فیزیک زمین و فضا، دوره ۴۸، شماره ۱، بهار ۱۴۰۱، صفحهٔ ۱۳- ۳۱ (مقاله پژوهشی) **DOI:** 10.22059/JESPHYS.2021.321252.1007308

تلفیق مشاهدات رخداد آکولتیشن در توموگرافی ضرایب شکست تر جو با استفاده از مدل‌های تابعی سه‌بعدی و چهاربعدی

مسعود دهواری[۱]، سعید فرزانه[۲*] و محمدعلی شریفی[۳]

۱. دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی نقشه‌برداری و اطلاعات مکانی، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران، تهران، ایران
۲. استادیار، دانشکده مهندسی نقشه‌برداری و اطلاعات مکانی، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران، تهران، ایران
۳. دانشیار، دانشکده مهندسی نقشه‌برداری و اطلاعات مکانی، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران، تهران، ایران

(دریافت: ۱۴۰۰/۱/۱۸، پذیرش نهایی: ۱۴۰۰/۶/۲۹)

چکیده

بخارآب یکی از مهم‌ترین شاخص‌های جوی است که تعیین دقیق آن به افزایش دقت مدل‌های عددی هواشناسی کمک فراوانی می‌کند. اما تغییرات شدید این پارامتر در مکان و زمان باعث شده است که نتوان مدلی دقیق برای این پارامتر ارائه کرد و درنتیجه مدل‌های عددی هواشناسی دقت لازم را در پیش‌بینی این پارامتر نداشته باشند. امروزه با استفاده از مشاهدات GNSS و به‌کارگیری روش توموگرافی می‌توان ضرایب شکست تر در هر یک از المان‌های حجمی در نظر گرفته‌شده را برآورد کرد. اما یکی از پارامترهای تعیین‌کننده دقت مسائل توموگرافی توزیع سیگنال‌های GNSS در داخل شبکه است. استفاده از مشاهدات رخداد آکولتیشن می‌تواند باعث افزایش تعداد مشاهدات از جنس پارامترهای جوی حتی در نقاطی که مشاهدات ایستگاه‌های GNSS حضور ندارد، شود. هدف از این تحقیق تلفیق مشاهدات آکولتیشن با مشاهدات GPS به‌منظور بالابردن دقت ضرایب شکست برآورد شده در توموگرافی تابعی تروپوسفر است. به‌منظور برآورد کردن مجهولات مسئله توموگرافی از مدل تابعی با کمک هارمونیک‌های کلاه‌کروی به‌همراه توابع متعامد تجربی برای تشکیل مدل سه‌بعدی استفاده شده است. همچنین از توابع پایه اسپیلاین برای نمایش توزیع ضرایب شکست تر در زمان و تشکیل مدل چهاربعدی بهره گرفته‌شده است. منطقه مورد مطالعه، شبکه ایستگاه‌های دائمی در کالیفرنیا در نظر گرفته شده است. پروفیل ضرایب شکست تر حاصل از توموگرافی در دو اپک زمانی (دو فصل مختلف) محاسبه شدشده و با داده‌های رادیوسوند مقایسه می‌شوند. نتایج نشان می‌دهد که استفاده از مشاهدات آکولتیشن در کنار مشاهدات زمینی GPS در توموگرافی انجام‌شده با استفاده از مدل‌های تابعی سه‌بعدی و چهاربعدی می‌تواند مقدار RMSE پروفیل‌های ضرایب شکست تر را تا حدود ۸ درصد نسبت به توموگرافی انجام‌شده فقط با استفاده از مشاهدات GPS بهبود دهد.

واژه‌های کلیدی: هارمونیک‌های کلاه‌کروی، رادیوسوند، برآورد مؤلفه‌های واریانس، تأخیر تروپوسفری تر، توابع اسپیلاین پایه.

۱. مقدمه

بخارآب موجود در جو سیگنال‌های مشاهدات ماهواره‌ای را تحت‌تأثیر قرار می‌دهد و عدم‌وابستگی این پارامتر به مکان و زمان باعث شده است که نتوان امروزه مدلی ثابت و دقیق را برای تصحیح اثر آن بر روی مشاهدات ماهواره‌ای ارائه داد (بویس و همکاران، ۱۹۹۲). امروزه با توجه به کمبود و توزیع ناهمگون ایستگاه‌های رادیوسوند که مقدار بخارآب موجود در لایه‌های مختلف جو را اندازه‌گیری می‌کنند، امکان پویش بخارآب به‌صورت جهانی و مداوم وجود ندارد و همین امر باعث شده است تا مدل‌های عددی هواشناسی دقت لازم در پیش‌بینی این پارامتر را نداشته باشند. اندازه‌گیری و پایش بخارآب در مکان و زمان می‌تواند تغییرات اقلیمی یک منطقه را نشان داده و همچنین مدل‌های عددی موجود را بهبود بخشد (بندر و همکاران، ۲۰۱۱). همچنین با دانستن مقدار بخارآب می‌توان تأثیر جو را روی سیگنال‌های مشاهداتی ماهواره‌ای تصحیح کرد و از مشاهداتی با دقت بهتر برای اهداف ژئودزی بهره گرفت. افزایش تعداد ایستگاه‌های سیستم‌های ماهواره‌ای ناوبری جهانی (GNSS، Global Navigation Satellite System) و همچنین دارا بودن مشاهداتی با قدرت تفکیک زمانی بالا، باعث شده است که امروزه سیستم GNSS به یکی از مهم‌ترین ابزارهای پایش پارامترهای جوی تبدیل شود (فلورس و همکاران،

*نگارنده رابط: farzaneh@ut.ac.ir

۲۰۰۰). با توجه به عبور سیگنال‌های ماهواره‌های GNSS از جو، مشاهدات آن تحت تأثیر تأخیر تروپوسفری تر قرار می‌گیرند و با استفاده از تعیین موقعیت دقیق می‌توان مقدار تأخیر تروپوسفری تر را محاسبه کرد (سوبرینا و همکاران، ۲۰۱۳). بنابراین این مشاهدات دارای اطلاعات مفیدی از ساختار بخارآب موجود در جو می‌باشند. از اولین مطالعاتی که توانایی مشاهدات GNSS در به‌دست‌آوردن بخارآب و پارامترهای جوی موجود در جو را در مقایسه با روش‌هایی مانند رادیوسوند نشان داد می‌توان به بویس و همکاران (۱۹۹۲) اشاره کرد. این دسته از مطالعات فقط مقدار ضرایب شکست تر و یا بخارآب موجود در جو را مشخص کرده و قادر به نشان دادن ساختار و پراکندگی آن در جو نیستند.

یکی از راه‌هایی که می‌توان توزیع بخارآب یا ضرایب شکست تر موجود در منطقه را نشان داد استفاده از روش توموگرافی است که در آن مقدار ضرایب شکست تر موجود در هر المان حجمی ثابت فرض می‌شود و با استفاده از مشاهدات ایستگاه‌های GNSS موجود در شبکه به‌صورت مسئله معکوس مقدار ضرایب شکست تر موجود در شبکه را برآورد کرد (بندر و راب، ۲۰۰۷). مقدار تأخیر تروپوسفری مشاهدات GNSS اطلاعاتی در مورد توزیع مکانی ضرایب شکست تر در طول مسیر ماهواره ارائه نمی‌دهد اما با استفاده از روش توموگرافی و حل مسئله معکوس، توزیع مکانی ضرایب شکست تر در منطقه را به‌دست آورد؛ بنابراین روش توموگرافی این مزیت را دارد که می‌توان با استفاده از آن پروفیل‌های ضریب شکست تر را به‌دست آورد (آلفانک، ۲۰۱۳). از اولین تحقیقات به‌کمک روش توموگرافی درزمینه بخارآب می‌توان به فلورس و همکاران (۲۰۰۰) در منطقه هاوایی اشاره کرد. توزیع ناهمگون ایستگاه‌ها در شبکه، خطاهای موجود در مشاهدات و همچنین موازی بودن برخی از سیگنال‌ها، باعث می‌شود تا سیگنال‌های ماهواره‌های GNSS از قسمت‌هایی از شبکه عبور نکنند و این مشکلات باعث بدشرطی و همچنین بدوضعی مسئله توموگرافی می‌شوند (چمپولیون و همکاران، ۲۰۰۵). هیراهیرا (۲۰۰۰) برای حل مسئله با کمک روش‌های پایدارسازی غیرتکراری به مسئله قیدهایی در راستای افقی و ارتفاعی اضافه کرد. همچنین (بندر و همکاران، ۲۰۱۱) برای حل مسئله توموگرافی از روش‌های پایدارسازی تکراری بهره گرفته بود.

ازجمله کارهای توموگرافی که در ایران انجام‌گرفته است می‌توان (اداوی و مشهدی حسین‌علی، ۲۰۱۴) را نام برد که در آن با کمک روش‌های تکراری پایدارسازی در منطقه شمال غربی ایران توزیع چهاربعدی ضرایب شکست تر محاسبه‌شده بود. از دیگر تحقیقات انجام‌شده در ایران می‌توان (حاجی‌آقاجانی و عامریان، ۲۰۱۷) را نام برد که در آن با استفاده از روش بازیابی اشعه و همچنین پایدارسازی تکراری (Least-Squares QR ،LSQR) چگالی بخارآب با دقتی بین ۰/۱۹ gr/m^3 تا ۰/۵ gr/m^3 برآورد کرده است. همچنین (حاجی اقاجانی و عامریان، ۲۰۱۷) در مطالعه‌ای که برروی ایستگاه GPS موجود در شهر تهران انجام‌گرفته، نشان دادند که استفاده از روش پایدارسازی هیبرید مقدار (Root Mean Square ،RMS) را برای چگالی بخارآب در حدود ۰/۳۹ gr/m^3 نسبت به روش LSQR کاهش می‌دهد.

در روش‌های توموگرافی المان حجمی به‌علت نیاز به تقسیم‌بندی منطقه موردمطالعه، همواره تعداد مجهولات زیاد است. حاجی‌آقاجانی و همکاران (۲۰۲۰b) برای ارائه یک مدل توموگرافی با قدرت تفکیک مکانی زیاد، روشی را برای تقسیم‌بندی المان‌های حجمی را ارائه دادند که در آن با استفاده از داده‌های مدل عددی (WRF، Weather Research and Forecasting) المان‌های حجمی که در آنها تغییرات بخارآب کم است به یکدیگر تلفیق‌شده و بدین‌ترتیب تعداد مجهولات مسئله کاهش می‌یابد. در رویکردی برای کاهش مجهولات توموگرافی، می‌توان با استفاده از مدل‌های تابعی مجهولات مسئله را به توابع پایه متعامدی بسط داد. در این صورت مجهولات شامل ضرایب توابع پایه متعامد خواهند بود که تعداد آنها

