

امواج سالیتمونی در پلاسمای میان‌ستاره‌ای با الکترون‌های دارای توزیع کرنز در حضور

یون‌های منفی

حسین سلمان‌پور^۱ و مهدی شریفیان^{۲*}

۱. دانشجوی دکتری، بخش اتمی و مولکولی (گروه پلاسما)، دانشکده فیزیک، پردیس علوم، دانشگاه یزد، یزد، ایران

۲. استادیار، بخش اتمی و مولکولی (گروه پلاسما)، دانشکده فیزیک، پردیس علوم، دانشگاه یزد، یزد، ایران

(دریافت: ۹۶/۳/۲۱، پذیرش نهایی: ۹۶/۸/۲)

چکیده

در این مقاله انتشار مایل امواج سالیتمونی غیرخطی یونی صوتی در پلاسمای میان‌ستاره‌ای نسبتی ضعیف و غیربرخوردی در حضور یون‌های مثبت و منفی و الکترون‌های غیرگرمایی (با توزیع کرنز) بوسیله روش اختلال کاهش‌یافته مطالعه شده است. در این مقاله رابطه کورتوک-دی وریز یا KdV (Korteweg-de Vries) که دارای جواب انتشار مایل امواج سالیتمونی است، به دست آمده است. اثر سرعت یون‌ها و الکترون‌های غیرگرمایی را روی دامنه و پهنای امواج سالیتمونی بررسی و همچنین اثر پارامترهایی مثل میدان مغناطیسی و چگالی یون‌ها را مطالعه کرده‌ایم. ما به این نتیجه رسیدیم که معادله پراکندگی (که یک معادله درجه چهار است) دارای چهار ریشه است ولی چهار ریشه آن به معنای وجود چهار موج سالیتمونی نخواهد بود و محاسبات عددی نشان می‌دهد که فقط به‌ازای دو ریشه آن دو نوع مد یونی صوتی (مد تند و کند) در پلاسمای در نظر گرفته‌شده در این مقاله وجود دارد. مد تند وابسته به انتشار سالیتمون‌های متراکم است، در حالی که مد کند وابسته به انتشار مد رقیق‌شونده است. همچنین انرژی سالیتمون‌ها را محاسبه و اثر پارامترهای پلاسما بر آن را بررسی کرده‌ایم. دامنه هر دو نوع سالیتمون با افزایش زاویه بین بردار موج و میدان مغناطیسی، سرعت سوق نسبیتی یون، چگالی یون منفی و پارامتر غیرگرمایی افزایش می‌یابد. قدرت میدان مغناطیسی، دامنه هیچکدام از دو نوع سالیتمون را تغییر نمی‌دهد اما پهنای آن‌ها را کاهش می‌دهد. با افزایش سرعت سوق نسبیتی یون، دامنه سالیتمون‌ها افزایش یافته ولی پهنای آن‌ها کاهش می‌یابد.

واژه‌های کلیدی: امواج یونی صوتی، پلاسمای میان‌ستاره‌ای، معادله KdV.

۱. مقدمه

به‌طور مرتب، در اتمسفر خورشیدی و فضای میان‌سیاره‌ای مشاهده می‌شوند. ساختارهای غیرخطی معمولاً به روش اختلال بررسی می‌شوند. در تقریب دامنه کوچک معمولاً معادلات دیفرانسیل غیرخطی مثل KdV یا mKdV (modified KdV) به دست می‌آید (بهات‌تاچرایا، ۱۹۸۳). تعداد بسیار زیادی از نویسندگان از جمله بهاروتراماند و شوکلا (۱۹۸۶) از روش اختلال‌یافته استفاده کرده‌اند. یاداو و شارما (۱۹۹۱) سالیتمون‌های یونی صوتی را بررسی کردند. ریزاتو (۱۹۸۸) نشان داد که پلاسما با اجزایی مثل پوزیترون، علاوه بر یون‌های مثبت و الکترون، به‌صورت متفاوتی رفتار می‌کند. پلاسمای نسبیتی در بسیاری از مواقع از جمله پدیده‌های پلاسمایی میان‌ستاره‌ای (گرابه، ۱۹۸۹)، کمربند تابشی ون آلن (آیکری، ۱۹۷۳) و

پلاسما با هر دو گونه یون مثبت و منفی پلاسمای یون منفی نامیده می‌شود. این نوع پلاسما از اهمیت بسیاری در رشته‌های علوم پلاسما و تکنولوژی برخوردار است. از میان ساختارهای غیرخطی، سالیتمون‌های یونی صوتی مهم‌ترین پدیده غیرخطی در تحقیقات پلاسما به‌ویژه پلاسمای میان‌ستاره‌ای است. سالیتمون‌های یونی صوتی، وقتی که سرعت یون‌ها و الکترون‌ها از سرعت نور خیلی کمتر باشد، از خود رفتار غیرنسبیتی نشان می‌دهند اما، وقتی سرعت آن‌ها به سرعت نور نزدیک می‌شود، اثرات نسبیتی رفتار سالیتمون‌ها را تغییر می‌دهد. پلاسمای نسبیتی در بسیاری از موقعیت‌ها یافت می‌شود (کاو و داسون، ۱۹۷۰). باریکه‌های یونی پراانرژی که دارای سرعت زیاد با انرژی در حدود ۰/۱ مگاوات تا ۱۰۰ مگاوات هستند،

برهمکنش لیزر-پلازما (ایرون، ۱۹۷۹) روی می‌دهد. اثرات نسبیته ضعیف بر روی انتشار امواج یونی صوتی در یک بعد با استفاده از معادله KdV برای پلاسمای سرد بدون لختی الکترون بررسی شده است (داس و پائول، ۱۹۸۵). کلیتا و همکاران (۱۹۹۶) وجود سالیتون‌ها را با لحاظ کردن معادله کاملاً سیالی برای الکترون‌ها بررسی کرده‌اند. اللبانی و شعبان (۱۹۹۵) تأثیر جملات مراتب بالاتر غیرخطی در امواج یونی صوتی غیرخطی در پلاسمای نسبیته ضعیف شامل سیال یونی گرم و الکترون‌های غیرهمدمای گرم را با استفاده از تئوری اختلال کاهش‌یافته بررسی کرده‌اند. اللبانی و همکاران (۱۹۹۶) همچنین امواج سالیتونی یونی صوتی را در پلاسمای گرم نسبیته ضعیف در سرعت فاز بحرانی، با استفاده از تئوری اختلال کاهش‌یافته، بررسی کردند. امواج بزرگ دامنه لانگمیر و امواج یونی صوتی در پلاسمای دو سیالی نسبیته با به‌دست‌آوردن شبه‌پتانسیل توسط نوح (۱۹۸۷) بررسی شده است. دانشمندان رفتار پلاسمای چندمؤلفه‌ای از یون‌های گرم یا سرد با توزیع غیرگرمایی را برای درک بیشتر رفتار آن‌ها مطالعه می‌کنند. فیزیک ساختارهای موجی غیرخطی به توزیع الکترون‌ها و یون‌ها وابسته است. این توزیع‌ها حالت‌های انتشار امواج در پلازما را افزایش می‌دهند. علاوه بر این، شرایط مورد نیاز برای تشکیل امواج به‌شدت به این توزیع‌ها وابسته است. ماهواره‌های فرجا (Freja) و وایکینگ (Viking) ساختارهای موجی سالیتونی با افت چگالی را در فضا رصد کرده‌اند (داونر و همکاران، ۱۹۹۴). بر اساس این رصدهای فضایی، یک مدل پلاسمایی شامل یون‌ها و الکترون‌ها با توزیع غیرگرمایی و با تأکید بر نقش این توزیع بر روی ساختارهای موجی توسط کرنز و همکاران (۱۹۹۵-۱۹۶۶)، مامون (۲۰۰۰) و باندیوپدیا و داس (۲۰۰۱) استفاده شد. خصوصیت مشترک نواحی شفق قطبی توزیع غیرگرمایی است. پاکزاد (۲۰۱۰) امواج سالیتونی یونی صوتی در پلاسمای نسبیته ضعیف شامل الکترون‌های غیرگرمایی، پوزیترون‌ها را با

