

بررسی اثر غیر مستقیم جزر و مدی بر پوسته و میدان جاذبه زمین در مناطق ساحلی

علیرضا آزموه اردلان^{۱*}، عبدالرضا صفری^۲ و هادی سلمی^۳

^۱دانشیار گروه مهندسی نقشه‌برداری، قطب علمی مهندسی نقشه‌برداری و مقابله با سوانح طبیعی، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران، ایران
^۲استادیار گروه مهندسی نقشه‌برداری، قطب علمی مهندسی نقشه‌برداری و مقابله با سوانح طبیعی، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران، ایران
^۳دانشجوی کارشناسی ارشد ژئودزی، گروه مهندسی نقشه‌برداری، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران، ایران

(دریافت: ۸۵۶/۱۱، پذیرش نهایی: ۸۵/۱۱/۱۸)

چکیده

آب جابه‌جا شده بر اثر جزر و مد به واسطه جرمی که دارد در جاذبه نقاط نزدیک به ساحل و شکل پوسته زمین تغییر ایجاد می‌کند. به علاوه تغییر شکل پوسته، خود عامل تغییر جاذبه نقاط نزدیک به ساحل بر اثر تغییر چگالی جرم پوسته زمین است. در این مقاله اثرات یاد شده در دو بخش: (۱) چگالی تغییر شکل پوسته بر اثر وزن آب جابه‌جا شده و (۲) تغییر جاذبه زمین بر اثر تغییر چگالی پوسته ناشی از تغییر شکل پوسته در مناطق ساحلی مورد بررسی قرار گرفته است. روابط لازم برای محاسبه اثرات یاد شده ارائه شده و در تعدادی از نقاط واقع بر سواحل دریای عمان و خلیج فارس در بررسی موردی به کار گرفته شده است. همچنین برای نقاط یاد شده گراف‌های هم دامنه و هم فاز جابه‌جایی‌های شعاعی و تغییرات جاذبه محاسبه و ارائه شده است.

واژه‌های کلیدی: جزر و مد، بار جزر و مدی، اثر مستقیم جزر و مد، اثر غیر مستقیم جزر و مد، جابه‌جایی شعاعی پوسته، نیروی جاذبه

۱ مقدمه

شکل پوسته از مدل کشسان استفاده کرد. در این مطالعه اثرات غیر مستقیم جزر و مدی در دو بخش مورد بررسی قرار خواهد گرفت. این دو بخش عبارت‌اند از: (۱) تغییر شکل پوسته بر اثر وزن آب جابه‌جا شده و (۲) تغییر جاذبه زمین بر اثر تغییر چگالی پوسته، تحت تأثیر وزن آب.

شکی نیست که اثر جزر مد غیر مستقیم نسبت به جزر و مد مستقیم بسیار کوچک است و بدین خاطر اثر ثانویه محسوب می‌شود و در بسیاری از کاربردها، می‌توان از تصحیح آن صرف‌نظر کرد. اما با پیشرفت‌های فناوری جدید، این اثرات در محدوده قابل مشاهده در فضای هندسی و جاذبه‌ای قرار گرفته‌اند و لذا در زمره تصحیحات ضروری به شمار می‌رود. به عنوان مثال، اگر اثر جزر و مد غیر مستقیم روی پوسته (اثر بار جزر و مدی) را حدود ۱۰ درصد جزر و مد مستقیم پوسته در نظر بگیریم (فرانسیس

یکی از تصحیحات لازم برای مشاهدات دقیق ژئودزی و ژئودینامیک، حذف تأثیر جزر و مدی است. اثرات جزر و مدی را می‌توان به دو دسته جزر مد آب دریاها و جزر و مد پوسته تقسیم‌بندی کرد. این اثرات را می‌توان اثرات مستقیم جزر و مدی به حساب آورد. جابه‌جایی آب دریاها تحت تأثیر نیروی جزر مدی، خود منشأ تغییراتی در جاذبه نقاط نزدیک ساحل و تغییر چگالی پوسته تحت فشار آب جابه‌جا شده است. این اثرات را می‌توان اثرات غیر مستقیم جزر و مدی نامید. از آنجا که جابه‌جایی آب دریاها بر اثر جزر و مد، خاصیت تناوبی دارد، اثرات ثانویه ناشی از آن نیز دارای خاصیت تناوبی خواهد بود. پوسته زمین تحت تأثیر نیروهای با زمان اثر کوتاه دارای رفتار کشسان و برای نیروهای با زمان اثر بلندمدت دارای رفتار کشسان چسبناک است. در مورد تأثیر غیر مستقیم جزر و مدی نیز با توجه به زمان اثر کوتاه آنها، می‌توان برای تغییر

فارل (۱۹۷۲) روشی را ارائه کرد که امروزه روش استاندارد تصحیح این اثرات محسوب می‌شود و در بسیاری از مطالعات ژئودینامیک برای محاسبه جابه‌جایی‌های پوسته ناشی از بار جزر و مد، مورد استفاده قرار می‌گیرد. در این روش ابتدا مدلی برای عکس‌العمل زمین تحت تأثیر نیروی‌های با زمان اثر کوتاه در نظر گرفته شده و برای آن اعداد بارگذاری لاو (LLN, numbers load love) محاسبه می‌شود. سپس با استفاده از یک مدل جزر و مدی، حجم آب جابه‌جا شده بر اثر جزر و مد در نزدیکی سواحل تعیین می‌شود و با آگاهی از جرم حجمی آب، جرم آب جابه‌جا شده را محاسبه می‌کنیم. با در اختیار داشتن شتاب گرانی متوسط در منطقه مورد بررسی، وزن آب محاسبه می‌شود. به این طریق امکان محاسبه بار حاصل از جابه‌جایی آب، تحت تأثیر جزر و مد فراهم می‌آید.

پیشگامان ارائه مدل‌های عکس‌العمل زمین در اثر بار جزر و مدی، اسلیچر و کاپوتو (۱۹۶۰) و جوبرت (۱۹۶۰) هستند و مانک و مک‌دونالد (۱۹۶۰) فکر استفاده از اعداد بارگذاری لاو (LLN) را مطرح و لانگ‌من (۱۹۶۲) راه حلی نظری برای محاسبه این اعداد، ارائه کرده است. او از معادلات نوسان آزاد که الترمین و همکاران (۱۹۵۹) معرفی کرده بودند، استفاده کرده و اعداد بارگذاری لاو را تا درجه ۴۰ به سری هارمونیک‌های

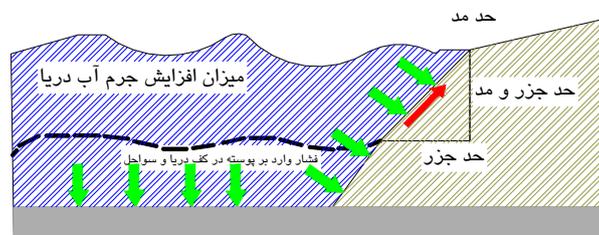
و مازگا، (۱۹۹۰)، با فرض جابه‌جایی شعاعی پوسته تحت تأثیر نیروی جزر و مدی مستقیم به اندازه ± 20 سانتی‌متر، جابه‌جایی شعاعی پوسته تحت تأثیر جزر و مد غیر مستقیم (اثر بار جزر و مدی) ۲ سانتی‌متر خواهد بود. این مقدار جابه‌جایی شعاعی در محدوده قابل اندازه‌گیری از راه مشاهدات SLR و یا GPS است و لذا دستیابی به دقت‌های در حد چند میلی‌متر این سامانه‌ها، نیازمند اعمال تصحیح جزر و مد غیر مستقیم مشاهدات صورت گرفته در نزدیکی سواحل است.

با توجه به مرز آبی گسترده کشور در خلیج فارس و دریای عمان و لزوم استقرار ایستگاه‌های GPS و ترازبایی دقیق در این سواحل، تحقیق حاضر برای ارائه روش‌ها و نظریه‌های مورد نیاز برای حذف اثر جزر و مد غیر مستقیم از مشاهدات یاد شده صورت گرفته است. با این مقدمه به بخش بعد می‌پردازیم و در آنجا جزئیات نحوه مدل‌سازی و حذف اثرات جزر و مد غیر مستقیم را مطرح خواهیم کرد.

۲ سازوکار اثر بار جزر و مدی بر پوسته زمین در سواحل و نحوه مدل‌سازی آن

شکل ۱ نشان‌دهنده سازوکار تغییر شکل پوسته، تحت تأثیر وزن آب جابه‌جا شده بر اثر جزر و مد است.

برای تعیین اثرات بار جزر و مدی بر پوسته ساحلی



شکل ۱. سازوکار اثر جزر و مد غیر مستقیم بر پوسته ساحلی.