خیلی کمتر از مجهولات اولیه مسئله یعنی ضرایب شکست تر است (آلفانک، ۲۰۱۳؛ لیو، ۲۰۰۴؛ لیمبرگر، ۲۰۱۵). از اولین مطالعات انجام‌شده توسط مدل‌های تابعی برروی تروپوسفر می‌توان ژائو و همکاران (۲۰۱۸) را نام برد که در آن از یک تابع چندجمله‌ای برای نمایش توزیع چگالی بخارآب را در هر لایه استفاده‌شده بود. همچنین در تحقیقی دیگر حاجی‌آقاجانی و عامریان (۲۰۲۰a) با ارائه یک مدل تابعی برای چگالی بخارآب در لایه‌های مختلف ارتفاعی با استفاده از توابع پایه اسپیلاین نشان دادند که دقت توموگرافی مدل تابعی بیشتر از توموگرافی بر مبنای المان حجمی است. برخلاف تحقیقاتی که از مدل تابعی فقط برای نمایش توزیع چگالی بخارآب در لایه‌های مختلف استفاده کرده بودند، می‌توان مستقیماً مجهولات مسئله توموگرافی یا پارامترهای موردنظر در المان‌های حجمی مختلف را به توابع پایه متعامد بسط داد. در این صورت فقط یک مدل تابعی برای نمایش توزیع مجهولات در ارتفاعات مختلف در نظر گرفته می‌شود. ازجمله این توابع پایه می‌توان هارمونیک‌های کروی را برای نشان دادن یک میدان در سطح جهانی نام برد. این توابع پایه برای نشان دادن میدان در سطح جهانی مناسب می‌باشند و اگر بخواهیم میدان را در منطقه‌ای با دقت بیشتری برآورد کنیم باید درجه هارمونیک‌های کروی یا تعداد ضرایب مجهول را افزایش داد. این افزایش در تعداد مجهولات علاوه‌بر افزایش حجم محاسبات باعث ناپایدارتر شدن مسئله می‌شود (آلفانک، ۲۰۱۳). هاینز (۱۹۸۵) نشان داد که می‌توان با اعمال تغییراتی در توابع هارمونیک کروی، از آنها برای مدل‌کردن میدان در ناحیه‌ای از کره استفاده و آنها را هارمونیک‌های کلاه‌کروی (Spherical Cap Harmonic) اسم‌گذاری کرد.آلفانک (۲۰۱۳) نشان داد که می‌توان از آنالیز هارمونیک‌های کلاه‌کروی برای به‌دست آوردن توزیع سطحی چگالی الکترون و همچنین از توابع متعامد تجربی (Empirical Orthogonal Functions ،EOF) برای محاسبه توزیع ارتفاعی چگالی الکترون استفاده کرد و مدلی سه‌بعدی برای پارامتر چگالی الکترون به‌دست آورد. ازجمله کارهایی که در سال‌های اخیر برای مدل‌سازی پارامترهای جو با استفاده از مدل‌های تابعی که برای کل مجهولات مسئله انجام‌شده است می‌توان فرزانه و فروتن (۲۰۱۸) را نام برد که در آن برای به‌دست آوردن ساختار سه‌بعدی یونسفر از توابع پایه اسپلین و توابع متعامد تجربی استفاده شده است. اشمیت و همکاران (۲۰۱۱) نشان دادند که می‌توان با استفاده از توابع پایه اسپیلاین ضرایب مجهول هارمونیک‌های کروی را به زمان ارتباط داد و ضرایب را وابسته به زمان به‌دست آورد.

با استفاده از مشاهدات رخداد آکولتیشن (RO، Radio Occultation) امکان پایش و کنترل پارامترهای جوی در مناطقی که ایستگاه‌های دائم GNSS حضور ندارند میسر شدشده است (دتمرینگ و همکاران، ۲۰۱۱). مشاهدات آکولتیشن برخلاف داده‌های GNSS از جنس پارامترهای جوی هستند و این امکان وجود دارد که با به‌کارگیری آنها در شبکه به‌عنوان مشاهده اضافی مجهولات را با دقت بهتری برآورد کرد. ژیا و همکاران (۲۰۱۳) با استفاده از رویکردی دومرحله‌ای ابتدا با استفاده از مشاهدات آکولتیشن و پایدارسازی غیرتکراری مقدار اولیه مجهولات را تعیین و سپس با استفاده از مقادیر اولیه به‌دست‌آمده از مشاهدات آکولتیشن و استفاده از روش‌های تکراری پایدارسازی مقدار بخارآب شبکه را برآورد کرد و نشان داد که استفاده از رویکرد دومرحله‌ای می‌تواند تا حدود ۱۴درصد دقت را بهبود بخشد. با توجه به هندسه متفاوت داده‌های آکولتیشن نسبت به داده‌های GNSS و همچنین تعداد متفاوت مشاهدات آنها برای به‌کارگیری هم‌زمان دودسته داده در دستگاه معادلات مشاهدات باید وزن نسبی دودسته مشاهده نسبت به هم تعیین شود. چن و همکاران (۲۰۱۷) برای بالا بردن دقت نقشه جهانی یونسفر از داده‌های آکولتیشن استفاده کرد و برای تلفیق این مشاهدات نیز از روش برآورد مؤلفه‌های واریانس هلمرت استفاده کرد. همچنین می‌توان به‌صورت تجربی وزن نسبی به‌دسته مشاهدات مختلف اختصاص

داد. به‌عنوان‌مثال علیزاده (۲۰۱۳) برای ترکیب دسته مشاهدات مختلف ازجمله مشاهدات آکولتیشن به‌منظور افزایش دقت نقشه‌های جهانی یونسفر از وزن‌دهی تجربی بین دسته مشاهدات مختلف استفاده کرد.

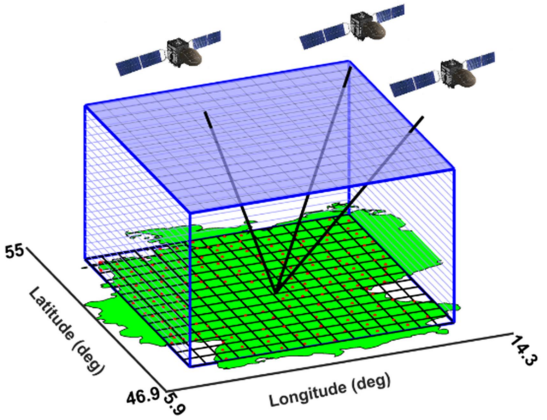
هدف این تحقیق توسعه مدل‌های تابعی سه‌بعدی و چهاربعدی برای بازیابی ضرایب شکست تر جو با استفاده از مشاهدات GNSS و همچنین تلفیق مشاهدات آکولتیشن به این مدل‌ها جهت بالا بردن دقت مدل‌ها است. جهت مدل‌سازی سه‌بعدی از هارمونیک‌های کلاه‌کروی برای نمایش مسطحاتی ضرایب شکست تر و همچنین استفاده از توابع متعامد تجربی به‌دست‌آمده از داده‌های مدل عددی ERA5، (Empirical Reanalysis Fifth generation) جهت نمایش توزیع ارتفاعی ضرایب شکست تر و درنهایت نیز برای توسعه مدل چهاربعدی و وابستگی مجهولات به زمان نیز از توابع پایه اسپیلاین چندجمله‌ای استفاده‌شده است. وزن نسبی بین دودسته مشاهده به‌گونه‌ای انتخاب شده است که بین نرم باقی‌مانده‌های حاصل از برآورد مجهولات دودسته مشاهده تعادل ایجاد کند. نتایج نیز در دو حالت تنها استفاده از مشاهدات GNSS و یا تلفیق مشاهدات GNSS و داده‌های آکولتیشن، با داده‌های ایستگاه رادیوسوند موجود در شبکه مقایسه شده‌اند. منطقه موردمطالعه ایستگاه‌های GNSS شبکه (CRTN، Real Time Network California) انتخاب شده است و نتایج در دو اپک ساعت ۱۲روز ۲۸ ماه نوامبر ۲۰۱۸ و همچنین ساعت ۱۲ روز ۱۲ ماه می سال ۲۰۱۹ با داده‌های رادیوسوند مقایسه می‌شوند. نتایج نشان می‌دهد که اضافه کردن مشاهدات آکولتیشن به هر دو مدل سه‌بعدی و چهاربعدی مقدار RMSE را در حدود ۷ تا ۱۰ درصد کاهش داده است. همچنین نشان داده‌شده است که ترکیب مشاهدات آکولتیشن درروش چهاربعدی دقت بهتری نسب به روش سه‌بعدی دارد. در این تحقیق ابتدا در بخش ۲ تشکیل ابتدا مدل المان حجمی توموگرافی بازگو شده و سپس به‌کارگیری هارمونیک‌های کلاه‌کروی و توابع متعامد تجربی برای ارائه مدل سه‌بعدی توضیح داده می‌شود. در ادامه نیز تشکیل مدل چهاربعدی با به‌کارگیری توابع پایه اسپیلاین شرح داده‌شده است. درنهایت در بخش ۲ نیز روش تلفیق مشاهدات آکولتیشن و تعیین وزن نسبی آنها با مشاهدات GNSS توضیح داده‌شده است. در بخش ۳ نیز مشاهدات مورداستفاده و همچنین منطقه‌ی موردمطالعه شرح داده می‌شوند. در بخش ۴ نیز ابتدا پارامترهای مدل تابعی تعیین و پس از تعیین وزن نسبی ضرایب شکست شبکه برآورد شده و نتایج با مشاهدات آکولتیشن و همچنین داده‌های مدل عددی ERA5 مقایسه شدشده است.

۲. روش پژوهش

با توجه به مطالب ارائه‌شده در مقدمه ابتدا روش توموگرافی بر مبنای المان حجمی تشریح می‌شود سپس با توجه به مشکلاتی که در این روش وجود دارد روش توموگرافی بر مبنای توابع پایه (در این تحقیق هارمونیک‌های کلاه‌کروی) بیان خواهد شد.

۲-۱. توموگرافی بر مبنای المان حجمی

توموگرافی جو به‌معنای بازیابی پارامترها با توجه به اثری است که بر روی سیگنال GNSS در طول می‌گذارند (استر و همکاران، ۲۰۰۵). رایج‌ترین روش آن مدل المان حجمی است که در این روش منطقه موردمطالعه به المان‌های حجمی تقسیم می‌شود و سپس ماتریس طرح با محاسبه‌ی طول هر یک از سیگنال‌های GNSS در داخل المان‌های حجمی به‌دست‌آمده آورده می‌شود. درنهایت نیز با حل مسئله معکوس می‌توان ضرایب شکست تر موجود در هرکدام از المان‌های حجمی را تعیین کرد. شکل ۱ نمونه‌ای از تقسیم‌بندی جو منطقه را به‌منظور تشکیل مدل المان حجمی نشان می‌دهد.



شکل ۱. نمونه‌ای از تشکیل مدل المان حجمی با استفاده از مشاهدات GNSS.

مشاهدات تأخیر تروپوسفری تر ماهواره‌های تعیین موقعیت جهانی را می‌توان به‌صورت زیر نوشت (بویس و همکاران، ۱۹۹۲):

$$SWD = 10^{-6}\int_{L} N_W \, dl \qquad (۱)$$

که در آن SWD عبارت است از تأخیر تروپوسفری تر، L طول سیگنال و همچنین N_wNW ضریب شکست تر است. با فرض ثابت‌بودن ضرایب شکست تر در هر یک از المان‌های حجمی می‌توان معادله (۱) را برای تأخیر تروپوسفری تر به‌صورت زیر نوشت (بندر و همکاران، ۲۰۱۳):

$$\mathrm{SWD} = \sum_{i,j,k} N_{i,j,k} \; D_{i,j} \qquad (۲)$$

در فرمول بالا i و j و k موقعیت المان حجمی را در راستای x و y و z مشخص می‌کنند. همچنین $N_{i,j,k}$ عبارت از ضریب شکست تر در المان حجمی موردنظر و $D_{i,j}$ عبارت است از طولی که سیگنال در المان حجمی موردنظر طی کرده است. با استفاده از مشاهدات تأخیر تروپوسفری تر می‌توان دستگاه معادلات مشاهدات زیر را تشکیل داد (حاجی‌آقاجانی و همکاران، ۲۰۲۰b):

$$Y = A\,N \qquad (۳)$$

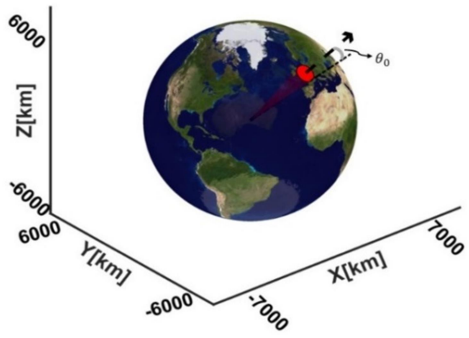
که در آن Y بردار مشاهدات تأخیر تروپوسفری تر است. همچنین A ماتریس طرح مسئله که شامل طول پیموده شده توسط هر سیگنال در هر المان حجمی است. N نیز برداری شامل ضرایب شکست تر یا همان مجهولات مسئله است. معادله (۳) به‌علت تعداد زیاد مجهولات و همچنین توزیع پراکنده مشاهدات که باعث می‌شود سیگنال‌ها از بعضی المان‌های حجمی عبور نکنند، یک دستگاه معادلات ناپایدار و بدوضع است. در این‌گونه مسائل به‌دلیل بدوضعی ماتریس طرح نمی‌توان از روش‌های عادی کمترین مربعات برای برآورد مجهولات استفاده کرد و جواب کمترین مربعات برای پارامترهای مجهول قابل‌اعتماد نیست (هنسن، ۱۹۹۸). یکی از روش‌های برآورد مجهولات و حل این مشکل انتقال مجهولات مسئله به فضای دیگر است. بر این اساس مجهولات مدل المان حجمی به مجموعه‌ای از توابع اورتونرمال بسط داده می‌شوند و در این حالت مجهولات ضرایب توابع پایه استفاده‌شده است. برای این منظور در این تحقیق از توابع پایه‌ای که از ترکیب هارمونیک‌های کلاه‌کروی و توابع متعامد تجربی حاصل می‌شوند، برای تشکیل مدل تابعی استفاده‌شده است. در ادامه نحوه انتقال به فضای مدل تابعی توضیح داده خواهد شد.

