وارونسازی سهبعدی دادههای گرانی سنجی در فضای داده با استفاده از قید فشردگی

زينب عباسزاده'، سعيد وطنخواه مله و وحيد ابراهيمزاده اردستاني "

. کارشناس ارشد ژئوفیزیک، دانشگاه آزاد اسلامی، همدان، ایران ۲. دکتری ژئوفیزیک، گروه فیزیک زمین، مؤسسهٔ ژئوفیزیک دانشگاه تهران، ایران ۲. استاد، گروه فیزیک زمین، مؤسسهٔ ژئوفیزیک دانشگاه تهران، ایران

(دریافت: ۹۳/۱۱/۸، پذیرش نهایی: ۹۴/۳/۱۲)

چکیدہ

در این مقاله وارون سازی دادههای گرانی سنجی برای تعیین توزیع سه بعدی جرم زیر سطحی بررسی شده است. سطح زیرین در ناحیهٔ برداشت دادههای گرانی به تعداد زیادی مکعب با ابعاد ثابت تقسیم شده و وارون سازی به دنبال یافتن مقادیر چگالی برای هریک از این مکعبها بوده است. تابع هدف به کار برده شده شدامل عبارت عدم برازش دادهها و عبارت تنظیم فصل مدل را به سوی تُنکی سوق داده است. علاوه بر آن عارت تنظیم است. کاربرد قید فشردگی در عبارت تنظیم فضای مدل را به سوی تُنکی سوق داده است. علاوه بر آن ماتریس های وزن دهی عمقی و قیود سخت نیز استفاده شده اند. از آنجایی که مسئلهٔ وارون یک مسئلهٔ فرومعین است، ماتریس های وزن دهی عمقی و قیود سخت نیز استفاده شده اند. از آنجایی که مسئلهٔ وارون یک مسئلهٔ فرومعین است، حل آن در فضای داده انجام پذیرفته که در مقایسه با فضای مدل را به سوی تُنکی سوق داده است. علاوه بر آن کوچک تر است. برای حل سیستم معادلات خطی از روش گرادیان مزدوج استفاده شده است. مرای داده انجام پذیرفته که در مقایسه با فضای مدل، نیازمند حل سیستم معادلات خطی با ابعاد بسیار وارون ست. برای حل سیستم معادلات خطی از روش گرادیان مزدوج استفاده شده است. ترکیب گرادیان مزدوج با وارون سازی در فضای داده امکان حل مسائل با ابعاد بزرگ را فراهم میآورد. برنامهٔ کامپیوتری نوشته سده برای وارون سازی در فضای داده امکان حل مسائل با ابعاد بزرگ را فراهم میآورد. برنامهٔ کامپیوتری نوشته سده برای برگردان داده های تولید سازی شده است. در انتها وارون سازی شده است. در انتها وارون سازی بردا شت شده روی معدن منگنز صفو واقع در شمال غرب ایران با استفاده از برنامهٔ وارون سازی مذکور برگردان و مدل سازی شده است شده است. در انتها مداده های گراین بردا شت شده روی معدن منگنز صفو واقع در شمال غرب ایران با استفاده از برنامهٔ وارون سازی مذکور برگردان و مدل می و مراین و مدل می مرم میآورد. برنامهٔ مارون می در انتها وارون سازی مذکور برگردان و مدل سازی شده اند. نتایج وارون سازی توزیع مادهٔ معدنی با گسترش عمقی ۵ تا ۵۲ مازی مردی را نش ان

واژههای کلیدی: فضای داده، قید فشردگی، گرادیان مزدوج، گرانیسنجی، وارونسازی سهبعدی

۱. مقدمه

طوری که مدل حاصل بتواند داده ها را با تقریب قابل قبولی برازش کند و نیز از لحاظ زمین شناسی دارای مفهوم باشد. در وارون سازی داده های گرانی سنجی دو مشکل عدم یکتایی(non-uniqueness) جواب و پایداری آن چالش برانگیز است. مسئلهٔ عدم یکتایی از دو جنبهٔ عدم یکتایی ناشی از ماهیت چشمه های گرانی و عدم یکتایی جبری ناشی از نوع تقسیم بندی سطح زیرین قابل طرح است. در نوع نخست باید توجه داشت که مشابل عمادل بسیاری در درون زمین می توانند دادهٔ مشابهی در سطح تولید کنند؛ بنابراین عمل وارون می تواند به حصول توزیع های مختلفی از چگالی منجر شود. عدم یکتایی دوم به نوع تقسیم بندی مورد ا ستفاده امروزه وارونسازی داده ها مهم ترین مرحله در تفسیر بی هنجاری ها و نتایج حاصل از پروژه های اکتشافی به روش گرانی سنجی محسوب می شود. هدف این است که با استفاده از داده های برداشت شده روی سطح زمین به تخمینی از چگالی و پارامتر های هندسی نامعلوم چشمهٔ تولید کنندهٔ این داده ها دست یافت. روش مرسوم در وارونسازی خطی گرانی سنجی آن است که سطح زیرین در ناحیهٔ برداشت داده تو سط تعداد زیادی مکعب (M عدد) با ابعاد ثابت تقسیم شود (بولانگر و چوتو، گرفته می شود. وارونسازی به دنبال محاسبهٔ مقادیر مناسب برای چگالی هریک از این مکعب هاست، به