زمین (Body Tide)، h و k به ترتیب اعداد لاو اول و دوم اند که لاو در سال ۱۹۰۹ آنها را معرفی کرده و l عدد سومی است که لاو ارائه دهنده آن است. برای تمایز با اعداد لاو جزر و مدی اعداد لاو بارگذاری به صورت h'_n ، k'_n و l'_n نشان داده می‌شوند. لازم به توضیح است که در محاسبه اعداد لاو جزر و مدی، فرض بر عاری بودن پوسته از تنش‌های پوسته‌ای است. یا به عبارت دیگر، پوسته در حالت بدون تنش (stress-free) مورد بررسی قرار می‌گیرد. در حالی که در تعیین اعداد بارگذاری لاو فرض بر وارد آمدن تنش عمودی (normal stress) بر پوسته است. بنابر این، اعداد بارگذاری لاو، میزان عکس‌العمل پوسته زمین، تحت تأثیر بار عمودی وارد بر پوسته است. این اعداد برای زمین کشسان، مستقل از بسامدهای جزر و مدی‌اند و با توجه به ساختار درونی پوسته و گوشته تعیین می‌شوند. همان‌طور که پیشتر نیز اشاره شد، مقدار عددی اعداد بارگذاری لاو به مدل انتخابی برای زمین بستگی دارد و این وابستگی در نزدیک‌تر نقطه اثر بار ملموس‌تر است. اما به‌طور کلی تفاوت بین اعداد بارگذاری لاو ناشی از مدل‌های گوناگون پوسته زمین، در حدود ۱/۵ تا ۱ درصد است (ون دام و همکاران، ۲۰۰۳).

۴ اعداد بارگذاری لاو کشسان

برای تعریف اعداد بارگذاری لاو کشسان، از بسط به هارمونیک‌های کروی جابه‌جایی سطحی عمودی u ، جابه‌جایی سطحی افقی v و تغییر در پتانسیل گرانی، تحت تأثیر بار اعمال شده به پوسته ϕ ، به صورت زیر آغاز می‌کنیم. لانگمن (۱۹۶۲)

$$u(\Psi) = \sum_{n=0}^{\infty} U_n(r) P_n(\cos \Psi) \quad (1)$$

$$v(\Psi) = \sum_{n=0}^{\infty} V_n(r) P_n(\cos \Psi) \quad (2)$$

کروی بسط داده است. معمولاً برای سهولت در محاسبه اعداد بارگذاری لاو، یک مدل متقارن کروی، غیر دورانی و کاملاً کشسان برای زمین در نظر گرفته می‌شود. مدل (preliminary reference Earth model) PREM نمونه‌ای از چنین مدل‌هایی است که در آن فرض بر تقارن کروی و دوران نکردن زمین است. فارل (۱۹۷۲) اعداد بارگذاری لاو پوسته را تا درجه $n = 10000$ به هارمونیک‌های کروی برای مدل‌های متفاوت زمین محاسبه کرده است، که در ادامه، به نحوه محاسبه این اعداد پرداخته خواهد شد.

۳ محاسبه اعداد بارگذاری لاو

برای تعیین عکس‌العمل زمین در مقابل بار جزر و مدی از معادلات حرکت یک جسم کشسان استفاده می‌شود. این معادلات، به معادلات تغییر شکل (deformation equations) نیز معروف‌اند. اگر مدل زمین، با تقارن کروی، بدون در نظر گرفتن حرکت دورانی آن، و با فرض کاملاً کشسان و همسانگرد (spherically symmetric non-rotating elastic isotropic) (SNREI) بودن پوسته تعریف شود، برای محاسبه اعداد بارگذاری درجه n ، معادلات بنیادی تغییر شکل زمین که با معادلات تعادل و رابطه تنش- کرنش و معادله پواسن، تعیین می‌شود، استفاده می‌کنند. پارامترهای اصلی دستگاه معادلات نهایی، خصوصیات رئولوژیکی زمین و مجهولات آن جابه‌جایی شعاعی، مؤلفه‌های عمودی تنش، جابه‌جایی مماسی، مؤلفه‌های افقی تنش و تغییرات پتانسیل جاذبه است. با حل دستگاه معادلات یاد شده و اعمال شرایط مرزی مربوطه، درجات متفاوت اعداد بارگذاری لاو تعیین می‌شوند. همان‌طور که گفته شد، برای محاسبه این اعداد، مدلی برای زمین انتخاب شده، و لذا اعداد لاو، وابسته به مدل انتخابی زمین‌اند و با تغییر مدل‌های انتخابی، مقادیر این اعداد نیز تغییر می‌کند. در جزر و مد پوسته

متقارن محوری، اعداد بارگذاری لاو را به شکل زیر تعریف کرده است:

$$U_n = W_n h'_n / g \quad (7)$$

$$V_n = W_n \ell'_n / g \quad (8)$$

$$\Phi_n = W_n k'_n \quad (9)$$

در شکل (۲) مقادیر اعداد بارگذاری لاو برای درجات متفاوت بین $n = 0$ تا $n = 10000$ و یک بار جرمی نقطه‌ای واحد در سطح زمین برای دو مدل ساختاری پوسته زمین نشان داده شده است. در این شکل منحنی ممتد، مقادیر اعداد بارگذاری لاو را برای مدل گوتنبرگ-بولن (زمین متقارن کروی، بدون حرکت دورانی و کاملاً کشسان) را نشان می‌دهد و منحنی خط‌چین مقادیر این اعداد برای مدل پگیاتاکیس (زمین با حرکت دورانی، رئولوژی ماکسول و چگالی جرم غیرهمگونی تعیین شده با مدل PREM) است. با استفاده از مدل گوتنبرگ-بولن، h'_n ، nk'_n و $n\ell'_n$ به ترتیب به $-۴,۹۵۶$ ، $۱,۶۵۷$ و $-۲,۴۶۹$ ، و برای مدل دیگر این مقادیر به ترتیب به سمت $-۶,۲۴۷$ ، $۱,۸۹۴$ و $-۳,۰۹۷$ همگرا می‌شوند. جدول ۱، اعداد بارگذاری لاو را برای درجات ۲، ۳ و ۴ برای مدل زمین نشان می‌دهد.

جدول ۲، همچنین اعداد بارگذاری لاو برای مدل گوتنبرگ-بولن را درحکم نمونه، برای درجاتی متفاوت ارائه می‌دهد.

$$\phi(\Psi) = \sum_{n=0}^{\infty} \Phi_n(r) P_n(\cos \Psi) \quad (3)$$

$U_n(r)$ ، $V_n(r)$ و $\Phi_n(r)$ به ترتیب ضرایب هارمونیک جابه‌جایی عمودی، جابه‌جایی افقی و تغییر پتانسیل هستند و $P_n(\cos \Psi)$ بیانگر چند جمله‌ای‌های لژاندر درجه n است. Ψ نیز فاصله کروی بین نقطه اثر بار و مکان مشاهداتی است که از رابطه زیر تعیین می‌شود.

$$\cos \Psi = \sin \phi \sin \phi' + \cos \phi \cos \phi' \quad (4)$$

$$\cos(\lambda - \lambda')$$

$\{\lambda, \phi, r\}$ مختصات نقطه مشاهده و $\{\lambda', \phi', r'\}$ مختصات نقطه بارگذاری در دستگاه مختصات کروی‌اند. به طریق مشابه پتانسیل جاذبه ناشی از بار جرم نقطه‌ای را به صورت زیر می‌توان به هارمونیک‌های کروی بسط داد:

$$\Psi(r) = \sum_{n=0}^{\infty} W_n P_n(\cos \Psi) \quad (5)$$

ضرایب هارمونیک‌های کروی بسط فوق، مستقل از n اند و بنابر محاسبات فارل (۱۹۷۲) به شکل زیر قابل محاسبه‌اند:

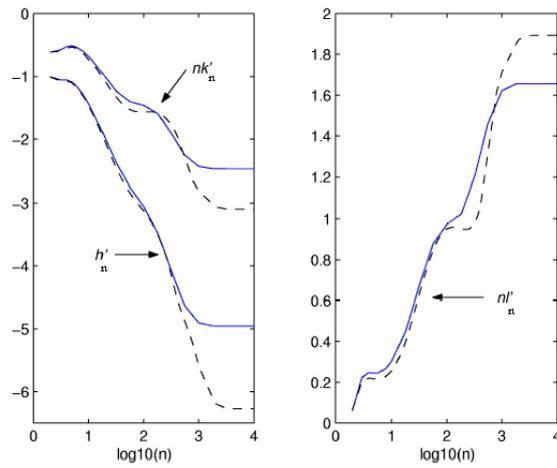
$$W_n = \frac{ag}{m_e} \quad (6)$$

در رابطه (۶) g ، نرم شتاب جاذبه، a شعاع متوسط زمین و m_e جرم زمین است.

بر این مبنا فارل (۱۹۷۲) برای یک میدان نیروی

جدول ۱. نمونه‌هایی از اعداد بارگذاری لاو برای مدل گوتنبرگ-بولن.

مدل زمین	n	h'_n	ℓ'_n	k'_n
گوتنبرگ-بولن	2	0.6114	0.0832	0.3040
		0.6149	0.0840	0.3055
		0.6169	0.0842	0.3062
گوشته اقیانوسی	3	0.2891	0.0145	0.0942
		0.2913	0.0145	0.0943
		0.2923	0.0147	0.0946
گوشته سپری (Shield mantle)	4	0.1749	0.0103	0.0429
		0.1761	0.0103	0.0424
		0.1771	0.0104	0.0427



شکل ۲. مقادیر اعداد بارگذاری لاو برای بار جرمی واحد در سطح زمین که فارل (منحنی ممتد) و پگیاتاکیس (منحنی های نقطه چین) مطرح کرده اند.