۲-۲. توموگرافی بر مبنای توابع پایه

برای انتقال مجهولات از فضای مدل المان حجمی به فضای مدل تابعی نیاز است تا مجهولات مسئله (ضرایب شکست تر) بر اساس توابع پایه متعامدی بسط داده شوند. در این صورت تعداد مجهولات فقط به تعداد ضرایب توابع پایه تشکیل‌دهنده مدل تابعی کاهش می‌یابد و مسئله از حالت بدوضعی بیرون می‌آید. در این تحقیق برای ارائه مدل تابعی از توابع هارمونیک‌های کلاه‌کروی برای نمایش پایه‌های مسطحاتی فضا، توابع متعامد تجربی (EOF) برای ساختن پایه‌های ارتفاعی فضا و تشکیل مدل سه‌بعدی و درنهایت نیز از توابع پایه اسپیلاین جهت نمایش یک مدل وابسته به زمان و ساخت مدل تابعی چهاربعدی استفاده‌شده است. در ادامه نحوه به‌کارگیری هارمونیک‌های کلاه‌کروی و توابع متعامد تجربی و همچنین توابع پایه اسپیلاین توضیح داده خواهد شد.

۲-۲-۱. هارمونیک‌های کلاه‌کروی

درصورتی‌که هدف مدل‌سازی میدان در ناحیه‌ای از کره باشد، دیگر توابع هارمونیک کروی مناسب‌ترین پایه‌ها برای بسط دادن تابع در ناحیه موردنظر نمی‌باشند چراکه توابع لژاندر فقط بر روی سطح کره خاصیت اورتوگونال بودن را دارند (هاینز، ۱۹۸۵). برای حل این مشکل می‌توان از هارمونیک‌های کلاه‌کروی را استفاده کرد. در این روش برای بسط دادن توابع در ناحیه‌ای کلاه‌گونه در قسمتی از کره از توابع لژاندری به‌عنوان پایه استفاده می‌کنند که دارای مرتبه صحیح m ولی درجه غیر صحیح n هستند. توابع لژاندر جدید و مشتقات آنها دارای مقادیر صفر در گوشه‌های منطقه کلاه‌گونه با نیم‌زاویه θ_0 هستند به‌عنوان مثال در شکل ۲ می‌توان ناحیه کلاه‌گونه را با نیم‌زاویه θ_0 مشاهده کرد.



شکل۲. شکلی از ناحیه کلاه‌گونه با نیم‌زاویه θ_0.

شرایط مرزی برای به‌کارگیری هارمونیک‌های کلاه‌کروی را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

$$\frac{dP_{n_k}^m(cos\theta_0)}{d\theta}=0 \quad ,\text{for k-m= even} \tag{۴}$$

$$P_{n_k}^m(cos\theta_0)=0 \quad ,\text{for k}-\text{m}=\text{odd} \tag{۵}$$

مقدار n_k را می‌توان با حل معادلات بالا تعیین کرد. درنتیجه می‌توان تابع $f(\lambda,\theta)$ را برروی ناحیه‌ای از کره با استفاده از توابع لژاندر جدید را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

$$f(\lambda,\theta)=\sum_{k=0}^{k_{max}}\sum_{m=0}^{k}\left[a_n^m\cos(m\lambda)+b_n^m\sin(m\lambda)\right]P_{n_k}^m(cos\theta) \tag{۶}$$

که در آن k_{max} بیشترین درجه‌ای است که با برش بسط در آن به نزدیک‌ترین تقریب از تابع مورد دست یافت. تابع لژاندر جدید $P_{n_k}^m(cos\theta)$ نیز دارای مرتبه صحیح m ولی درجه غیر صحیح n است و جزئیات محاسبه آن را می‌توان در آلفانک (۲۰۱۳) مشاهده کرد. با استفاده از هارمونیک‌های کلاه‌کروی می‌توان ضرایب شکست تر شبکه را به‌صورت زیر بسط داد:

$$N_i(\lambda,\theta)=\sum_{k=0}^{k_{max}}\sum_{m=0}^{k}\left[a_n^m\cos(m\lambda)+b_n^m\sin(m\lambda)\right]P_{n_k}^m(cos\theta) \tag{۷}$$

در معادله بالا پارامترهای λ و θ به‌ترتیب طول و عرض مربوط به سیستم مختصات هارمونیک‌های کلاه‌کروی هستند (آلفانک، ۲۰۱۳). درنتیجه معادله (۳) را می‌توان به‌صورت زیر بازنویسی کرد:

$$Y=A(A'x) \tag{۸}$$

در معادله بالا ماتریس A' جدید شامل هارمونیک‌های کلاه‌کروی و ابعاد آن $n\times N'$ خواهد بود که N' برابر تعداد ضرایب بسط هارمونیک‌های کلاه‌کروی یعنی $(k_{max}+1)^2$ خواهد بود. همچنین ماتریس x شامل ضرایب بسط است.

۲-۲-۲. توابع متعامد تجربی

معادله (۷) نشان می‌دهد که توابع هارمونیک کلاه‌کروی برای نمایش توزیع مسطحاتی ضرایب شکست تر به کار گرفته‌شده‌اند. در این تحقیق برای نمایش توزیع ارتفاعی از توابع متعامد تجربی که پایه‌های ارتفاعی فضا را تشکیل می‌دهند، استفاده‌شده است (آلفانک، ۲۰۱۳). توابع متعامد تجربی با کمک مشاهدات مربوط به کمیت موردنظر به‌دست می‌آیند و بیانگر بیشینه واریانس موجود در داده‌ها هستند (فروتن، ۲۰۱۴)؛ بنابراین برای ساخت آنها به پروفیل‌های ضرایب شکست تر در زمان‌های مختلف و در ارتفاع‌های مختلف نیاز است. داده‌های باز تحلیل ERA5 به‌صورت شبکه‌هایی با تفکیک سطحی ۰/۲۵ درجه و همچنین تفکیک زمانی یک‌ساعته هستند که در آنها

مقدار دما و همچنین رطوبت نسبی در لایه‌های مختلف جو وجود دارند (هرسبچ و همکاران، ۲۰۲۰). با استفاده از داده‌های ERA5 به‌مدت دو ساعت قبل از اپک توموگرافی می‌توان پروفیل‌های ضرایب شکست تر را در نقاط شبکه به‌دست آورد و از آنها برای ساخت توابع متعامد تجربی استفاده کرد. با استفاده از داده‌های ERA5 می‌توان ضرایب شکست تر را به‌صورت زیر محاسبه کرد (توصیه‌نامه سازمان ITU، ۲۰۰۱):

$$e_s = ae^{\left(\frac{bt}{t+c}\right)} \quad (۹)$$

$$e = \frac{He_s}{100} \quad (۱۰)$$

$$N_w = 3.732\times10^5 \frac{e}{T^2} \quad (۱۱)$$

در این روابط e_s فشار بخارآب اشباع‌شده برحسب hPa، t دما برحسب درجه سلسیوس، H رطوبت نسبی و T نیز دما برحسب کلوین است. ضرایب ثابت نیز برابر $a = 6.1121$، $b = 17.502$ و $c = 240.97$ می‌باشند. با کنار هم قرار دادن ضرایب شکست تر در مکان‌ها و زمان‌های موردنظر می‌توان ماتریس داده‌های ضرایب شکست تر را به‌صورت زیر نوشت (آلفانک، ۲۰۱۳):

$$D_w = \begin{bmatrix} N(\lambda_1,\varphi_1,h_1,t_1) & \cdots & N(\lambda_1,\varphi_1,h_1,t_n) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ N(\lambda_i,\varphi_j,h_k,t_1) & \cdots & N(\lambda_i,\varphi_j,h_k,t_n) \end{bmatrix} \quad (۱۲)$$

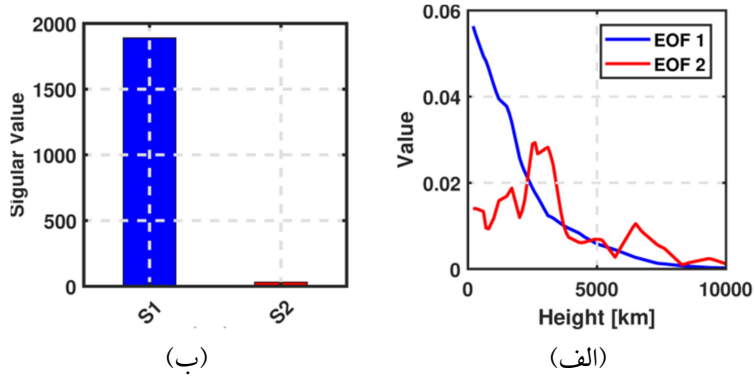
در این ماتریس ستون‌ها بیانگر سری زمانی ضرایب شکست تر و همچنین سطرهای آن بیانگر ضرایب شکست تر در نقاط مختلف می‌باشند. بردارهای ویژه ماتریس D_w توابع متعامد تجربی خواهند بود (آلفانک، ۲۰۱۳). این بردارها بیانگر نحوه رفتار متغیرهای تصادفی هستند؛ بنابراین هرچه یک مقدار ویژه بزرگ‌تر باشد توابع متعامد تجربی متناظرش سهم بیشتری در رفتار سیستم خواهد داشت و بقیه توابع متعامد تجربی که متناظر با مقادیر ویژه کوچک هستند، به‌دلیل خطاهای اتفاقی موجود در داده‌ها می‌باشند (بیورنسن، ۱۱۹۷). توابع پایه ارتفاعی با استفاده از EOFها را می‌توان به‌صورت زیر نوشت (بیورنسن، ۱۱۹۷):

$$F = \sum_{j=1}^{p} \alpha_j (EOF)_j = \sum_{j=1}^{p} Z_j \quad (۱۳)$$

که در معادله بالا α_j ضرایب توابع پایه ارتفاعی و همچنین p نیز مقدار بیشینه تعداد توابع متعامد تجربی است؛ بنابراین با ترکیب SCH و EOFها می‌توان توزیع سه‌بعدی ضرایب شکست تر را به‌صورت زیر نوشت:

$$N_i(\lambda,\theta,h) = \sum_{q=1}^{Q}\sum_{k=0}^{k_{max}}\sum_{m=0}^{k}\left[a_n^m \cos(m\lambda) + b_n^m \sin(m\lambda)\right] P_{n_k}^m(\cos\theta) Z_q(\lambda,\theta,h) \quad (۱۴)$$

که در آن پارامتر h ارتفاع مربوط به المان حجمی موردنظر را مشخص می‌کند. همچنین $Z_q(\lambda,\theta,h)$ توابع متعامد تجربی را نشان می‌دهد و Q درجه EOF ها را نشان می‌دهد؛ بنابراین تعداد مجهولات ما برابر $Q\times(k_{max}+1)^2$ خواهد بود. شکل ۳ مقادیر دو تابع متعامد تجربی و همچنین مقادیر منفرد به‌دست‌آمده از پروفیل‌های ضریب شکست تر داده‌های موجود در ساعت ۱۲ روز ۲۸ نوامبر سال ۲۰۱۸ را نشان می‌دهد. با توجه به شکل ۳-ب مقدار اولین EOF حدود ۹۹ درصد رفتار تابع را نمایش می‌دهد.



(الف) (ب)

شکل ۳. نمونه‌ای از EOF ها در تاریخ ۲۸ نوامبر ۲۰۱۸. الف) مقدار دو تابع متعامد تجربی اول و ب) مقادیر منفرد متناظر به دو بردار ویژه اول را نشان می‌دهد.

