

# وارون‌سازی محتوای آب سیگنال سونداژ تشدید مغناطیسی، مطالعه موردی نینه محلات، ایران مرکزی

مهدی فلاح صفری<sup>۱</sup>، محمداکرم حقیقی<sup>۲\*</sup> و رضا قناتی<sup>۳</sup>

۱. دانشجوی دکتری، گروه فیزیک زمین، موسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران، ایران

۲. استاد، گروه فیزیک زمین، موسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران، ایران

۳. استادیار، گروه فیزیک زمین، موسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران، ایران

(دریافت: ۹۶/۱۰/۲۰، پذیرش نهایی: ۹۷/۷/۳)

## چکیده

روش سونداژ تشدید مغناطیسی تنها روش ژئوفیزیکی است که به‌طور مستقیم به مولکول‌های آب زیرسطحی حساس می‌باشد. با استفاده از وارون‌سازی داده‌های سونداژ تشدید مغناطیسی می‌توان اطلاعات مهمی از قبیل ضخامت و عمق لایه آبخوان، محتوای آب و در شرایطی مناسب، میزان رسانندگی هیدرولیکی لایه آبدار را به‌دست آورد. این روش به‌شدت به اندازه و نوع نوفه حساس است؛ لذا تخمین پارامترهای سیگنال و نیز وارون‌سازی آن حساسیت بالایی دارد. وارون‌سازی داده‌های سونداژ تشدید مغناطیسی یک مسأله بدو معنی می‌باشد و نمی‌توان با استفاده از روش‌های مستقیم آن را حل کرد. به‌همین دلیل استفاده از روش‌های منظم‌سازی در وارون‌سازی سونداژ تشدید مغناطیسی امری اجتناب‌ناپذیر است. روش‌های متعددی جهت حل مسأله وارون سونداژ تشدید مغناطیسی پیشنهاد شده است. رهیافت هندسه ثابت و رهیافت هندسه متغیر، همراه با بهره‌گیری از روش‌های مختلف بهینه‌سازی تابع هدف از جمله این روش‌ها است. در این مقاله از رهیافت هندسه ثابت و اعمال منظم‌سازی تیخنوف همراه با قیدهای مناسب، جهت وارون‌سازی و مدل‌سازی پیشرو استفاده شده است. خروجی حاصل از داده‌های مصنوعی، و داده‌هایی از ایران و آلمان به‌عنوان داده‌های کم آب و پر آب، نتایج قابل قبولی از تغییرات محتوای آب نسبت به عمق و به‌کارگیری روش ارائه شده نشان می‌دهد.

واژه‌های کلیدی: تنظیم تیخنوف، سونداژ تشدید مغناطیسی، محتوای آب، وارون‌سازی.

## ۱. مقدمه

سیگنال‌های NMR حاصل از آب زیرزمینی را ثبت می‌کرد (سمنوف و همکاران، ۱۹۸۹؛ سمنوف، ۱۹۸۷). مزایای متعدد صحرایی ابزار هیدروسکوپ روسی، عامل پیشرفت‌های تکنیکی مداوم آن در حدود یک دهه شد (شیروف و همکاران، ۱۹۹۱؛ گلدمن و همکاران، ۱۹۹۴؛ گو و همکاران، ۱۹۹۶) و همچنین در همین دوره، مطالعات متعددی جهت مدل‌سازی، وارون‌سازی و تفسیر داده‌های NMR سطحی انجام شده است (شوشاکف (Shushakov)، ۱۹۹۶؛ لگچنکو و والا، ۱۹۹۸؛ لگچنکو و شوشاکف، ۱۹۹۸). این روش پس از تولید اولین دستگاه تجاری آن توسط IRIS Instruments در سال ۱۹۹۶، برای دانشمندان غربی شناخته شد. تاکنون، گزارش آزمایشات مختلف، نتایج پروژه‌های متفاوت و مقالات بسیاری در کارگاه‌های بین‌المللی مختلفی گزارش شده‌اند؛ همچنین نسخه‌های ویژه‌ای در مجله‌ها به این

روش تشدید مغناطیس هسته‌ای سطحی (Surface Nuclear Magnetic Resonance: SNMR) و یا سونداژ تشدید مغناطیسی (Magnetic Resonance Sounding: MRS) تکنیک نسبتاً جدیدی است که از اصول تشدید مغناطیس هسته‌ای (Nuclear Magnetiv Resonance: NMR) پیروی می‌کند. این روش جهت تعیین توزیع کمی پروتون‌های هیدروژن موجود در زیر سطح زمین و یا همان پروتون‌های هیدروژن مولکول‌های آب زیرزمینی به‌کار برده می‌شود. ایده به‌کارگیری تکنیک NMR در میدان مغناطیسی زمین برای به‌دست آوردن محتوای آب زیرسطحی، اولین بار توسط وارین معرفی شد (وارین، ۱۹۶۲). در اواخر دهه ۱۹۷۰ گروهی از دانشمندان روسی با استفاده از این ایده و رشد آن، اولین ابزار NMR سطحی، به نام هیدروسکوپ را در دهه ۱۹۸۰ تولید کردند (سمنوف و همکاران، ۱۹۸۲). این دستگاه برای اولین بار

موضوع پرداخته‌اند (والا و لگچنکو، ۲۰۰۲؛ یارامانچی و لگچنکو، ۲۰۰۵).