جدول ۲. اعداد بارگذاری برای مدل گوتنبرگ-بولن تا درجات و مرتبه هایی متفاوت.

n	$-h'_n$	nl'_n	$-nk'_n$
1	0.290	0.113	0
2	1.001	0.059	0.615
3	1.052	0.223	0.585
4	1.053	0.247	0.528
5	1.088	0.243	0.516
6	1.147	0.245	0.535
8	1.291	0.269	0.604
10	1.433	0.303	0.682
18	1.893	0.452	0.952
32	2.379	0.680	1.240
56	2.753	0.878	1.402
100	3.058	0.973	1.461
180	3.474	1.023	1.591
325	4.107	1.212	1.928
550	4.629	1.460	2.249
1,000	4.906	1.623	2.431
1,800	4.953	1.656	2.465
3,000	4.954	1.657	2.468
10,000	4.956	1.657	2.469
∞^*	5.005	1.673	2.482

۵ توابع گرین کشسان

توابع گرین کشسان را لانگمن در ۱۹۶۲ معرفی کرد. این توابع به صورت سری‌هایی از اعداد بارگذاری لاو هستند که نشان‌دهنده عکس‌العمل زمین به بار جرمی نقطه‌ای واحدند و با استفاده از اعداد بارگذاری لاو با ساختار زمین مرتبط‌اند. تغییرات ایجاد شده در پتانسیل جاذبه در سطح زمین بر اثر اعمال بار سطحی از رابطه زیر تعیین می‌شود: لانگمن (۱۹۶۲)

$$\gamma_n = W_n + \Phi_n - gU_n \quad (10)$$

در رابطه (۱۰)، W_n ، متأثر از اثرات مستقیم بار است و تغییرات توزیع جرم، جمله Φ_n را ایجاد می‌کند. جمله gU_n مربوط به جابه‌جایی کشسان عمودی پوسته است. با دیفرانسیل‌گیری از پتانسیل سطحی نسبت به r و با فرض $r = a$ تغییرات ایجاد شده در جاذبه اثر بار وارده بر پوسته به صورت زیر تعیین می‌شود: فارل (۱۹۷۲)

$$d_{\text{load}}(\Psi) = \frac{g}{m_e} \sum_{n=0}^{\infty} [n + 2h'_n - (n+1)k'_n] P_n(\cos \Psi) \quad (11)$$

همچنین با توجه به روابط (۶) و (۷) و جای‌گذاری آنها در رابطه (۱) تابع گرین، جابه‌جایی شعاعی، قابل محاسبه است: فارل (۱۹۷۲)

$$u(\Psi) = \sum_{n=0}^{\infty} U_n P_n(\cos \Psi) = \frac{a}{m_e} \sum_{n=0}^{\infty} h'_n P_n(\cos \Psi) \quad (12)$$

همان‌طور که در روابط فوق دیده می‌شود، توابع گرین کشسان به صورت سری‌های بی‌نهایت‌اند و بنابراین در عمل لازم است این سری‌ها تا درجه‌ای متناهی مانند n قطع شوند. با در نظر گرفتن مقداری حدی مانند n ،

همچون هر سری نامتناهی قطع شده در یک درجه متناهی با مشکلاتی همچون پدیده گیبس مواجه خواهیم شد. برای رفع این مشکل می‌توان n را به قدر کافی بزرگ انتخاب کرد تا زمانی که مقادیر محاسبه شده برای h'_n ، nk'_n و nl'_n به اندازه کافی به مقدار نهایی همگرا شده باشند. فارل (۱۹۷۲) برای حد اعداد بارگذاری لاو رابطه تقریبی زیر را به دست آورده و آن را مقادیر مجانبی (asymptotic values of LLN) اعداد بارگذاری لاو نام‌گذاری کرده است.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \begin{bmatrix} h'_n \\ nl'_n \\ nk'_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h'_\infty \\ l'_\infty \\ k'_\infty \end{bmatrix} = \frac{g_0(a)m_e}{4\pi a^2(\lambda + \mu)} \begin{bmatrix} -\frac{\lambda + 2\mu}{\mu} \\ 1 \\ \frac{3\rho(\lambda + \mu)}{2\hat{\rho}\mu} \end{bmatrix} \quad (13)$$

ρ و $\hat{\rho}$ به ترتیب چگالی در سطح زمین و مقدار متوسط چگالی‌اند. λ و μ پارامترهای رئولوژیکی زمین، h'_∞ ، l'_∞ و k'_∞ نیز مبین بار نقطه‌ای با ابعاد مسطحاتی بسیار کوچک است (ونیچک و کراکیوسکی، ۱۹۸۶).

به کمک مقادیر حدی که فارل محاسبه کرده است و جای‌گذاری آنها در رابطه (۱۲)، جابه‌جایی شعاعی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$u(\Psi) = \frac{ah'_\infty}{m_e} \sum_{n=0}^{\infty} P_n(\cos \Psi) + \frac{a}{m_e} \sum_{n=0}^{\infty} (h'_n - h'_\infty) P_n(\cos \Psi) \quad (14)$$

با توجه به رابطه (۱۳)، h'_n به سمت یک عدد متناهی همگرا است. بنابراین، برای n حدی، عبارت $h'_n - h'_\infty$ برابر صفر خواهد بود. این n حدی را فارل

$$\begin{aligned} & \frac{g}{m_e} \sum_{n=0}^{\infty} 2h'_n P_n(\cos \Psi) \\ &= \frac{2gh'_{\infty}}{m_e} \sum_{n=0}^{\infty} P_n(\cos \Psi) + \frac{2g}{m_e} \sum_{n=0}^{\infty} (h'_n - h'_{\infty}) \\ & \quad P_n(\cos \Psi) \\ &= + \frac{gh'_{\infty}}{m_e \sin(\cos \Psi)} + \frac{2g}{m_e} \sum_{n=0}^{\infty} (h'_n - h'_{\infty}) \\ & \quad P_n(\cos \Psi) \end{aligned} \tag{18}$$

جمله سوم رابطه (۱۱) نیز از به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$\begin{aligned} & \frac{g}{m_e} \sum_{n=0}^{\infty} -(n+1)k'_n P_n(\cos \Psi) \\ &= -\frac{gk'_{\infty}}{m_e} \sum_{n=0}^{\infty} P_n(\cos \Psi) - \frac{g}{m_e} \sum_{n=0}^{\infty} (nk'_n - k'_{\infty}) \\ & \quad P_n(\cos \Psi) \\ &= -\frac{gk'_{\infty}}{m_e} \left(\frac{1}{2 \sin(\Psi/2)} - \log[\sin(\Psi/2) + 2 \sin^2 \right. \\ & \quad \left. (\Psi/2)] \right) - \frac{g}{m_e} \sum_{n=0}^N \left(\frac{n-1}{n} \right) P_n(\cos \Psi) \end{aligned} \tag{19}$$

برای رسیدن به رابطه (۱۹) از قضیه زیر که برای چند جمله‌ای‌های لژاندر صادق است، استفاده شده است:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n} P_n(\cos \Psi) = \log[\sin(\Psi/2) + 2 \sin^2(\Psi/2)] \tag{20}$$

در جدول ۳ مقادیر محاسبه شده برای توابع گرین جابه‌جایی شعاعی و تغییرات جاذبه با در نظر گرفتن مدل رئولوژیکی کاملاً کشسان گوتنبرگ-بولن براساس فارل (۱۹۷۲) و در جدول ۴ مقادیر این توابع را برای مدل PREM ارائه شده است.

در عمل برای جلوگیری از تکینگی، توابع گرین بهنجار می‌شوند. برای مثال برای جابه‌جایی شعاعی ناشی از

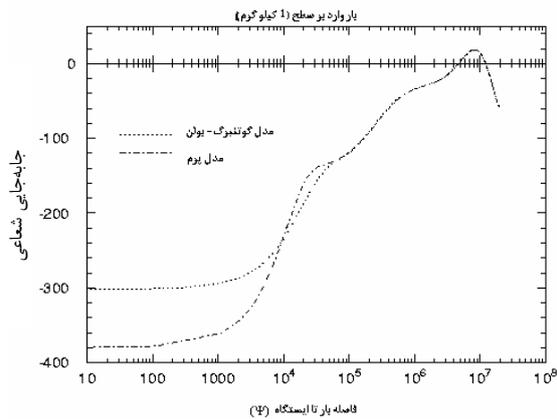
مقدار $n = 10000$ برآورد کرده است. با استفاده از شکل بسته بسط چند جمله‌ای لژاندر به صورت زیر: (فارل، ۱۹۷۲)

$$\sum_{n=0}^{\infty} P_n(\cos \Psi) = \frac{1}{2 \sin(\Psi/2)} \tag{15}$$

و جای گذاری آن در رابطه (۱۴) داریم:

$$u(\Psi) = \frac{ah'_{\infty}}{2m_e \sin(\Psi/2)} + \frac{a}{m_e} \sum_{n=0}^{\infty} (h'_n - h'_{\infty}) P_n(\cos \Psi) \tag{16}$$

تغییرات تابع گرین جابه‌جایی شعاعی بر حسب فاصله از نقطه محاسبه در شکل ۳ نشان داده شده است.