توزیع بولتزمن و یون‌های گرم بررسی کرده است. پژوهش‌های علمی، مرزهای دانش ما را گسترده می‌کند و ما با شرایط جدیدی روبه‌رو می‌شویم. بنابراین در این مقاله پژوهش خود را به امید کمک به دانشمندان در درک پلاسمای میان‌ستاره‌ای و حتی پلاسمای آزمایشگاهی انجام داده‌ایم. در بسیاری از مقاله‌ها، امواج یونی صوتی در پلاسمای نسبیته ضعیف شامل الکترون‌ها و یون‌های مثبت یا با پوزیترون‌ها بررسی شده است. اما از آنجایی که حضور یون‌های منفی، میدان مغناطیسی، الکترون‌های غیرگرمایی و سرعت یون‌ها خصوصیات امواج سالیتونی یونی صوتی را تغییر می‌دهد، در این مقاله به بررسی امواج سالیتونی یونی صوتی در پلاسمای غیربرخوردی نسبیته ضعیف شامل الکترون‌های غیرگرمایی (با توزیع کرنز)، یون‌های مثبت و منفی با سرعت اولیه غیرصفر پرداخته‌ایم و به کمک روش اختلال کاهش‌یافته معادله KdV را به دست آورده‌ایم. ما این پژوهش را برای شناخت مدهای امواج سالیتونی که در پلازما منتشر می‌شوند و همچنین برای واکاوی بیشتر تأثیر پارامترهای پلازما بر روی دامنه، پهنا و انرژی امواج سالیتونی به انجام رسانده‌ایم. در این مقاله، در بخش دوم، معادلات اساسی سیال ارائه می‌شود. در بخش سوم، معادله KdV را با استفاده از روش اختلال کاهش‌یافته با لحاظ کردن اثرات نسبیته ضعیف به دست می‌آوریم و همچنین جواب‌های موج سالیتونی را از معادله KdV به دست می‌آوریم. بحث در مورد نتایج و نتیجه‌گیری، به ترتیب، در بخش‌های چهارم و پنجم ارائه خواهد شد.

۲. معادلات اساسی

در این مقاله، انتشار امواج یونی صوتی با دامنه کوچک اما مشخص در پلاسمای بین‌ستاره‌ای مغناطیسی غیربرخوردی نسبیته ضعیف که شامل یون‌های مثبت و منفی و الکترون‌های غیرگرمایی است، در نظر گرفته شده است. انتشار موج در صفحه X و Z و با زاویه‌ای مایل نسبت به راستای میدان مغناطیسی B (که در راستای Z است)

به صورت $Q = m_+/m_-$ تعریف شده است که m_+ و m_- به ترتیب، جرم سیال یونی مثبت و منفی است. زمان t و مختصات فضایی، به ترتیب، با دوره یون پلاسمای $\omega_{pi}^{-1} = (4\pi e^2 n_{+0}/m_+)^{-1/2}$ و طول دبای الکترون $\lambda_{Di} = (K_B T_e / 4\pi e^2 n_{+0})^{1/2}$ بهنجار شده‌اند. \hat{z} بردار واحد در جهت میدان مغناطیسی $B (=B_0 \hat{z})$ است. A_{\pm} نسبت فرکانس چرخشی یون مثبت و منفی Ω_{\pm} به ω_{pi} است. $\gamma_{\pm} = 1 - u_{\pm}^2/c^2$ فاکتور نسبیتی با $u \ll c$ و سرعت نور است. $\beta = 4\alpha/(1+3\alpha)$ پارامتر غیرگرمایی الکترون‌ها است و برای $\beta = 0$ ($\alpha = 0$) چگالی الکترون‌ها تبدیل به توزیع بولتزمن می‌شود. $\mu = n_{e0}/n_{+0}$ نسبت چگالی غیراختلالی الکترون‌ها به یون‌های مثبت است. سرعت سوق یون‌ها فقط در راستای میدان مغناطیسی نسبیتی در نظر گرفته شده است و بقیه مؤلفه‌ها (عمود بر Z) غیرنسبیتی‌اند.

۳. معادله KdV

از روش اختلال کاهش یافته برای مطالعه امواج غیرخطی یونی صوتی استفاده شده است و همچنین سیستم مختصات منبسط زیر به کار رفته است (میشرا و همکاران، ۱۹۹۴):

$$\xi = \epsilon^{1/2}(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \lambda t) = \epsilon^{1/2}(x \sin\theta + z \cos\theta - \lambda t), \quad (6)$$

$$\tau = \epsilon^{3/2}t, \quad (7)$$

که k بردار یکه در راستای انتشار موج است که با جهت میدان مغناطیسی زاویه θ می‌سازد و λ سرعت فاز موج است. ϵ پارامتر بدون بعد بسط است که میزان غیرخطی بودن را مشخص می‌کند. متغیرها به صورت زیر بسط داده می‌شوند:

$$n_+ = 1 + \epsilon n_+^{(1)} + \epsilon^2 n_+^{(2)} + \dots, \quad (8)$$

$$n_- = v + \epsilon n_-^{(1)} + \epsilon^2 n_-^{(2)} + \dots, \quad (9)$$

$$u_{+(x,y)} = \epsilon^{3/2} u_{+(x,y)}^{(1)} + \epsilon^2 u_{+(x,y)}^{(2)} + \epsilon^{5/2} u_{+(x,y)}^{(3)} + \dots, \quad (10)$$