برای مدل سازی سطح زیرین مربوط است. این تقسیمبندی همواره به صورتی است که تعداد پارامترهای مدل بسیار بیشتر از تعداد داده ها (N) است و در اص_طلاح گفتـه می شـودکـه مسـئلـه فرومعين (underdetermined) است؛ بنابراین از لحاظ جبری بي نهايت جواب مي تواند به دست آيد. علاوه بر اين عدم یکتایی شدید، باید مسئلهٔ عدم پایداری جواب را نیز در نظر گرفت که ناشمی از بدشرطبودن (ill-condition) ماتریس کرنل و وجود نوفه در داده های گرانی است. بنابراین حصول جوابی که از دیدگاه زمین شناسمی قابل قبول باشد و همزمان به نوفهٔ موجود در داده حساسیت بسیار کمی داشته باشد، نیازمند فرایند منظمسازی (regularization) جواب است. در این حالت تابع هدفی مركب از دو عبارت عدم انطباق دادهها (data misfit) و عبارت تنظيم (regularization term) جايگزين مسئلهٔ اوليه شده و جواب از كمينه كردن اين تابع هدف حاصل می شود. عبارت تنظیم چندین کارکرد دارد؛ در گام نخست اندازهٔ یارامتر های مدل را محدود می کند، بنابراین از تغییرات بزرگ و غیرواقعی در جواب جلو گیری می شود. در گام بعدی مشخصات خاصی که برای مدل مورد نظرند در این عبارت وارد می شود؛ این ویژگیها را میتوان از اطلاعات زمین شــناســی و دیگر اطلاعات موجود در منطقه به دست آورد یا این که بر اساس مفروضاتي دربارة مدل مورد جستجو طراحي کرد. به عنوان نمونه استفاده از قید همواری (smoothing) در این عبارت به حصول مدل هایی هموار براي چشمهٔ بي هنجاري خواهد انجاميد (لي و اولدنبر گ، ۱۹۹۸). به هر حال موارد بسیاری وجود دارد که چشمههای زیرسطحی مرزهای گسسته و تیز با محیط دربر گیرندهاش دارد؛ بنابراین در این حالت باید جواب حاصل از منظم سازی به سمت بازسازی این چشمه ها سوق داده شود. بر این اساس لاست و کوبیک (۱۹۸۳) با معرفی قید فشردگی به دنبال جوابی برای چشرمهٔ بي هنجاري با كمترين حجم بودهاند. در اين حالت فضاي

مدل تُنک (Sparse) می شود، به این مفهوم که تعداد پارامترهای مدل با مقادیر غیرصفر کمینه خواهد شد؛ همزمان با آنکه شرط برازش داده ها نیز بر آورده می شود. تُنکی سبب می گردد که مرزهای بی هنجاری با محیط اطرافش در مدل سازی واضح تر و تیز دیده شود. این قید در سال های بعد توسط پورتنیا گوین و زادانف (۱۹۹۹) تو سعه داده و استفاده شد. در این مقاله هدف باز سازی مدل های با مرز گسسته است؛ بنابراین از قید فشرد گی در عبارت تنظیم استفاده می شود.

در وارونسازی خطی دادههای گرانیسنجی، حل عددی سیسیتم معادلات خطی به ابعاد ماتریس کرنل وابسته است. برای مسائل با ابعاد کوچک تا متوسط مى توان از تجزيهٔ مقادير تكين(SVD) ماتريس كرنل استفاده کرد (وطن خواه و همکاران، ۲۰۱۵). در مسائل با ابعاد بزرگ تجزيهٔ مقادير تكين امكان پذير نيست يا بسیار زمانبر است؛ بنابراین نیاز است که از روشهای تکرار مانند گرادیان مزدوج (conjugate gradient) برای حل سیستم معادلات استفاده شود. در این مقاله دو شيوه براي كاهش زمان محا سبات ا ستفاده مي شود. در ابتدا مسئله به فضای داده برده می شود و در گام بعدی از گرادیان مزدوج برای حل سیستم معادلات خطی استفاده می گردد. حل مسئله در فضای داده توسط تارانتولا (۲۰۰۵) و ييلكينگتون (۲۰۰۹) استفاده شده است. همان طور که گفته شد در وارون سازی سهبعدی گرانی تعداد پارامترهای مجهول بسیار بیشتر از تعداد دادههاست (N « M)؛ بنابراین می توان با تبدیل سیستم معادلات خطی از فضای مدل (که نیازمند وارون ماتریس به ابعاد M×M است) به فضای داده (وارون ماتریس به ابعاد N×N) زمان محاسبات را کاهش داد.