شکل ۳. تابع گرین جابه‌جایی شعاعی برای مدل‌های گوتنبرگ-بولن و پرم (از میزان جابه‌جایی ارتفاعی ضرب و فاصله بار تا ایستگاه فاکتور گرفته شده است).

همچنین برای ارائه تابع گرین تغییرات جاذبه‌ای ایجاد شده بر اثر اعمال بار بر پوسته با توجه به رابطه (۱۵)، برای جمله اول در رابطه (۱۱) به رابطه زیر می‌رسیم:

$$\frac{g}{m_e} \sum_{n=0}^{\infty} n P_n(\cos \Psi) = -\frac{g}{m_e} \frac{1}{4 \sin(\Psi/2)} \tag{17}$$

در مورد جمله دوم رابطه (۱۱) داریم:

جدول ۳. مقادیر توابع بارگذاری گرین برای مدل گوتنبرگ-بولن، در مورد جرم نقطه‌ای کیلوگرمی.

Ψ , deg	جابه‌جایی شعاعی ($\times 10^{12}$ (a Ψ))	اثر جاذبی ($\times 10^{18}$ (a Ψ))
0.0001	-33.64	-77.87
0.0010	-33.56	-77.69
0.0100	-32.75	-75.92
0.0200	-31.86	-73.96
0.0300	-30.98	-72.02
0.0400	-30.12	-70.11
0.0600	-28.44	-66.40
0.0800	-26.87	-62.90
0.1000	-25.41	-59.64
0.1600	-21.80	-51.47
0.2000	-20.02	-47.33
0.2500	-18.36	-43.36
0.3000	-17.18	-40.44
0.4000	-15.71	-36.61
0.5000	-14.91	-34.32
0.6000	-14.41	-32.78
0.8000	-13.69	-30.59
1.0	-13.01	-28.75
2.0	-12.31	-27.03
1.6	-10.95	-23.96
2.0	-9.757	-21.38
2.5	-8.519	-18.74
3.0	-7.533	-16.64
4.0	-6.131	-13.59
5.0	-5.237	-11.55
6.0	-4.660	-10.16
7.0	-4.272	-9.169
8.0	-3.999	-8.425
9.0	-3.798	-7.848
10.0	-3.640	-7.379
12.0	-3.392	-6.638
16.0	-2.999	-5.566
20.0	-2.619	-4.725
25.0	-2.103	-3.804
30.0	-1.530	-2.951
40.0	-0.292	-1.427
50.0	0.848	-0.279
60.0	1.676	0.379
70.0	2.083	0.577
80.0	2.057	0.353
90.0	1.643	-0.110
100.0	0.920	-0.713
110.0	-0.025	-1.357
120.0	-1.112	-1.980
130.0	-2.261	-2.557
140.0	-3.405	-3.076
150.0	-4.476	-3.530
160.0	-5.414	-3.918
170.0	-6.161	-4.243
180.0	-6.663	-4.514

جدول ۴. مقادیر توابع بارگذاری گرین برای مدل پرم، در مورد جرم نقطه‌ای یک کیلوگرمی و با فرض شعاع زمین $a = 6.371 \times 10^5$ (m).

Ψ , deg	جابه‌جایی شعاعی ($\times 10^{12}$ (a Ψ))	اثر جاذبی ($\times 10^{18}$ (a Ψ))
0.0001	-42.187	-98.084
0.0010	-41.997	-97.663
0.0100	-40.095	-93.465
0.0200	-38.009	-88.858
0.0300	-35.974	-84.354
0.0400	-34.007	-79.990
0.0600	-30.343	-71.821
0.0800	-27.116	-64.566
0.1000	-24.379	-58.341
0.1600	-18.959	-45.577
0.2000	-17.105	-40.865
0.2500	-15.917	-37.502
0.3000	-15.370	-35.654
0.4000	-14.927	-33.744
0.5000	-14.637	-32.537
0.6000	-14.310	-31.469
0.8000	-13.584	-29.541
1.0	-12.829	-27.787
2.0	-12.118	-26.235
1.6	-10.871	-23.660
2.0	-9.782	-21.424
2.5	-8.522	-18.695
3.0	-7.562	-16.641
4.0	-6.217	-13.743
5.0	-5.320	-11.710
6.0	-4.680	-10.157
7.0	-4.303	-9.220
8.0	-3.994	-8.383
9.0	-3.803	-7.848
10.0	-3.633	-7.349
12.0	-3.393	-6.632
16.0	-3.003	-5.572
20.0	-2.614	-4.713
25.0	-2.083	-3.761
30.0	-1.496	-2.881
40.0	-0.245	-1.332
50.0	0.892	-0.189
60.0	1.703	0.441
70.0	2.088	0.580
80.0	2.041	0.338
90.0	1.6713	0.0151
100.0	0.884	-0.0765
110.0	-0.062	-1.413
120.0	-1.143	-2.036
130.0	-2.283	-2.602
140.0	-3.413	-3.100
150.0	-4.471	-3.532
160.0	-5.399	-3.904
170.0	-6.140	-4.224
180.0	-6.645	-4.492

بار، توابع گرین بهنجار شده به شکل زیر است:

$$u^*(\Psi) = \frac{-Gh'_\infty}{g_0(a\Psi)} \quad (21)$$

$$dL(\Psi) = G(\Psi)dm \quad (22)$$

مقایسه توابع گرین محاسبه برای چهار مدل متفاوت زمینی، نشان دهنده اختلاف کمتر از ۰/۰۴ میلی متر در جابه جایی شعاعی محاسبه شده است. بنابراین، انتخاب اعداد بارگذاری بر مبنای مدل های متفاوت رئولوژی کشسان زمین، تأثیر قابل ملاحظه ای بر جابه جایی شعاعی ناشی بارهای با زمان اثر کوتاه، ندارند. لازم به توضیح است مدل های فارل برای زمین کشسان است، که در موارد جزر و مدی کاملاً معتبر است. برای اثرات ناشی از بارهای با زمان اثر بلند تاکنون تلاش های بسیاری صورت گرفته که در اینجا برای نمونه می توان به پگیاتاکیس (۱۹۹۰)، که روی توابع گرین رفتار کشسان چسبناک زمین را لحاظ کرده است، اشاره کرد. در خاتمه لازم به ذکر است که حداکثر اختلاف بین عکس العمل زمین کشسان با کشسان چسبناک در حد ۱/۵ درصد در دامنه و ۰/۳ درجه در فاز است.

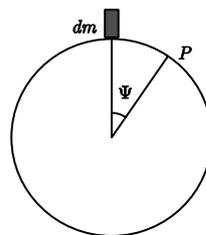
$$L = \int G(\Psi)dm \quad (23)$$

۶ روش محاسبه اثرات بار و تهیه نقشه های هم دامنه و هم فاز جابه جایی های شعاعی و تغییرات جاذبی برای محاسبه تأثیر بار جزر و مدی، اثر جرم نقطه ای dm را که در فاصله Ψ کروی، از نقطه مشاهداتی P قرار دارد در نظر می گیریم (شکل ۴):

$$L = \int \rho H G(\Psi) d\Omega \quad (24)$$

با در نظر گرفتن دامنه انتگرال (۲۳) روی یک کره، در حیطه برآورد کروی برای زمین است که در مورد آن المان سطحی به صورت $dm = \rho H d\Omega$ در خواهد آمد که در آن ρ چگالی المان جرمی و H ضخامت المان سطحی است. با اعمال این تقریب به رابطه (۲۳) خواهیم داشت:

حال برای محاسبه اثرات بار جزر و مدی با توجه به انتگرال بالا، نیازمند مدلی رئولوژیکی برای زمین و تعیین توابع گرین جابه جایی شعاعی و تغییرات جاذبه ای هستیم. همچنین باید از ضخامت ستون آب (ارتفاع لحظه ای سطح آب) و جرم حجمی آن استفاده کرد. با توجه به توضیحات بخش های قبلی با انتخاب مدلی کشسان برای رئولوژیکی زمین، توابع گرین مربوطه قابل محاسبه اند. مرحله بعدی، انتخاب مدل هم جزر و مدی برای تعیین ارتفاع لحظه ای سطح آب دریا است.



شکل ۴. بار جرمی نقطه ای اعمال شده بر زمین کروی.

