

## بررسی و مقایسه همرفت گوشته زمین با فرض‌های مختلف برای چشمه‌های

### گرمایشی درون زمین

رضا زین‌الدینی میمند<sup>۱\*</sup> و حسین جلال‌کمالی<sup>۲</sup>

۱. کارشناس ارشد، دانشکده فیزیک، دانشگاه شهید باهنر کرمان، ایران

۲. استادیار، دانشکده فیزیک، دانشگاه شهید باهنر کرمان، ایران

(دریافت: ۹۳/۳/۱۹، پذیرش نهایی: ۹۳/۱۱/۲۸)

#### چکیده

بخشی از پدیده‌های سطحی زمین بر اثر فعالیت‌های همرفتی گوشته رخ می‌دهد. ویژگی سلول‌های همرفتی، به توزیع منابع گرمایی درون زمین وابسته است. در این مطالعه با شبیه‌سازی، ویژگی‌های سلول‌های همرفتی (با فرض تک‌لایه بودن همرفتی گوشته) در سه مدل گرمایش از پایین‌ترین عمق گوشته که به هسته وصل است، توزیع منابع گرمایی در سرتاسر گوشته و توزیع منابع گرمایی در ۱۵۰ کیلومتری پایین گوشته، با فرض ثابت بودن گرانش و ظرفیت گرمایی ویژه بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهد که هرچه منابع گرمایی توزیع گسترده‌تری در گوشته داشته باشند، پهنای سلول‌های همرفتی بیشتر خواهد بود. در مدل گرمایش از پایین‌ترین عمق گوشته که به هسته وصل است (انفصال گوتنبرگ) و مدل توزیع منابع گرمایی در ۱۵۰ کیلومتر پایین گوشته، سرعت بالارفتن مواد با سرعت فرورانش آن‌ها به‌طور تقریبی برابر است. در مدل توزیع منابع گرمایی در سرتاسر گوشته، پهنه‌ای که مواد به سمت بالا حرکت می‌کند، از پهنه فرورانش خیلی وسیع‌تر است و این باعث می‌شود که سرعت بالآمدن از سرعت فرورانش کمتر باشد. در حالتی که تمام منابع گرمایی در ۱۵۰ کیلومتر پایین گوشته متمرکز داشته باشند به دلیل ایجاد حرارت زیاد، دما در این ناحیه در مقایسه با دو مدل دیگر بیشتر است. همچنین سرعت جریان همرفتی در این مدل از دو مدل دیگر بیشتر است. بنابراین، ابعاد و تعداد سلول‌های همرفتی این مدل‌ها و مقایسه آن‌ها با مقیاس‌های مشاهده زمین (اندازه صفحه‌ها)، نشان می‌دهد که دو مدل گرمایش از درون مطابقت بهتری با مشاهدات دارند.

واژه‌های کلیدی: شبیه‌سازی، فرورانش، گوشته زمین، منابع گرمایی، هسته، همرفت

#### ۱. مقدمه

گروشته بزرگ‌ترین بخش زمین از لحاظ جرم و حجم است. گوشته سیالی با گرانشی (Viscosity) نسبتاً زیاد است که در اثر حرکت آن پدیده‌های سطحی زمین مانند فعالیت‌های تکتونیکی، زلزله‌ها، آتشفشان‌ها، ایجاد رشته‌کوه‌ها و ... رخ می‌دهد. حرکت گوشته زمین فرآیندی همرفتی است که در اثر دمای زیاد آن اتفاق می‌افتد. اشاره‌های اولیه از همرفتی گوشته توسط هاپکینز ارائه شد و سپس فیشر در کتاب فیزیک پوسته زمین در سال ۱۸۸۱، همرفتی را علت پدیده‌های تکتونیکی خواند و آرتور هولمز (۱۹۲۸ و ۱۹۳۱) آن را مکانیزمی برای رانه قاره‌ای دانست.

با وجود در دست‌نداشتن اطلاع کافی از حرکت همرفتی گوشته زمین، تحقیقات زیادی در این زمینه انجام شده است؛ هنری پولاک و همکاران (۱۹۹۳)، آلبارد و واندر هیلز (۲۰۰۲)، ویتینگتون و همکاران (۲۰۰۹)، کلازر (۲۰۰۹)، یوشیدا و سانتوش (۲۰۱۴)، اولریش

گرمای درون زمین از منابع مختلفی نشئت می‌گیرد

با وجود در دست‌نداشتن اطلاع کافی از حرکت همرفتی گوشته زمین، تحقیقات زیادی در این زمینه انجام شده است؛ هنری پولاک و همکاران (۱۹۹۳)، آلبارد و واندر هیلز (۲۰۰۲)، ویتینگتون و همکاران (۲۰۰۹)، کلازر (۲۰۰۹)، یوشیدا و سانتوش (۲۰۱۴)، اولریش

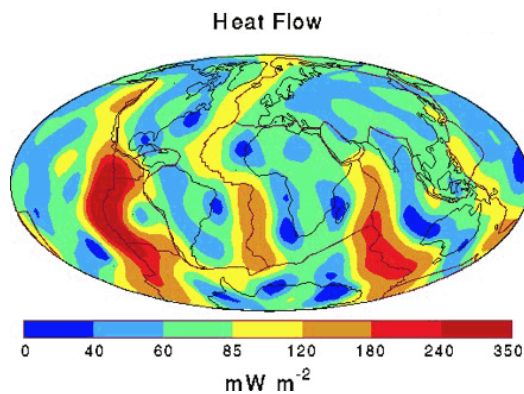
اولیه مانند ذخیره‌ای گرمایی درون زمین و به‌خصوص در هسته خارجی وجود دارد که می‌تواند باعث همرفتی گوشته شود (پوپرر، ۲۰۰۰).

ایزوتوپ‌های رادیواکتیوی که امروزه در تولید گرمای زمین مؤثرند، عبارتند از:  $^{238}U$ ،  $^{235}U$ ،  $^{40}K$  و  $^{232}Th$  نرخ گرمای تولیدشده و نیم‌عمر این ایزوتوپ‌ها در جدول ۱ نشان داده شده است.

گرمای تولیدشده درون زمین از طریق رسانش و همرفت به پوسته زمین و از طریق رسانش به بیرون از سطح زمین انتقال می‌یابد. جریان حرارت کل از درون زمین با رابطه (۱) نشان داده می‌شود:

$$Q = q_c A_c + q_0 A_0 \quad (1)$$

که در آن،  $q_c$  میانگین شار گرما از پوسته قاره‌ای،  $A_c$  مساحت پوسته قاره‌ای،  $q_0$  میانگین شار گرما از پوسته اقیانوسی و  $A_0$  مساحت پوسته اقیانوسی است. توزیع شار گرما از سطح زمین در شکل ۱ نشان داده شده است.



شکل ۱. توزیع شار گرما از سطح زمین (تورکات و همکاران، ۲۰۰۴؛ فورلانگ و چاپمن، ۱۹۸۷).

جدول ۱. ایزوتوپ‌های تولیدکننده گرما (دیویس، ۱۹۹۹).