در ادامه ابتدا تئوری روش مورد استفاده به تفصیل برر سی خواهد شد و سپس نتایج وارون سازی دادههای حاصل از مدل مصنوعی نشان داده می شود. در انتها نیز دادههای گرانی برداشت شده در ناحیهٔ معدن منگنز صفو استفاده شده و منطقهٔ مورد مطالعه مدلسازی می گردد.

۲. نظریه روش وارونسازی امروزه متداول ترین روش برای وارونسازی سهبعدی دادههای گرانیسنجی تقسیم سطح زیرین در ناحیهٔ برداشتداده به مجموعهای از M مکعب است (شکل ۱). ابعاد و موقعیت این مکعبها مشخص و تباین چگالی آن ها نامعلوم در نظر گرفته می شود. ویژگی این نوع می توان همزمان چندین چشمهٔ بی هنجاری را مدل سازی می توان همزمان چندین چشمهٔ بی هنجاری را مدل سازی کرد. علاوه بر آن حل گسستهٔ انتگرال نیوتن برای یک مورد استفاده در این مقاله، ابعاد مکعبها یکسان و برابر فاصله بین دو ایستگاه گرانی است. در واقع دادههای گرانی در یک شبکهٔ منظم در نظر گرفته می شوند، به طوری که هر ایستگاه گرانی در مرکز وجه بالای مکعب ها در لایهٔ بالایی قرار دارد (بولانگر و چوتو، در ۲۰۰۱).

 $\mathbf{m} \in \mathbb{R}^{M}$ اگر تباین چگالی مکعب ها در بردار $\mathbf{m} \in \mathbb{R}^{M}$ و داده ها در بردار $\mathbb{R}^{m} \in \mathbf{d}^{obs}$ در نظر گرفته شوند، آنگاه حل مسئلهٔ وارون خطی گرانی سنجی نیازمند یافتن جوابی برای سیستم معادلات خطی زیر است: $\mathbf{Gm} = \mathbf{d}^{obs}$ (1)

که در آن، G ماتریس کرنل با ابعاد N×M است. این ماتریس در واقع تصویرکنندهٔ فضای مدل به فضای داده است. آرایههای ماتریس کرنل(_{ig}) به وسیلهٔ هندسهٔ

بلوک j أم و رابطهٔ آن با نقطهٔ مشا هده ای أم معین می شوند (بلکلی، ۱۹۹۶). همان طور که اشاره شد به علت بدوضع بودن مسئله، ضروری است که سیستم معادلات ۱ به سیستمی خوش وضع (well-posed) تبدیل شود. در این مقاله از تابع هدفی که توسط تارانتولا (۲۰۰۵) معرفی شده است، استفاده می شود:

$$\begin{split} \mathbf{S}(\mathbf{m}) &= (\mathbf{G}\mathbf{m} - \mathbf{d}^{\text{obs}})^{\text{T}} \mathbf{C}_{\text{D}}^{-1} (\mathbf{G}\mathbf{m} - \mathbf{d}^{\text{obs}}) + \\ & (\mathbf{m} - \mathbf{m}_{\text{prior}})^{\text{T}} \mathbf{C}_{\text{M}}^{-1} (\mathbf{m} - \mathbf{m}_{\text{prior}}) \end{split} \tag{Y}$$

که در آن، ^{N×N} $\equiv C_D \circ C_D$ ماتریس کواریانس دادههاست. با فرض آن که نوفهٔ موجود در دادهها غیرهمبسته با شد، ماتریس کواریانس به صورت ماتریسی قطری شامل واریانس نوفه، $(\eta_i^2)^2$ ، نوشته می شود. ماتریس می شود و ماتریس ^{M×M} $\equiv C_M \circ C_M = (L^T L)^2$ در نظر گرفته می شود و ماتریس ^{M×M} $\equiv L \circ C_M \circ C_M \circ C_M$ در از ماتریس حاصل شده است (وطن خواه و همکاران)، شد. $(T \circ T \circ T)$. در ادامه دربارهٔ این ماتریس تو ضیح داده خواهد شد. m_{prior} . در ادامه دربارهٔ این ماتریس اطلاعات زمین شناسی و این مقادیر را می توان براساس اطلاعات زمین شناسی و مفر در نظر گرفته می شوند.

برای حصـول جواب با ید معاد لهٔ ۲ نسـبت به پارامتر های مدل کمینه گردد که پس از کمینهسـازی جواب به صورت زیر خواهد بود:

$$\mathbf{m} = \mathbf{m}_{\text{prior}} + (\mathbf{G}^{\mathrm{T}}\mathbf{C}_{\mathrm{D}}^{-1}\mathbf{G} + \mathbf{C}_{\mathrm{M}}^{-1})^{-1}\mathbf{G}^{\mathrm{T}}\mathbf{C}_{\mathrm{D}}^{-1}(\mathbf{d}^{\mathrm{obs}} - \mathbf{G}\mathbf{m}_{\mathrm{nrior}})$$



(٣)

شکل ۱. تقسیمبندی سطح زیرین توسط مجموعهای از مکعبها؛ ایستگاههای گرانیسنجی با + مشخص شدهاند. nsx و nsy دلالت بر تعداد ایستگاههای گرانی در راستای x و y دارند و nbz تعداد مکعبها در عمق است. pady و pady مکعبهایی هستند که ممکن است در اطراف شبکهٔ دادههای گرانی اضافه شوند تا از انحرافات ممکن در بازسازی مدل در طول مرزها اجتناب شود.