$(0.5^\circ \times 0.5^\circ)$. با قرار دادن رابطه (۲۶) در انتگرال (۲۶) به رابطه زیر می‌رسیم.

$$L(\theta, \lambda) = \sum_{i=1}^N H(\theta', \lambda') G(\Psi_i) \rho_i \Delta S_i(\theta', \lambda') \quad (27)$$

با ثابت در نظر گرفتن چگالی آب داریم:

$$L(\theta, \lambda) = \rho_w \sum_{i=1}^N H(\theta', \lambda') G(\Psi_i) \Delta S_i(\theta', \lambda') \quad (28)$$

در رابطه (۲۸)، N تعداد گریدهای شبکه مدل جزر و مدی و $\Delta S_i(\theta', \lambda')$ مساحت سلول i ام در نقطه بارگذاری است. نتیجه ضرب سطح گریدهای شبکه مدل جزر و مدی در ارتفاع جزر و مد، حجم ستون آب است و چنانچه این حجم در چگالی آب ضرب شود جرم ستون آب به دست می‌آید. نتیجه ضرب نهایی در توابع گرین، سهم این بار را در نقطه مشاهداتی مشخص خواهد ساخت.

۷ منابع ایجاد خطا در محاسبه اثرات بارگذاری

در محاسبه تأثیرات بارگذاری با استفاده از روش بالا، دو منبع اصلی خطا عبارت‌اند از: (۱) خطاهای مدل‌های جزر و مدی تقریب‌های توابع گرین مورد استفاده. مدل‌های جزر و مدی جهانی امروزه عمدتاً از راه اطلاعات ارتفاع‌سنجی ماهواره‌ای تأمین می‌شوند، که خود تحت تأثیر خطای مشاهدات، مدل‌های ریاضی و کالیبره کردن‌های مربوطه است. خطای توابع گرین ناشی از تقریب‌های در نظر گرفته شده برای شکل زمین (برای مثال در اینجا مدل کروی برای زمین در نظر گرفته شد) و رئولوژی در نظر گرفته شده برای زمین (که در این تحقیق از زمین کشسان با تقارن شعاعی استفاده شد) است. به علاوه در تبدیل اثر جرم بار به نیرو نیاز به شتاب جاذبه زمین است که ثابت فرض کردن آن (همان‌گونه که در این تحقیق عمل شد) خود یک عامل بروز خطا است.

برای محاسبه اثر جاذبه‌ای و جابه‌جایی‌های شعاعی بار جزر و مدی در نقطه مشاهداتی θ, λ ، کافی است که اطلاعات یاد شده را در انتگرالی به صورت زیر و با استفاده از توابع گرین مناسب وارد کنیم.

$$L(\theta, \lambda) = \rho_w \int_{\lambda=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} a^2 H(\theta', \lambda') G(\Psi) \sin \theta' d\theta' d\lambda' \quad (25)$$

در معادله (۲۵)، $L(\theta, \lambda)$ اثر بار وارده بر پوسته، به صورت تغییر در شتاب گرانی یا جابه‌جایی شعاعی برحسب تابع گرین $G(\Psi)$ مورد استفاده، در نقطه محاسبه (θ, λ) ، ρ_w چگالی آب و $H(\theta', \lambda')$ ارتفاع جزر و مد در نقطه بارگذاری است.

در رابطه (۲۵) H ارتفاع جزر و مدی است که به کمک مدل‌های جهانی جزر و مدی موجود، قابل محاسبه است. مدل‌های جزر و مدی غالباً به صورت سری هارمونیک‌های کروی و یا به صورت فایل‌های ماتریس برحسب دامنه، فاز و بسامد مؤلفه‌های جزر و مدی ارائه می‌شوند.

در این تحقیق برای جزر و مد در منطقه بررسی (دریای عمان و خلیج فارس) از ۴ مؤلفه اصلی جزر و مدی (M_2, S_2, N_2 و K_2) استفاده شد و تغییرات لحظه‌ای جزر و مد از رابطه زیر به دست آمد:

$$H_{ot} = \sum_{j=1}^n H_{j,ot} = \sum_{j=1}^n A_j \cos(\omega_j t + \phi_j) \quad (26)$$

در رابطه (۲۶)، n تعداد کل مؤلفه‌های جزر و مدی (در این تحقیق ۴)، A_j و ω_j به ترتیب دامنه و بسامد و فاز مؤلفه‌های جزر و مدی در نظر گرفته شده‌اند. در این بررسی همچنین از شبکه‌های با توان تفکیک متفاوت برای برآورد تغییرات جزر و مدی و مشخص کردن تأثیر توان تفکیک بر نتیجه اثر بار جزر و مدی، استفاده شد. شبکه‌های در نظر گرفته شده عبارت‌اند از: $(0.25^\circ \times 0.25^\circ)$ ، $(0.5^\circ \times 0.5^\circ)$ ، $(1^\circ \times 1^\circ)$

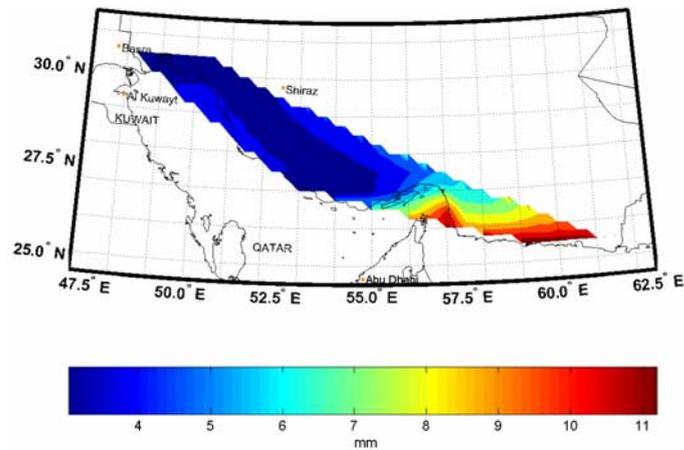
۸ بررسی موردی

در این تحقیق با توجه به روابط ارائه شده در بخش‌های قبل، با فرض مدل کاملاً کشسان PREM برای زمین و توابع گرین نرمالیزه شده فارل که فرانسویس و مزگا (۱۹۹۰) آن را محاسبه کرده‌اند، در تعداد ۵۳ نقطه واقع در سواحل دریای عمان و خلیج فارس که مختصات آنها در جدول ۵ ارائه شده، نقشه‌های هم‌دامنه و هم‌فاز جابه‌جایی شعاعی پوسته تحت تأثیر بار جزر و مدی و نیز تغییر در جاذبه تحت تأثیر بار یاد شده محاسبه شد. برای مدل جزر

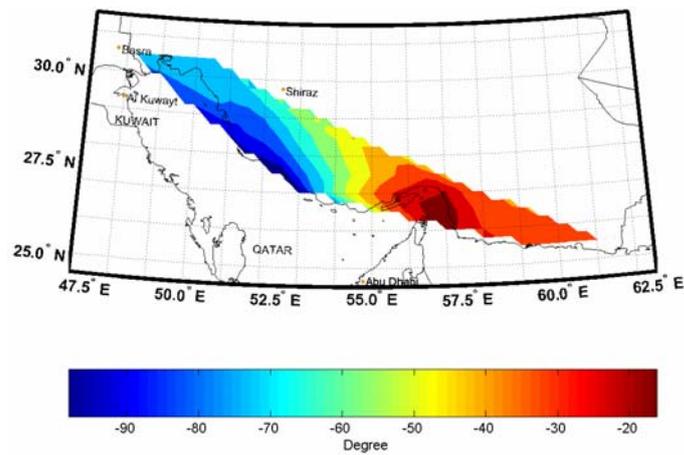
و مدی ۴ مدل جهانی CSR4.0، FES99، GOT00.2، NAO99.b به کار رفت، تا از این راه بتوان به بررسی تأثیر مدل‌های جزر و مدی روی نتایج حاصل نیز پرداخت. با توجه به کثرت حالات و نتایج مورد مطالعه، با احتساب ۴ مؤلفه جزر و مدی و ۴ مدل جزر و مدی یاد شده، در این مقاله صرفاً به ارائه نقشه‌های هم‌دامنه و هم‌فاز جابه‌جایی شعاعی و تغییرات جاذبی ناشی از مؤلفه M2 در نقاط یاد شده اکتفا شده است. شکل‌های ۵ تا ۲۰ بیانگر نتایج حاصل‌اند.

جدول ۵. مختصات نقاط مورد بررسی در دستگاه مختصات کروی.