بررسی شده است. فرکانس مشخصه خیلی کوچک‌تر از فرکانس چرخشی مغناطیسی (Gyro frequency) یون در نظر گرفته شده است و نسبت فشار ذرات به فشار مغناطیسی کوچک فرض شده است. از آنجایی که فرکانس نوسانی اختلالات پایین است، از جرم الکترون در مقایسه با جرم یون صرف نظر شده است و الکترون‌های غیرگرمایی به وسیله توزیع کرنز مدل‌سازی می‌شوند. با این شرایط، معادلات اساسی بهنجار شده سیال را می‌توان به صورت زیر نوشت (ملیک، ۱۹۹۶):

$$\frac{\partial}{\partial t}(\gamma_+ \mathbf{u}_+) + (\mathbf{u}_+ \cdot \nabla)(\gamma_+ \mathbf{u}_+) = \frac{\partial n_{\pm}}{\partial t} + \nabla \cdot (n_{\pm} \mathbf{u}_{\pm}) = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\gamma_- \mathbf{u}_-) + (\mathbf{u}_- \cdot \nabla)(\gamma_- \mathbf{u}_-) = -\nabla \varphi + A_+ \mathbf{u}_+ \times \hat{z}, \quad (2)$$

$$Q \nabla \varphi - A_- \mathbf{u}_- \times \hat{z}, \quad (3)$$

$$\nabla^2 \varphi = n_- + n_e - n_+, \quad (4)$$

الکترون‌ها با توزیع غیرگرمایی کرنز در نظر گرفته شده است که به وسیله رابطه سرعت گرمایی و N_0 مقدار تعادلی چگالی الکترون‌ها است و α پارامتری است که جمعیت ذرات غیرگرمایی پرانرژی را مشخص می‌کند. چگالی بهنجار شده الکترون‌ها با انتگرال گیری روی فضای سرعت، به صورت زیر به دست می‌آید:

$$n_e = \mu(1 - \beta\varphi + \beta^2\varphi^2) \exp(\varphi), \quad (5)$$

در روابط بالا، n_e و n_{\pm} به ترتیب، چگالی یون‌های مثبت و منفی و چگالی الکترون‌هاست که به وسیله چگالی پلاسمای غیرمختل شده n_{+0} بهنجار شده است. \mathbf{u}_{\pm} سرعت سوق یون‌ها است که توسط سرعت یونی صوتی $C_S = (K_B T_e / m_+)^{1/2}$ بهنجار شده است. پتانسیل φ به وسیله $k_B T_e / e$ بهنجار شده که k_B ثابت بولتزمن، T_e دمای الکترون و e بار الکترون است. نسبت جرمی

چگالی نسبی، فاکتورهای نسبیتی (u/c و v/c)، زاویه (θ) و پارامتر غیر گرمايي (β) بستگی دارد.

یکی از مشخصه‌های سالیتون‌ها انرژی آنها است. انرژی سالیتون از رابطه $\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi^{(1)2}(\theta) d\theta$ به دست می‌آید که در آن $\theta = \xi - U\tau$ است. با جاگذاری معادله ۲۱ و انتگرال‌گیری به رابطه انرژی سالیتون می‌رسیم:

$$E = \frac{24U^{3/2}\sqrt{B}}{A}, \quad (24)$$

که A و B به ترتیب به وسیله معادلات ۱۷ و ۱۸ بیان می‌شوند.

۴. بحث در نتایج

اگر A مثبت باشد، آنگاه سالیتون‌های متراکمی و اگر منفی باشد، سالیتون‌های رقیق‌شونده خواهیم داشت. برای استخراج نتایج در این بخش (بدون آسیب‌رساندن به کلیت مسئله) فرض می‌کنیم که $v_0 = u_0$ است، پس رابطه فاز به صورت زیر در می‌آید:

$$\lambda = \cos\theta \left(u_0 \pm \sqrt{\frac{Q\beta\gamma_1 + \eta_1}{\alpha_1\gamma_1\eta_1}} \right), \quad (25)$$

که علامت مثبت برای سالیتون‌های متراکمی و علامت منفی برای سالیتون‌های رقیق‌شونده است. با توجه به معادلات ۲۵، ۲۲ و ۱۷، ضریب غیرخطی A ، برای مد سریع موج یونی صوتی، مثبت باقی می‌ماند و از این رو سالیتون متراکمی در پلاسما وجود دارد. اگر مد کند در نظر گرفته شود، از آنجایی که ضریب A منفی می‌شود، سالیتون‌های رقیق‌شونده می‌توانند در پلاسما منتشر شوند. معادله KdV با ضریب منفی برای جمله غیرخطی امکان انتشار سالیتون‌های رقیق‌شونده را فراهم می‌کند (ناکامورا و تسوکابایشی، ۱۹۸۴؛ داس و تاگاره، ۱۹۷۵).

حداکثر دامنه سالیتون و پهنای هر دو گونه سالیتون‌ها، به صورتی ضعیف، به سرعت سوق نسبیتی یون‌ها به صورت $F = u_0/c$ بستگی دارد که این مطلب در شکل ۱ برای مقادیر ثابت $\theta = 30^\circ$ ، $v = 0.4$ ، $\beta = 0.1$ و $Q=1$ (ملیک، ۱۹۹۶) نشان داده شده است. بر اساس

$$u_{-(x,y)} = \epsilon^{3/2} u_{-(x,y)}^{(1)} + \epsilon^2 u_{-(x,y)}^{(2)} + \epsilon^{5/2} u_{-(x,y)}^{(3)} + \dots, \quad (11)$$

$$u_{+(z)} = u_0 + \epsilon u_{+(z)}^{(1)} + \epsilon^2 u_{+(z)}^{(2)} + \dots, \quad (12)$$

$$u_{-(z)} = v_0 + \epsilon u_{-(z)}^{(1)} + \epsilon^2 u_{-(z)}^{(2)} + \dots, \quad (13)$$

$$\varphi = \epsilon \varphi^{(1)} + \epsilon^2 \varphi^{(2)} + \dots, \quad (14)$$

به راحتی می‌توان از معادله ۱۱ پیوست اثبات کرد که رابطه سرعت فاز به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\frac{-Q\beta\cos^2\theta}{\eta_1(\lambda-v_0\cos\theta)^2} - \frac{\cos^2\theta}{\gamma_1(\lambda-u_0\cos\theta)^2} + \alpha_1 = 0, \quad (15)$$

و در نهایت معادله KdV از معادلات ۴، ۹، ۱۰ پیوست و معادله ۱۵ به دست می‌آید:

$$\frac{\partial\varphi^{(1)}}{\partial\tau} + A\varphi^{(1)}\frac{\partial\varphi^{(1)}}{\partial\xi} + B\frac{\partial^3\varphi^{(1)}}{\partial\xi^3} = 0, \quad (16)$$