۲-۲-۳. توابع پایه اسپیلاین

برای به‌دست آوردن مجهولات مسئله برحسب زمان می‌توان از توابع پایه اسپیلاین چندجمله‌ای استفاده کرد (اشمیت و همکاران، ۲۰۱۱). تابع h(x) را می‌توان به‌صورت زیر با کمک توابع پایه اسپیلاین چندجمله‌ای بسط داد:

$$h(x)=\sum_{k=0}^{k-1} c_k^j \phi_k^j(x) \qquad (۱۵)$$

که در آن C_k^j عبارت است از ضرایب مجهول وابسته به زمان و $\Phi_k^j \phi_k^j$ تابع پایه است. برای مدل‌سازی منطقه‌ای سیگنال می‌توان نوشت $\Phi_k^j(x)=\phi_k^j(x)=N_{K,m}^j(x)$ که در آن $N_{K,m}^j(x)$ توابع نرمال شده اسپیلاین از درجه m هستند. همچنین $x \in [0,1]$ است و j رزولوشن سطح پایه اسپیلاین است و $k \in [1,2,..,k_\phi]$ $k \in [1,2,\dots,k_\phi]$ توابع اسپیلاین متمایز را نشان می‌دهد که تعداد کل آنها برابر $k_\phi=2^j+m-1$ خواهد بود (شوماخر و همکاران، ۱۹۹۱). پایه‌های اسپیلاین چندجمله‌ای نرمال‌شده را می‌توان به‌کمک رابطه تکراری زیر به‌دست آورد:

$$N_{K,m}^j(x)=\frac{x-v_k^j}{v_{k+m-1}^j-v_k^j}N_{K,m-1}^j(x)+\frac{v_{k+m}^j-x}{v_{k+m}^j-v_{k+1}^j}N_{K+1,m-1}^j(x) \qquad ,m\geq 2$$

(۱۶)

در رابطه بالا v_k^j نقاط گرهی توابع اسپیلاین می‌باشند که در بازه [0,1] پخش‌شده‌اند. برای به‌کارگیری اسپیلاین چندجمله‌ای و به‌دست آوردن مجهولات وابسته به زمان می‌توان در معادله (۱۴) ضرایب هارمونیک‌های کلاه‌کروی را به‌صورت زیر نوشت:

$$c_{n,m}(t_q)=\sum_{k=0}^{k_{j-1}} c_{n,m,k}^j \phi_k^j(t_q) \qquad (۱۷)$$

معادله (۱۷) را می‌توان به ازای تمام ضرایب مجهول به‌صورت زیر نوشت:

$$c_q=Cu_q \qquad (۱۸)$$

در رابطه بالا C شامل ضرایب مجهول وابسته به زمان است و همچنین بردار u_q شامل توابع پایه اسپیلاین است. با قراردادن معادله (۱۸) در (۸) می‌توان نوشت:

$$Y=ACU \qquad (۱۹)$$

که در آن Y ماتریس مشاهدات و همچنین ماتریس U با ابعاد به‌صورت $U=[u_1,u_2,\dots,u_q]$ خواهد بود. برای به‌دست‌آوردن مجهولات باید معادله (۱۹) با کمک ضرب تانسوری بازنویسی شود (اشمیت و همکاران، ۲۰۱۱):

$$vecY+vecE=(U^T\otimes A)vecC \qquad (۲۰)$$

درنهایت با معرفی ماتریس‌های $X_1=U^T\otimes A$ و همچنین $\beta_1=vecC$ می‌توان نوشت:

$$\hat{\beta}_1=\left(X_1^T P X_1\right)^{-1}X_1^T P\ vecY \qquad (۲۱)$$

در رابطه بالا P ماتریس وزن مشاهدات است و فرض می‌شود که مشاهدات وابستگی ندارند و وزن همه آنها یکسان است. با کمک معادله (۲۱) می‌توان ضرایب مجهول وابسته به زمان را برآورد .

۲-۳. برآورد مؤلفه‌های واریانس

با تلفیق مشاهدات آکولتیشن می‌توان مجهولات مسئله را به‌صورت زیر بیان کرد (کوخ و کوش، ۲۰۰۲):

$$\hat{x}=\left(\frac{1}{\sigma_1^2}A_{GPS}^{'}A_{GPS}+\frac{1}{\sigma_2^2}A_{RO}^{'}A_{RO}\right)^{-1}\times\left(\frac{1}{\sigma_1^2}A_{GPS}^{'}y_{GPS}+\frac{1}{\sigma_2^2}A_{RO}^{'}y_{RO}\right) \qquad (۲۲)$$

که در این معادله ماتریس A_{GPS} و A_{RO} به‌ترتیب بیان‌کننده ماتریس ضرایب مشاهدات GNSS و آکولتیشن حاصل از مدل تابعی سه‌بعدی و یا چهاربعدی هستند. بردارهای y_{GPS} و y_{RO} نیز به‌ترتیب بیان‌کننده مشاهدات GNSS و آکولتیشن هستند. همچنین σ_1 و σ_2 نیز به‌ترتیب انحراف‌معیار مشاهدات GNSS و آکولتیشن را نشان می‌دهند. می‌توان پارامتر وزن نسبی دو دسته مشاهده را به‌صورت زیر تعیین نوشت و معادله (۲۲) را بازنویسی کرد (کوخ و کوش، ۲۰۰۲):

$$\alpha = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \quad (۲۳)$$

$$\hat{x} = \left(A_{GPS}^{'} A_{GPS} + \alpha A_{RO}^{'} A_{RO} \right)^{-1} \left(A_{GPS}^{'} y_{GPS} + \alpha A_{RO}^{'} y_{RO} \right) \quad (۲۴)$$

در معادله (۲۴) پارامتر α وزن نسبی دودسته مشاهده را تعیین می‌کند. هر چه این پارامتر بیشتر باشد تأثیر مشاهدات آکولتیشن روی جواب نهایی بیشتر خواهد بود و برعکس هرچه این پارامتر به سمت صفر میل کند، به نحوی تأثیر مشاهدات آکولتیشن بر روی جواب برآورد شده از بین خواهد رفت (علیزاده و همکاران، ۲۰۱۱). به بیانی دیگر می‌توان گفت که هر چه پارامتر α بزرگ‌تر باشد جواب کمترین مربعات در معادله به سمتی خواهد رفت که نرم باقی‌مانده‌های مشاهدات آکولتیشن کمتر شود و برعکس هرچه پارامتر آلفا کوچک‌تر شود، جواب کمترین مربعات نرم باقی‌مانده‌های مشاهدات GNSS را کمینه می‌کند. بنابراین پارامتر α باید به‌گونه‌ای انتخاب شود بین نرم باقی‌مانده‌های دودسته مشاهده تعادل را ایجاد کند (کوخ و کوش، ۲۰۰۲). درنتیجه تابع هدف تعیین پارامتر وزن نسبی دودسته مشاهده را می‌توان به‌صورت زیر تعریف کرد:

$$\hat{x} = \mathrm{argmin}_x \left\{ \left\| A_{GPS} x - y_{GPS} \right\|_2 + \alpha \left\| A_{RO} x - y_{RO} \right\|_2 \right\} \quad (۲۵)$$

مقدار پارامتری که به ازای آن معادله کمینه شود به‌عنوان وزن نسبی انتخاب می‌شود.

۳. مشاهدات و شبکه موردمطالعه

۳-۱ مشاهدات سیستم‌های ماهواره‌ای ناوبری جهانی

مشاهدات ماهواره‌های GNSS در مسیر خود از ماهواره تا گیرنده زمینی از جو عبور کرده و تحت‌تأثیر بخارآب دچار خطای تروپوسفری تر قرار می‌شوند. مقدار این تأخیر غالباً با استفاده حل تعیین موقعیت دقیق ایستگاه‌های موجود در شبکه به‌دست آورده می‌شود. برای حل مسئله تعیین موقعیت دقیق ایستگاه‌ها از نرم‌افزار GAMIT & GLOBK استفاده‌شده است که، مقدار تأخیر تروپوسفری کل را هر ایستگاه موجود در شبکه برآورد می‌کند و باکم‌کردن قسمت خشک تأخیر تروپوسفری می‌توان قسمت تر تأخیر تروپوسفری را به‌دست آورد. برای پردازش داده‌های GPS و حل تعیین موقعیت دقیق از مشاهدات عاری از یونسفر استفاده‌شده است. همچنین برای محاسبه مقدار اولیه تأخیر تروپوسفری خشک از اطلاعات هواشناسی مدل Global Pressure and Temperature (بوهم و همکاران، ۲۰۰۷) که از سری مدل‌های عددی پیش‌بینی اطلاعات هواشناسی است استفاده‌شده است. همچنین از مدل (GMF، Global Mapping Function) (بوهم و همکاران، ۲۰۰۶) به‌عنوان تابع تصویر برای تأخیرهای تروپوسفری تر و خشک به‌کار گرفته‌شده است. علاوه‌بر این در عملیات پردازش نیز برای افزایش دقت مجهولات برآورد شده، گرادیان‌های جوی بافاصله زمانی ۶ ساعت و در دو جهت شمالی-جنوبی و شرقی-غربی اعمال‌شده‌اند (فلورس و همکاران، ۲۰۰۰). برای اطلاعات مداری موردنیاز برای پردازش نیز از محصولات نهایی (IGS، International GNSS Service) استفاده‌شده است. مقدار تأخیر تروپوسفری تر نیز در بازه‌های یک‌ساعته برآورد شده است. درنهایت برای مشاهدات ورودی مسئله توموگرافی از تأخیر تروپوسفری تر به‌دست‌آمده با استفاده از تعیین موقعیت دقیق ایستگاه‌های موجود استفاده‌شده است.

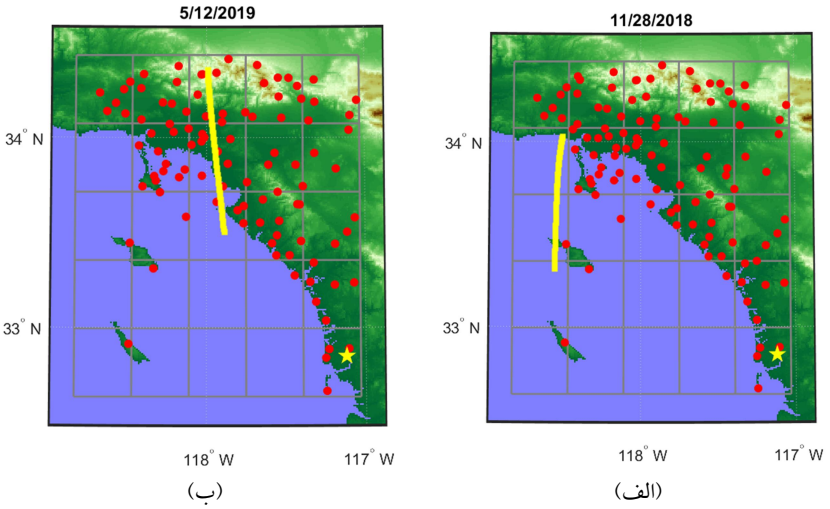
۳-۲. مشاهدات آکولتیشن

از رخداد آکولتیشن ماهواره‌های تعیین موقعیت جهانی می‌توان برای به‌دست آوردن پروفیل‌های مختلف جو مانند دما، ضریب شکست، چگالی الکترون، فشار و بخارآب استفاده کرد (ژو و همکاران، ۲۰۰۹). در این فن یک ماهواره موجود در مدار ارتفاع پایین سیگنال ماهواره GNSS که در حال گردش به‌دور زمین است را دریافت می‌کند. با دانستن مقدار دقیق خطاهای مداری و همچنین خطاهای ساعت ماهواره‌های GNSS و ماهواره ارتفاع پایین می‌توان مقدار فاز اضافی تولیدشده به‌علت تأثیرات