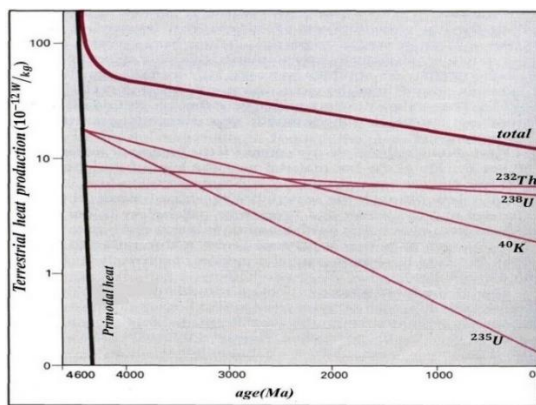
عنصر	ایزوتوپ	نیم‌عمر (Billion years)	$H$ ( $\frac{\mu W}{kg}$ )
اورانیوم	$^{238}U$	۴/۴۶۸	۹۴/۳۵
اورانیوم	$^{235}U$	۰/۷۰۳۸	۴/۰۵
توریم	$^{232}Th$	۱۴/۰۱	۲۶/۶
پتاسیم	$^{40}K$	۱/۲۵۰	۰/۰۰۳۵

که واپاشی عناصر رادیواکتیو درون گوشته از مهم‌ترین این منابع است. تخمین‌ها می‌گویند که حدود ۶۰ درصد حرارت خارج‌شده از سطح زمین به نابودی عناصر رادیواکتیو درون گوشته وابسته بوده و حدود ۱۰ درصد آن از هسته است (پوپرر، ۲۰۰۰). همچنین حدود ۱۷ درصد حرارت خارج‌شده از سطح زمین از پوسته نشئت می‌گیرد. اگر تمام گوشته از نظر فراوانی ایزوتوپ‌های رادیواکتیو، مانند گوشته فوقانی باشد متوسط شار گرمایی از سطح زمین حدود  $10 mWm^{-2}$  خواهد بود، در حالی که متوسط شار گرمایی از سطح زمین برابر  $87 mWm^{-2}$  است. بنابراین، پراکندگی منابع تولید گرما در زمین یکنواخت نیست و تمرکز عناصر رادیواکتیو باید بیشتر در بخش عمیق گوشته باشد (دیویس، ۱۹۹۹). نحوه توزیع این منابع گرمایی درون زمین می‌تواند بر ویژگی‌های سلول‌های همرفتی و دمای درون زمین تأثیر مستقیم بگذارد.

تحقیق پیش‌رو با شبیه‌سازی در مختصات قطبی به سه مدل مختلف برای توزیع منابع گرمایی درون گوشته می‌پردازد؛ مدل اول مواد رادیواکتیو را به عنوان منابع اصلی گرما، در پایین‌ترین سطح گوشته در نظر می‌گیرد. مدل دوم توزیع این مواد را یکنواخت در سرتاسر گوشته و مدل سوم آن‌ها را در ضخامت ۱۵۰ کیلومتری زیرین گوشته در نظر می‌گیرد. نتایج به دنبال بحث درباره مدل‌های مختلف خواهد آمد.

## ۲. مبانی نظری

دمای بالای گوشته از منابع مختلف سرچشمه می‌گیرد که واپاشی ایزوتوپ‌های رادیواکتیو درون گوشته از مهم‌ترین آن‌هاست. مقدار و چگونگی توزیع این منابع حرارت درون گوشته می‌تواند بر چگونگی تشکیل سلول‌های همرفتی تأثیر مستقیم داشته باشد. البته زمین مقداری از حرارت خود را در زمان پیدایش به دست آورده است. از مهم‌ترین منابع گرمایی در سال‌های اولیه بعد از پیدایش زمین می‌توان به اتلاف انرژی گرانشی و واپاشی ایزوتوپ‌های رادیواکتیو با نیم‌عمر کوتاه مانند  $^{26}Al$  اشاره کرد که امروزه وجود ندارند. این گرمای



شکل ۲. گرمای تولیدشده درون زمین از زمان پیدایش آن تاکنون (اسمیت، ۱۹۸۱).

درصد از گرمای کل انتقال یافته از سطح زمین از هسته سرچشمه می‌گیرد (پویرر، ۲۰۰۰). اگر تمام گوشته از نظر فراوانی ایزوتوپ‌های رادیواکتیو و دیگر منابع گرمایی، مانند گوشته فوقانی باشد، متوسط شار گرمایی از سطح زمین حدود  $10 \text{ mWm}^{-2}$  خواهد بود، پس تمرکز عناصر رادیواکتیو و دیگر منابع گرمایی باید بیشتر در بخش عمیق گوشته باشد (دیویس، ۱۹۹۹). این نشان می‌دهد که گرمای زمین از منابع مختلفی ناشی می‌شود که در سرتاسر زمین پراکنده هستند. مقدار و نحوه توزیع این منابع تولید حرارت می‌تواند بر ویژگی‌های همرفت تأثیر زیادی داشته باشد. ایزوتوپ‌های رادیواکتیو در اثر واپاشی به ایزوتوپ‌های پایدار تبدیل می‌شوند؛ بنابراین مقدار گرمای تولید شده با گذشت زمان کاهش می‌یابد. به عنوان مثال، بر اساس شکل ۲ گرمای تولید شده در ۳ میلیارد سال قبل حدود ۲ برابر مقدار کنونی بوده است. از آنجا که تولید گرما داخل زمین با زمان کاهش یافته است، توانایی همرفتی گوشته نیز با عمر زمین کاهش یافته است. گرمای تولید شده درون زمین در اثر واپاشی ایزوتوپ‌های رادیواکتیو، از زمان پیدایش زمین تاکنون در شکل ۲ نشان داده شده است.

### ۳. روش تحقیق

در این تحقیق جریان همرفتی گوشته زمین شبیه‌سازی شده است. معادلات حاکم بر جریان همرفتی بر پایه معادلات پایستگی تکانه خطی و انرژی و معادله پیوستگی هستند. در مختصات قطبی، اگر  $P$  فشار دینامیکی،  $\mu$

جدول ۲. مقدار شار گرما از سطح زمین (استاین، ۱۹۹۵).

منطقه	متوسط شار گرما ( $\text{mWm}^{-2}$ )
پوسته اقیانوسی	$101 \pm 2/2$
پوسته قاره‌ای	$65 \pm 1/6$
سطح زمین	$87 \pm 2/0$

مقادیر  $q_0$  و  $q_c$  توسط پالاک (Pollack) در سال ۱۹۳۳ تعیین شد که مقادیر آن‌ها در جدول ۲ آمده است. مساحت پوسته قاره‌ای  $2 \times 10^8$  کیلومتر مربع و مساحت پوسته اقیانوسی  $3/1 \times 10^8$  کیلومتر مربع است. از این رو متوسط گرمای کل انتقال یافته از سطح زمین برابر است با:

$$Q = Q_0 + Q_c = 4/43 \times 10^{12} \text{ W} \quad (2)$$

بدین ترتیب متوسط شار گرما از سطح زمین با تقسیم شار گرما کل بر مساحت کل سطح زمین به دست می‌آید:

$$q_s = \frac{Q}{A} = 87 \text{ mWm}^{-2} \quad (3)$$

کسر شایان توجهی از گرمای از دست رفته از پوسته قاره‌ای، از تمرکز زیاد عناصر رادیواکتیو درون پوسته قاره‌ای سرچشمه می‌گیرد. تخمین زده می‌شود که از متوسط شار گرما از پوسته قاره‌ای ( $65 \text{ mWm}^{-2}$ )، به طور تقریبی  $28 \text{ mWm}^{-2}$  به گوشته زمین و  $37 \text{ mWm}^{-2}$  به واپاشی ایزوتوپ‌های رادیواکتیو درون پوسته، وابسته باشد. بر این اساس سهم پوسته از شار گرما برابر  $7/4 \times 10^{12} \text{ W}$  یا ۱۷ درصد شار گرما کل از پوسته زمین است (تورکات و همکاران، ۲۰۰۴). همچنین حدود ۱۰

