERS conventions (2003), IERS Technical Note No. 32, Central Bureau of IERS, Observatoire de Paris, France.
- Mikhail, E.M., 1976, *Observations and least squares*, Dun Donnelley, ISBN 0-7002-2481-5.
- Montenbruck, O. and Eberhard Gill., 2000, *Satellite orbits models, Methods and Applications*, New York Springer-Verlag.
- Sharifi, M.A., 2004, *Satellite gradiometry using a pair satellite*, Submitted in conformity with the fulfillment of conditions to commence the PhD studies Department of Geodesy and GeoInformatics University of Stuttgart.
- Seeber, G., 2003, *Satellite geodesy: foundations, Models and applications*, Walter de Gruyter Berlin.
- Svehla, D. and Rothacher, M., 2002, Kinematic orbit determination of LEOs based on zero- or double-difference algorithms using simulated and real SST data, IAG 2001 Scientific Assembly, Budapest, Vistas for

$$\Delta S = \exp\left(\int_{t_0}^t D(t)dt\right)\Delta S_0 \quad (\text{الف-۶})$$

$$\phi(t, t_0) = \exp\left(\int_{t_0}^t D(t)dt\right) \quad (\text{الف-۷})$$

$$\Delta S = \phi(t, t_0)\Delta S_0 \quad (\text{الف-۸})$$

حال به محاسبه ماتریس گذر می پردازیم. بر طبق معادله (۱۶):

$$\Delta \dot{S} \doteq D(t)\Delta S \quad (\text{الف-۹})$$

پس از محاسبه $\Delta \dot{S}$ از معادله (الف-۸) و جای گذاری در معادله (الف-۹)، معادله (الف-۱۱) حاصل می شود.

$$\Delta \dot{S} = \dot{\phi}(t, t_0)\Delta S_0 \quad (\text{الف-۱۰})$$

$$\dot{\phi}(t, t_0)\Delta S_0 \doteq D(t)\phi(t, t_0)\Delta S_0 \quad (\text{الف-۱۱})$$

$$\dot{\phi}(t, t_0) \doteq D(t)\phi(t, t_0) \quad (\text{الف-۱۲})$$

به کمک انتگرال گیری عددی از معادله (الف-۱۲) می توان ماتریس گذر را محاسبه کرد.

مراجع

مسعود عباس هادی، ۱۳۹۰، تعیین مدار به روش کینماتیک براساس مشاهدات کد و فاز موج حامل GPS، رساله کارشناسی ارشد، دانشکده فنی دانشگاه تهران.

Geodesy in the New Millenium, (Eds) Adam J. and Schwarz, K. P., Springer IAG, 125, 322-328.

Svehla, D. and Rothacher, M., 2003, Kinematic and reduced-dynamic precise orbit determination of low earth orbiters, *Advances in Geosciences*, 1, 47-56.

Wolf, R., 2000, *Satellite orbit and ephemeris determination using inter satellite links*, Ph.D thesis, Department of Geodesy, University of Bundeswehr, Munchen, Germany.