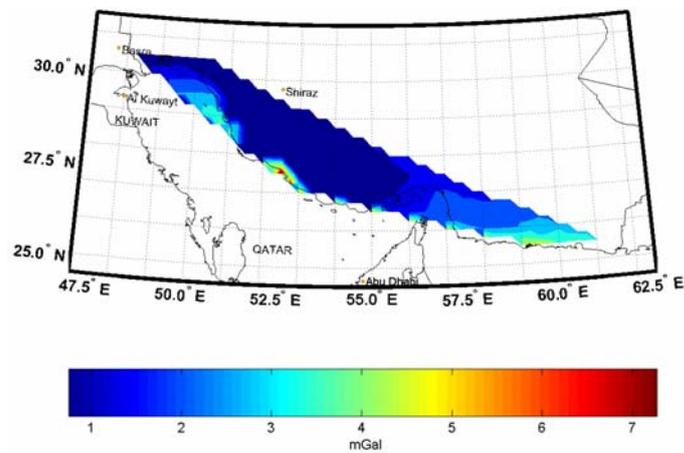
عرض جغرافیایی (درجه)	طول جغرافیایی (درجه)	شماره ایستگاه	عرض جغرافیایی (درجه)	طول جغرافیایی (درجه)	شماره ایستگاه
25.5	59.0	1	27.5	54.0	28
25.5	59.5	2	27.5	54.5	29
25.5	60.0	3	27.5	55.0	30
25.5	60.5	4	27.5	55.5	31
25.5	61.0	5	27.5	56.0	32
25.5	61.5	6	27.5	56.5	33
26.0	57.0	7	28.0	51.5	34
26.0	57.5	8	28.0	52.0	35
26.0	58.0	9	28.0	52.5	36
26.0	58.5	10	28.5	51.0	37
26.0	59.0	11	28.5	51.5	38
26.5	57.0	12	28.5	52.0	39
26.5	57.5	13	29.0	51.0	40
26.5	58.0	14	29.0	51.5	41
26.5	58.5	15	29.0	52.0	42
27.0	53.0	16	29.5	50.5	43
27.0	53.5	17	29.5	51.0	44
27.0	54.0	18	29.5	51.5	45
27.0	54.5	19	30.0	50.5	46
27.0	55.0	20	30.0	51.0	47
27.0	55.5	21	30.5	48.0	48
27.0	57.0	22	30.5	48.5	49
27.0	57.5	23	30.5	49.0	50
27.0	58.0	24	30.5	49.5	51
27.5	52.5	25	30.5	50.0	52
27.5	53.0	26	30.5	50.5	53
27.5	53.5	27			



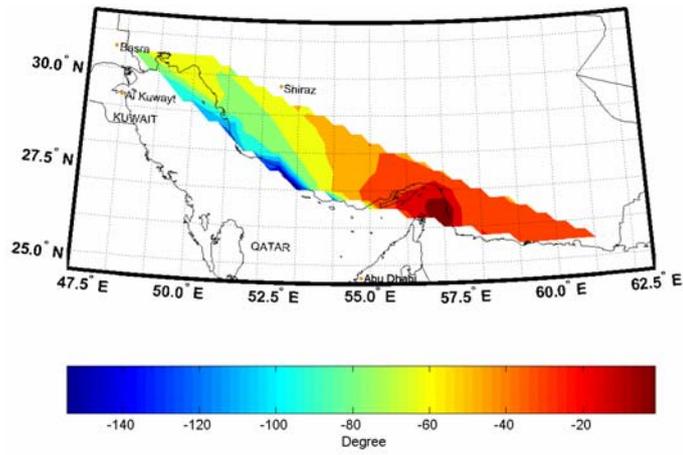
شکل ۵. دامنه جابه‌جایی‌های شعاعی برای مؤلفه جزر و مدی M_2 با استفاده از مدل جزر و مدی CSR4.0.



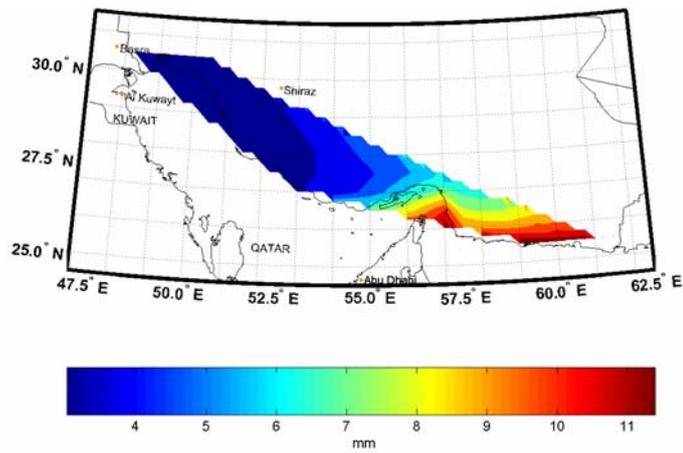
شکل ۶. مقادیر فاز جابه‌جایی‌های شعاعی برای مؤلفه جزر و مدی M_2 با استفاده از مدل جزر و مدی CSR4.0.



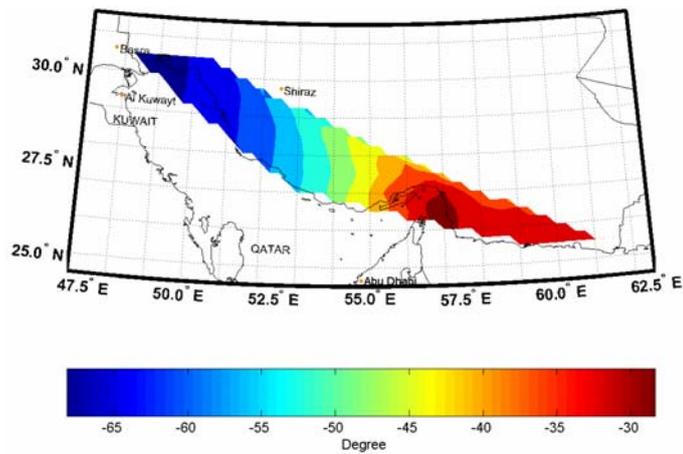
شکل ۷. مقادیر دامنه تغییرات جاذبه‌ای برای مؤلفه جزر و مدی M_2 با استفاده از مدل جزر و مدی CSR4.0.



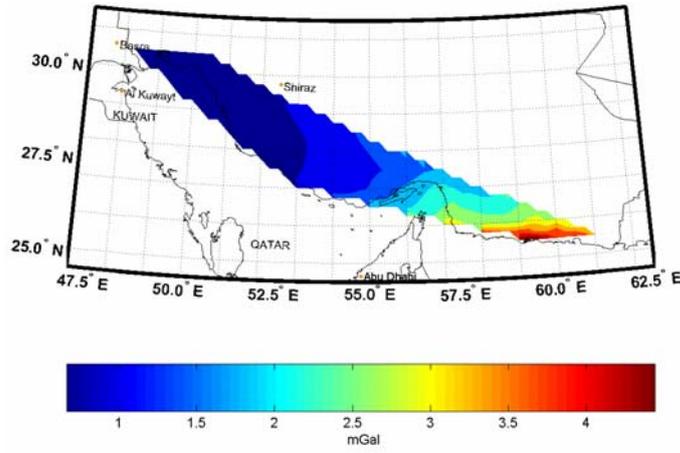
شکل ۸. مقادیر فاز تغییرات جاذبی شعاعی برای مؤلفه جزر و مدی M_2 با استفاده از مدل جزر و مدی CSR4.0.



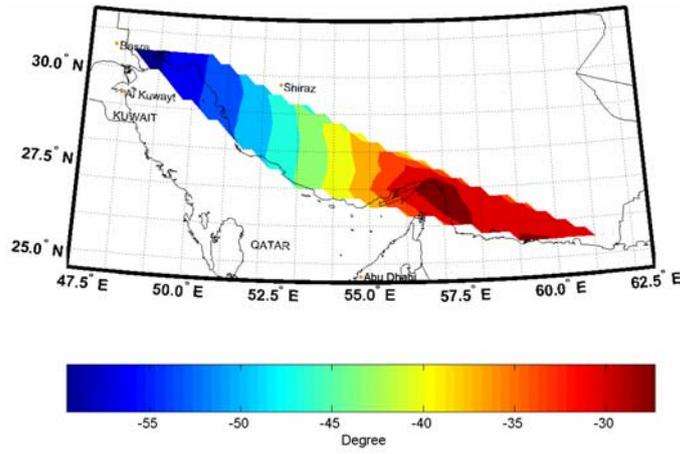
شکل ۹. دامنه جابه‌جایی‌های شعاعی برای مؤلفه جزر و مدی M_2 با استفاده از مدل جزر و مدی FES99.



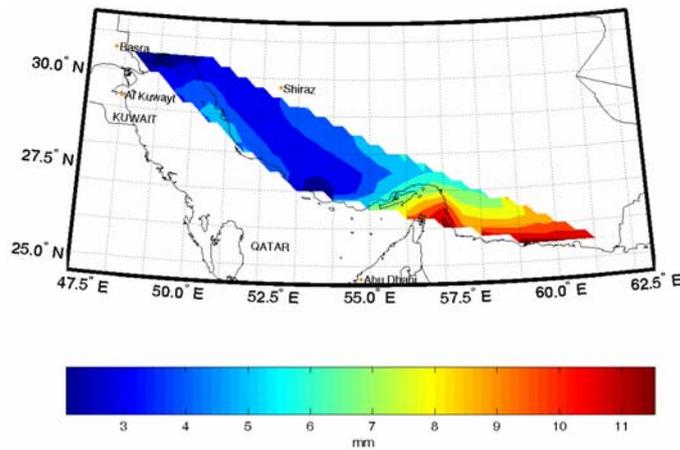
شکل ۱۰. مقادیر فاز جابه‌جایی‌های شعاعی برای مؤلفه جزر و مدی M_2 با استفاده از مدل جزر و مدی FES99.