کیلومتر توزیع شده است. در این شبیه‌سازی تمام گوشته در دو بعد و در مختصات قطبی بررسی شده است. شعاع درونی گوشته (شعاع هسته) ۳۴۲۰ کیلومتر و شعاع بیرونی آن ۶۲۰۰ کیلومتر در نظر گرفته شده است. همچنین لایه‌ای جامد، روی گوشته با خواص پوسته تعریف شده است. خواص فیزیکی پوسته و گوشته زمین در کتاب‌های مختلف آمده است. در اینجا برای پوسته چگالی  $2700.3 \text{ kg/m}^3$  (آندرسون، ۱۹۸۰)، ظرفیت گرمایی ویژه  $1100 \frac{J}{\text{kg} \cdot K}$  و ضریب انتقال حرارت  $3 \frac{W}{m \cdot K}$  (ویتینگتون و همکاران، ۲۰۰۹؛ مکنزی و همکاران، ۲۰۰۵) در نظر گرفته شده است. همچنین برای گوشته، چگالی اولیه برابر  $3300 \text{ kg/m}^3$  (آندرسون، ۱۹۸۰؛ فاولر، ۱۹۹۰)، ظرفیت گرمایی ویژه برابر  $1250 \frac{J}{\text{kg} \cdot K}$  (آندرسون، ۱۹۸۰)، ضریب انبساط گرمایی برابر  $1/00003$ ، ضریب انتقال گرما  $4 \frac{W}{m \cdot K}$  و گرانشی  $10^{21} \text{ Pa s}$  (تورکات و شوپرت، ۲۰۰۲) در نظر گرفته شده است. همچنین گرانش  $9.8 \text{ m/s}^2$  و دما در عمق ۱۰۰ کیلومتر ۱۶۰۰ درجه کلوین فرض شده است. در جدول ۳ خلاصه‌ای از پارامترهای استفاده شده در این شبیه‌سازی همراه با مقادیر آن‌ها آمده است.

#### ۴. بررسی مدل‌ها و نتایج آن‌ها

در اینجا با توجه به خواص پوسته و گوشته و همچنین فرض تک‌لایه بودن همرفتی گوشته، به بررسی سلول‌های همرفتی در سه مدل یادشده برای حالت‌های مختلف چشمه‌های گرمایشی درون زمین، در مختصات قطبی می‌پردازیم. در این شبیه‌سازی برای هر سه مدل، انفعال گوتنبرگ و سطح زمین، سطوح نفوذناپذیر برای سیال منظور شده و در شرایط اولیه سیال (گوشته) به‌طور کامل ساکن و دمای سراسر محیط برابر ۳۰۰ درجه کلوین در نظر گرفته شده است. همچنین در مدل اول، دمای انفعال گوتنبرگ ۴۵۰۰ درجه کلوین و در مدل‌های دوم و سوم این مرز عایق در نظر گرفته شده است.

#### ۴.۱. مدل اول: گرمایش از پایین‌ترین بخش گوشته

در ابتدا فرض می‌شود که گوشته گرمای خود را از

گرانشی،  $v_r$  و  $v_\theta$  مؤلفه‌های سرعت،  $T$  دما،  $T_0$  دمای مربوط به چگالی مرجع  $(\rho_0)$ ،  $k$  ضریب رسانش،  $H$  آهنگ تولید انرژی در واحد حجم و  $C_p$  گرمای ویژه در فشار ثابت باشند، این معادلات به صورت زیر خواهد بود (بیژن، ۱۳۸۹؛ تورکات و شوپرت، ۲۰۰۲؛ لای و همکاران، ۲۰۰۹):

پایستگی تکانه خطی:

$$\rho \left( v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{v_\theta^2}{r} \right) = -\frac{\partial P}{\partial r} \quad (4)$$

$$+ \mu \left( \frac{\partial^2 v_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{v_r}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_r}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} \right) + \rho_0 g \alpha_v (T - T_0)$$

$$\rho \left( v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_r v_\theta}{r} \right) = -\frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial \theta}$$

$$+ \mu \left( \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial r} - \frac{v_\theta}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} \right)$$

پایستگی انرژی:

$$\rho C_p \left( v_r \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) = \quad (5)$$

$$k \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} \right] + H$$

معادله پیوستگی:

$$\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} = 0 \quad (6)$$

معادلات (۴)، (۵) و (۶) مستقل از زمان هستند. در این معادلات، سیال نیوتنی و تراکم‌ناپذیر در نظر گرفته شده و از جملات اتلاف گرانشی و مرتبه دوم سرعت به دلیل کم بودن سرعت و همچنین از تغییرات گرانشی و ضریب انبساط گرمایی با دما صرف نظر شده است.

این شبیه‌سازی با استفاده از نرم‌افزار فلونت ۶٫۳ (Fluent 6.3) و با سه فرض مختلف در رابطه با چشمه‌های گرمازا در گوشته انجام شده است. جایگاه توزیع مواد رادیواکتیو که در اصل منبع گرمایی گوشته را تشکیل می‌دهند، در تعداد و نوع چرخه‌های همرفتی درون گوشته تأثیر بسزایی دارد. با فرض اینکه هیچ‌گونه اطلاعی از چگونگی این توزیع نداشته باشیم، سه مدل را در نظر می‌گیریم: در مدل اول گوشته گرمای خود را از پایین‌ترین بخش خود در اثر تمرکز بالای عناصر رادیواکتیو در این ناحیه و همچنین گرمایش از هسته دریافت می‌کند؛ در مدل دوم عناصر رادیواکتیو به‌طور یکنواخت در سرتاسر گوشته توزیع شده‌اند و در مدل سوم این مواد در لایه‌ای زیرین از گوشته به ضخامت ۱۵۰

شبه‌سازی در شکل ۳ نشان داده شده است که مطابقت خوبی با رابطه ۸ دارد. در این نمودار محور افقی شعاع زمین است.

همچنین در شکل ۴ این تغییرات دما نسبت به عمق در حالت یادشده، در سراسر مدل مشخص شده است.

ولی ضریب انبساط گرمایی گوشته صفر نیست و برابر  $\frac{1}{K} = 3 \times 10^{-5}$  است. بنابراین، به علت دمای زیاد گوشته و وجود شرایط لازم (عدد ریلی) درون آن پدیده همرفتی رخ می‌دهد. در حالت گرمایش از پایین‌ترین عمق گوشته، تابع جریان، سرعت و دمای سیال در شکل‌های ۵، ۶، ۷ و ۸ نشان داده شده است.

شکل ۵ تابع جریان در سراسر گوشته را نشان می‌دهد که سلول‌های همرفتی در آن به خوبی مشخص است. مطابق این شکل، خطوط جریان در محل بالا آمدن و پایین رفتن سیال بیشترین تراکم را دارد و تعداد به نسبت زیادی از سلول‌ها تشکیل می‌شود. شکل‌های ۶ و ۷ سرعت و جهت حرکت گوشته را نشان می‌دهد. چون مؤلفه‌های سرعت بسیار کوچک هستند در شکل ۷ بردارهای سرعت با بزرگ‌نمایی  $10^{15}$  برابر رسم شده است. سرعت حرکت سیال از مرتبه میلی‌متر در سال است و در محل بالا آمدن و فرورفتن سیال، بیشترین مقدار و در وسط سلول‌های همرفتی، کمترین مقدار را دارد.

شکل ۸ دمای سراسر گوشته را در مدل اول نشان می‌دهد که با توجه به دمای گوشته، محل بالا آمدن و پایین رفتن سلول‌های همرفتی به خوبی مشخص است.