که

$$A = \frac{\frac{3\gamma_1(\lambda-u_0\cos\theta)^2\cos^4\theta}{R_1^3} - \frac{3\eta_1\beta Q^2(\lambda-v_0\cos\theta)^2\cos^4\theta}{R_2^3} + \frac{2\gamma_2(\lambda-u_0\cos\theta)^3\cos^3\theta + 2\eta_2\beta Q^2(\lambda-v_0\cos\theta)^3\cos^3\theta}{R_1^3} - \alpha_2}{2\cos^2\theta\left(\frac{Q\beta\eta_1(\lambda-v_0\cos\theta)}{R_2^2} + \frac{\gamma_1(\lambda-u_0\cos\theta)}{R_1^2}\right)}, \quad (17)$$

$$B = \frac{1 + \frac{\beta\eta_1^2(\lambda-v_0\cos\theta)^4 Q \sin^2\theta}{R_2^2 A^2} + \frac{\gamma_1^2(\lambda-u_0\cos\theta)^4 \sin^2\theta}{R_1^2 A^2}}{2\cos^2\theta\left(\frac{Q\beta\eta_1(\lambda-v_0\cos\theta)}{R_2^2} + \frac{\gamma_1(\lambda-u_0\cos\theta)}{R_1^2}\right)}, \quad (18)$$

$$R_1 = \gamma_1(\lambda - u_0\cos\theta)^2, \quad (19)$$

$$R_2 = \eta_1(\lambda - v_0\cos\theta)^2, \quad (20)$$

و جواب موج سالیتونی حالت پایای معادله ۱۶ به صورت زیر است:

$$\varphi^{(1)} = \varphi_0 \operatorname{sech}^2 \frac{\xi - U\tau}{w}, \quad (21)$$

$$\varphi_0 = \frac{3U}{A}, \quad (22)$$

که U سرعت ثابت موج سالیتونی است. دامنه φ_0 و پهنای امواج یون صوت توسط معادلات زیر بیان می‌شود:

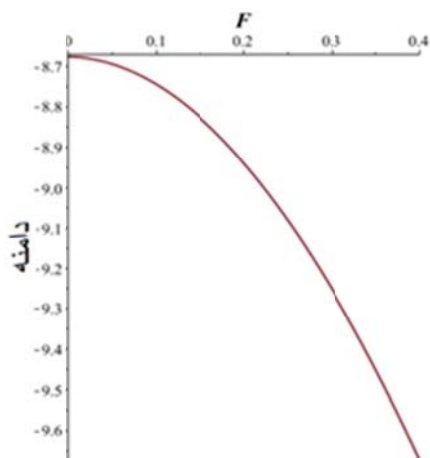
$$w = 2\sqrt{\frac{B}{U}}, \quad (23)$$

ضرایب جملات غیرخطی (A) و پراکندگی (B) به پارامترهای مختلفی مانند میدان مغناطیسی، جرم نسبی،

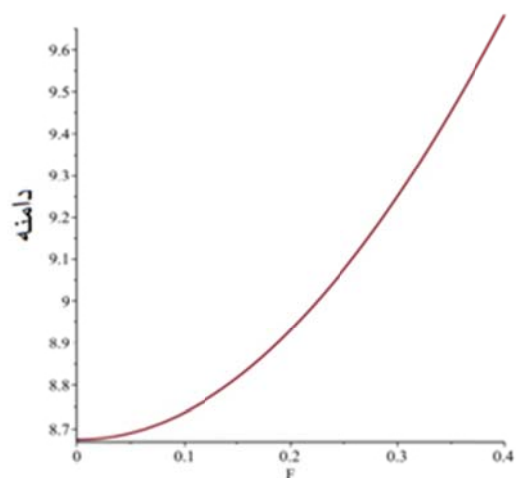
و ۱۷ و شرط $u_0 = u_0$ می‌توان دریافت که به محض اینکه راستای انتشار موج در جهت عمود بر راستای میدان مغناطیسی قرار می‌گیرد، دامنه آن به‌طور ناگهانی خیلی بزرگ می‌شود و سرانجام ناپدید می‌شود که این روند حاکی از آن است که سرعت فاز و ضریب A که در مخرج رابطه دامنه ظاهر می‌شوند، به صفر نزدیک می‌شوند (وقتی که زاویه به سمت ۹۰ درجه می‌رود). همچنین باید به این نکته بسیار مهم دقت کرد که با توجه به معادلات ۲۲ و ۱۷ حداکثر دامنه سالیون به قدرت میدان مغناطیسی بستگی ندارد.

شکل‌های ۱-الف و ۱-ب، دامنه با افزایش سرعت سوق افزایش می‌یابد، در حالی که در شکل ۱-ج پهنای سالیون با افزایش سرعت سوق کاهش می‌یابد. بزرگی دامنه سالیون‌های متراکمی و رقیق‌شونده یکسان است.

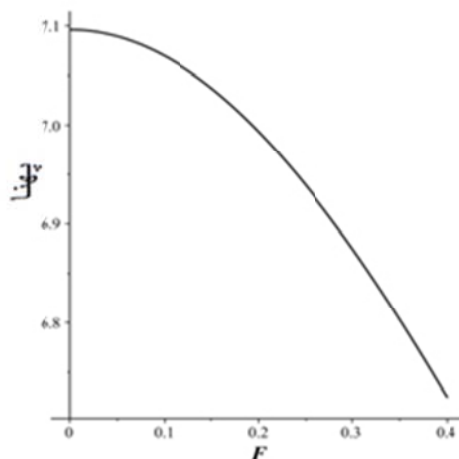
تغییرات حداکثر دامنه نسبت به زاویه انتشار در شکل ۲ برای $F = 0.28$ ، $\nu = 0.4$ ، $\beta = 0.1$ و $Q=1$ نشان داده شده است. در شکل واضح است که با افزایش زاویه، دامنه سالیون متراکمی (رقیق‌شونده) افزایش می‌یابد. اثر تغییر زاویه بر روی دامنه سالیون‌ها از اثر تغییرات سرعت بر روی دامنه سالیون‌ها بیشتر است. بر اساس معادلات ۲۲



(ب)



(الف)



(ج)

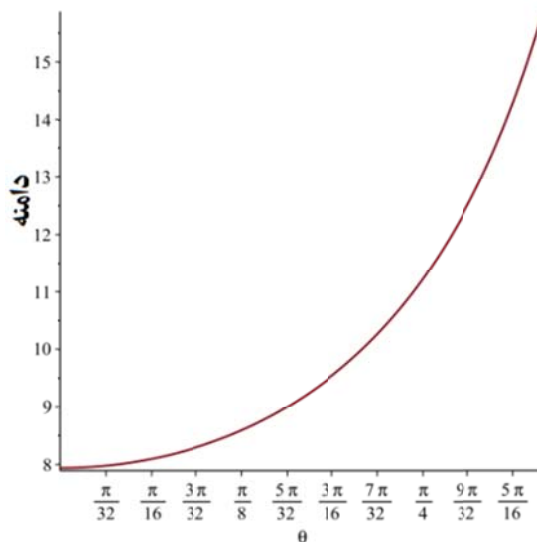
شکل ۱. حداکثر دامنه سالیون متراکمی (الف) و حداکثر دامنه سالیون رقیق‌شونده (ب) نسبت به فاکتور نسبی (F/U) رسم شده است، با افزایش فاکتور نسبی دامنه‌ها افزایش می‌یابد. در ج، تغییرات پهنای سالیون با فاکتور نسبی (F/U) نشان داده شده است؛ با افزایش فاکتور نسبی پهنای کاهش می‌یابد.