اصول عملیاتی هیدروسکوپ و همچنین ابزارهای MRS فعلی، بر اساس تحریک پروتون‌های آب زیرزمینی در میدان مغناطیسی زمین است. این ابزار شامل دو بخش فرستنده و گیرنده است. بخش فرستنده، جریانی الکتریکی با فرکانس تشدید را در آنتن پهن شده بر روی زمین ارسال می‌کند. جریان الکتریکی قطع شده، و پس از آن سیگنال NMR با استفاده از همان آنتن که نقش گیرنده را نیز دارد، اندازه‌گیری می‌شود. این روند از دهه‌ها تا چندصد بار تکرار می‌شود. در طول این عملیات، سیگنال‌ها اندازه‌گیری شده و میانگین آن‌ها جهت افزایش نسبت سیگنال به نوفه، محاسبه می‌شود. سپس، از این سیگنال جهت تفسیر پارامترهای هیدروژنولوژی که تابعی از عمق است استفاده می‌شود (شیروف و همکاران، ۱۹۹۱).

غالب روش‌های ژئوفیزیکی (همچون ژئوالکتریک، الکترومغناطیس، ژئورادار و لرزه) قابلیت تعیین عمق سطح آب و دیگر مرزهای مهم زمین‌شناسی را دارند. روش‌های مذکور به صورت غیرمستقیم مرزهای مورد نظر (مانند آب) را تعیین می‌کنند. اما MRS تنها روشی است که تعیین کمی توزیع محتوای آب در زیرسطح را امکان‌پذیر می‌کند (هرتریچ، ۲۰۰۸). سیگنال MRS به صورت مستقیم به میزان پروتون آب وابسته است. اندازه‌گیری‌های MRS جهت تخمین وجود آب زیرزمینی، به همراه اندازه‌گیری‌های معمول ژئوالکتریک انجام می‌شود (سمنوف و همکاران، ۱۹۸۹).

پیشرفت اصلی در بهبود MRS سطحی با تجدید نظر در معادلات پایه‌ای این روش، توسط ویچمن و همکاران انجام گرفت (ویچمن و همکاران، ۱۹۹۹ و ۲۰۰۰). معادلات بهبود داده شده، محاسبات دقیق از سیگنال‌های مختلط اندازه‌گیری شده بر روی زمین لایه‌ای با رسانایی الکتریکی بالا را امکان‌پذیر می‌کند (براون و همکاران، ۲۰۰۵). همچنین در حال حاضر در زمینه دستگاهی نیز بهبودهایی حاصل شده است. از جمله می‌توان به توسعه

دستگاه‌های چندکاناله به منظور اندازه‌گیری سیگنال و نوفه در چند کانال در کنار کانال اصلی و استفاده از فیلترهای تطبیقی برای تضعیف نوفه‌های اسپایکی (لارسن، ۲۰۱۶) و هارمونیک (دالگارد و همکاران، ۲۰۱۲) و در نهایت بهبود افزایش کیفیت سیگنال اشاره کرد. بنابراین با توجه به پیشرفت‌های اخیر امکان دقیق‌تر تصویرسازی یک بعدی و دوبعدی از آبخوان‌های زیرسطحی فراهم شده است (هرتریچ، ۲۰۰۵؛ هرتریچ و همکاران، ۲۰۰۵ و ۲۰۰۷؛ جیانگ و همکاران، ۲۰۱۷).

اندازه‌گیری‌های آزمایشگاهی در کاربردهای معمول NMR (طیف‌سنجی، تصویربرداری پزشکی، آزمایشات غیرمخرب بر روی مواد) تحت شرایط کنترل شده انجام می‌شود. به عبارتی آزمایش در شرایطی انجام می‌شود که نوفه‌های الکترومغناطیسی به حداقل رسیده و نیز میدان الکترومغناطیسی NMR کاملاً بر نمونه‌ها غالب است؛ از طرفی جهت کالیبره کردن دستگاه‌های آزمایشگاهی، اندازه‌گیری‌هایی بر روی نمونه‌های استاندارد انجام می‌شود. در مقابل، در روش MRS هیچکدام از این تجهیزات نبوده و دامنه سیگنال ثبت شده، نتیجه‌ای کمی از برآیند میدان‌های الکترومغناطیسی ناشی از پاسخ زمین به سیگنال MRS و نیز نوفه‌های الکترومغناطیسی محیط است. جهت وارون‌سازی، تکنیک‌هایی نیاز است که با استفاده از سیگنال‌های ثبت شده MRS و اطلاعات آبخوان، مدل زیرزمینی توزیع محتوای آب را محاسبه کند.