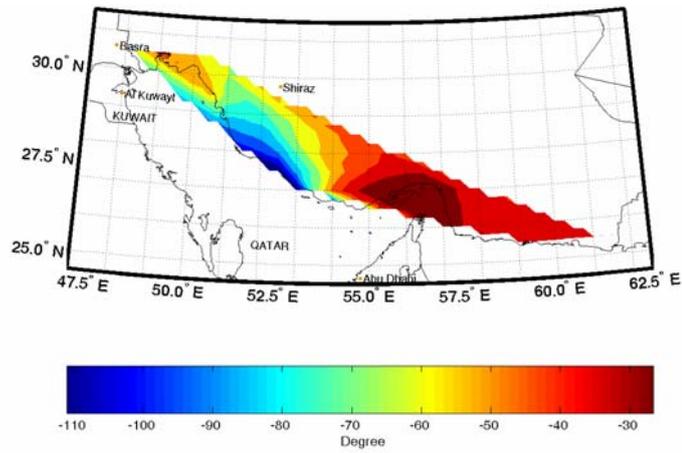
شکل ۱۱. مقادیر دامنه تغییرات جاذبی شعاعی برای مؤلفه جزر و مدی M_2 با استفاده از مدل جزر و مدی FES99.



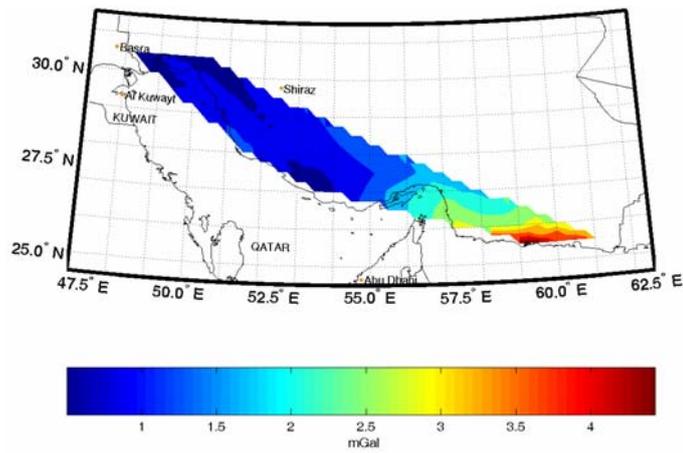
شکل ۱۲. مقادیر فاز تغییرات جاذبی شعاعی برای مؤلفه جزر و مدی M_2 با استفاده از مدل جزر و مدی FES99.



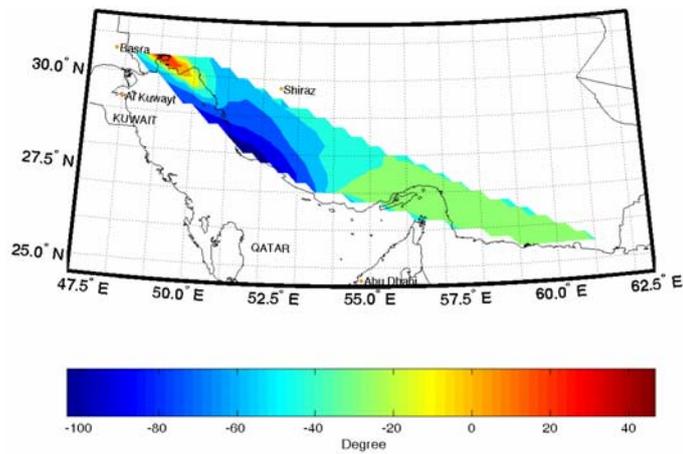
شکل ۱۳. دامنه جابه‌جایی‌های شعاعی برای مؤلفه جزر و مدی M_2 با استفاده از مدل جزر و مدی NAO99.b.



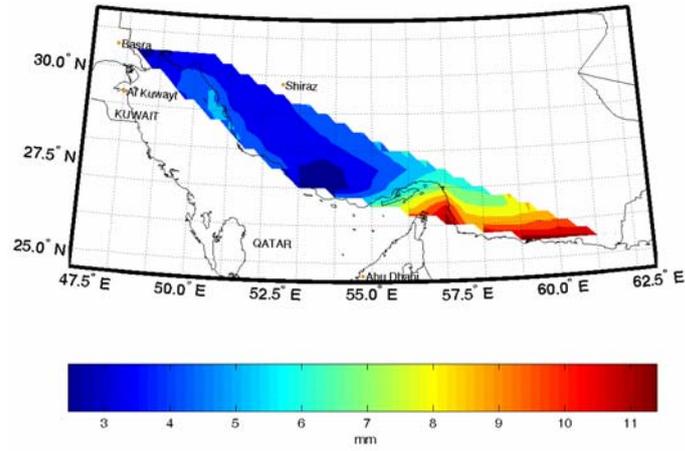
شکل ۱۴. مقادیر فاز جابه‌جایی‌های شعاعی برای مؤلفه جزر و مدی M_2 با استفاده از مدل جزر و مدی NAO99.b.



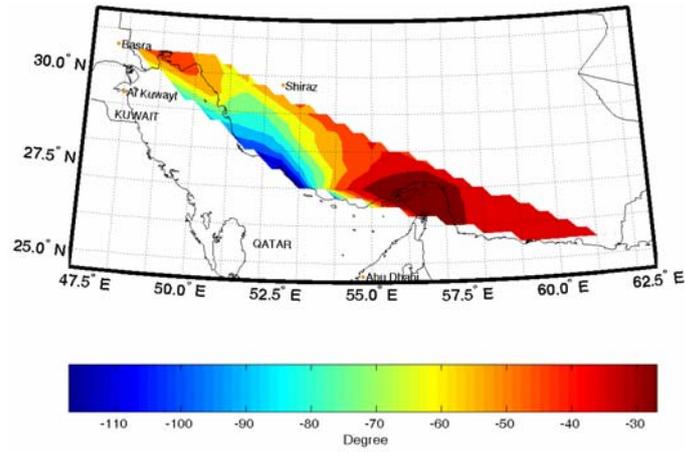
شکل ۱۵. مقادیر دامنه تغییرات جاذبی شعاعی برای مؤلفه جزر و مدی M_2 با استفاده از مدل جزر و مدی NAO99.b.



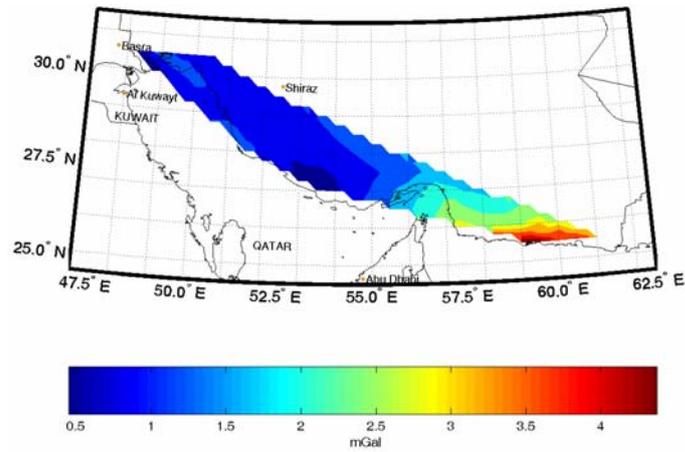
شکل ۱۶. مقادیر فاز تغییرات جاذبی شعاعی برای مؤلفه جزر و مدی M_2 با استفاده از مدل جزر و مدی NAO99.b.



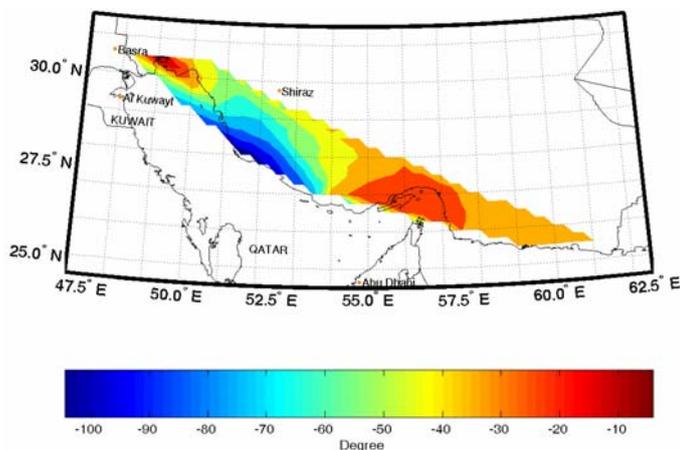
شکل ۱۷. دامنه جابه‌جایی‌های شعاعی برای مؤلفه جزر و مدی M_2 با استفاده از مدل جزر و مدی GOT00.2.



شکل ۱۸. مقادیر فاز جابه‌جایی‌های شعاعی برای مؤلفه جزر و مدی M_2 با استفاده از مدل جزر و مدی GOT00.2.



شکل ۱۹. مقادیر دامنه تغییرات جاذبی شعاعی برای مؤلفه جزر و مدی M_2 با استفاده از مدل جزر و مدی GOT00.2.