کاهش می‌یابد. ما همچنین تغییرات پهنای سالیتون با زاویه انتشار را برای مقادیر مختلف پارامتر غیر گرمایی β ، $\beta = 0.1$ (نمودار نقطه‌ای)، $\beta = 0.2$ (نمودار خط ممتد)، $\beta = 0.3$ (نمودار خط‌چین) و برای مقادیر ثابت $F = 0.28$ ، $Q=1$ ، $A_+ = 0.2$ و $v = 0.2$ در شکل ۵-ب نشان داده‌ایم. پهنای سالیتون با افزایش پارامتر غیر گرمایی افزایش می‌یابد. مقایسه شکل‌های ۵-الف و ۵-ب نشان می‌دهد که تغییرات در v در مقایسه با β دارای اثر بیشتری بر روی تغییرات پهنای سالیتون برای زاویه‌های یکسان است. تغییرات انرژی سالیتون با زاویه انتشار در شکل ۶ برای $\beta = 0.1$ ، $Q=1$ ، $A_+ = 0.2$ ، $v = 0.4$ و $F = 0.28$ (خط‌چین) و $F = 0.35$ (خط ممتد) نشان داده شده است. انرژی سالیتون با افزایش سرعت سالیتون کاهش می‌یابد و تغییرات انرژی سالیتون با زاویه انتشار جالب توجه است، زیرا ابتدا، با افزایش زاویه تا یک مقدار خاص، افزایش می‌یابد و سپس، با افزایش زاویه بیشتر از این مقدار، کاهش می‌یابد. از مشاهده آخر می‌توان نتیجه‌گیری کرد که برای دو زاویه انتشار متفاوت می‌توانیم انرژی یکسان داشته باشیم.

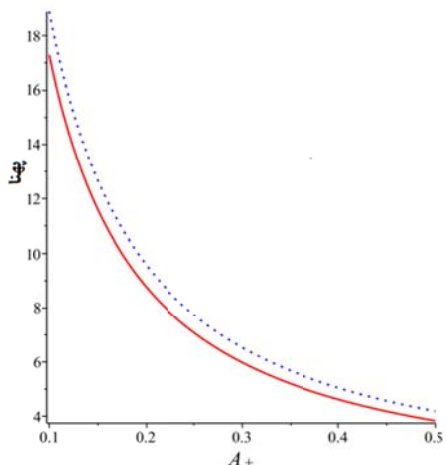
در شکل ۳ مشاهده می‌شود که پهنای سالیتون با افزایش میدان مغناطیسی کاهش می‌یابد. بر اساس معادلات ۱۸ و ۲۳ پهنای معکوس میدان مغناطیسی به توان ۲ تغییر می‌کند. با افزایش پارامتر غیر خطی β ، پهنای سالیتون بیشتر می‌شود و در مقایسه با توزیع ماکسول برای الکترون‌ها ($\beta = 0$) به این نتیجه می‌رسیم که پهنای سالیتون در توزیع غیر گرمایی بیشتر است.

در شکل ۴، تغییرات دامنه سالیتون بر حسب مقادیر مختلف پارامتر غیر گرمایی β ، برای مقادیر ثابت $F = 0.28$ ، $Q=1$ و $A_+ = 0.2$ نشان داده شده است. دامنه هر دو سالیتون متراکمی و رقیق شونده با افزایش پارامتر غیر گرمایی β افزایش می‌یابد.

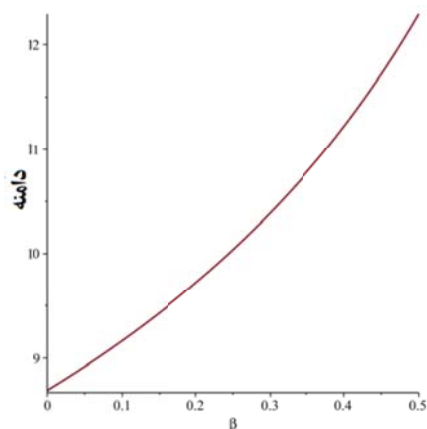
در شکل ۵-الف، تغییرات پهنای سالیتون با زاویه انتشار برای $v = 0.2$ (نمودار خط ممتد)، $v = 0.3$ (نمودار نقطه‌ای)، $v = 0.4$ (نمودار خط‌چین) و برای مقادیر ثابت $F = 0.28$ ، $Q=1$ ، $A_+ = 0.2$ و $\beta = 0.1$ نشان داده شده است. پهنای سالیتون‌ها ابتدا با افزایش زاویه θ تا یک زاویه خاص افزایش می‌یابد، اما با افزایش بیشتر زاویه شاهد آن هستیم که پهنای کاهش می‌یابد و همچنین پهنای با افزایش چگالی یون منفی v ،



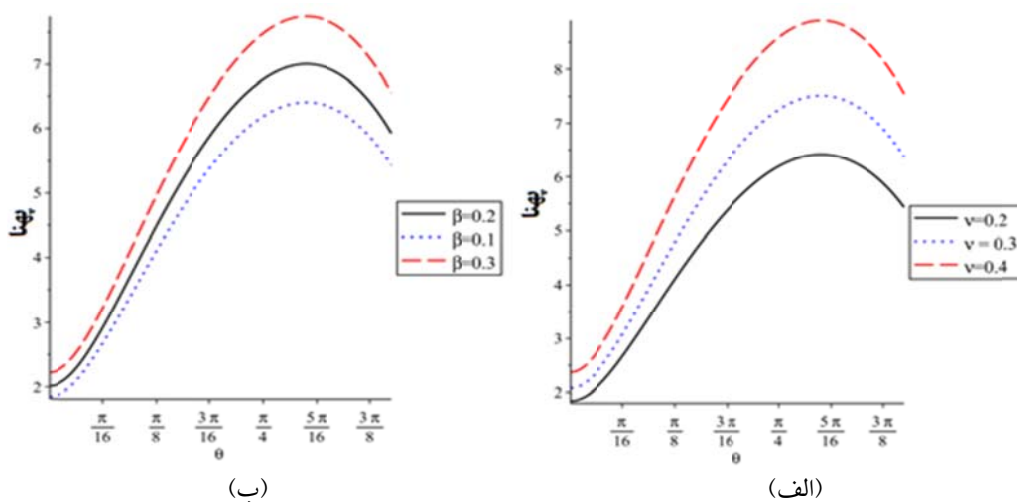
شکل ۲. تغییرات حداکثر دامنه سالیتون ϕ_0/U به زاویه انتشار برای موج متراکمی برای $F = 0.28$ ، $v = 0.4$ ، $Q=1$ و $\beta = 0.1$