حل سیستم معادلات (۳) نیازمند وارون ماتریس G^TG با ابعاد M×M است. در وارونسازی دادههای گرانی به علت بزرگنبودن تعداد پارامترهای مدل، محاسبهٔ وارون G^TG زمانبر و گاهی ناممکن است. با استفاده از رابطهٔ (تارانتولا، ۲۰۰۵):

 $(G^{T}C_{D}^{-1}G + C_{M}^{-1})^{-1}G^{T}C_{D}^{-1} = C_{M}G^{T}(GC_{M}G^{T} + C_{D})^{-1}$ (۴) معادلهٔ (۳) به صورت زیر تبدیل می شود:

 $\mathbf{m} = \mathbf{m}_{prior} + C_M G^T (GC_M G^T + C_D)^{-1} (\mathbf{d}^{obs} - G\mathbf{m}_{prior}) (\Delta)$ $= \mathbf{d} \quad \text{Isometry} \quad \mathbf{d} \quad \mathbf{$

ماتریس L مورد استفاده از حاصل ضرب سه ماتریس به صورت زیر به دست آمده است (وطن خواه و همکاران، ۲۰۱۴):

$$\mathbf{L} = \mathbf{W}_{\varepsilon} \mathbf{W}_{\text{depth}} \mathbf{W}_{\text{hard}} \tag{(\textbf{9})}$$

 $W_{\epsilon} = diag((\mathbf{m} - \mathbf{m}_{prior})^{2} + \epsilon^{2})^{-l/2} \in \mathbb{R}^{M \times M}$ که، ما تریس قید فشردگی است. این ماتریس به مقدار پارامترهای مدل وابســـته اســـت؛ بنابراين مســئله بايد به صــورت تکرار(iterative) حل شود. پارامتر ٤ عامل مهمی در مقدار فشردگی مدل حا صل ا ست، مقادیر کوچک آن فشردگی مدل را افزایش میدهد و برعکس. ماتریس depth) ماتریس وزن دهی عمقی $W_{depth} \in \mathbb{R}^{M \times M}$ $W_{denth_{\alpha}} = 1/(z_i)^{\beta}$ شامل عناصر قطری (weighting matrix است. این تابع توسط لی و اولدنبر گ (۱۹۹۸) معرفی شد تا به تمام مكعب ها براي انجام وارونسازي احتمال یکسانی داده شده و از تمرکز جواب در سطح اجتناب گردد. در W_{depth} ، Σ عمق متوسط سلول **أ**م و β وزن منا سب را برای این ماتریس فراهم می کند. مطالعات قبل نشان داده است که انتخاب ضریب β در بازهٔ [0.5, 1] قابل قبول است (بولانگر و چوتو، ۲۰۰۱). ضريب بزرگ تر وزن بیشــتری به مکعب های عمیق میدهد و برعكس. در این مقاله β=0.8 برای تمام وارونسازیها

ا ستفاده شده ا ست. ماتریس ^{۲۸۸} W_{bard} ∈ R^{M×M} ، ماتریس قیود س_خت اس_ت. معمولاً این ماتریس برابر ماتریس ا انتخاب می شود، مگر در مواقعی که اطلاعات زمین شیناسیی و حفاری چگالی برخی از مکعب ها را مشخص کند. در این صورت این چگالی ها در m_{prior} وارد شــده، سـپس ماتریس W_{hard} طوری انتخاب می گردد که برای چنین سلولهایی _{اا}(W_{hard}) برابر مقدار بزرگی (در این مقاله برابر ۱۰۰) باشــد. انتخاب مقدار بزرگ برای _{اا} (W_{hard}) سبب خواهد شد که در طول فرايند وارونسازي، چگالي اوليهٔ انتخاب شده براي بلوک أم ثابت بماند و وارون سازی به دنبال یافتن چگالی بقیه مکعب ها با شد. نکتهٔ مهم دیگر آن است که با استفاده از اطلاعات زمین شـناسـی منطقه، حدود بالا و پايين براي چگالي مکعبها ([m_{min}, m_{max}]) تعيين گردد. این امر سبب کاهش عدم یکتایی جواب و بهبود مدل حاصل خواهد شـد. در فرایند وارونسازی اگر چگالی محاسبه شده براي يک بلوک خارج از اين کران ها باشد، آن مقدار به نزدیک ترین مرز برگشته و در آن ثابت خواهد شد (با انتخاب مقدار بزرگ برای _{(Whard})). استفاده از قید فشردگی رابطهٔ ۵ را به صورت زیر تبدیل مي کند:

$$\mathbf{m}^{(k)} = \mathbf{m}^{(k-1)} + C_{M}^{(k)}G^{T}(GC_{M}^{(k)}G^{T} + C_{D})^{-1}(\mathbf{d}^{obs} - G\mathbf{m}^{(k-1)})$$
(V)