وارون‌سازی سونداژ تشدید مغناطیس از دو دیدگاه هندسه ثابت و هندسه متغییر عملی است. در دیدگاه هندسه ثابت تعداد محدودی لایه با ضخامت ثابت و محتوای آب متغییر (مجهول) در نظر گرفته می‌شود. در دیدگاه هندسه متغییر، تعداد، ضخامت و محتوای آب لایه‌های زیرسطحی با استفاده از وارون‌سازی به دست می‌آید. لگچنکو و شوشاکف در سال ۱۹۹۸ به صورت خطی، وارون‌سازی را انجام داده‌اند (لگچنکو و شوشاکف، ۱۹۹۸). قید بازه تغییرات محتوای آب (۰٪ تا ۱۰۰٪) توسط گویلن و لگچنکو در سال ۲۰۰۲ اضافه شد، تا بتواند از عدم یکتایی

۲۰۱۴، ۲۰۱۵a,b؛ قناتی و فلاح صفری، ۲۰۱۵؛ قناتی، ۲۰۱۶؛ قناتی و حفیظی، ۲۰۱۷). پارامتر منظم‌سازی از جمله عوامل تاثیرگذار بر جواب مسأله وارون است و انتخاب آن یکی از بخش‌های مهم در روند منظم‌سازی در وارون‌سازی محسوب می‌شود. از آنجاکه پارامتر منظم‌سازی عامل کنترل تعادل در ترم منظم‌سازی و باقیمانده داده‌ها می‌شود، از این‌رو انتخاب بهینه این پارامتر منجر به نتایج بهتر در جواب نهایی می‌شود؛ در واقع جواب‌هایی که به مدل زمین‌شناسی واقعی نزدیکتر هستند. نرم‌افزار تجاری وارون‌سازی داده‌های MRS شرکت IRIS (SAMOVAR) از روش MDP (Morozov Discrepancy Principle) جهت انتخاب پارامتر منظم‌سازی در روند وارون‌سازی استفاده می‌کند. متأسفانه کیفیت پارامتر منظم‌سازی محاسبه شده توسط نرم‌افزار تجاری، بسیار حساس به دقت تخمین نوفه است. از آنجاکه ثبت نوفه قبل از رکورد سیگنال انجام می‌گیرد و نیز وجود تغییرات نوفه‌های الکترومغناطیسی با زمان، امکان تخمین دقیقی از میزان نوفه بر روی سیگنال ثبت شده وجود ندارد. بنابراین احتمال خطا در محاسبه‌ی پارامتر منظم‌سازی بر اساس میزان نوفه تخمین زده شده وجود دارد. از طرفی تخمین کوچک برای نوفه، اثر بزرگی بر پارامتر منظم‌سازی محاسبه شده دارد و سبب می‌شود که پارامتر تنظیم بسیار کوچکتر از مقدار بهینه تخمین زده شود. بنابراین روش MDP روشی نامطمئن برای انتخاب پارامتر منظم‌سازی در داده‌های واقعی است (وطن خواه، ۱۳۹۳). این مسأله در وارون‌سازی داده‌های واقعی نیز مشهود است؛ به طوری که در بسیاری از موارد محتوای آب به‌دست آمده، با واقعیت همخوانی نداشته و خطای بسیار زیادی مشاهده می‌شود.

هدف مطالعه وارون‌سازی محتوای آب لایه‌ها به‌وسیله سیگنال سونداژ تشدید مغناطیسی می‌باشد. جهت نیل به این هدف، در گام اول با توجه به معادلات مدل‌سازی پیشروی MRS، کدهای مربوطه نوشته می‌شود. معادلات پیشرو دو کاربرد مختلف خواهند داشت: تولید سیگنال