پایین‌ترین بخش خود دریافت کند که این می‌تواند ناشی از تمرکز شدید عناصر رادیواکتیو در این ناحیه و همچنین به دلیل گرمایش گوشته از هسته داغ باشد. در این مدل، دما در سطح زمین  $300$  درجه کلوین و در عمق  $2880$  کیلومتر،  $4500$  درجه کلوین در نظر گرفته شده و هیچ منبع گرمایی درون گوشته پخش نشده است؛ چراکه مدل اول برابر با گرمایش گوشته از هسته است. عدد ریلی برای یک شماره که بین دو سطح با دمای مختلف قرار دارد از رابطه (۷) به دست می‌آید:

$$Ra = \frac{\rho_0 \alpha_v g (T_1 - T_0) b^3}{\mu \kappa} \quad (7)$$

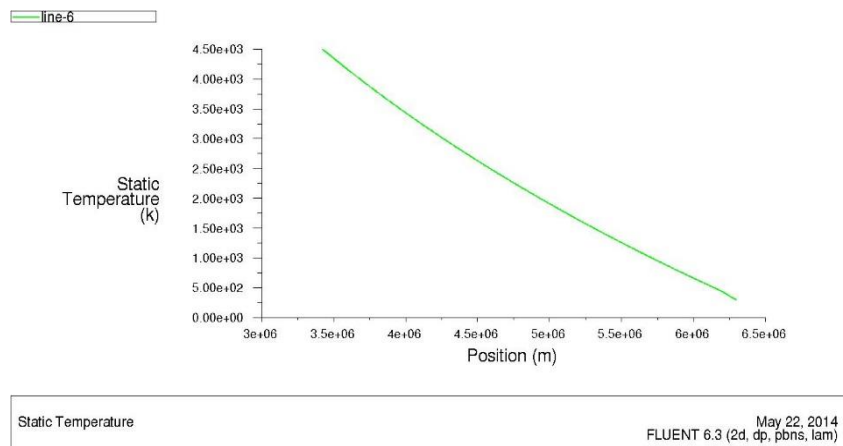
که در آن،  $T_0$  و  $T_1$  دمای سطوح بالا و پایین،  $b$  عمق سلول همرفتی و  $K$  ضریب پخش گرمایی ( $\kappa = \frac{k}{\rho c_p} \cong 1 \frac{mm^2}{s}$ ) است.

طبق رابطه (۷) و با توجه به خواص فیزیکی گوشته زمین و ابعاد آن، مقدار عدد ریلی از مرتبه  $10^7$  است. با توجه به زیادبودن عدد ریلی، پدیده همرفتی می‌تواند درون گوشته رخ دهد.

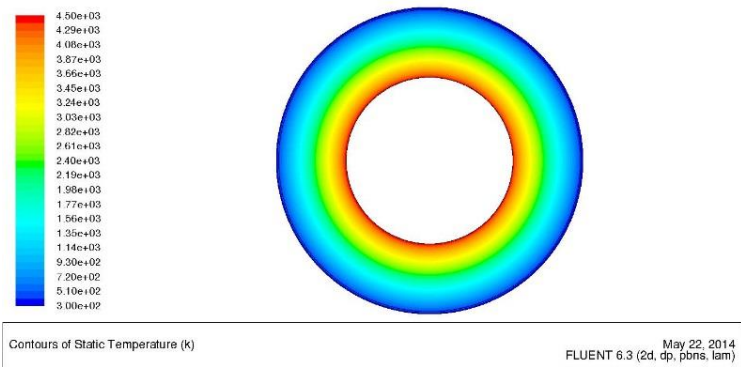
اگر ضریب انبساط گرمایی صفر فرض شود، نیروی شناوری در معادلات ناویر-استوکس صفر خواهد شد و هیچ جریان همرفتی رخ نمی‌دهد. در این حالت معادله پایستگی انرژی به صورت رابطه (۸) ساده می‌شود:

$$T = -6875 \ln(r) + 107940 \quad (8)$$

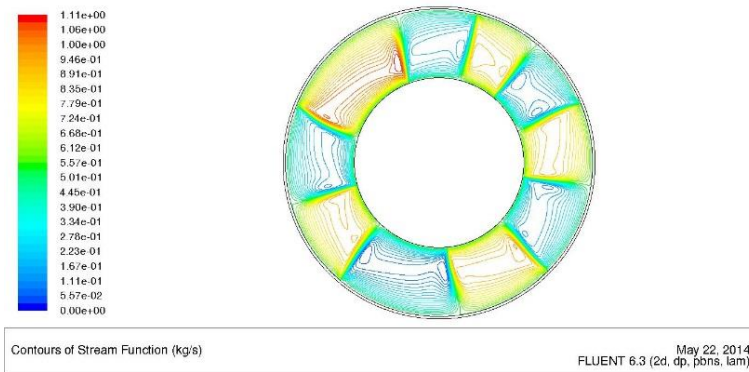
که در آن،  $r$  شعاع زمین است. در این حالت گرما از طریق رسانش انتقال می‌یابد که ساده‌ترین روش انتقال حرارت است. توزیع دما در حالت غیرهمرفت با



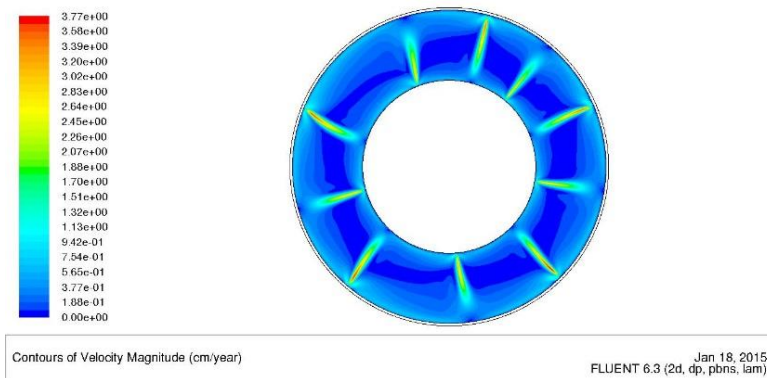
شکل ۳. تغییرات دما با افزایش عمق.



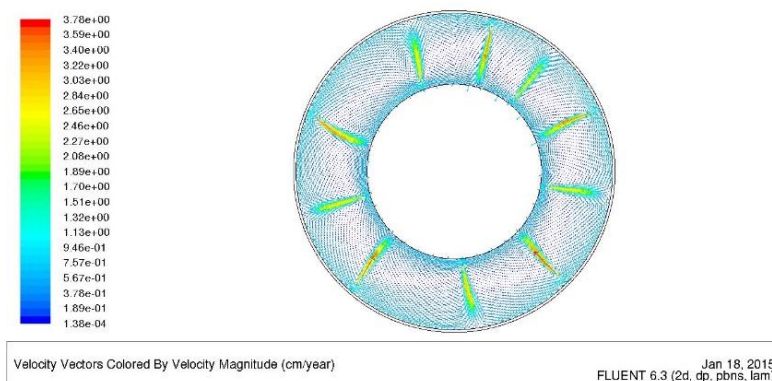
شکل ۴. توزیع دما در مدل اول در حالت بدون همرفت.



شکل ۵. تابع جریان در مدل اول با همرفت.