بالانویس k دلالت بر آن دارد که **m** و C_M در هر تکرار، بهنگام (update) می شوند. تکرار ها زمانی متوقف خواهند شد که شرط برازش متاوقف خواهدند شد که شرع بر اورده شود $\left|\frac{d_i^{obs} - (Gm^{(k)})_i}{\eta_i}\right|_2^2 \le N + \sqrt{2N}$) بر آورده شود (بولانگر و چوتو، ۲۰۰۱). در غیر این صورت بیشینه تعداد تکرارها که توسط کاربر تعیین شده است، معیار توقف خواهد بود. رابطهٔ (۷) در شکل فشرده به صورت زیر نوشته می شود: (۸)

$$\mathbf{b}^{(k)} = (\mathbf{G}\mathbf{C}_{M}^{(k)}\mathbf{G}^{\mathrm{T}} + \mathbf{C}_{D})^{-1}(\mathbf{d}^{\mathrm{obs}} - \mathbf{G}\mathbf{m}^{(k-1)})$$
(4)

از این روکه b^(k) نیازمند محاسبهٔ وارون ماتریس از ابعاد N×N است، برای بهبود سر عت اجرای بر نا مه از گرادیان مزدوج برای محاسبهٔ آن استفاده می شود (ييلكينگتون، ۲۰۰۹). سيستمي به شكل زير در نظر گرفته می شود: $(\mathbf{1},\mathbf{1})$

$$A^{(k)}b^{(k)} = f^{(k)}$$

که،

 $A^{(k)} = (GC_{M}^{(k)}G^{T} + C_{D}), \quad f^{(k)} = (d^{obs} - Gm^{(k-1)})$ بنابراین، با کاربرد گرادیان مزدوج، b^(k) از معادلهٔ (۱۰) محاسبه شده و سپس جواب با استفاده از معادلهٔ (۷) به دست می آید. گرادیان مزدوج در دستهٔ روشهای تكرار براي حل مسائل بدوضع بزر گمقياس قرار دارد. اگر تعداد تکرارهای آن با t نشان داده شود، برای t كوچك مؤلفه هاى جواب مربوط به مقادير ويژه كوچك فيلتر ميشوند. در واقع اين مؤلفهها علت رفتار نو ساني ناخوا سته در جواب هستند. در اين حالت امكان دارد تعدادی از مؤلفه های مربوط به جواب اصلی نیز فیلتر شوند، بنابراین جوابی هموار حا صل خواهد شد. با

افزایش t مؤلفه های جواب مربوط به مقادیر ویژه کوچک به تدریج وارد جواب خواهند شد. علاوه بر آن زمان محاسبات نيز افزايش مي يابد. بنابراين لازم است که در انتخاب تعداد تکرار های گراد یان مزدوج دقت شود. مراحل وارونسازی در جدول ۱ خلاصه شده است.

٣. مدل مصنوعي

مدل ا ستفاده شده برای برر سی توانایی روش پیشنهادی در شــکل ۲ دیده میشـود. این مدل شــامل دو مکعب یکسان است که در اعماق مختلف قرار دارند. مشخصات مکعب ها در جدول ۲ آمده است. این مدل از آنجهت انتخاب شــده اســت تا بتوان توانايي الگوريتم را براي حالتهای واقعی که زمین شناسی پیچیده دارند، برر سی کرد. دادهٔ حاصل از این مدل (d^{exact}) در ۸۰۶ = ۲۶× ۳۱ ایسـتگاه در سـطح تولید میشـود (شـکل ۳-الف). فاصلهٔ ایستگاهها در جهات x و y برابر ۱۰۰m است. نوفة كوسى با انحراف معيار (dexact) + 0.005 dexact) = (0.01 dexact) به هر داده اضافه می شود (شکل ۳-ب).

جدول ١. مراحل انجام وارونسازي.