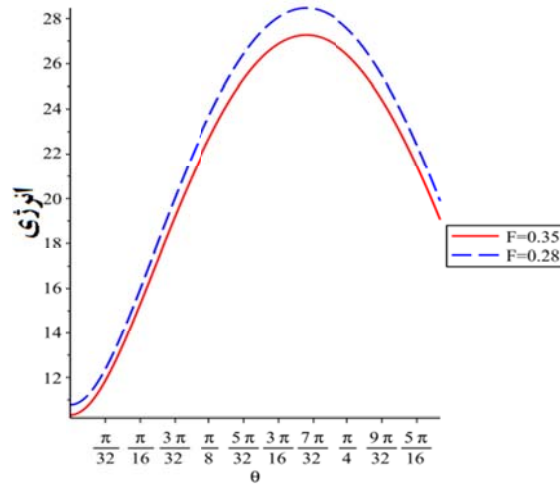
شکل ۳. وابستگی پهنای سالیون به A_+ (فرکانس گایرو یون مثبت به ω_{pi}) برای دو مقدار $\beta = 0.1$ (نمودار خط ممتد) و $\beta = 0.2$ (نمودار نقطه‌ای)، برای پارامترهای ثابت $F = 0.28$ ، $\nu = 0.4$ و $Q=1$ نشان داده شده است.



شکل ۴. تغییرات حداکثر دامنه (ϕ_0/U) سالیون مترامی با پارامتر غیرگرمایی β برای مقادیر ثابت $F = 0.28$ و $Q=1$ و $A_+ = 0.2$ رسم شده است.



شکل ۵. تغییرات پهنای سالیون با زاویه انتشار (الف) برای مقادیر مختلف $\nu = 0.2$ (نمودار خط ممتد)، $\nu = 0.3$ (نمودار نقطه‌ای)، $\nu = 0.4$ (نمودار خط چین) و (ب) برای مقادیر مختلف $\beta = 0.1$ (نمودار نقطه‌ای)، $\beta = 0.2$ (نمودار خطی)، $\beta = 0.3$ (نمودار خط چین) و $\nu = 0.2$ برای پارامترهای ثابت $F = 0.28$ و $Q=1$ و $A_+ = 0.2$.

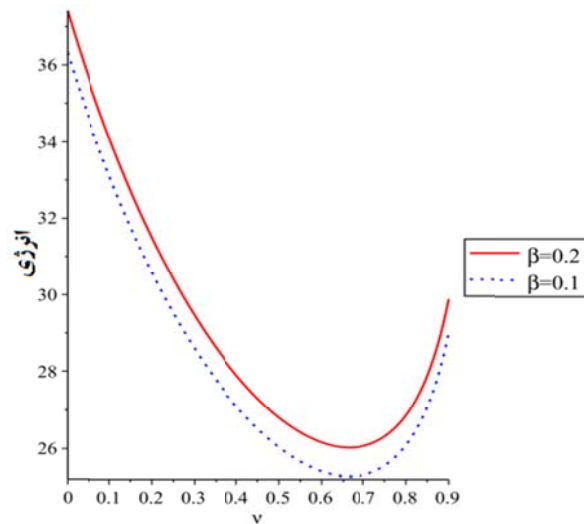


شکل ۶. انرژی سالیتون نسبت به زاویه انتشار برای $\beta = 0.1$, $Q=1$, $A_+ = 0.2$, $v = 0.4$ و برای نمودار خط چین و $F = 0.35$ برای نمودار خطی.

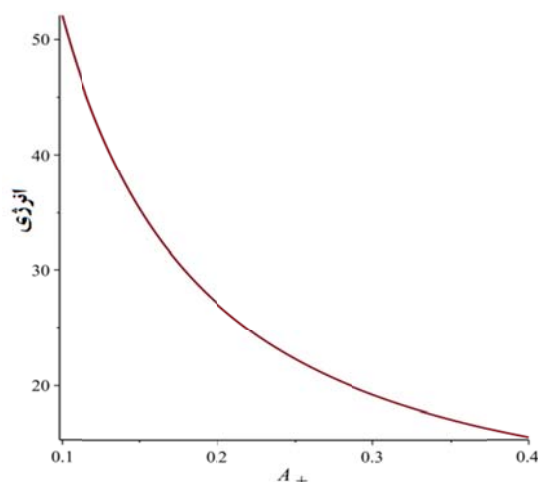
در شکل ۷، تغییرات انرژی سالیتون با چگالی یون منفی

در شکل ۷، تغییرات انرژی سالیتون با چگالی یون منفی برای $F = 0.28$ و $A_+ = 0.2$, $Q=1$ نشان داده شده است. انرژی سالیتون با چگالی یون منفی (v) ابتدا کاهش یافته و سپس افزایش می‌یابد. این بدین معنی است که نمودار آن دارای یک مقدار کمینه در اطراف $v = 0.65$ است و با افزایش یا کاهش v نسبت به این مقدار، انرژی سالیتون افزایش می‌یابد. انرژی همچنین با افزایش پارامتر غیرگرمایی β افزایش می‌یابد. ما نتایج مشابهی برای تغییرات انرژی با چگالی الکترون‌ها (μ) انتظار داریم، زیرا

وابستگی انرژی سالیتون به میدان مغناطیسی در شکل ۸ برای $\beta = 0.1$, $Q=1$, $v = 0.4$ و $F = 0.28$ نشان داده شده است. انرژی سالیتون به سرعت با افزایش میدان مغناطیسی کاهش می‌یابد و چنین می‌توان نتیجه‌گیری کرد که با افزایش میدان مغناطیسی می‌توانیم پهنای سالیتون را کاهش دهیم ولی افزایش میدان منجر به کاهش زیاد انرژی سالیتون می‌شود.



شکل ۷. انرژی سالیتون نسبت به چگالی یون منفی، برای $\beta = 0.1$ (نمودار نقطه‌ای)، $\beta = 0.2$ (نمودار خط ممتد) و برای مقادیر ثابت $Q=1$, $A_+ = 0.2$ و $F = 0.28$ رسم شده است. انرژی ابتدا با v افزایش می‌یابد ولی سپس کاهش می‌یابد.