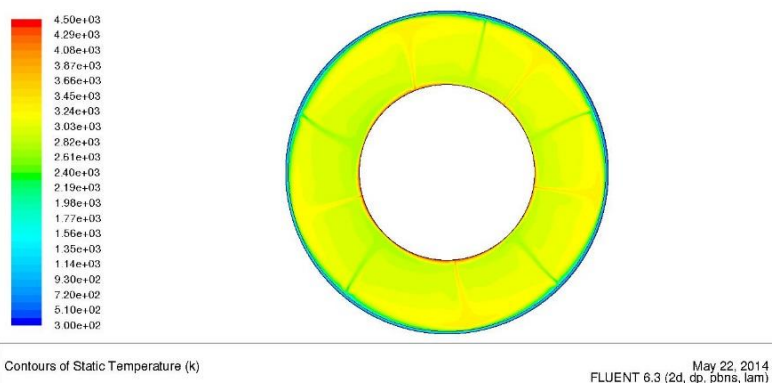
شکل ۶. اندازه سرعت در مدل اول.



شکل ۷. توزیع برداری سرعت در مدل اول با بزرگنمایی ۱۰<sup>۱۵</sup>.

جدول ۳. پارامترهای استفاده‌شده در شبیه‌سازی و مقادیر آن‌ها.

پارامتر مورد نظر	مقدار آن	پارامتر مورد نظر	مقدار آن
شعاع داخلی (شعاع هسته)	۳۴۲۰ km	شعاع خارجی	۶۳۰۰ km
دمای انفصال گوتنبرگ در مدل اول	۴۵۰۰ °K	دمای سطح زمین	۳۰۰ °K
ضریب انتقال گرمای گوشته	$۴ \frac{W}{m \cdot K}$	ضریب انتقال گرمای پوسته	$۳ \frac{W}{m \cdot K}$
چگالی مرجع گوشته (چگالی در عمق ۱۰۰ کیلومتر)	$۳۳۰۰ \text{ kg/m}^3$	چگالی پوسته	$۲۷۰۰ \text{ kg/m}^3$
ظرفیت گرمایی گوشته	$۱۲۵۰ \frac{J}{\text{kg} \cdot K}$	ظرفیت گرمایی پوسته	$۱۱۰۰ \frac{J}{\text{kg} \cdot K}$
ویسکوزیته گوشته	$۱۰^{۲۱} \text{ Pa s}$	گرانش	$۹/8 \text{ m/s}^2$
ضریب انبساط گرمایی گوشته	$۰/۰۰۰۰۳ \frac{1}{K}$	مقدار گرمای تولیدشده در مدل‌های دوم و سوم	$۳۴۴۲۰۶۸ \text{ W}$



شکل ۸. توزیع دما در مدل اول با همرفت.

می‌باید. این باعث سرد شدن سیال در محل فرورانش در مقایسه با محل بالا آمدن می‌شود. این اختلاف دما می‌تواند باعث شود که پوسته در محل پایین رفتن سیال دارای ضخامت و چگالی بیشتری از محل بالا آمدن آن شود.

۴.۲. مدل دوم: توزیع منابع گرمایی در سراسر گوشته

در این مرحله از شبیه‌سازی به مدل دوم یعنی به بررسی سیالی پرداخته شده است که از درون گرم می‌شود، زیرا گوشته زمین بیشتر گرمای خود را از واپاشی عناصر رادیواکتیو درون خود کسب می‌کند.

در این بخش سطح پایین (انفصال گوتنبرگ) عایق در نظر گرفته شده است تا سیال، گرمایی از این قسمت کسب یا پخش نکند. متوسط گرمای خارج شده از سطح

سیالی که در عمق ۲۸۸۰ کیلومتر قرار دارد در اثر دمای زیاد در این عمق، گرم و سبک شده و به سطح می‌آید و سیال سردی که در نزدیکی پوسته قرار دارد، چون چگالی آن از سیال گرم عمیق بیشتر است در اثر گرانش به عمق فرو می‌رود. این حرکت تا زمانی که یک منبع گرمایی در عمق ۲۸۸۰ کیلومتر وجود داشته باشد که سیال این عمق را گرم کند، ادامه می‌یابد. در شکل ۸ به خوبی محل بالا آمدن مواد داغ عمیق و محل فرورانش سیال سرد نزدیک سطح زمین مشخص است. همان‌طور که از شکل ۸ مشخص است، در محل بالا آمدن سیال داغ، در زیر پوسته، دما زیاد است و این باعث نازک شدن پوسته در این مکان‌ها می‌شود. همچنین با حرکت سیال در زیر پوسته، در امتداد آن، به دلیل از دست دادن حرارت از طریق رسانش، دمای آن کاهش

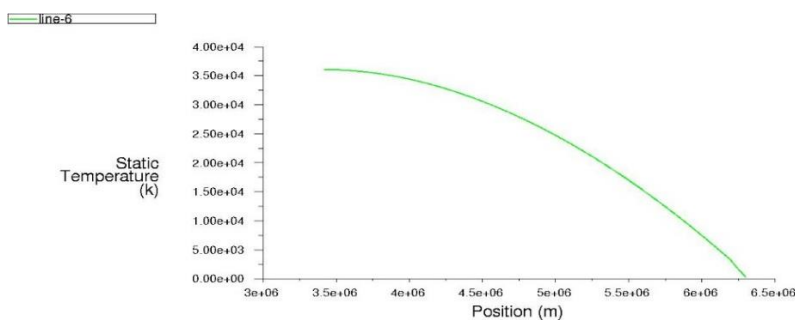


می‌شود. با توجه به خواص فیزیکی گوشته، مقدار  $Ra = 2 \times 10^6$  به دست می‌آید و اگر فرض شود همرفتی در سرتاسر گوشته رخ می‌دهد، در این صورت  $b$  برابر  $2880$  کیلومتر در نظر گرفته می‌شود. در این صورت عدد ریلی  $Ra = 2 \times 10^9$  به دست می‌آید. زیادبودن عدد ریلی در هر دو حالت نشان می‌دهد که درون گوشته پدیده همرفتی رخ می‌دهد.

اگر نیروی شناوری در معادلات ناویر-استوکس صفر باشد و درون گوشته همرفتی رخ ندهد، معادله پایستگی انرژی (معادله ۶) در مدل گرمایش از درون گوشته به صورت رابطه (۱۰) ساده می‌شود:

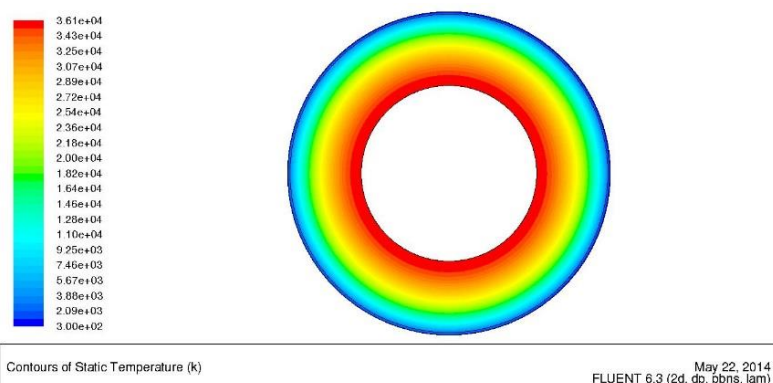
$$T = -H/4k r^2 + 59944 \ln(r) - 8.3648 \times 10^5 \quad (10)$$

رابطه (۱۰) نشان می‌دهد دمای گوشته با افزایش عمق به صورت تابع درجه دوم افزایش می‌یابد. در مرحله اول برای صفرشدن نیروی شناوری، ضریب انبساط گرمایی صفر در نظر گرفته شده است. با اعمال یکنواخت نرخ تولید حرارت در گوشته، تغییرات دمایی گوشته با شبیه‌سازی در شکل‌های ۹ و ۱۰ نشان داده شده است که مطابقت خوبی با رابطه ۱۰ دارد.