$m_{_{max}}$ ، $m_{_{min}}$ ، $\epsilon > 0$ ، β ، $C_{_{D}}$ ، $m_{_{prior}}$ ، G ، $d^{_{obs}}$ ورودی ها: $d^{_{obs}}$
$\mathrm{W}_{\mathrm{hard}}$ و $\mathrm{W}_{\mathrm{depth}}$ مرحلهٔ ۱. محاسبهٔ $\mathrm{W}_{\mathrm{depth}}$
$\mathrm{L}^{(1)}=\mathrm{W}_{\mathrm{depth}}\mathrm{W}_{\mathrm{hard}}$, $\mathrm{W}^{(1)}_{\epsilon}=\mathrm{I}$, $\mathbf{m}^{(0)}=\mathbf{m}_{\mathrm{prior}}$ مرحلهٔ ۲. قراردادن
$A^{(1)} = (GC_M^{\ (1)}G^T + C_D)$, $f^{(1)} = (\mathbf{d}^{obs} - G\mathbf{m}^{(0)})$, محاسبهٔ $k = 1$, محاسبهٔ $k = 1$, محاسبهٔ $k = 1$
مرحلهٔ ۴. محاسبهٔ $b^{(k)}$ با استفاده از معادلهٔ ۱۰
${f v}$ محاسبهٔ ${f m}^{(k)}$ با استفاده از معادلهٔ ${f v}$
${ m m}_{ m min} \leq {f m}^{(k)} \leq { m m}_{ m max}$ مرحلهٔ ۶. اعمال کران،های چگالی به طوری که ${ m m}_{ m max}$
$A^{(k)} = (GC_{M}^{\ \ (k)}G^{T} + C_{D})$, $f^{(k)} = ({f d}^{obs} - G{f m}^{(k-1)})$ مرحلهٔ ۷. محاسبهٔ (
$k = k + 1$ مرحلهٔ ۸ محاسبهٔ $L^{(k+1)} = W^{(k+1)}_{\epsilon} L^{(1)}$, $W^{(k+1)}_{\epsilon} = diag((\mathbf{m}^{(k)} - \mathbf{m}^{(k-1)})^2 + \epsilon^2)^{-1/2}$ و قراردادن
مرحلهٔ ۹. معیار توقف بررسی شود، در صورت برآوردهشدن، فرایند متوقف شود و در غیر این صورت برو به مرحلهٔ ۴
خروجی: m ^(k)



شکل ۲. مدل شامل دو مکعب؛ چگالی مکعبها برابر ۱ gr/cm³ است.

مشخصات مدل.	۲.	جدول
-------------	----	------

مكعب	گسترش در راستای محور X	گسترش در راستای محور y	گسترش در راستای محور Z	چگالی (گرم بر سانتیمتر مکعب)
١	۸۰۰-۱۳۰۰	1414	18	١
۲	۱۸۰۰-۳۳۰۰	110	***-^	١

برای وارونسازی سطح زیرین به ۱۲۰۹۰ = ۱۵ × ۲۶ × ۳۱ مکعب با ابعاد ۱۰۰ متر تقسیم شـده اسـت.

تكرارها با $\mathbf{w}_{\epsilon} = \mathbf{W}_{hard} = \mathbf{I}$ و $\mathbf{m}^{(0)} = \mathbf{0}$ شروع مىشوند.

ضرائب β و ع به ترتیب برابر ۸/۰ و ۰/۰۱ و کرانهای

. چگالی $\left[m_{min} = 0 \frac{gr}{cm^3}, m_{max} = 1 \frac{gr}{cm^3}\right]$ انتخاب شدہ اند.

بعد از ۵ تکرار شـرط توقف (834 _{> 2} پر آورده

می شود. شکل ۴ نتایج وارون سازی برای داده های

نوفهای شکل ۳ را نشان میدهد. مکعب ۱ با دقت بسیار

خوبی بازسازی شده است. ابعاد و تباین چگالی مدل

حاصل نزدیک به مدل اصلی است. برای مکعب ۲ که

عمیق تر است، باز سازی خوبی صورت نگرفته است. در

بخش کوچکی از ناحیهٔ تباین چگالی نزدیک به مقدار مورد انتظار به دست آمده است، در حالی که در بقیهٔ قسمتها فقط تصویری هموار از مدل اصلی دیده می شود. همچنین در مورد مرزهای بی هنجاری نمی توان تخمین دقیقی ارائه داد. علت این مشکل را می توان در ضعیف بودن اثر این مکعب در در سطح دانست (شکل ۳-ب). بنابراین انتظار باز سازی دقیق نباید دا شت. علاوه مقایسه با جواب های هموار تفکیک پذیری بیشتری دارند، اما به طور کلی در وارونسازی دادهای گرانی تفکیک پذیری با عمق کاهش می یابد.



شکل ۳. بی هنجاری گرانی تولیدشده توسط مدل شکل ۱؛ (الف) بدون نوفه و (ب) آمیخته با نوفه.



شکل ۴. نتایج وارونسازی دادههای نوفهای شکل ۳؛ مقطع عرضی در (الف) y=۱۱۰۰ m و در (ب) y=۱۱۰۰ m.

۴. دادههای واقعی

در این بخش داده های گرانی برداشت شده روی معدن منگنز صفو برای وارون سازی استفاده می شود. عملیات برداشت، پردازش و تفسیر این داده ها توسط بخش گرانی سنجی مؤ سسهٔ ژئوفیزیک انجام گرفته است. این داده از آنجهت که منا سب کاربرد قید فشردگی است، انتخاب می گردد.