جـو و تروپوسـفر را بـه‌دسـت آورد و از آن بـه‌همـراه مشاهدات دامنه تغییرات برای بازیابی زاویه خمش استفاده کرد (ژو و همکاران، ۲۰۰۹). با حرکت این دو ماهواره در مدارهایشان، خط دید آنها از لایه‌های مختلـف جـو زمـین عبور کرده و امکـان بـه‌دسـت آوردن پروفیـل پارامترهـای مختلف را به‌وجود مـی‌آورد. رخـداد آکولتیشـن فقـط در شرایطی رخ می دهد که ماهواره‌های GPS و ماهواره مدار پـایین در دو طـرف مختلـف زمـین قـرار داشـته باشـند تـا سـیگنال مـاهواره GPS پـس از گـذر از جـو زمـین دچـار خمش شده و به ماهواره مدار پایین در طرف دیگـر زمـین برسـد. پـارامتری کـه موجـب خمـش سـیگنال مـی‌شـود، ضریب شکسـت محـیط اسـت. بنـابراین بـا دانسـتن مقـدار خمش می توان ضرایب شکست محیط را محاسـبه کـرد و چون ضرایب شکست محیط وابسته به پارامترهای جوی و تروپوسفری می باشند، می توان این پارامترها را تعیین کرد. جزئیات محاسبه پروفیـل پارامترهـای جـوی بـا اسـتفاده از رخـداد آکولتیشـن را مـی‌تـوان در شـریفی و همکـاران (۲۰۱۳) مشاهده کرد. از مأموریت‌های مختلفی که باهدف جمـع‌آوری مشـاهدات RO طراحـی‌شـده‌انـد مـی‌تـوان (COSMIC، Constellation Observing System for Meteorology, Ionosphere and Climate) و همچنـین (KOMSAT5، Korean Multi-purpose Satellite 5) را نام برد. از مشاهدات آکولتیشـن مـی‌تـوان در منـاطقی کـه امکان استفاده از گیرنده‌های GNSS وجـود ندارنـد، بهـره گرفـت. همچنـین ایـن مشـاهدات بـا یـک هندسـه کـاملاً متفاوت با مشاهدات ایستگاه‌های زمینی به‌دست می آیند و پروفیل‌هایی بـا رزولوشـن ارتفـاعی در حـدود ۱۰۰ متـر را نتیجه می‌دهند (دتمرینگ و همکاران، ۲۰۱۱). پروفیل‌های آکولتیشن تر موجود شامل داده‌های دما، فشار بخـارآب و فشار در ارتفاعات مختلف هستند که می توان با اسـتفاده از آنهـا مقـدار ضـریب شکسـت تـر را محاسـبه کـرد (ژو و همکاران، ۲۰۰۹). با توجه به این‌که موقعیت و ارتفاع نقاط مشاهداتی آکولتیشن درون فایل داده‌های آن موجود است مـی‌تـوان مشـاهدات موجـود در شـبکه را پیـدا کـرده و از مشاهدات آکولتیشن در توموگرافی استفاده کرد.

۳-۳. منطقه موردمطالعه

در این تحقیق شبکه ایستگاه‌های لحظه‌ای کالیفرنیا در نظر گرفته‌شده است چراکه کالیفرنیا یک منطقه فعال ازنظر تکتونیکی است. به‌همین دلیل در این منطقه پراکندگی ایستگاه‌های GNSS زیاد است و برای شبکه‌بندی توموگرافی مناسب است. منطقه موردمطالعه بین طول‌های جغرافیایی [۱۱۶/۸۹- ، ۱۱۸/۶۸-] درجه و همچنین بین عرض‌های جغرافیایی [۳۴/۴۳ ، ۳۲/۶۳] است. برای ارزیابی نتایج از مشاهدات ایستگاه رادیوسوند NKX استفاده‌شده است که ارتفاع آن از سطح دریا در حدود ۱۳۷ متر است. با توجه به استفاده از داده‌های رادیوسوند برای ارزیابی نتایج تحقیق، زمان توموگرافی در ساعت ۱۲روزهای ۲۸ ماه نوامبر سال ۲۰۱۸ و همچنین روز ۱۲ ماه می سال ۲۰۱۹ انتخاب‌شده است. زمان رخداد آکولتیشن مربوط به روز ۲۸ نوامبر سال ۲۰۱۸ در ساعت ۱۲ و ۴۰ دقیقه است و بنابراین بازه توموگرافی انجام‌شده در این روز بین ساعت‌های ۱۲ تا ۱۳ در نظر گرفته‌شده است.همچنین رخداد آکولتیشن روز ۱۲ ماه می سال ۲۰۱۹ در ساعت ۱۱ و ۳۰ است و بازه توموگرافی انجام‌شده در این روز بین ساعات ۱۱ تا ۱۲ انجام‌گرفته است. در شکل ۴، می‌توان منطقه موردمطالعه، شبکه‌بندی مسطحاتی المان‌های حجمی، ایستگاه‌های GNSS موجود در شبکه، ایستگاه رادیوسوند، و همچنین مشاهدات رخداد آکولتیشن موجود در هر اپک را مشاهده کرد.



شکل ٤. منطقه موردمطالعه در الف) ۲۸ نوامبر سال ۲۰۱۸ و ب) ۱۲ می سال ۲۰۱۹. دایره‌های قرمزرنگ ایستگاه‌های GNSS، ستاره زردرنگ ایستگاه رادیوسوند و مربع‌های زردرنگ نیز مشاهدات آکولتیشن را نشان می‌دهند.

تعداد ایستگاه‌های GNSS موجود در اپک روز ۲۸ ماه نوامبر سال ۲۰۱۸ و همچنین روز ۱۲ ماه می سال ۲۰۱۹ به‌ترتیب برابر ۱۱۱ و ۱۰۳ است.کمترین ارتفاع ایستگاه‌های موجود در شبکه، ارتفاع ۲۷- متر از سطح دریا است؛ به‌همین دلیل در شبکه‌بندی، حد پایین ارتفاعی ۵۰- متر در نظر گرفته‌شده است. با توجه به این‌که ضرایب شکست تر تقریباً بعد از ارتفاع ۹ کیلومتری نزدیک به صفر است و تغییرات آنها کم است، می‌توان بیشترین ارتفاع موردنظر برای مطالعه ضرایب شکست تر موجود در تروپوسفر را تقریباً در حدود ۱۰ کیلومتر در نظر گرفت (بندر و همکاران، ۲۰۱۱). ابعاد منطقه موردمطالعه ۲۰۰ کیلومتر در راستای طول جغرافیایی و همچنین ۲۰۰ کیلومتر در راستای عرض جغرافیایی است. فاصله افقی و ارتفاعی المان‌های حجمی با توجه به پراکندگی ایستگاه‌های موجود به‌ترتیب ۴۰ کیلومتر و ۵۰ متر در نظر گرفته‌شده است؛ بنابراین با توجه تقسیم‌بندی در نظر گرفته‌شده تعداد المان‌های حجمی موجود در شبکه ۵۰۰ است.

برای مقایسه مجهولات به‌دست‌آمده با داده‌های رادیوسوند از پارامتر (RMSE، Root Mean Square Error) استفاده شده است و به‌صورت زیر محاسبه می‌شود (ژیا و همکاران، ۲۰۱۳):

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(N_{wm}^{i} - N_{w0}^{i} \right)^2} \qquad (۲۶)$$

که در رابطه‌های بالا N تعداد مجهولات در پروفیل بازیابی شده، N_{wm}^{i} ضریب شکست تر به‌دست‌آمده از جواب توموگرافی در المان حجمی i و همچنین N_{w0}^{i} ضریب شکست تر مربوط به داده رادیوسوند نظیر است.

۴.بحث و نتایج

۴-۱. تعیین پارامترهای مدل تابعی

همان‌گونه که قبلاً نیز بیان شد هدف این تحقیق مقایسه به‌کارگیری مشاهدات آکولتیشن در توموگرافی انجام‌گرفته توسط مدل‌های تابعی سه‌بعدی و چهاربعدی است. برای این منظور ابتدا با استفاده از مشاهدات GPS مدل‌های تابعی سه‌بعدی (معادله (۱۴)) و همچنین چهاربعدی (معادله (۱۵)) توسعه می‌یابند و ضرایب شکست تر شبکه با استفاده از این مدل‌ها بازیابی می‌شود و نتایج در این دو حالت با داده‌های رادیوسوند مقایسه می‌شود.

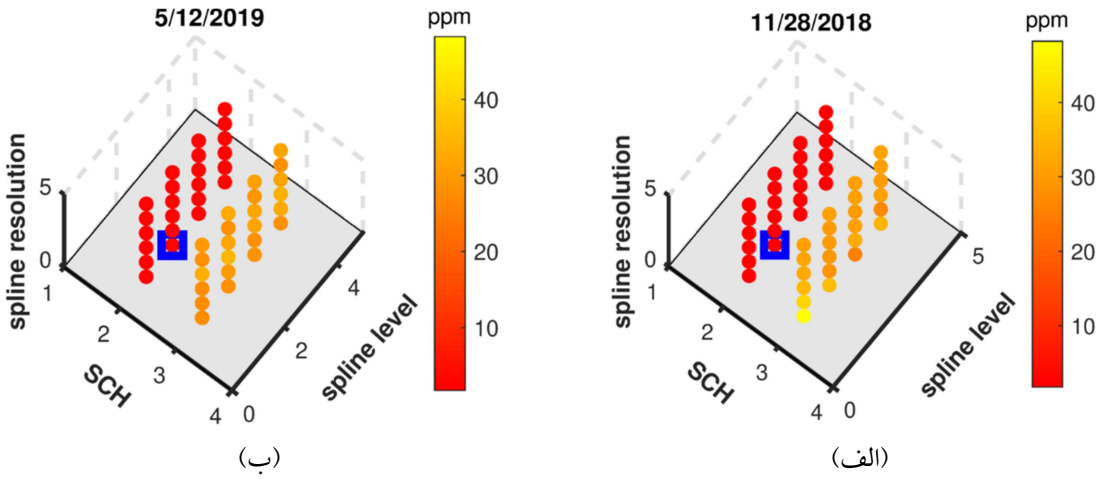
برای توسعه مدل سه‌بعدی با توجه به معادله (۱۴) باید درجه هارمونیک‌های کلاه‌کروی (k_{max}) و همچنین تعداد توابع متعامد تجربی (Q) تعیین شود. همچنین برای توسعه مدل چهاربعدی با توجه به معادله (۱۵) باید درجه

توابع پایه اسپیلاین (m) و همچنین رزولوشن سطح پایه اسپیلاین (j) تعیین شود. همان‌گونه که قبلاً در بخش ۳-۳ گفته شد و با توجه به این‌که اولین EOF در حدود ۹۹ درصد رفتار تابع را نمایش می‌دهد، مقدار Q برابر یک در نظر گرفته‌شده است. برای تعیین بقیه پارامترها می‌توان از یک روش تجربی استفاده کرد (آلفانک، ۲۰۱۳؛ رزین و وثوقی، ۲۰۱۷). برای این منظور در دو اپک موردنظر مدل تابعی به‌ازای $k_{max} = [2,3]$، $m = [1,2,3,4]$ و $j = [0,1,2,3,4,5]$ تشکیل می‌شود و ضرایب شکست تر به‌ازای هرکدام از پارامترها به‌دست آورده می‌شوند. با مقایسه ضرایب شکست تر به‌دست‌آمده با استفاده از هرکدام از پارامترها با داده‌های رادیوسوند مقدار RMSE برحسب ppm محاسبه شده است و درنهایت در هر اپک دسته پارامترهایی که کمترین RMSE را داشته باشند، به‌عنوان پارامترهای مدل تابعی انتخاب‌شده‌اند.

شکل ۵، مقدار RMSE برحسب ppm برای هرکدام از پارامترهای مختلف مدل تابعی را نشان می‌دهد. همان‌گونه که در شکل ۵ مشاهده می‌شود، در هر دو اپک توموگرافی مدل تابعی به‌ازای پارامترهای $k_{max} = 2$، $m = 2$ و $j = 0$ دارای کمترین مقدار RMSE با $= 1$ مشاهدات رادیوسوند است؛ بنابراین در گام بعدی مدل تابعی با پارامترهای در نظر گرفته‌شده توسعه داده‌شده و مشاهدات آکولتیشن با مدل تابعی تلفیق می‌شوند.