Static Temperature May 22, 2014  
FLUENT 6.3 (2d, dp, pbns, lam)

شکل ۹. تغییرات دما با افزایش عمق در مدل دوم؛ توزیع منابع گرما در سرتاسر گوشته با شرط اینکه همرفت وجود نداشته باشد.



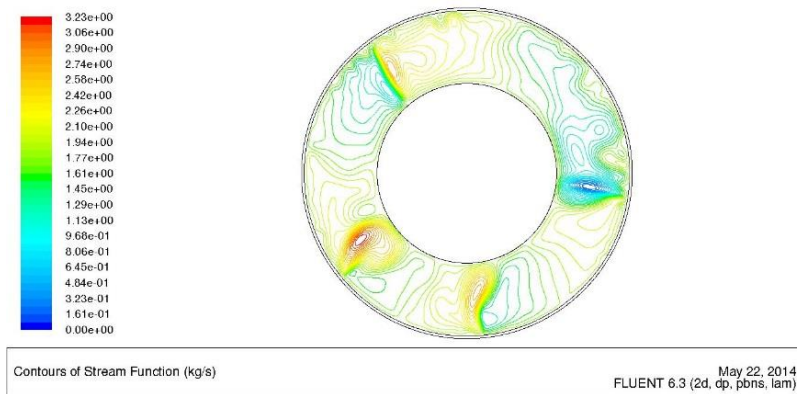
شکل ۱۰. توزیع دما در مدل دوم؛ توزیع منابع گرما در سرتاسر گوشته با شرط اینکه همرفت وجود نداشته باشد.

زمین برابر  $87 \text{ mWm}^{-2}$  و شعاع زمین  $6300$  کیلومتر است (پولاک و همکاران، ۱۹۹۳). چون این شبیه‌سازی در دو بعد صورت گرفته است پهنای مدل برابر واحد یعنی  $1$  متر در نظر گرفته می‌شود. بنابراین مساحت سطح مدل برابر  $10^5 \times 395/64$  و گرمای خارج شده از سطح مدل برابر  $3442068 \text{ W}$  است، به طوری که متوسط گرمای خارج شده از واحد سطح مدل برابر گرمای خارج شده از واحد سطح زمین باشد. بنابراین همین مقدار گرما باید درون سیال تولید شود. حجم گوشته در مدل مورد نظر  $10^1 \times 8397/49 \times 10^1 \text{ m}^3$  است. اگر فرض شود که منابع گرمایی در سرتاسر گوشته توزیع شده باشند، با توجه به شار گرما کل از سطح مدل، گرمای تولیدی در واحد حجم در سرتاسر گوشته  $H = 4/1 \times 10^{-8} \text{ W/m}^3$  خواهد بود. برای یک سیال که بین دو لایه وجود دارد و سطح پایین عایق است و همچنین درون آن منبع گرمایی وجود دارد، عدد ریلی از رابطه (۹) به دست می‌آید:

$$Ra = \frac{\alpha \rho_0^2 g H b^5}{\mu \kappa} \quad (9)$$

با توجه به خواص فیزیکی، اگر همرفتی به گوشته بالایی محدود باشد،  $b$  برابر  $700 \text{ km}$  در نظر گرفته

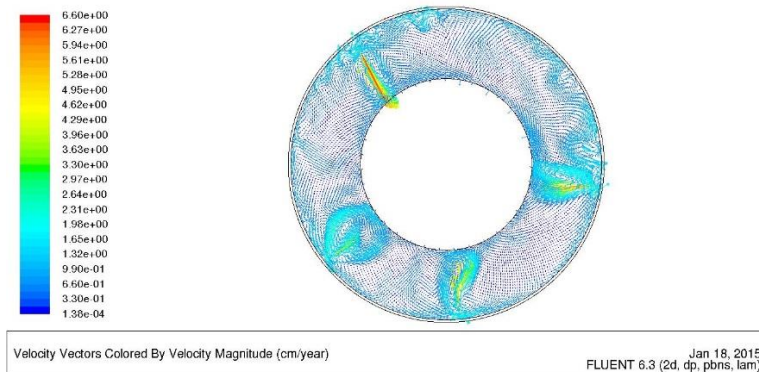




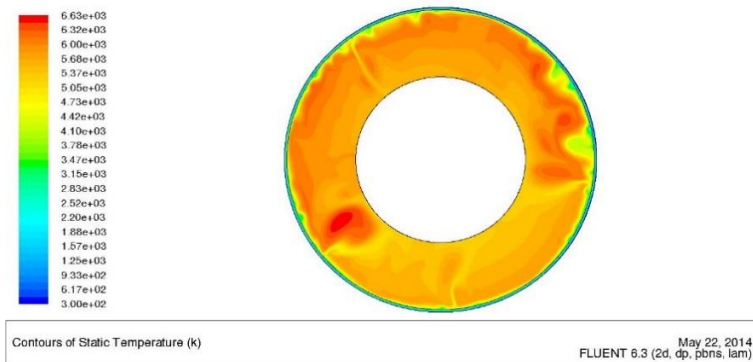
شکل ۱۱. تابع جریان در مدل دوم، گرمایش در سراسر گوشته به صورت یکنواخت ( $H=4/1 \times 10^{-8} W/m^3$ ).

توزیع برداری سرعت (شکل ۱۲) نشان می‌دهد در حالتی که منابع تولید گرما در سراسر گوشته پراکنده هستند، گستره حرکت سیال به سمت بالا، از گستره فروانش خیلی وسیع تر است. به دلیل پایداری جرم و پایا در نظر گرفته شدن حرکت سیال، در محل فروانش در مقایسه با دیگر مناطق، سیال دارای سرعت زیادی است، ولی در محل بالا آمدن دارای سرعت کمی است. همچنین سرعت در میانه سلول‌های همرفتی بسیار کم است. این کم بودن سرعت در میانه سلول‌های همرفتی، باعث افزایش دما در این مناطق در مقایسه با دیگر مناطق می‌شود، زیرا گوشته ضریب رسانندگی کم و ظرفیت گرمایی زیادی دارد و این باعث می‌شود که گرما بیشتر از طریق جابه‌جایی منتقل شده و گرمایی که در میانه سلول‌های همرفتی در اثر واپاشی عناصر رادیواکتیو تولید می‌شود (به علت سرعت کم گوشته در این مناطق)، انتقال نیابد و دما در این مناطق افزایش یابد. همچنین سیال سرد نزدیک پوسته در اثر فروانش به عمق رفته و دما در عمق کاهش می‌یابد.

در شکل ۱۰ دمای سراسر گوشته با توجه به توزیع منابع گرمایی در آن نشان داده شده است. ضریب انتقال گرمای گوشته زمین پایین و انتقال گرما از طریق رسانش درون گوشته بسیار کم است. این باعث می‌شود دمای گوشته عمیق بسیار افزایش یابد. ولی نیروی شناوری در معادلات ناویر-استوکس به علت صفر نبودن ضریب انبساط گرمایی گوشته صفر نیست و به سبب وجود شرایط لازم (عدد ریلی) همرفتی رخ می‌دهد. از این رو تابع جریان همرفتی و توزیع برداری سرعت، با این مقدار تولید گرما ( $W/m^3$ ) برداری سرعت، در سراسر گوشته به صورت شکل‌های ۱۱ و ۱۲ خواهد بود. شکل ۱۱ در مقایسه با شکل ۵ نشان می‌دهد که هرچه منابع گرمایی در سراسر گوشته توزیع گسترده‌تری داشته باشند، سلول‌های همرفتی پهن‌تر و نامنظم می‌شوند، همچنین مطابق با شکل‌های ۱۱ و ۱۲، در چهار ناحیه فروانش داریم که در مقایسه با مدل اول مطابقت بهتری با تعداد مناطق فروانش روی زمین دارد.