پاسخ‌ها بکااهد (گویلن و لگچنکو، ۲۰۰۲a). در ادامه، روش‌هایی همچون مونت کارلو (گویلن و لگچنکو، ۲۰۰۲b) و روش‌های وارون‌سازی ترکیبی با داده‌های الکتریک (هرتریچ و یارمانچی، ۲۰۰۲) توسط محققان مورد بررسی قرار گرفت. وارون‌سازی بلوکی با استفاده از بازپخت (annealing) شبیه‌سازی شده، دیگر روشی است که توسط مانکه و یارمانچی معرفی شده است (مانکه و یارمانچی، ۲۰۰۲). ویچمن و همکاران پس از ارائه نتایج خود در زمینه بازنگری معادلات اساسی سونداژ تشدید مغناطیسی در سال‌های ۱۹۹۹ و ۲۰۰۰، در سال ۲۰۰۲ به بررسی و مقایسه دو روش SVD و مونت کارلو در وارون‌سازی MRS پرداخته‌اند (ویچ من و همکاران، ۲۰۰۲). دیدگاه غیرخطی، دیگر دیدگاهی است که جهت حل مسأله توسط آی هوا و همکاران (۲۰۰۷) بررسی شده است. در سال ۲۰۰۷، یارمانچی و هرتریچ، وارون‌سازی دوبعدی داده‌های MRS را ارائه دادند که البته نیاز به داده‌برداری خاص خود است. مولر و یارمانچی از سال ۲۰۰۸ تا ۲۰۱۱، با استفاده از کل داده‌های MRS، و روش SVD وارون‌سازی را انجام داده‌اند (مولر و یارمانچی، ۲۰۰۸ و ۲۰۱۰؛ یارمانچی و مولر، ۲۰۰۹؛ مولر و همکاران، ۲۰۱۱). روش اوکام، دیگر روشی است که توسط آی هوا در سال ۲۰۱۰ به‌کار گرفته شده است (آی هوا، ۲۰۱۰). الگوریتم‌های ژنتیک از دیگر روش‌های مورد بحث محققان است (آکا و همکاران، ۲۰۱۳). در مقاله مروری بهروزمند و همکاران (۲۰۱۴)، نیز به برخی موارد وارون‌سازی اشاره شده است.

روش سونداژ تشدید مغناطیسی به‌شدت به مقدار و نوع نوفه (اسپایکی و یا هارمونیک) حساس است؛ لذا تخمین پارامترهای سیگنال و نیز وارون‌سازی آن حساسیت بالایی دارد. شرایط نوفه موجود در سیگنال، عدم قطعیت و پایداری وارون‌سازی را تحت‌تأثیر قرار می‌دهد. جهت حصول اطمینان بیشتر از پاسخ‌های وارون‌سازی، نوفه سیگنال پیش از ورود به الگوریتم‌های مورد نظر، به‌طور قابل ملاحظه‌ای تضعیف می‌شود (قناتی و همکاران،

محیط‌های دانه درشت بیشتر است و پاسخ بزرگتری نسبت به پاسخ حاصل از آب مقید ایجاد می‌کند، برداشت داده در محیط‌های دانه درشت بسیار مطلوب است.

## ۲. مدل‌سازی پیشرو سونداژ تشدید مغناطیسی

روش سونداژ تشدید مغناطیسی بر اساس رفتار مولکول‌های آب به‌عنوان هسته‌هایی با گشتاورهای دوقطبی مغناطیسی در یک میدان مغناطیسی ایستا می‌باشد. در حالت توازن، محور دوقطبی مولکول آب در جهت میدان مغناطیسی ایستای زمین، درحالی‌که به دور محور خود با یک فرکانس مشخص در حال گردش است توجیه می‌شود (شکل ۱). این فرکانس، فرکانس محلی لارمور  $(\omega_L)$  است که از طریق نسبت ژیرومغناطیس  $\gamma_P$  پروتون و شدت میدان مغناطیسی ایستا  $|B_0|$  تعیین می‌شود (شیروف و همکاران، ۱۹۹۱).

$$\omega_L = \gamma_P |B_0| \quad (1)$$

$$\gamma_P = \frac{e}{2m_p} \quad (2)$$

به‌طوری‌که  $e$  بار الکتریکی و  $m_p$  جرم پروتون می‌باشد. برای اینکه بتوان یک سیگنال قابل اندازه‌گیری داشت، گشتاورهای مغناطیدگی  $m$  تحت تاثیر یک میدان مغناطیسی خارجی  $B_s$  قرار گرفته و توسط نیروی گشتاور زیر از حالت تعادل خارج می‌گردد (لگچنکو، ۲۰۱۳).