۴. ۱. زمین شناسی منطقه

کانسار منگنز صفو (Safo) در شمال غرب ایران و در فاصلهٔ حدود ۲۵ کیلومتری شمال شهر چالدران واقع است. این منطقه به لحاظ ساختاری و زمین شناسی در زون افیولیتی شمال باختر کشور موسوم به افیولیت خوی (Khoy ophiolite) جای دارد (امامعلی پور، ۱۳۸۴). در شکل ۵ زون های ساختاری ایران و نقشه زمین شناسی خوی نشان داده شده است (عزیزی و محجل، ۱۳۸۶). در افیولیت خوی کانهزایی عموماً از نوع نهشتههای منگنز، منگنز-آهن، آهن و منگنز-آهن-مس هستند.

کانسنگ نهشتهٔ صفو از نظر کانی شناسی ترکیب سادهای دارد. بر پایهٔ مطالعات انجام گرفته، پیرولوسیت، بیکسبیت و براونیت کانه های منگنز موجود در بخش های گوناگون نهشتهٔ مزبور هستند که در این میان پیرولوسیت کانهٔ غالب و فراوان منگنز در ذخیره است (امامعلی پور، ۱۳۸۴). هماتیت کم و بیش همراه با کانه های منگنز در بیشتر موارد حضور دارد. کلسیت و کوارتز کانی های بیشتر موارد حضور دارد. کلسیت و کوارتز کانی های انیدریت تنها در مقادیر اندک در برخی نمو نه ها گزارش شده است. مقدار اکسید منگنز در بخش های گوناگون نهشتهٔ صفو بین ۲۰/۴ تا ۶۹/۱ درصد تغییر می کند (همان).

۴. ۲. پردازش و آمادهسازی دادهها

محدودهٔ بردا شت دادههای گرانی در مستطیلی قرار دارد که گوشهٔ منتهاالیه جنوب غربی آن به مختصات ۴۳۸۲۷۶ و ۴۳۴۲۹۷۱ و گوشهٔ شمال شرقی آن به مختصات ۴۳۸۶۰۹ و ۴۳۴۳۱۸۷ در سیستم تصویری UTM (در زون ۳۸s بیضوی مرجع WGS84) است. تعداد ۶۱۷ ایستگاه گرانی در شبکهای شامل ۲۱ پروفیل برداشت شده است. فواصل نقاط در طول پروفیلها ۱۰ متر و فاصلهٔ پروفیل ها از یکدیگر نیز در بیشتر موارد ۱۰ متر است. برای چند پروفیل در شمال منطقه فا صله تا حدود ۲۰ متر افزایش یافته است. همچنین در گوشهٔ شمال شرقى شبكه به علت عوارض توپو گرافي دادهٔ كمتري برداشت شده است. شکل ۶ بی هنجاری گرانی نسبی را برای این ناحیه نشــان میدهد که یک کشــیدگی در راســتاي شــمالي- جنوبي با شــدت بالا مربوط به توزيع مادهٔ معدنی در آن آشکار است. بی هنجاری باقیمانده با حذف بیهنجاری ناحیهای به روش برازش چندجملهای درجهٔ دوم حاصل می شود. بیشتر مواقع برای وارون سازی داده های زمینی میدان پتانسیل توصیه می شود که بی هنجاری باقیمانده تا ارتفاعی به اندازهٔ نصف ضخامت سلول ها در لايه نخست ادامه فراسو داده شود (سايت







شکل ۵. (الف) نقشهٔ ساختاری ایران و (ب) نقشهٔ زمینشناسی خوی (اقتباس از عزیزی و محجل، ۱۳۸۶).



شکل ۶. نقشهٔ بی هنجاری بو گه بر روی معدن منگنز صفو.



شکل ۷. نقشهٔ ادامهٔ فراسوی بیهنجاری باقیمانده تا ارتفاع ۲/۵ متر؛ مستطیل مشکی ناحیهٔ منتخب برای وارونسازی را نشان میدهد.

۴. ۳. وارونسازی دادهها

به علت آنکه هدف مدل سازی سطح زیرین در ناحیهٔ مرکزی شکل ۷ است، بنابراین ناحیه ای شامل ۶۰۸ = ۲۳ × ۱۹ داده که در یک شبکهٔ منظم با فواصل ۵ متر نمونه برداری شده اند، برای وارون سازی انتخاب می گردد (مستطیل مشکی در شکل ۷). تعداد لایه ها در عمق برابر ۱۵ و ضخامت هر لایه ۵ متر در نظر گرفته می شود. برای اجتناب از انحراف ممکن در لبه های ناحیه، دو مکعب از هر طرف به مدل طراحی شده اضافه شده است. بنابراین تعداد پارامتر های مدل برابر ۱۲۴۲۰ = ۱۵ × ۳۶ × ۳۳ (امامعلی پور، ۱۳۸۴)، چگالی زمینه برابر ۲/۸ گرم بر سانتی متر مکعب و کران بالا و پایین برای چگالی به تر تیب ۸/۴ و ۲/۴ گرم بر سانتی متر مکعب انتخاب شده اند. برای خطای در داده، فرض می شود که هر داده