شکل ۱۲. توزیع برداری سرعت در مدل دوم، گرمایش در سراسر گوشته به صورت یکنواخت با بزرگ‌نمایی  $10^{15} (H=4/1 \times 10^{-8} W/m^3)$ .



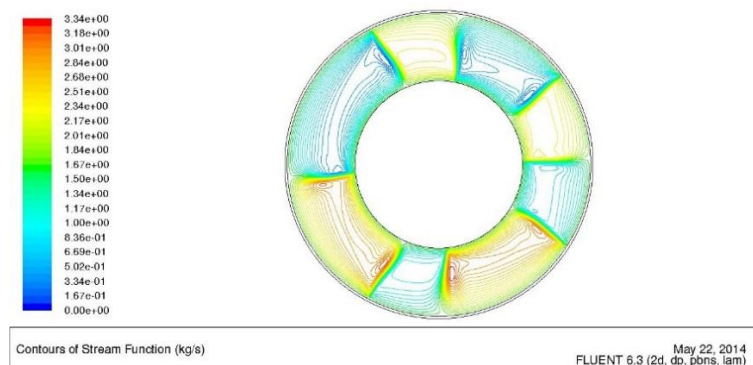
شکل ۱۳. توزیع دما در مدل دوم، گرمایش در سراسر گوشته به صورت یکنواخت ( $H=4/1 \times 10^{-8} W/m^2$ ).

۳.۴. مدل سوم: توزیع منابع گرمایی در ۱۵۰ کیلومتر زیرین گوشته ایزوتوپ‌های رادیواکتیو وزن زیادی دارند، به طوری که تراکم آن‌ها در عمق بیشتر است. اگر تمام گوشته از نظر فراوانی ایزوتوپ‌های رادیواکتیو و دیگر منابع گرمایی، مانند گوشته فوقانی باشد، تنها ۱۰ تا ۱۵ درصد از کل حرارت خارج شده از سطح زمین به واپاشی ایزوتوپ‌های رادیواکتیو و دیگر منابع گرمایی مربوط خواهد بود. به طوری که متوسط شار گرمایی از سطح زمین حدود  $10 mWm^{-2}$  به دست می‌آید، در صورتی که متوسط شار گرمایی از پوسته قاره‌ای  $65 mWm^{-2}$  و متوسط شار گرمایی از پوسته اقیانوسی  $101 mWm^{-2}$  است. تخمین زده می‌شود که حدود ۶۰ درصد گرمای خارج شده از سطح زمین در اثر واپاشی عناصر رادیواکتیو و دیگر منابع گرمایی در بخش عمیق گوشته تولید شود (بویرر، ۲۰۰۰). این نشان می‌دهد که تمرکز منابع تولید گرمای زمین، در بخش عمیق آن قرار دارد.

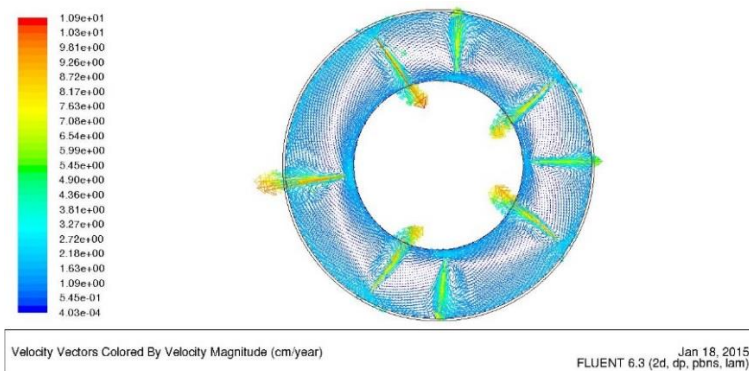
بنابراین، در مدل سوم فرض می‌کنیم که منابع تولید گرما در ۱۵۰ کیلومتر پایین گوشته قرار داشته باشند. حجم مربوط به ۱۵۰ کیلومتر پایین مدل  $m^3$  شکل‌های ۱۴ و ۱۵ خواهد بود.

شکل‌های ۱۴ و ۱۵ نشان می‌دهند که مانند مدل اول، هر چه منابع گرمایی در ناحیه عمیق‌تر گوشته تمرکز داشته باشند، سلول‌های همرفتی بیشتر و منظم‌تر خواهند بود. در این مدل، پهنه‌ای که گوشته به سمت بالا حرکت می‌کند برابر با پهنه فرورانش است. این باعث شده که سرعت بالا آمدن گوشته به‌طور تقریبی با سرعت فرورانش آن برابر باشد.

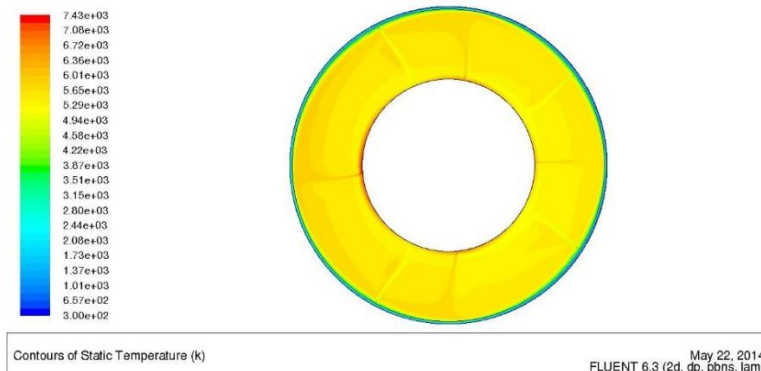
در شکل ۱۶ توزیع دما نشان داده شده است. مطابق این شکل دما در ناحیه پایین گوشته تا  $7430$  درجه کلوین افزایش می‌یابد که ناشی از تمرکز شدید منابع گرمایی در این ناحیه است. همچنین تغییرات دمایی گوشته در این مدل، آشفتگی کمتری از مدل دوم دارد که این نیز ناشی از منظم‌تر بودن سلول‌های همرفتی است.



شکل ۱۴. تابع جریان در مدل سوم، گرمایش از درون در ۱۵۰ کیلومتر پایین گوشته ( $H = 1/04 \times 10^{-6} W/m^2$ ).



شکل ۱۵. توزیع برداری سرعت در مدل سوم، گرمایش از درون در ۱۵۰ کیلومتر پایین گوشته با بزرگ‌نمایی  $10^{15} (H = 1/0.4 \times 10^{-6} W/m^3)$ .



شکل ۱۶. توزیع دما در مدل سوم، گرمایش از درون در ۱۵۰ کیلومتر پایین گوشته  $(H = 1/0.4 \times 10^{-6} W/m^3)$ .