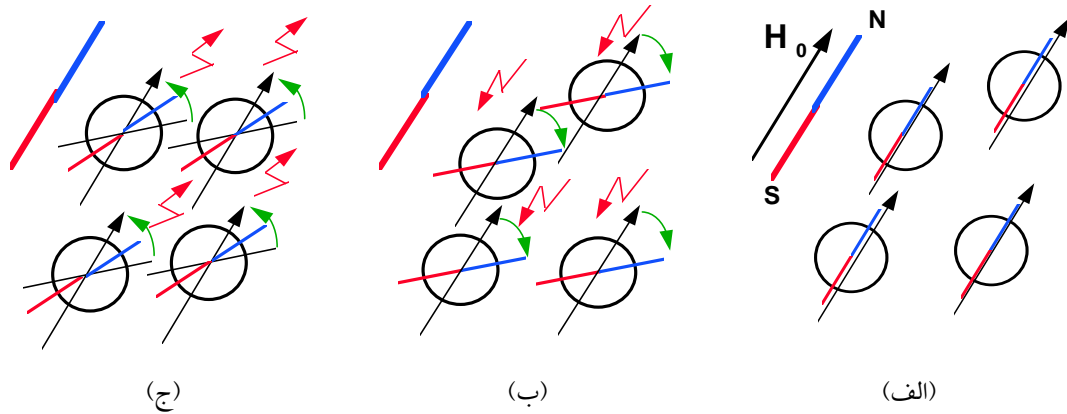
$$D = \frac{\partial m}{\partial t} = \gamma_P (m \times B_s) \quad (3)$$

میدان مغناطیسی نوسانی خارجی از طریق آنتن استقرار یافته بر روی سطح زمین ایجاد می‌شود. بنابراین با اعمال میدان مغناطیسی خارجی، دوقطبی‌های پروتون از حالت تعادل خارج شده و پس از قطع میدان، دوقطبی‌ها به حالت اولیه (تعادل) باز می‌شوند که موجب ارسال امواج الکترومغناطیسی ضعیفی به سطح و در نتیجه القای جریان الکتروسیسته در آنتن مورد نظر می‌شود (شکل ۱) (شیروف و همکاران، ۱۹۹۱). با اندازه‌گیری ولتاژ بسیار ضعیف القا شده در آنتن، سیگنال تشدید مغناطیسی ثبت می‌شود.

مصنوعی یا به‌عبارت دیگر داده مصنوعی برای بخش معکوس‌سازی داده‌های مصنوعی، و به‌کاربردن این معادلات در فرآیند معکوس‌سازی داده‌های مصنوعی و واقعی. در گام بعدی با استفاده از معادلات وارون، الگوریتم وارون نوشته می‌شود. جهت ارزیابی اولیه الگوریتم وارون، می‌توان با ایجاد مدل مصنوعی، الگوریتم وارون را بر روی خروجی‌های حاصل از مدل‌سازی پیشرو اعمال کرد. همچنین جهت ارزیابی پایداری الگوریتم وارون، بر خروجی حاصل از مدل‌سازی پیشرو، نوفه اضافه شده است.

در این مقاله، روش تیخونف جهت وارون‌سازی داده‌های MRS استفاده شده و روش L-Curve جهت انتخاب پارامتر منظم‌سازی به‌کار برده شده است. در این مقاله، نتایج حاصل از وارون‌سازی غیرخطی داده‌های سونداژ تشدید مغناطیسی، با استفاده از قید بازه تغییرات محتوای آب و در نظر گرفتن لایه‌های متعدد با ضخامت مشخص (دیدگاه هندسه ثابت) ارائه شده است. جهت ارزیابی اولیه این پارامتر، مطالعات بر روی مدل‌های مصنوعی انجام شده است (فلاح صفری و همکاران، ۱۳۹۵). در گام نهایی، الگوریتم وارون‌سازی که در آن از پارامتر منظم‌سازی (مختص به هر داده) استفاده شده است، بر روی داده‌های ایران (منطقه محلات استان مرکزی) به عنوان داده کم آب و آلمان به‌عنوان داده پر آب انجام شده و با استفاده از اطلاعات صحرائی، ارزیابی و اعتبار سنجی شده است.

با توجه به فرض یک مدل یک بعدی زیرسطحی در مدل‌سازی‌های MRS، و نیز استفاده از الگوریتم وارون‌سازی یک بعدی، داده‌های صحرائی برداشت‌شده بایستی در مناطقی با لایه‌بندی یکنواخت همچون آبرفت‌ها (با خاصیت مغناطیسی ناچیز)، که به فرضیات مسأله نزدیک است، برداشت شود؛ و در صورتی که داده‌های صحرائی در مناطقی با شرایط متفاوت از شرایط ذکر شده برداشت شود، خروجی وارون‌سازی از واقعیت فاصله خواهد گرفت. همچنین با توجه به اینکه آب آزاد در



شکل ۱. تحریک مولکول‌های آب توسط سیگنال MRS. (الف) در حالت طبیعی، جهت‌گیری مولکول‌های آب، به سمت شمال مغناطیسی است، (ب) امواج ارسالی در فرکانس لارمور، مولکول‌های آب را تحریک می‌کنند، و (ج) زمانی که امواج قطع شود، مولکول‌های آب در زمان برگشت به حالت تعادل سیگنال مغناطیسی را ارسال می‌کند که در سطح ثبت می‌شود (شیروف و همکاران، ۱۹۹۱).