شکل ۲۰. مقادیر فاز تغییرات جاذبی شعاعی برای مؤلفه جزر و مدی M_2 با استفاده از مدل جزر و مدی GOT00.2.

۹ بحث و نتیجه گیری

در این مقاله اثر جابه جایی آب دریا، تحت تأثیر جزر و مد در قالب تغییرات شعاعی پوسته و نیز تغییر در شتاب جاذبه، مورد بررسی قرار گرفت و در ۵۳ نقطه در سواحل دریای عمان و خلیج فارس در قالب نقشه های هم تغییر شعاعی و هم تغییر جاذبه ای ارائه شد. همه اصول نظری محاسبه اثر بار جزر و مدی برای یک زمین کروی، با پوسته کاملاً کشسان و مدل ساختاری PREM و توابع گرین مربوطه ارائه شد. برای دریافت اطلاعات جزر و مدی ۴ مدل جهانی جزر و مدی مورد استفاده قرار گرفت و اثرات بار جزر و مدی برای این چهار مدل محاسبه شد. جدول های ۶ و ۷ تفاوت حاصل از تأثیر بار جزر و مدی بر پوسته را در قالب جابه جایی شعاعی و تغییر شتاب گرانی براساس مدل های جزر و مدی به کار برده شده است. همان گونه که در نتایج این جداول ملاحظه می شود، تأثیر مدل جزر و مدی در تغییر شکل حاصل از بار جزر و مدی در نقاط ساحلی در مسئله موردی در نظر گرفته شده در

حالت ماکزیموم ۰/۲۸ میلی متر و در حالت مینیموم ۰/۰۶ میلیمتر و برای تغییرات شتاب جاذبه نیز در محدوده ۰/۰۴ تا ۰/۹۰ میکروگال بود که در هر دو مورد در حد قابل اغماض است. همچنین این بررسی بیانگر این مهم است که سازمان های دست اندکار ترازایی دقیق و گرانی سنجی در مناطق ساحل، می بایست به اثر غیر مستقیم جزر و مد توجه داشته باشند و اعمال تصحیحات آن را مد نظر قرار دهند. این موضوع همچنین در خصوص ایستگاه های دائمی GPS ساحلی صادق است. امید آنکه نتایج تحقیق حاضر به مثابه راهنمایی مناسب مورد استفاده متخصصین قرار گیرد.

تشکر و قدردانی

از معاونت پژوهشی دانشگاه تهران و پردیس دانشکده های فنی به سبب حمایت مالی از این تحقیق در قالب طرح پژوهشی شماره ۸۱۰۳۹۱۸/۱/۰۲ تشکر و قدردانی می شود.

جدول ۶. میانگین اختلاف جابه‌جایی شعاعی پوسته تحت تأثیر مدل‌های جزر و مدی متفاوت در ۵۳ نقطه‌گزین شده در خلیج فارس و دریای عمان (برحسب میلی‌متر).

مدل جزر و مدی	CSR4.0	FES99	GOT00.2	NAO99.b
CSR4.0	0	-0.15 ± 0.09	-0.28 ± 0.05	-0.22 ± 0.08
FES99	0.15 ± 0.09	0	-0.13 ± 0.16	-0.07 ± 0.10
GOT00.2	0.28 ± 0.05	0.13 ± 0.16	0	0.06 ± 0.05
NAO99.b	0.22 ± 0.08	0.8 ± 0.10	-0.6 ± 0.05	0

جدول ۷. میانگین اختلاف تغییرات جاذبه‌ی شعاعی تحت تأثیر مدل‌های جزر و مدی مختلف در ۵۳ نقطه‌تست در خلیج فارس و دریای عمان (برحسب میکروگال).

مدل جزر و مدی	CSR4.0	FES99	GOT00.2	NAO99.b
CSR4.0	0	0.45 ± 0.29	-0.45 ± 0.26	-0.41 ± 0.24
FES99	0.45 ± 0.29	0	-0.90 ± 0.41	-0.86 ± 0.39
GOT00.2	0.45 ± 0.26	0.90 ± 0.41	0	0.04 ± 0.05
NAO99.b	0.41 ± 0.24	0.86 ± 0.39	-0.4 ± 0.05	0

منابع

- Farrell, W. E., 1973, Earth tides, ocean tides and tidal loading. R. Soc. Land., **A274**, 253-259.
- Francis, O., and Mazzega, P., 1990, Global charts of ocean tide loading effects. J. Geophys. Res., 95 (C7), 11, 411-11, 424.
- Goad, C. C., 1980, Gravimetric tidal loading computed from integrated Green's functions. J. Geophys. Res., 85, 2 679-2 683.
- Jobert, G., 1960, Perturbations des marees terrestres, Ann. Geophys. Paris, 16, 1.
- Khan, S. A., 2005, Surface deformations analyzed using GPS time series. Scientific report No.1, Danish National Space Center.
- Longman, I. M., 1962, A Greens function for determining the deformation of the Earth under surface mass loads (Theory), J. Geophys. Res., 845-850.
- Longman, I. M., 1963, A Green's function for determining the deformation of the Earth under surface mass loads, 2, J. Geophys. Res., **68**, 485-496.
- Mitrovica, J. X., Davis, J. L., and Shapiro, I. I., 1990, A spectral formalism for computing 3-D deformations due to surface loads, (Theory). J. Geophys. Res., **99**, 7057-7073.
- Munk, W. H., and MacDonald, G. J. F. 1960, The Rotation of the Earth, 323 pp., Cambridge University Press, New York.
- Agnew, D. C., 1983, Conservation of mass in tidal loading computations, Geophys. J. Roy. Astron. Soc., **72**, 321-325.
- Alterman, Z., Jarosch, H., and Pekeris, C. L., 1959, Oscillations of the Earth. Proc. Roy. Soc. London, **A252**, 80-95.
- Baker, T. F., 1980, Tidal gravity in Britain: tidal loading and the spatial distribution of the marine tide. Geophys. J. Roy. Astron. Soc., **62**, 249-267.
- Baker, T. F., 1984, Tidal deformations of the Earth, Sci. Prys., **69**, 197-233.
- Caputo, M., 1961, Deformation of a layered earth by an axially symmetric surface mass distribution, J. Geophys. Res., **66**, 1479.
- Caputo, M., 1962, Tables for the deformation of an earth model by surface mass distributions, J. Geophys. Res., **67**, 1611.
- Dodson, A. H., and Baker, T. F., 1999, Ocean tide loading effects on height, Geodesy Surveying in the Future. The importance of heights, Gavle, Sweden, 15-17 March, 1999.
- Dziewonski, A. M., and Anderson, D. L., 1981, Preliminary Reference Earth Model. Phys. Earth Planet In., **25**, 297-356.
- Farrell, W. E., 1972, Deformation of the earth by surface loads, Rev. Geophys. Space Phys., **10**, 761-797.

- Van Dam, T., Plag, H. P., Francis, O., and Gegout, P., 2003. GGFC Special Bureau for Loading: Current status and Plans. In: B. Richter, W. Schwegmann, and W. R. Dick. (Eds.) Proceedings of the IERS Workshop on Combination Research and Global Geophysical Fluids, Bavarian Academy of Sciences, Munich, Germany, 18-21 November 2002. IERS Tech. Note, **30**, 180-198.
- Wahr, J. M., 1981, Body tides on an elliptical, rotating, elastic and oceanless Earth. Geophys. J. Res. Astron. Soc., **64**, 677-703.
- Wang, H., Hsu, H. T., and Zhu, Y. Z., 2002, Prediction of surface horizontal displacements, and gravity and tilt changes caused by filling the Three Gorges Reservoir. J. Geodesy., **76**, 105-104.
- Wessel, P., and Smith, W. H. F., 1996, A global, self-consistent, hierarchical, high-resolution shoreline data base, J. Geophys. Res., **101**, 8741-8743.
- Vaničhek, P., and Krakiwsky, E., 1986, Geodesy, the concepts. Elsevier Science Publishers, 1986.
- Pagiatakis, S. D., 1990, The response of a realistic Earth to ocean tide loading. Geophys. J. Int., **103**, 541-560.
- Pekeris, C. L., 1978, The bodily tide and the yielding of the Earth due to tidal loading. Geophys. J. Roy. Astron. Soc., **52**, 471-478.
- Pekeris, C. L., and Jarosch, H., 1958, The free oscillations of the Earth. In: Contributions in Geophysics: In Honor of Beno Gutenberg, Pergamont, New York. 171-192.
- Scherneck, H. G. 1983, Crustal loading affecting VLBI sites. University of Uppasala, Report no. 20, Department of Geodesy, Uppasala 1983.
- Scherneck, H. G., 1991, A parameterized solid Earth tide model and ocean tide loading effects for global geodetic baseline measurements. Geophys. J. Int., **106**, 677-694.
- Schrama, E. J. O., 2005, Three algorithms for the computation of tidal loading and their numerical accuracy. J. Geodesy., **78**, 707-714.
- Slichter, L. B., and Caputo, M., 1960, Deformation of an Earth model by surface pressures. J. Geophys. Res., **65**, 4151-4156.