شکل ۸. تغییرات انرژی با A_+ برای $\beta = 0.1$, $Q=1$, $v = 0.4$ و $F = 0.28$ رسم شده است.

۵. نتیجه‌گیری

می‌یابد ولی سپس، با افزایش بیشتر زاویه، کاهش می‌یابد و همچنین پهنا، با افزایش چگالی یون منفی، افزایش می‌یابد و با افزایش قدرت میدان مغناطیسی کاهش می‌یابد. انرژی سالیتمون با افزایش سرعت یون و همچنین با افزایش پارامتر غیرگرمایی (β) کاهش می‌یابد. انرژی سالیتمون در ابتدا، با افزایش چگالی یون منفی (v)، کاهش می‌یابد ولی سپس افزایش می‌یابد. در انتها، برای تغییرات انرژی سالیتمون بر حسب چگالی الکترون‌ها، به دلیل رابطه $\mu + v = 1$ نتایج مشابهی را می‌توان انتظار داشت.

مراجع

- Arons, J., 1979, Some problems of pulsar physics or I'm madly in love with electricity. Space Science Reviews 24(4), 437-510.
- Bandyopadhyay, A. and Das, K. P., 2001, Stability of Ion-Acoustic Double Layers in a Magnetized Plasma Consisting of Warm Ions and Nonthermal Electrons. Physica Scripta 63(2), 145.
- Bhattacharyya, B., 1983, Dominance of ion motion over electron motion in some intensity-induced wave processes in a magnetized plasma. Physical Review A 27(1), 568-571.
- Bharuthram, R. and Shukla, P., 1986, Large amplitude ion-acoustic double layers in a double Maxwellian electron plasma. Physics of Fluids (1958-1988) 29(10), 3214-3218.
- Cairns, R. A., Mamun, A. A., Bingham, R. and Shukla, P., 1996, Ion-acoustic solitons in a magnetized plasma with nonthermal electrons.

ما رابطه KdV را به دست آوردیم که بیان‌کننده انتشار سالیتمون‌های یونی صوتی در پلاسمای بین‌ستاره‌ای مغناطیسی، بدون برخورد و با نسبیته ضعیف است. دو نوع مد به نام‌های مد سریع یونی صوتی (سالیتمون متراکمی) و مد کند یونی صوتی (سالیتمون رقیق‌شونده) در پلاسمای وجود دارند و دامنه‌های آن‌ها دارای بزرگی یکسان است. حداکثر دامنه هر دو نوع سالیتمون با افزایش سرعت سون نسبیته یون، زاویه انتشار موج، پارامتر غیرگرمایی (β) و همچنین با چگالی یون منفی (v) افزایش می‌یابد. پهنای سالیتمون ابتدا با افزایش زاویه θ تا یک زاویه خاص افزایش

- Physica Scripta 1996(T63), 80.
- Cairns, R. A., Mamun, A. A., Bingham, R., Boström, R. Dendy, R. O., Nairn, C. M. C. and Shukla, P., 1995, Electrostatic solitary structures in non-thermal plasmas." Geophysical research letters 22(20), 2709-2712.
- Das, G. and Paul, S., 1985, Ion-acoustic solitary waves in relativistic plasmas. Physics of Fluids (1958-1988) 28(3), 823-825.
- Das, G. C. and Tagare, S. G., 1975, Propagation of ion-acoustic waves in a multi-component plasma. Plasma Physics 17(12), 1025.
- Dovner, P. O., Eriksson, A. I., Boström, R. and Holback, B., 1994, Freja multiprobe observations of electrostatic solitary structures. Geophysical Research Letters 21(17), 1827-1830.
- El-Labany, S. K. and Shaaban, S. M., 1995, Contribution of higher-order nonlinearity to

- nonlinear ion-acoustic waves in a weakly relativistic warm plasma. Part 2. Non-isothermal case. *Journal of Plasma Physics* 53(2), 245-252.
- El-Labany, S. K., Nafie, H. O. and El-Sheikh, A., 1996, Ion-acoustic solitary waves in a weakly relativistic warm plasma at the critical phase velocity. *Journal of Plasma Physics* 56(1), 13-24.
- Grabbe, C., 1989, Wave propagation effects of broadband electrostatic noise in the magnetotail. *Journal of Geophysical Research* 94, 17299-17304.
- Ikezi, H., 1973, Experiments on ion-acoustic solitary waves. Research report 149, 1-36.
- Kalita, B. C., Barman, S. N. and Goswami, G., 1996, Weakly relativistic solitons in a cold plasma with electron inertia. *Physics of Plasmas* 3(1), 145-148.
- Kaw, P. and Dawson, J., 1970, Relativistic Nonlinear Propagation of Laser Beams in Cold Overdense Plasmas. *Physics of Fluids* 13(2), 472-481.
- Mamun, A. A. , 2000, Rarefactive ion-acoustic electrostatic solitary structures in nonthermal plasmas. *The European Physical Journal D - Atomic, Molecular, Optical and Plasma Physics* 11(1), 143-147.
- Malik, H., 1996, Ion acoustic solitons in a weakly relativistic magnetized warm plasma. *Physical Review E* 54(5), 5844.
- Mishra, M. K., Chhabra, R. S. and Sharma, S. R., 1994, Obliquely propagating ion-acoustic solitons in a multi-component magnetized plasma with negative ions. *Journal of Plasma Physics* 52(3), 409-429.
- Nakamura, Y. and Tsukabayashi, I., 1984, Observation of Modified Korteweg-de Vries Solitons in a Multicomponent Plasma with Negative Ions. *Physical Review Letters* 52(26), 2356-2359.
- Nejoh, Y., 1987, A two-dimensional ion acoustic solitary wave in a weakly relativistic plasma. *Journal of Plasma Physics* 38(3), 439-444.
- Pakzad, H. R., 2010, Ion acoustic solitons of KdV and modified KdV equations in weakly relativistic plasma containing nonthermal electron, positron and warm ion, *Astrophysics and Space Science* 332(2), 269–277.
- Rizzato, F., 1988, Weak nonlinear electromagnetic waves and low-frequency magnetic-field generation in electron-positron-ion plasmas. *Journal of plasma physics* 40(02), 289-298.
- Yadav, L. L. and Sharma, S. R., 1991, Obliquely propagating ion-acoustic double layers in a multicomponent magnetized plasma, *Physica Scripta*, 43(1), 106.