(شدت جریان الکتریکی  $I_0$  با فرکانس محلی لارمور و بازه زمانی ارسال جریان الکتریکی  $\tau$  در لوپ) ایجاد می‌شود. این میدان باعث ایجاد زاویه میل (Tilt angle) غیر صفر در حالت بردار مغناطیس‌پذیری  $M_0$  می‌شود.

$$\theta = \frac{\gamma B_{1\perp}(r)}{2I_0} q \quad (5)$$

که  $B_{1\perp}$  مولفه عمودی  $B_1$  بر میدان مغناطیسی زمین  $B_0$  است (شکل ۲). شایان ذکر است، مولفه عمودی بر محور دوران باعث ایجاد گشتاور جدید و منحرف شدن محور دوران می‌شود و مولفه موازی تغییری در محور دوران ایجاد نمی‌کند. سیگنال افت  $e(t, q)$  که در آنتن القا می‌شود (شکل ۲) توسط بازگشت هسته هیدروژن‌ها به حالت اولیه ایجاد می‌شود. این سیگنال با  $M_{\perp} = M_0 \sin(\theta)$  متناسب بوده و می‌توان با استفاده از رابطه زیر آن را تخمین زد (پرتو، ۲۰۱۱).

$$e(t, q) = E_0(q) \cdot e^{-t/T_2^*(q)} \sin(\omega_L t + \varphi(q)) \quad (6)$$

که  $T_2^*$  ثابت زمان واهلش (زمانی که مغناطیس‌پذیری به یک سوم مقدار اولیه کاهش می‌یابد) و  $\varphi$  تغییر فاز حاصل از محیط رسانای الکتریکی است. دامنه‌ی اولیه سیگنال تحت تاثیر میزان آب آزاد فضاهای آبدار، و زمان واهلش متأثر از هندسه آن می‌باشد (شوشاکف، ۱۹۹۶؛ ویچ من و همکاران، ۱۹۹۹ و ۲۰۰۰؛ مانکه و یارامانچی،

در اندازه‌گیری‌های آزمایشگاهی تشدید مغناطیس هسته‌ای، نمونه‌ها داخل سیم‌پیچ اندازه‌گیری قرار داده شده و شرایط میدان مغناطیسی اولیه مصنوعی به کار برده می‌شود. اما در روش MRS، هدف و یا نمونه، خارج از سیم‌پیچ بوده و میدان مغناطیسی زمین به عنوان میدان مغناطیسی اولیه به کار برده می‌شود. با توجه به این موضوع، معادلاتی را بایست به کار برد تا بتوان فیزیک مسأله را به خوبی توجیه کند.

اصول تشدید مغناطیسی از دیدگاه ماکروسکوپی توسط معادلات بلوخ (Bloch equations) تشریح می‌شود (والا و لگچنکو، ۲۰۰۲). با توجه به این اصول، بردار مغناطیس‌پذیری  $M_0$  در حجم مشخصی از آب ( $dV$ ) و با وجود میدان مغناطیسی  $B_0$ ، از رابطه زیر محاسبه می‌شود (لگچنکو، ۲۰۱۳):

$$M_0 = N \cdot B_0 \frac{\gamma^2 h^2}{4kT_a} \quad (4)$$

که  $N$  تعداد هسته هیدروژن در واحد حجم،  $B_0$  شدت میدان مغناطیسی زمین،  $T_a$  دمای مطلق،  $k$  و  $h$  به ترتیب ثابت بولتزمن (Boltzmann)، پلانک (Planck) و نسبت ژیرومغناطیسی (Gyromagnetic) است. اندازه‌گیری‌های MRS معمولاً با استفاده از آنتن‌های مربعی شکل ۲ انجام می‌شود. در آنتن‌های مورد استفاده در اندازه‌گیری‌های MRS، میدان مغناطیسی  $B_1$  با توجه به پالس  $q = I_0 \tau$

هستند.  $K(q,z)$  تابع کرنل است که پارامترهای تاثیرگذار بر سیگنال MRS مانند مقاومت ویژه الکتریکی زیرسطح، مشخصات میدان مغناطیسی، مشخصات لوپ و شدت جریان (پیوست الف) طبق رابطه (۱۱) در آن دخیل اند؛ و می توان آن را به عنوان پاسخی از یک لایه آب نازک در عمق  $z$  و  $q$  مشخص فرض کرد (پرتو، ۲۰۱۱).

$$K(q,z) = \frac{M_0 \omega_0}{I_0} \int_{x,y} B_{1\perp}(r) \sin(\theta(r,q)) dx dy \quad (11)$$