۴-۲. تعیین وزن نسبی بین دسته مشاهدات

در بخش ۳-۵ گفته شد که برای اضافه کردن مشاهدات آکولتیشن به مدل تابعی و تلفیق آنها با مشاهدات GPS باید وزن نسبی بین این دودسته مشاهده تعیین شود. تعداد مشاهدات GPS برای اپک توموگرافی روز ۲۸ نوامبر سال ۲۰۱۸ و همچنین روز ۱۲ می سال ۲۰۱۹ به‌ترتیب برابر ۶۸۵۰۰ و ۵۲۳۰۰ است. همچنین تعداد مشاهدات آکولتیشن در این دو روز به‌ترتیب برابر ۹۸ و ۹۶ است و این داده‌های در محدوده ارتفاعی ۲۰۰ متری تا ۹۹۰۰ متری از سطح زمین قرار دارند. با توجه به تعداد بیشتر مشاهدات GPS به آکولتیشن در هر دو اپک درصورتی‌که وزن دو مشاهده یکسان در نظر گرفته شود و یا پارامتر وزن نسبی کوچک انتخاب شود، مشاهدات آکولتیشن تأثیری در برآورد انجام‌گرفته نخواهند داشت (علیزاده و همکاران، ۲۰۱۱).



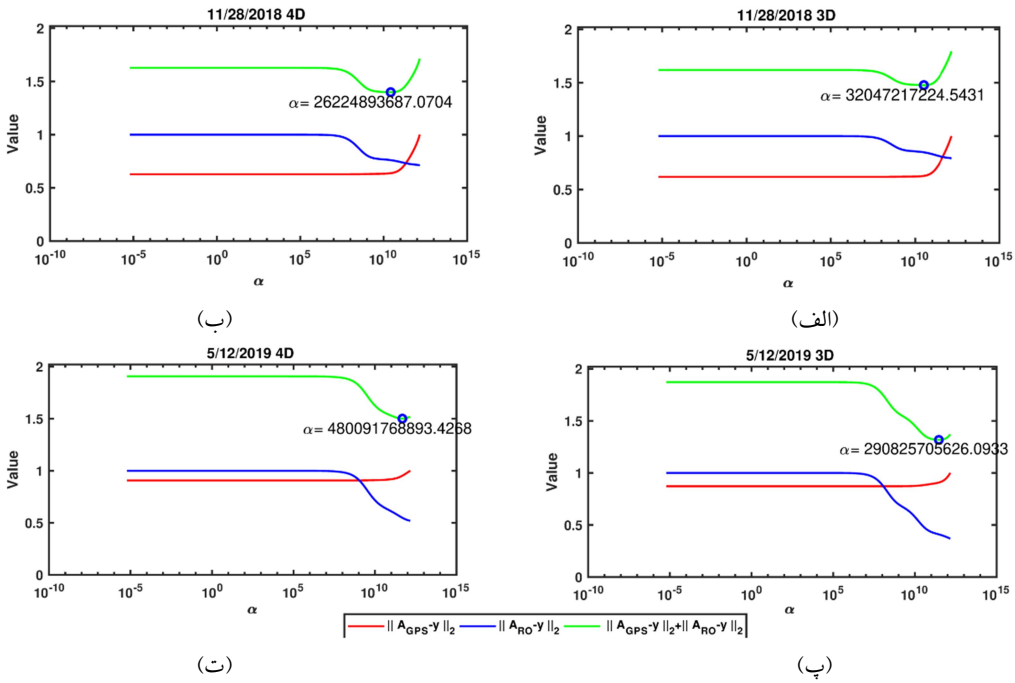
شکل ۵. مقدار RMSE به‌ازای پارامترهای مختلف مدل تابعی برای الف) ساعت۱۲ روز ۲۸ نوامبر سال ۲۰۱۸ و ب) ساعت ۱۲ روز ۱۲ ماهمی سال ۲۰۱۹. محورهای مسطحاتی به‌ترتیب مقدار RMSE را برحسب درجه هارمونیک‌های کلاه‌کروی و درجه اسپیلاین نمایش داده و همچنین محور عمودی نیز مقدار RMSE را برحسب رزولوشن‌های سطحی مختلف اسپیلاین نمایش می‌دهد. مربع آبی‌رنگ نیز بیان‌کننده پارامترهایی با کمترین مقدار RMSE است.

برای تعیین وزن نسبی طبق تابع هدف تعیین‌شده در معادله (۲۵)، به ازای پارامترهای وزن نسبی مختلف مجهولات برآورد شده و با استفاده از نرم باقی‌مانده‌های دودسته مشاهده مقدار تابع هدف محاسبه می‌شود. و پارامتری به‌عنوان وزن نسبی انتخاب می‌شود که تابع هدف تعیین‌شده را کمینه کند. برای این منظور در این تحقیق پارامتر وزن نسبی بین بازه‌ی $\alpha = [10^{-7}, 10^{13}]$ در نظر گرفته‌شده و در هر دو اپک توموگرافی مدنظر برای مدل‌های تابعی سه‌بعدی و چهاربعدی، با استفاده از پارامترهای مدل تابعی در نظر گرفته‌شده، مقدار تابع هدف معادله (۲۵) به‌ازای پارامترهای وزن نسبی مختلف محاسبه شده است. شکل ۶ مقدار تابع هدف و نرم هر دسته از مشاهدات را به ازای پارامترهای وزن نسبی مختلف برای مدل‌های سه‌بعدی و چهاربعدی در اپک‌های توموگرافی نشان می‌دهد.

با توجه به نمودارهای سبزرنگ در شکل ۶ و همان‌گونه که قبلاً نیز بیان شد، برای پارامترهای وزن نسبی کوچک‌تر از 10^{7} به‌علت تعداد کمتر مشاهدات آکولتیشن نسبت GPS، برآورد حاصل تنها تحت‌تأثیر مشاهدات GPS قرار دارد. به‌همین دلیل وزن‌های نسبی انتخاب‌شده در هر یک از اپک‌ها عددهای بزرگی هستند.

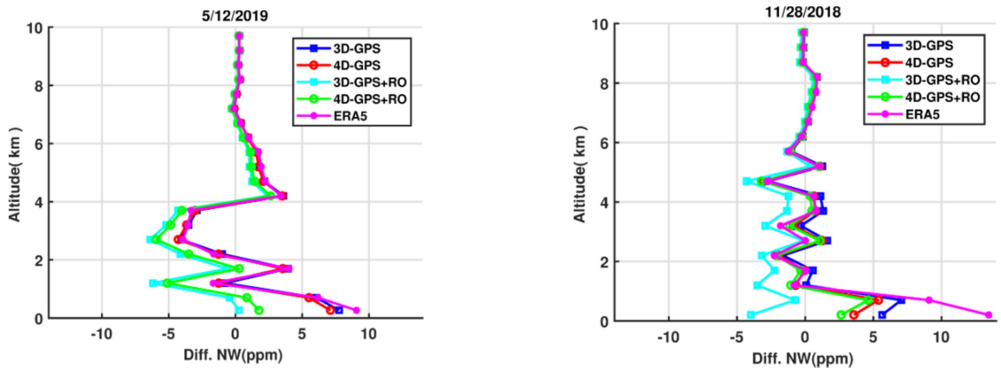
۴-۳. مقایسه نتایج با داده‌های رادیوسوند

پس از تعیین پارامترهای مدل تابعی و همچنین وزن نسبی بین مشاهدات GPS و آکولتیشن، ضرایب شکست تر در حالت‌های فقط استفاده از مشاهدات GPS و یا تلفیق مشاهدات GPS و آکولتیشن در مدل‌های سه‌بعدی و چهاربعدی بازیابی شده و با داده‌های رادیوسوند و همچنین داده‌های ERA5 موجود در اپک در نظر گرفته‌شده مقایسه شده و مقدار RMSE برای آنها محاسبه شده است. شکل ۷، اختلاف مقدار ضرایب شکست تر هر یک از روش‌ها در دو اپک در نظر گرفته‌شده را با داده‌های رادیوسوند را نمایش می‌دهد. همچنین شکل ۸ مقدار RMSE هر یک از روش‌ها و درصد بهبود مقدار RMSE را نسبت به داده‌های ERA5 نشان می‌دهد.



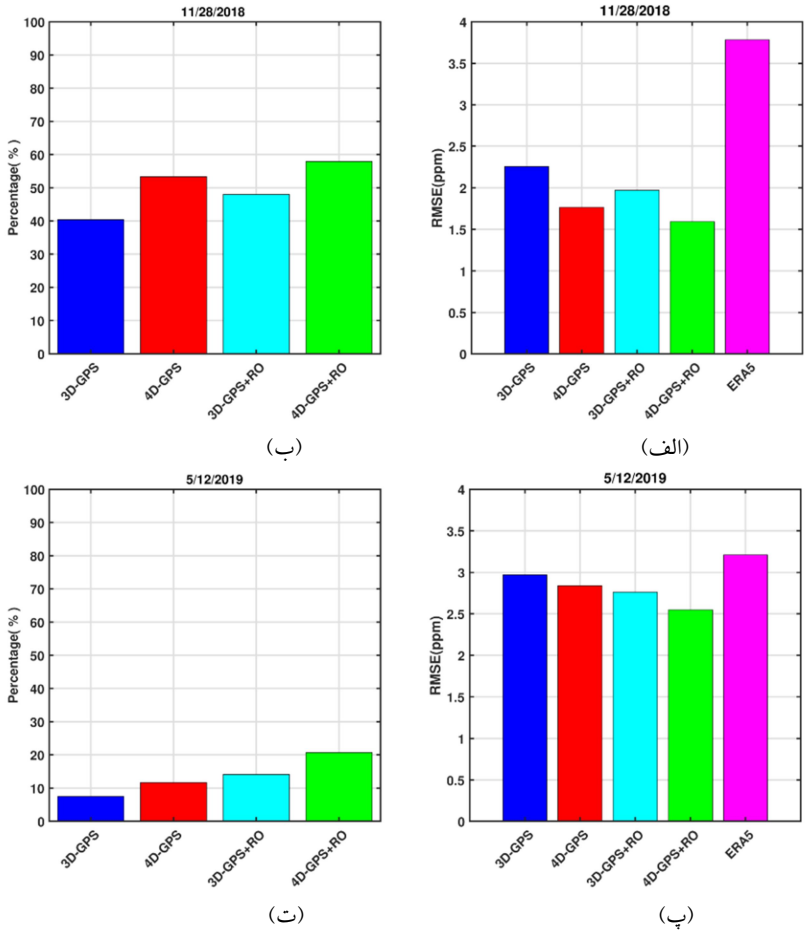
(الف) (ب) (پ) (ت)

شکل۶. خط قرمزرنگ مقدار اندازه باقی‌مانده‌های مشاهدات GPS، خط آبی‌رنگ مقدار باقی‌مانده‌های مشاهدات آکولتیشن و خط سبزرنگ نیز مجموع آنها را نشان می‌دهد. الف) نمودارهای مربوط به حالت سه‌بعدی روز ۲۸ نوامبر سال ۲۰۱۸، ب) نمودارهای مربوط به حالت چهاربعدی روز ۲۸ نوامبر سال ۲۰۱۸، پ) نمودارهای مربوط به حالت سه‌بعدی روز ۱۲ می سال ۲۰۱۹، ت) نمودارهای مربوط به حالت چهاربعدی روز ۱۲ می سال ۲۰۱۹. پارامتر وزن نسبی انتخاب‌شده نیز با دایره آبی‌رنگ نمایش داده‌شده است.



(ب) (الف)

شکل ۷. مقادیر اختلاف هر یک از روش‌ها با داده‌های رادیوسوند در ارتفاعات مختلف. خط‌های آبی، قرمز، فیروزه‌ای، سبز و بنفش به‌ترتیب اختلاف روش‌های سه‌بعدی فقط GPS، چهاربعدی فقط GPS، سه‌بعدی تلفیق GPS با آکولتیشن، چهاربعدی تلفیق GPS با آکولتیشن و داده‌های ERA5 را با داده‌های رادیوسوند نمایش می‌دهد.