پیوست

برای به‌دست‌آوردن رابطه پراکندگی و معادله KdV، معادلات ۸ تا ۱۴ بخش سوم مقاله را در معادلات ۱ تا ۵ بخش دوم مقاله قرار می‌دهیم، از معادلات ۶ و ۷ بخش سوم مقاله استفاده می‌کنیم و توان‌های مختلف ϵ را جدا می‌کنیم و در نهایت، پس از انجام عملیات ریاضی، روابط زیر را به دست می‌آوریم:

$$n_+^{(1)} = \frac{\varphi^{(1)} \cos^2 \theta}{\gamma_1 (\lambda - u_0 \cos \theta)^2} \quad (1)$$

$$u_{+(2)}^{(1)} = \frac{\varphi^{(1)} \cos \theta}{\gamma_1 (\lambda - u_0 \cos \theta)} \quad (2)$$

$$u_{+(y)}^{(1)} = \frac{\sin \theta}{A_+} \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial \xi} \quad (3)$$

$$u_{+(x)}^1 = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi^{(1)}}{\partial \xi^2} = n_-^{(2)} - n_+^{(2)} + \alpha_1 (1 - \beta) \varphi^{(2)} + \alpha_2 \varphi^{(1)2} \quad (5)$$

$$n_-^{(1)} = \frac{-Q \beta \varphi^{(1)} \cos^2 \theta}{\eta_1 (\lambda - v_0 \cos \theta)^2} \quad (6)$$

$$u_{-(2)}^{(1)} = \frac{-Q \varphi^{(1)} \cos \theta}{\eta_1 (\lambda - v_0 \cos \theta)} \quad (7)$$

$$u_{-(y)}^{(1)} = \frac{Q \sin \theta}{A_-} \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial \xi} \quad (8)$$

$$u_{-(x)}^1 = 0 \quad (9)$$

$$u_{+(x)}^{(2)} = \frac{(\lambda - u_0 \cos \theta) \sin \theta}{A_+^2} \frac{\partial^2 \varphi^{(1)}}{\partial \xi^2} \quad (10)$$

$$u_{-(x)}^{(2)} = \frac{-Q (\lambda - v_0 \cos \theta) \sin \theta}{A_-^2} \frac{\partial^2 \varphi^{(1)}}{\partial \xi^2} \quad (11)$$

$$n_-^{(1)} - n_+^{(1)} + \alpha_1 \varphi^{(1)} = 0 \quad (12)$$

که $\alpha_2 = \frac{\mu}{2}$ ، $\alpha_1 = \mu(1 - \beta)$ ، $\gamma_1 = 1 + \frac{3ju_0^2}{2c^2}$ ، $\gamma_1 = \frac{3ju_0}{2c^2}$ ، $\eta_1 = 1 + \frac{3jv_0^2}{2c^2}$ ، $\eta_2 = \frac{3jv_0}{2c^2}$ و برای حالت غیر نسبیتی $j=0$

و $j=1$ برای حالت نسبیتی است. در نهایت معادله KdV از معادلات ۴، ۹، ۱۰ پیوست و معادله ۱۵ بخش سوم مقاله به دست

می‌آید.

Solitary waves in interstellar plasma with Cairns distributed electrons in the presence of negative ions

Salmanpoor, H.¹ and Sharifian, M.^{2*}

1. Ph.D. Student, Atomic and Molecular Division, Physics Department, Faculty of science, Yazd University, Yazd, Iran
2. Assistant Professor, Atomic and Molecular Division, Physics Department, Faculty of science, Yazd University, Yazd, Iran

(Received: 11 Jun 2017, Accepted: 24 Oct 2017)

Summary

Plasma with both negative and positive ion species and electrons is called negative ion plasma. This type of plasma has a great importance in various fields of plasma science and technology. Among the nonlinear structures, ion-acoustic solitons present the most important aspect of nonlinear phenomena in modern plasma research. When the velocity of the ions and the electrons is much smaller than that of the light, an ion-acoustic soliton exhibits the non-relativistic behavior in the plasmas. But, when the electron and the ion velocities approach the velocity of light in the plasma, relativistic effects dominantly change the soliton behavior. Relativistic plasmas can be found in many situations. Nonlinear structures are usually investigated by using some form of perturbation method. In small amplitude approximation, we usually derive nonlinear partial differential equation like Korteweg–de Vries (KdV) or modified KdV and etc.

A great numbers of authors used the reductive perturbation technique, Bharuthram and Shukla (1986); Yadav and Sharma (1991) studied ion-acoustic solitons. Rizzato (1988) showed that plasmas with components such as positrons in addition to electron and positive ions behave differently. The positrons can be used to probe particle transport in tokamaks and since they have sufficient lifetime, the two-component (e-i) plasma becomes a three-component (e-i-p) one (Surko and Murphy 1990). We know that when the ion velocity approaches the velocity of light, relativistic effects may significantly modify the behavior of the solitary waves. Relativistic plasmas occur in a variety of situations, such as, space plasma phenomena (Grabbe 1989), laser–plasma interaction (Arons 1979), plasma sheet boundary layer of earth's magnetosphere (Vette 1970) and describing the Van Allen radiation belts (Ikezi 1973). The weakly relativistic effects on ion-acoustic wave propagation in one dimension using the KdV equation for cold plasma without electron inertia have been investigated (Das and Paul 1985). Nejoh (1987) has investigated the same results in the warm plasmas. Kalita et al. (1996) have investigated the existence of solitons considering the complete fluid equation of electrons. EL-Labany (1995) investigated the contribution of higher-order nonlinearity to nonlinear ion-acoustic waves in a weakly relativistic plasma consisting of a warm ion fluid and hot non-isothermal electrons by using reductive perturbation theory. EL-Labany et al. (1996) have investigated ion-acoustic solitary waves in weakly relativistic warm plasma at the critical phase velocity by reductive perturbation theory. Large amplitude Langmuir and ion-acoustic waves in relativistic two fluid plasmas deriving the pseudo potential has been considered by Nejoh (1987). The oblique propagation of nonlinear ion acoustic solitary waves (solitons) in magnetized collision less and weakly relativistic space plasma with positive and negative ions and non-thermal (Cairns distributed) electrons is examined by using reduced perturbation method to obtain the Korteweg-de Vries (KdV) equation that admits an obliquely propagating soliton solution. We investigated the effect of ions velocity and non-thermal electrons on amplitude and width of solitary waves and also other effective parameters on them. We find out that four modes exist in our plasma model but the numerical analysis showed that only two types of ion acoustic modes (fast and slow) exist in the plasma. The fast mode corresponds to the propagation of compressive solitons, whereas the rarefactive solitons exist for the slow mode. We also calculated the energy of soliton and discussed the effect of plasma parameters on it. The amplitude of both types of solitons increases with the angle between the wave vector and magnetic field, the relativistic ion drift velocity, negative ion density and also with non-thermal parameter. The strength of the magnetic field doesn't change the amplitude of soliton (for both types) but makes its width smaller. With increasing relativistic ions drift velocity the amplitudes of solitons become larger but their widths become smaller.

Keywords: Interstellar Plasma, Ion acoustic waves and KdV equation.

* Corresponding author:

mehdi.sharifian@yazd.ac.ir