که  $\Gamma$  بردار مختصات است. تابع کرنل  $K(q,z)$  مقادیر حساسیت برای هر پالس ممان را تشریح می کند. کرنل مقادیر مختلطی است که با توجه به مقاومت ویژه زیرسطحی و لوپ های فرستنده و گیرنده تغییر می کند. بر اساس اطلاعات مقاومت ویژه الکتریکی محیط، مشخصات میدان مغناطیسی زمین و مشخصات آنتن فرستنده/گیرنده، تابع کرنل ساخته می شود. در رابطه (۱۱)، مقاومت ویژه الکتریکی زیرسطح، پارامتر مخفی است که توسط محاسبه میدان مغناطیسی وارد مسئله می شود. تحقیقات وسیعی بر روی تاثیر مقاومت ویژه الکتریکی بر تابع کرنل MRS انجام شده است تا بتوان با استفاده از تکنیک های وارون سازی آن را به دست آورد (براون، ۲۰۰۷؛ براون و یارامانچی، ۲۰۰۸).

(۲۰۰۰). با در نظر گرفتن شکل کلی مسئله پیشرو و با استفاده از مختصات کارترین داریم (هرتریچ، ۲۰۰۸).

$$E_0 = \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} K(x,y,z) w(x,y,z) dx dy dz \quad (7)$$

همچنین با فرض اینکه ثابت بودن تغییرات محتوای آب  $W$  در جوانب خواهیم داشت:

$$\frac{\partial w(x)}{\partial x} = \frac{\partial w(y)}{\partial y} = 0 \quad (8)$$

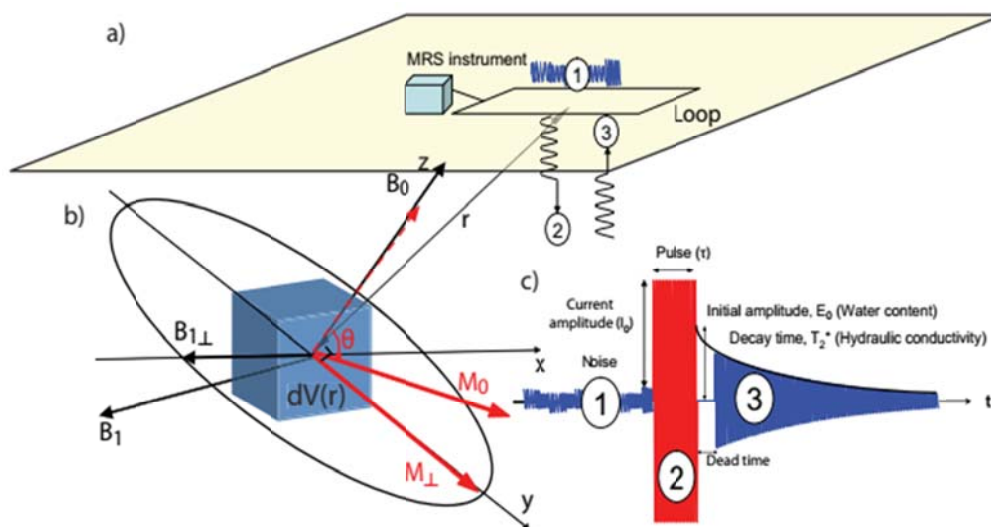
به عبارتی در صورتی که تغییرات جانبی محتوای آب وجود نداشته باشد و تنها تغییر محتوای آب با عمق باشد؛ با توجه به رابطه (۸) با انتگرال گیری از تابع کرنل  $K(x,y,z)$  در جهت  $x$  و  $y$ ، تابع کرنل در محیط یک بعدی  $K_{1D}(z)$  محاسبه می شود.

$$K_{1D}(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} K(x,y,z) dx dy \quad (9)$$

بنابراین مسئله پیشرو برای محاسبه  $E_0$  مصنوعی با مدل محتوای آب معلوم  $w(z)$  از طریق رابطه زیر به دست می آید (هرتریچ، ۲۰۰۸).

$$E_0(q) = \int_0^{\infty} K(q,z) \cdot w(z) dz \quad (10)$$

که  $w(0 \leq w(r) \leq 1)$  محتوای آب حجم  $dV$  است. در اینجا، تابع کرنل و محتوای آب هر دو نسبت به عمق پیوسته