دارای خطای گوسی است که انحراف معیار آن برابر ([[[down]+0.00] (dows]) میباشد. بر اساس برنامهٔ تهیه شده عمل وارون سازی پس از ۱۰ تکرار متوقف می شود. نتایج مدل سازی در شکل ۸ نشان داده شده است. همچنین پاسخ گرانی این مدل در شکل ۹ دیده می شود. برا ساس باز سازی مدل، گسترش طولی آن در راستای محور طولها (X) در حدود ۳۵ متر است و در راستای محور عمق (Z) از ۵ متری شروع می شود و تا برای عمق بالا بیشتر از عمق پایین است. نتایج این مدل سازی با گزارش های موجود در بخش مدل سازی با گزارش های موجود در بخش هرچند که در حفاری های صورت پذیرفته عمق توده از ۲۰-۳ متری شروع شده و در ۳۰-۲۵ متری خاتمه یافته از ۲۰-۳ متری شروع شده و در ۳۰-۲۵ متری خاتمه یافته از ۲۰-۳ متری شروع شده و در ۳۰-۲۵ متری خاتمه یافته



شکل ۸ نتایج وارونسازی برای ناحیهٔ انتخابشدهٔ شکل ۷. (الف) سطح مقطع در اعماق ۱۰، ۳۰ و ۶۰ متری و (ب) مقاطع عرضی حاصل از مدلسازی در نقاط با عرضهای ۲۰، ۸۰ و ۱۳۰ متری.



شکل ۹. پاسخ گرانی مدل ساختهشده در شکل ۸

۵. نتيجه گيري

در این مقاله وارونسازی سهبعدی دادههای گرانی سنجی در فضای داده و با استفاده از قید فشردگی معرفی گردید. زمین مورد مطالعه در زیر سطح بردا شت دادهها به تعداد زیادی مکعب یکسان تقسیم شد و وارون سازی به دنبال یافتن مقادیر مجهول چگالی برای این مکعبها بود. به علت آنکه در این مسئله تعداد پارامترهای مجهول بسیار بیشتر از تعداد دادههاست، سیستم معادلات از فضای مدل به فضای داده انتقال یافت و در این فضا حل شد. انتقال به فضای داده و استفاده از گرادیان مزدوج برای حل سیستم معادلات خطی این امکان را فراهم آورد تا مسائلی با ماتریس کرنل بزرگ در زمان کمتری

- Tarantola, A., 2005, Inverse problem theory and methods for model parameter estimation, SIAM, Philadelphia, U.S.A.
- Vatankhah, S., Ardestani, V. E. and Renaut, R. A., 2014, Automatic estimation of the regularization parameter in 2-D focusing gravity inversion: application of the method to the Safo manganese mine in northwest of Iran, Journal of Geophysics and Engineering, 11, 045001.
- Vatankhah, S., Ardestani, V. E. and Renaut R. A., 2015, Application of the χ^2 principle and unbiased predictive risk estimator for determining the regularization parameter in 3-D focusing gravity inversion, Geophysical Journal International, 200, 265-277.

قابلیت حل داشته باشند. در عبارت تنظیم ماتریسی ترکیبیافته از سه ماتریس فشردگی، وزندهی عمقی و قیود سخت به کار رفت. کاربرد قید فشردگی سبب شد که الگوریتم توانایی مناسبی برای بازسازی چشمه های گرانی دارای تباین چگالی بالا داشته باشد. الگوریتم نشان داد که توانایی بازسازی مرزهای بی هنجاری را دارد، چشمه های کم عمق و در اعماق متوسط با دقت قابل قبولی بازسازی می و در اعماق متوسط با دقت تفکیک روش کاهش می یابد و نتایجی متفاوت از مدل اصلی حاصل می گردد. وارونسازی داده های گرانی برداشت شده روی معدن منگنز صفو، وجود تودهٔ معدنی برداشت شده روی معدن منگنز صفو، وجود تودهٔ معدنی می دهد که تطابق خوبی با بررسی های قبلی دارد (وطن خواه و همکاران، ۲۰۱۴).

مراجع

- Blakely, R. J., 1996, Potential theory in gravity and magnetic applications, Cambridge University Press, Cambridge.
- Boulanger, O. and Chouteau, M., 2001, Constraint in 3D gravity inversion, Geophysical Prospecting, 49, 265-280.
- Last, B. J. and Kubik, K, 1983, Compact gravity inversion, Geophysics, 48, 713-721.
- Li, Y. and Oldenburg, D. W., 1998, 3D inversion of gravity data, Geophysics, 63, 109-19.
- Pilkington, M., 2009, 3D magnetic data-space inversion with sparseness constraints, Geophysics, 74, L7- L15.
- Portniaguine, O. and Zhdanov, M. S., 1999, Focusing geophysical inversion images, Geophysics, 64, 874-887.