(ب) (الف)

(ت) (پ)

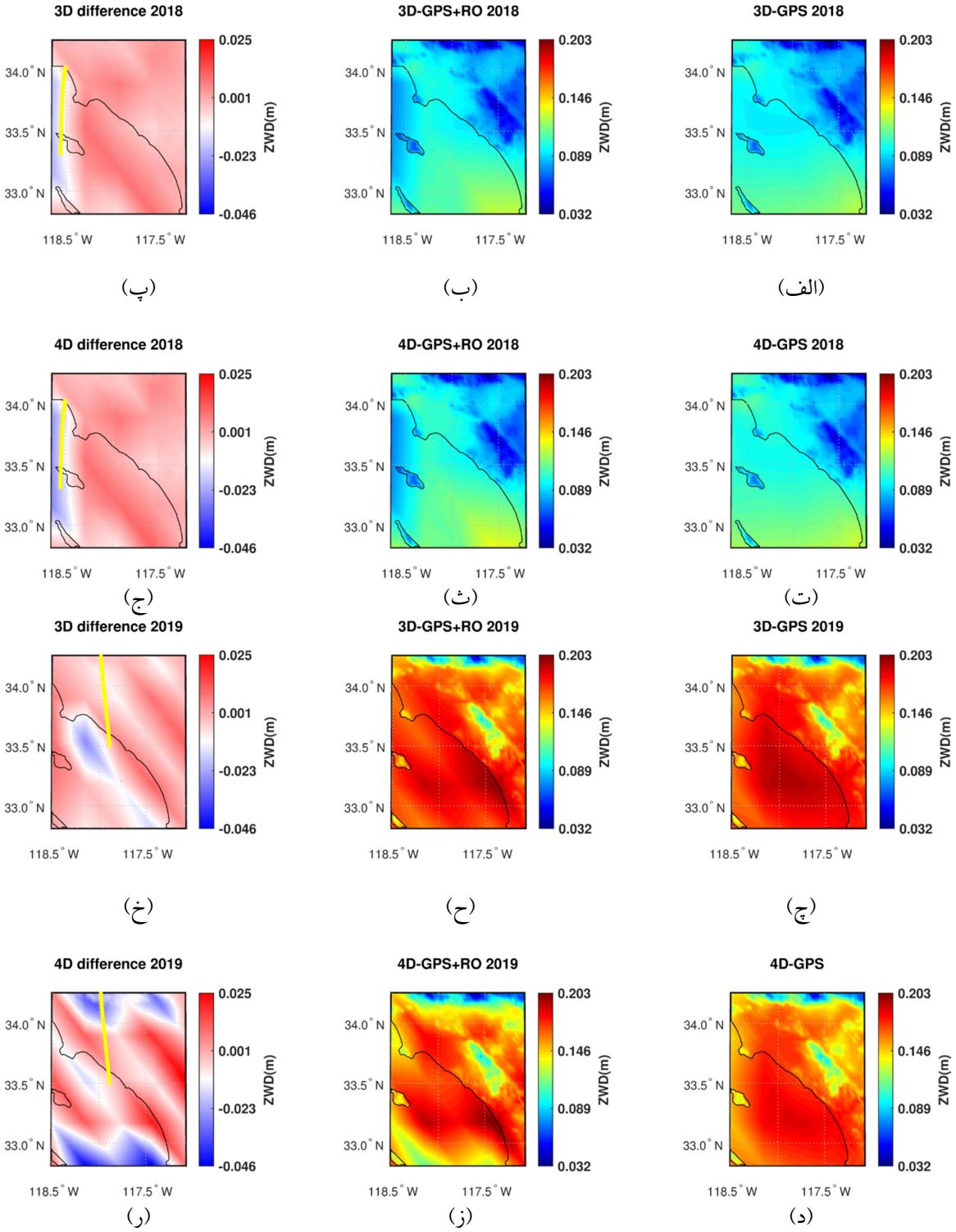
شکل ۸. نمودار الف) مقدار RMSE هر یک از روش‌ها و نمودار ب) نیز درصد بهبود مقدار RMSE هر یک از روش‌ها را نسبت به RMSE داده‌های ERA5 در ساعت ۱۲ روز ۲۸ ماه نوامبر سال ۲۰۱۸ را نمایش می‌دهد. همچنین نمودار پ) مقدار RMSE و نمودار ت) نیز درصد بهبود آن را در ساعت ۱۲ روز ۱۲ ماهی می ۲۰۱۹ نشان می‌دهد.

با توجه به شکل ۸-الف و ب مشاهده می‌شود که بیشترین مقدار RMSE مربوط به داده‌های ERA5 است و دقت همه روش‌ها در هر دو اپک از این مدل عددی بیشتر است و می‌توان نتیجه گرفت که مدل تابعی به‌کار گرفته‌شده، دقت بهتری از داده‌های ERA5 دارد. همچنین در شکل ۸-ب مشاهده می‌شود که ترکیب مدل تابعی با داده‌های

آکولتیشن تا حدود ۵۸ درصد توانسته است مقدار RMSE داده‌های ERA5 را بهبود بخشد. در شکل ۸-ت نیز مشاهده می‌شود که کمترین درصد بهبود مربوط به اپک روز ۱۲ می سال ۲۰۱۹ در حالت مدل تابعی سه‌بعدی فقط با استفاده از مشاهدات GPS است که در حدود ۸ درصد مقدار RMSE را بهبود بخشیده است. در مقایسه روش‌های سه‌بعدی و چهاربعدی در حالت فقط استفاده از مشاهدات GPS با توجه به شکل ۸-ب و ت می‌توان به‌ترتیب درصد بهبود ۷ و ۴ درصدی را مشاهده کرد و دقت مدل تابعی چهاربعدی را در حالت فقط استفاده از مشاهدات GPS را نسبت به حالت سه‌بعدی نتیجه گرفت و می‌توان گفت که نمایش ضرایب مجهول برحسب زمان باعث افزایش دقت توموگرافی انجام‌شده شده است. در مقایسه مدل تابعی سه‌بعدی و چهاربعدی در دو حالت فقط مشاهدات GPS و تلفیق مشاهدات GPS با آکولتیشن می‌توان مشاهده کرد که مدل سه‌بعدی در اپک‌های روز ۲۸ نوامبر و ۱۲ می به ترتیب ۸ و ۷ درصد بهبودیافته است. همچنین مدل چهاربعدی نیز در این دو اپک به‌ترتیب در حدود ۱۰ و ۹ درصد بهبودیافته است. درنتیجه می‌توان گفت که اضافه کردن مشاهدات آکولتیشن باعث افزایش دقت هر دو مدل سه‌بعدی و چهاربعدی شده است. در شکل ۸-الف و پ مشاهده می‌شود که کمترین مقدار RMSE مربوط به حالت چهاربعدی تلفیق مشاهدات GPS و آکولتیشن است. همچنین با توجه به خط‌های سبزرنگ در شکل ۷-الف و ب دیده می‌شود که اختلاف ضرایب حاصل از ترکیب مشاهدات آکولتیشن با مشاهدات GPS در ارتفاع‌های کمتر از ۲ کیلومتر از بقیه روش کمتر است و می‌توان نتیجه گرفت که وابسته کردن ضرایب مجهول به زمان و اضافه کردن مشاهدات آکولتیشن بهبود بیشتری در لایه‌های اولیه جو که بیشترین تغییرات ضرایب شکست رادارند به‌وجود آورده است. درنتیجه می‌توان نتیجه گرفت که این حالت بیشترین دقت را دارد.

با استفاده از ضرایب شکست حاصل در کدام از روش‌ها و طبق معادله (۲) می‌توان مقادیر تأخیر تروپوسفری تر را محاسبه کرد. برای این منظور با داشتن مدل ارتفاعی منطقه و تقسیم‌بندی ارتفاعی در نظر گرفته‌شده برای منطقه، مقدار طول سیگنال در هر المان حجمی محاسبه‌شده و سپس با استفاده از ضرایب مدل تابعی برآورد شده مقدار ضریب شکست تر متناظر برای المان حجمی بازیابی شده و درنهایت طبق معادله (۲) می‌توان مقدار تأخیر تروپوسفری تر هر نقطه را محاسبه کرد. شکل ۹ مقایسه تأخیر تروپوسفری تر در منطقه موردمطالعه و در اپک‌های توموگرافی در نظر گرفته‌شده را برای هرکدام از حالت‌ها نمایش می‌دهد.

طبق شکل ۹-پ، ج، خ، ر اضافه کردن مشاهدات آکولتیشن تنها ضرایب شکست تر نزدیک نقاط مشاهداتی را تحت‌تأثیر قرار نمی‌دهد؛ بلکه کل ضرایب شکست تر موجود در شبکه را تغییر می‌دهد و باعث ایجاد تغییراتی در حدود ۴ سانتی‌متر در تأخیر تروپوسفری تر می‌شود و در بالا نشان داده شد که این تغییر دقت را افزایش می‌دهد. با مقایسه شکل ۹-پ و ۹-ج با شکل ۹-خ و ۹-ر مشاهده می‌شود که مقدار تغییرات در ضرایب تأخیر تروپوسفری تر با تلفیق مشاهدات آکولتیشن در روز ۱۲ می ۲۰۱۹ بیشتر از ۲۸ نوامبر ۲۰۱۸ است. همچنین با توجه به نقشه‌های مقادیر تروپوسفری تر دو روز می‌توان گفت که مقدار بخارآب بیشتری در روز ۱۲ می ۲۰۱۹ در شبکه موجود بوده است؛ بنابراین با توجه به مقادیر بیشتر بخارآب و تغییران بیشتر آن در این اپک، تلفیق مشاهدات آکولتیشن تأثیر بیشتری را در این اپک داشته است. همچنین با توجه به شکل ۹-ر می‌توان بیشترین اختلاف را در مقادیر تأخیر تروپوسفری تر حاصل از تنها مشاهدات GPS و تلفیق مشاهدات آکولتیشن را مشاهده کرد. همان‌طور که گفته شد در این اپک مقادیر بخارآب بیشتر بوده و ارائه مدل تابعی چهاربعدی و همچنین تلفیق مشاهدات آکولتیشن باعث تغییرات بیشتر مقادیر تأخیر تروپوسفری تر در این حالت شده است.



شکل۹. مقادیر تأخیر تروپوسفری تر موجود در شبکه به‌ازای روش‌های به کار گرفته‌شده. نمودار الف) اختلاف مقادیر تأخیر تروپوسفری توموگرافی فقط مشاهدات GPS و مشاهدات آکولتیشن را درروش سه‌بعدی، نمودار ب) مقدار تأخیر تروپوسفری حاصل از تلفیق مشاهدات آکولتیشن درروش سه‌بعدی، نمودار پ) نیز مقدار تأخیر تروپوسفری مدل سه‌بعدی حاصل از فقط مشاهدات GPS، نمودار ت) اختلاف مقادیر تأخیر تروپوسفری فقط مشاهدات GPS و مشاهدات آکولتیشن را درروش چهاربعدی، نمودار ث) مقدار تأخیر تروپوسفری حاصل از تلفیق مشاهدات آکولتیشن درروش چهاربعدی، نمودار ج) نیز مقدار تأخیر تروپوسفری مدل چهاربعدی حاصل از فقط مشاهدات GPS را در ۱۲ می ۲۰۱۹ نشان می‌دهند. نمودارهای (چ)، (ح)، (خ)، (د)، (ذ) و (ر) نیز مربوط به مقادیر تأخیر تروپوسفری هر یک از روش‌ها در تاریخ ۲۸ نوامبر ۲۰۱۸ هستند. مشاهدات آکولتیشن نیز با مربع‌های زردرنگ نمایش داده‌شده‌اند.