## ۵. نتیجه‌گیری

ویژگی سلول‌های همرفتی گوشته، به چگونگی توزیع منابع گرمایی درون زمین وابسته است، به طوری که هرچه منابع گرمایی توزیع گسترده‌تری داشته باشند، پهنای سلول‌های همرفتی بیشتر و تعداد آن‌ها کمتر خواهد بود. همچنین در مدل گرمایش از پایین‌ترین عمق گوشته (مدل اول) و توزیع منابع گرمایی در ۱۵۰ کیلومتر پایین گوشته (مدل سوم)، سرعت بالارفتن سلول‌های همرفتی به طور تقریبی با سرعت فروانش آن‌ها برابر است، در حالی که در مدل توزیع منابع گرمایی سرتاسر گوشته، پهنای آن‌ها که گوشته به سمت بالا حرکت می‌کند خیلی وسیع‌تر از پهنای فروانش است. این باعث می‌شود که به دلیل پایستگی جرم و پایا در نظر گرفته شدن حرکت سیال، سرعت بالآمدن گوشته از سرعت فروانش خیلی کمتر باشد.

در مدل سوم که تمام منابع گرمایی در ۱۵۰ کیلومتر زیرین گوشته متمرکز شده باشد به دلیل ایجاد گرمای زیاد، دما در این ناحیه تا حدود ۷۴۳۰ درجه کلوین افزایش می‌یابد ولی زمانی که منابع گرمایی در سرتاسر

گوشته پراکنده باشند (مدل دوم)، بیشترین دمای درون گوشته ۶۶۳۰ درجه کلوین است و بیشترین مقدار دما نیز به نیمه بالایی گوشته مربوط خواهد بود، زیرا سرعت در میانه سلول‌های همرفتی بسیار کم است. این کم‌بودن سرعت در میانه سلول‌های همرفتی، باعث افزایش دما در این مناطق در مقایسه با دیگر مناطق می‌شود. زیرا گوشته دارای ضریب رسانندگی کم ولی ظرفیت گرمایی زیاد است و این باعث می‌شود که گرما بیشتر از طریق جابه‌جایی منتقل شود و گرمایی که در میانه سلول‌های همرفتی در اثر واپاشی عناصر رادیواکتیو تولید می‌شود (به علت سرعت کم گوشته در این مناطق) انتقال نیابد و دما در این مناطق افزایش یابد. همچنین سیال سرد نزدیک پوسته در اثر فروانش به عمق رفته و دما در عمق کاهش می‌یابد.

گرچه مدل‌های ارائه شده با پیش‌فرض‌های بسیار ساده حل شده‌اند ولی می‌توان نتیجه گرفت که با توجه به شواهد و عوارض پوسته زمین، مدل اول یعنی توزیع چشمه‌های گرمازا در پایین‌ترین عمق گوشته یا چسبیده به هسته به واقعیت نزدیک نیست، زیرا تعداد سلول‌های

بیژن، آ.، ۱۳۸۹، انتقال گرمای همرفت، ترجمه ابوالقاسمی اصفهانی، ج. و اطمینان، و. انتشارات دانشگاه فردوسی مشهد.

جلال کمالی، ح.، امیری، ح. و شجاعی، م.، ۱۳۸۷، بررسی تغییرات گرانروی در لایه گذار فاز بین گوشته بالایی و پایین زمین و اثر آن در سلول‌های همرفتی، کنفرانس فیزیک ایران، دانشگاه کاشان.

کری، ف. و این، ف.، ۱۳۸۶، زمین ساخت جهانی، ترجمه حسن‌زاده، ج. و مدبری، س.، انتشارات دانشگاه تهران.

میرزایی گیسکی، ا.، ۱۳۸۳، بررسی عددی ضریب انبساط حجمی منفی در همرفتی دولایه درون گوشته زمین، پایان‌نامه کارشناسی ارشد فیزیک، دانشگاه شهید باهنر کرمان.

همرفتی در این مدل همان‌گونه که شکل‌های ۴، ۵ و ۶ نشان می‌دهد، به‌طور نسبی زیاد است.

با توجه به غیرهمگن بودن مواد درونی زمین و نبود مطالعه میدانی درون زمین در عمق‌های زیاد و همچنین ساده‌نبودن حل معادلات با پیش‌فرض‌های واقعی (که بعضی از آن‌ها هنوز مجهول هستند)، به کمک نتایج مدل‌های ساده‌تر مطابق با مشاهدات ما نیز می‌توان فعالیت‌های روزمینی از جمله زمین‌لرزه‌ها و آتشفشان‌ها را که در زندگی بشر تأثیر دارند، بیشتر شناخت. در ضمن در این تحقیق علاوه بر فرض‌هایی که قبلاً اشاره شد، تئوری یک‌لایه بودن همرفتی درون گوشته در نظر گرفته شده است.

## مراجع

- Albarède, F. and van der Hilst, R. D., 2002, Zoned mantle convection, philosophical transactions of the Royal Society of London. series A: mathematical, Physical and Engineering Sciences, 360(1800), 2569-2592.
- Anderson, D. L., 1980, Theory of the Earth, Blackwell Scientific Publicatin.
- Burstedde, C., Ghattas, O., Gurnis, M., Stadler, G., Tan, E., Tu, T., Lucas, C. W. and Zhong, S., 2008, Scalable adaptive mantle convection simulation on petascale supercomputers, In Proceedings of the 2008 ACM/IEEE conference on Supercomputing (p. 62). IEEE Press.
- Christensen, U., 1995, Effects of phase transitions on mantle convection, Annual Review of Earth and Planetary Sciences, 23, 65-88.
- Clauser, C., 2009, Heat transport processes in the Earth's crust, Surveys in geophysics, 30(3), 163-191.
- Davies, G. F., 1999, Dynamic Earth: plates, plumes and mantle convection, Cambridge University Press.
- Fowler, C. M. R., 1990, The solid Earth: an introduction global geophysics, Cambridge [England]; New York: Cambridge University Press.
- Furlong, K. P. and Chapman, D. S., 1987, Thermal state of the lithosphere, Reviews of Geophysics, 25(6), 1255-1264.
- Hernlund, J. W. and Tackley, P. J., 2008, Modeling mantle convection in the spherical annulus, Physics of the Earth and Planetary Interiors, 171(1), 48-54.
- Lai, W. M., Rubin, D. and Krempf, E., 2009, Introduction to continuum mechanics, Butterworth-Heinemann.
- McKenzie, D., Jackson, J. and Priestley, K., 2005, Thermal structure of oceanic and continental lithosphere, Earth and Planetary Science Letters, 233(3), 337-349.
- Nakagawa, T. and Tackley, P. J., 2005, Three-dimensional numerical simulations of thermo-chemical multiphase convection in Earth's mantle, In Proceedings of the Third MIT Conference on Computational Fluid and Solid Mechanics.
- Poirier, J. P., 2000, Introduction to the physics of the Earth's interior, Cambridge University Press.
- Pollack, H. N., Hurter, S. J., and Johnson, J. R., 1993, Heat flow from the Earth's interior: analysis of the global data set, Reviews of Geophysics, 31(3), 267-280.
- Smith, D. G., 1981, The Cambridge encyclopedia of Earth sciences, The Cambridge encyclopedia of Earth sciences., by Smith, DG. Cambridge (UK): Crown and Cambridge University Press, 496 p., 1.
- Stein, C. A., 1995, Heat flow of the Earth, AGU Reference Shelf, 1, 144-158.
- Turcotte, D. L. and Schubert, G., 2002, Geodynamics, Cambridge University Press.
- Turcotte, D. L., Schubert, G. and Olson, P., 2004, Mantle convection in the Earth and Planets, Cambridge University Press.
- Whittington, A. G., Hofmeister, A. M. and Nabelek, P. I., 2009, Temperature-dependent thermal diffusivity of the Earth's crust and implications for magmatism, Nature, 458(7236), 319-321.
- Yoshida, M. and Santosh, M., 2014, Mantle convection modeling of the supercontinent cycle: introversion, extroversion, or a combination?, Geoscience Frontiers, 5(1), 77-81.