۵-نتیجه‌گیری

هدف این مقاله استفاده از مشاهدات آکولتیشن در توموگرافی ضریب شکست تر جو با استفاده از مدل‌های تابعی سه‌بعدی و چهاربعدی است. استفاده از مدل تابعی باعث می‌شود که با کاهش مجهولات مسئله توموگرافی در حالت المان حجمی، مسئله بدوضع توموگرافی را بتوان حل کرد و نهایتاً پروفیل‌های ضرایب شکست تر را به‌دست آورد. برای این منظور از ترکیب مدل تابعی هارمونیک‌های کلاه‌کروی و توابع متعامد تجربی برای نمایش سه‌بعدی مجهولات و همچنین به‌کارگیری توابع پایه اسپیلاین چندجمله‌ای برای وابستگی مجهولات به زمان و نمایش چهاربعدی آنها استفاده شد به‌طوری‌که از هارمونیک‌های کلاه‌کروی برای نمایش مجهولات در راستای طول جغرافیایی و عرض جغرافیایی، از توابع متعامد تجربی برای نمایش تغییرات ارتفاعی بهره گرفته شد. درنهایت برای نشان دادن مجهولات در طول زمان نیز از توابع پایه اسپیلاین چندجمله‌ای استفاده شد. پس از تعیین پارامترهای مدل‌های تابعی مشاهدات آکولتیشن به مدل تابعی اضافه شدند. به‌علت تفاوت در تعداد و همچنین جنس مشاهدات آکولتیشن، وزن نسبی بین دسته مشاهدات آکولتیشن و GNSS برآورد شد و از این مشاهدات جهت برآورد ضرایب شکست تر در حالت‌های سه‌بعدی و چهاربعدی استفاده شد. برای ارزیابی نتایج به‌دست‌آمده در مدل‌های سه‌بعدی و چهاربعدی در حالت فقط استفاده از مشاهدات GPS و حالت تلفیق مشاهدات GPS و آکولتیشن با داده‌های ایستگاه رادیوسوند موجود در شبکه و همچنین داده‌های داده‌های ERA5 مقایسه شدند. نتایج حاصل نشان داد که مدل تابعی به‌کار گرفته‌شده دقت بهتری نسبت به داده‌های ERA5 دارد و ترکیب مدل تابعی چهاربعدی با داده‌های آکولتیشن توانست تا ۵۸ درصد مقدار RMSE داده‌های ERA5 را بهبود بخشد. همچنین نتایج نشان دادند که در حالت فقط استفاده از مشاهدات GPS مدل تابعی چهاربعدی دقت بهتری دارد و توانست تا حدود ۷ درصد نسبت به مقدار RMSE داده‌های ERA5 بهبود را نشان دهد. همچنین با توجه به نتایج به‌دست‌آمده در هردو روش سه‌بعدی و چهاربعدی اضافه کردن مشاهدات آکولتیشن باعث افزایش دقت شد و بهترین دقت نیز در مدل تابعی چهاربعدی حاصل شد. درنهایت نیز با مقایسه مقادیر تأخیر تروپوسفری تر در منطقه موردمطالعه نشان داده شد که اضافه کردن مشاهدات آکولتیشن باعث تغییر در تأخیر تروپوسفری تر تمام نقاط شبکه می‌شود.

مراجع

Adavi, Z. and Mashhadi-Hossainali, M., 2014, 4D tomographic reconstruction of the tropospheric wet refractivity using the concept of virtual reference station, case study: northwest of Iran. Meteorology and Atmospheric Physics 126, 193-205.

Al-Fanek, O. J. S., 2013, Ionospheric imaging for Canadian polar regions. University of Calgary.

Alizadeh, M., 2013, Multi-Dimensional modeling of the ionospheric parameters, using space geodetic techniques. Techn. Univ. Wien.

Alizadeh, M., Schuh, H., Todorova, S. and Schmidt, M., 2011, Global ionosphere maps of VTEC from GNSS, satellite altimetry, and Formosat-3/COSMIC data. Journal of Geodesy 85, 975–987.

Aster, R., Borchers, B. and Thurber, C., 2005, Parameter estimation and inverse problems: Elsevier Academic. Borchers, CH Thurber–Elsevier-Academic Press, New York, London.

Bender, M., Dick, G., Ge, M., Deng, Z., Wickert, J., Kahle, H., Raabe, A. and Tetzlaff, G., 2011, Development of a GNSS water vapour tomography system using algebraic reconstruction techniques. Advances in Space Research 47, 1704-1720.

Bender, M., Dick, G., Heise, S., Zus, F., Deng, Z., Shangguan, M., Ramatschi, M. and Wickert, J., 2013, GNSS Water Vapor Tomography.

Bender, M. and Raabe, A., 2007, Preconditions to ground based GPS water vapour tomography. Annales geophysicae. pp. 1727-1734.

Bevis, M., Businger, S., Herring, T. A., Rocken, C., Anthes, R. A. and Ware, R. H., 1992, GPS meteorology: Remote sensing of atmospheric water vapor using the Global Positioning System. Journal of Geophysical Research: Atmospheres 97, 15787-15801.

Bjornsson, H. and Venegas, S., 1997, A manual for EOF and SVD analyses of climatic data.

CCGCR Report 97, 112-134.
Böhm, J., Heinkelmann, R. and Schuh, H., 2007, Short note: a global model of pressure and temperature for geodetic applications. Journal of Geodesy 81, 679-683.
Böhm, J., Niell, A., Tregoning, P. and Schuh, H., 2006, Global Mapping Function (GMF): A new empirical mapping function based on numerical weather model data. Geophysical Research Letters 33.
Champollion, C., Masson, F., Bouin, M.-N., Walpersdorf, A., Doerflinger, E., Bock, O. and Van Baelen, J., 2005, GPS water vapour tomography: preliminary results from the ESCOMPTE field experiment. Atmospheric research 74, 253-274.
Chen, P., Yao, Y. and Yao, W., 2017, Global ionosphere maps based on GNSS, satellite altimetry, radio occultation and DORIS. GPS solutions 21, 639-650.
Dettmering, D., Schmidt, M., Heinkelmann, R. and Seitz, M., 2011, Combination of different space-geodetic observations for regional ionosphere modeling. Journal of Geodesy 85, 989-998.
Farzaneh, S. and Forootan, E., 2018, Reconstructing Regional Ionospheric Electron Density: A Combined Spherical Slepian Function and Empirical Orthogonal Function Approach. Surveys in Geophysics 39, 289-309.
Flores, A., Ruffini, G. and Rius, A., 2000, 4D tropospheric tomography using GPS slant wet delays. Annales Geophysicae. Springer, 223-234.
Forootan, E., 2014, Statistical signal decomposition techniques for analyzing time-variable satellite gravimetry data. Universitäts-und Landesbibliothek Bonn.
Haines, G., 1985, Spherical cap harmonic analysis. Journal of Geophysical Research: Solid Earth 90, 12563-12574.
Haji-Aghajany, S. and Amerian, Y, 2017, Three dimensional ray tracing technique for tropospheric water vapor tomography using GPS measurements. Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics 164, 81-88.
Haji-Aghajany, S., Amerian, Y. and Verhagen, S., 2020a, B-spline function-based approach for GPS tropospheric tomography. GPS Solutions 24, 1-12.
Haji-Aghajany, S., Amerian, Y., Verhagen, S., Rohm, W. and Ma, H, 2020b, An optimal troposphere tomography technique using the WRF model outputs and topography of the area. Remote Sensing 12, 1442.
Hansen, P. C., 1998, Rank-deficient and discrete ill-posed problems: numerical aspects of linear inversion. SIAM.
Hersbach, H., Bell, B., Berrisford, P., Hirahara, S., Horányi, A., Muñoz-Sabater, J., Nicolas, J., Peubey, C., Radu, R. and Schepers, D., 2020, The ERA5 global reanalysis. Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society 146, 1999-2049.
Hirahara, K., 2000, Local GPS tropospheric tomography. Earth, planets and space 52, 935-939.
Koch, K.-R. and Kusche, J., 2002, Regularization of geopotential determination from satellite data by variance components. Journal of Geodesy 76, 259-268.
Limberger, M., 2015, Ionosphere modeling from GPS radio occultations and complementary data based on B-splines. Technische Universität München.
Liu, Z., 2004, Ionosphere tomographic modeling and applications using Global Positioning System (GPS) measurements.
Razin, M. R. G. and Voosoghi, B., 2017, Regional ionosphere modeling using spherical cap harmonics and empirical orthogonal functions over Iran. Acta Geodaetica et Geophysica 52, 19-33.
Recommendation, I., 453-9, 2001, The radio refractive index: its formula and refractivity data. Recommendations and Reports of the ITU-R 8, 618-7.
Schmidt, M., Dettmering, D., Mößmer, M., Wang, Y. and Zhang, J., 2011, Comparison of spherical harmonic and B spline models for the vertical total electron content. Radio Science 46.
Schumaker, L. L. and Traas, C., 1991, Fitting scattered data on spherelike surfaces using tensor products of trigonometric and polynomial splines. Numerische Mathematik 60, 133-144.
Sharifi, M.A., Sam-Khaniani, A., Joghataei, M., Schmidt, T., Masoumi, S. and Wickert, J., 2013, Tropopause analysis over the Iranian region using GPS radio occultation data. Advances in Space Research 52, 1700-1707.
Subirana, J. S., Hernandez-Pajares, M. and Zornoza, J.e.M.J., 2013, GNSS Data Processing: Fundamentals and Algorithms. European Space Agency.
Xia, P., Cai, C. and Liu, Z., 2013, GNSS troposphere tomography based on two-step reconstructions using GPS observations and COSMIC profiles. Annales geophysicae. Copernicus GmbH (Copernicus Publications) on behalf of the European Geosciences Union (EGU.(
Xu, X., Luo, J. and Shi, C., 2009, Comparison of COSMIC radio occultation refractivity profiles with radiosonde measurements. Advances in Atmospheric Sciences 26, 1137–

1145.
Zhao, Q., Yao, Y. and Yao, W, 2018, Troposphere water vapour tomography: A horizontal parameterised approach. Remote Sensing 10, 1241.

Combination of Radio Occultation data in 3D and 4D functional model tomography for retrieving the wet refractivity indices

Dehvari, M.[1], Farzaneh, S.[2*] and Sharifi, M. A.[3]

1. Ph.D. Student, Department of Surveying and Geomatics Engineering, Faculty of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran

2. Assistant Professor, Department of Surveying and Geomatics Engineering, Faculty of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran

3. Associate Professor, Department of Surveying and Geomatics Engineering, Faculty of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran

(Received: 7 April 2021, Accepted: 20 Sep 2021)

Summary

Atmospheric wet refractivity indices, which are dependent on the water vapor, are one of the most important parameters for analyzing climate change in an area. Wet refractivity indices can be estimated from Radiosonde stations measurement or calculated from numerical meteorological models. But due to low temporal and spatial resolution of radiosonde stations and severe variations of water vapor in the lower levels of Atmosphere, today's numerical meteorological models provide low accuracy for atmospheric parameters. But nowadays, by growing number of stations that can use global positioning satellite measurements, atmospheric parameter can be estimated via remote sensing measurements in wide temporal and spatial resolutions. Wet refractivity indices cause delay in GPS measurement signals thus this delay have information about distribution of wet refractivity indices in atmosphere. By the use of global positioning satellites that can estimate atmospheric wet delay and tomography method, wet refractivity indices can be estimated. One of the growing methods for measuring the atmosphere parameters is the radio occultation technique. By increasing the number of low earth orbit satellites that carry GNSS receiver, this technique can provide observation in all of the globe, which its observations are obtained directly from the type of atmosphere parameters. The aim of this study is to use a combination of RO and GPS observation in 3D and 4D atmospheric tomography. But since tomography problem are ill-posed because of the poor distribution of GPS observations in network, a functional model has been implemented to estimate the wet refractivity indices from of the atmospheric tomography problem. By expanding tomography's unknowns to base functions coefficients, the number of unknowns will be decreased and problem will become well-posed and unknowns can be estimated from inverse problem. In the three-dimensional functional model, combination of spherical cap harmonics and empirical orthogonal functions have been used to solve the inverse problem. Spherical cap harmonics are used to represent the wet refractivity indices in horizontal distribution and empirical orthogonal functions are used for the vertical distribution of the unknown coefficients. Eventually, the B-spline is used to represent the four-dimensional functional model and the dependence of coefficients to the time. After implementing 3D and 4D functional models, the relative weight of RO data with comparison to GPS data has been calculated using variance component method. The US region of California has been selected as the study network due to its high tectonic importance and the large number of GPS stations. The results in two considered tomography epochs have been validated with radiosonde station data in the network and also have been compared with ERA5 reanalysis data. Comparison of the profiles obtained from tomography and the ERA5 data profiles with the radiosonde wet refractivity indices shows that the results obtained from the functional model tomography are better than those of the ERA5 data. The results of the combination illustrate that using RO data in both 3D and 4D models, the RMSE has been decreased and showed improvement of about 7 to 10 percent compared to uncombined tomographic models. Also, it is seen that using RO data in the 4D model has higher accuracy compared to the 3D model due to the use of a time-dependent functional model that increases the functional model's accuracy.

Keywords: Spherical cap harmonics, Radiosonde, variance component estimation, Slant wet delay, base spline function.

* Corresponding author: farzaneh@ut.ac.ir