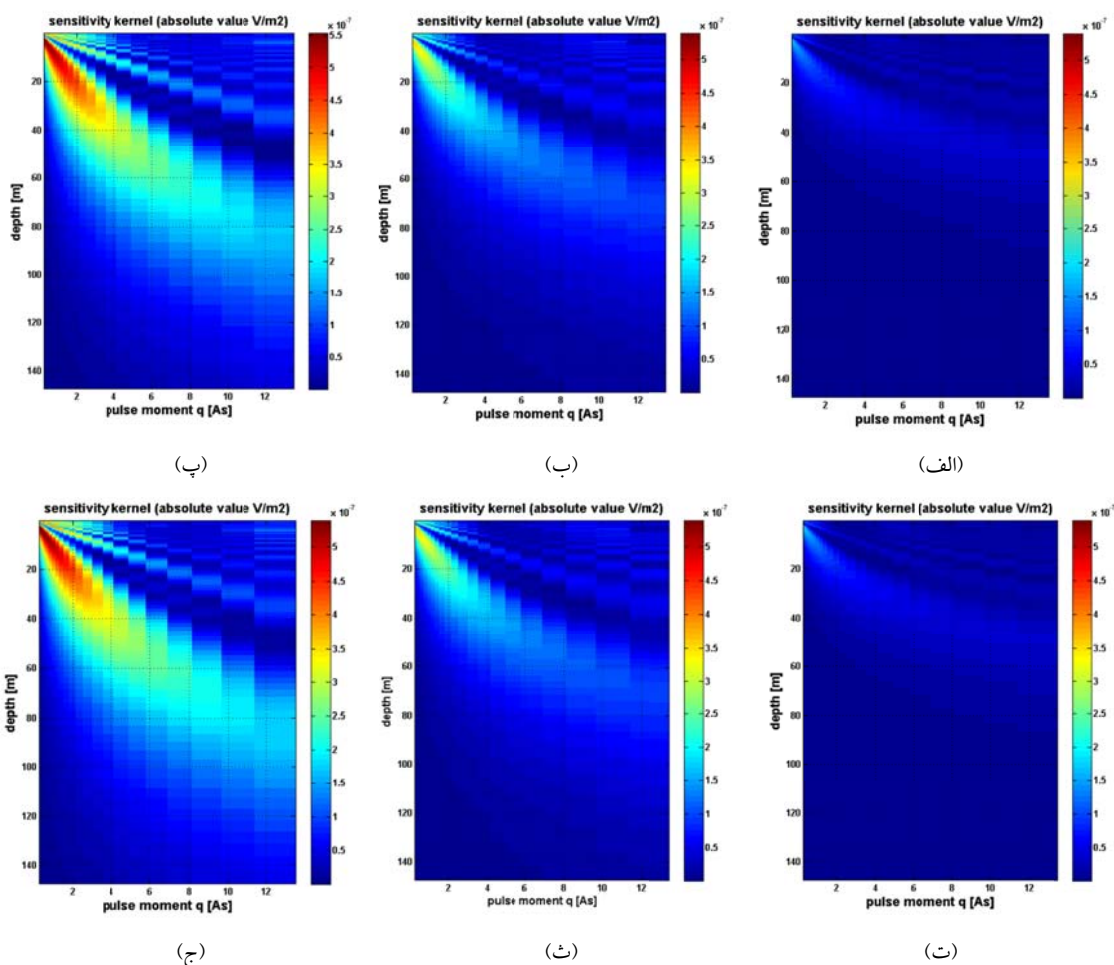
شکل ۲. اصول MRS، (a) آرایش لوپ، (b) یک حجم از آب  $dV(r)$  در یک فاصله از مرکز لوپ، (c) مراحل اندازه گیری MRS: (۱) نوبه، (۲) ایجاد پالس و (۳) سیگنال افست (پرتو، ۲۰۱۱).

فرستنده (به ترتیب ۵۰، ۱۰۰ و ۱۵۰ متر از راست به چپ)، در عمق افزایش قابل توجهی دارد. همچنین با افزایش مقاومت ویژه الکتریکی محیط (به ترتیب ۱۰۰ و ۲۰۰ اهم‌متر بالا و پایین)، تابع کرنل در عمق افزایش نسبتاً کمی دارد.

جزئیات معادلات مدل‌سازی را می‌توان در مقالات متعددی یافت (برای نمونه شیروف و همکاران، ۱۹۹۱؛ گلدمن و همکاران، ۱۹۹۴؛ تروشکین و همکاران، ۱۹۹۵؛ شوشاکف، ۱۹۹۶؛ لگچنکو و همکاران، ۱۹۹۷؛ والا و لگچنکو، ۲۰۰۲؛ ویچ من و همکاران، ۲۰۰۲؛ لگچنکو، ۲۰۰۵).

با توجه به رابطه (۱۰) می‌توان پی برد که  $E_0$  به صورت خطی به محتوای آب  $w(r)$  وابسته است، درحالی‌که همین مولفه  $E_0$  به پالس ممان  $q$  به صورت غیرخطی وابسته است. با افزایش منظم مقادیر  $q$ ، عمق کاوش سیگنال افزایش می‌یابد. با فرض زمین لایه‌ای، توزیع آب عمودی  $w(z)$  را می‌توان با استفاده از وارون‌سازی به دست آورد.

شکل ۳، تابع کرنل محاسبه‌شده در محیط یک لایه‌ای می‌باشد. میدان مغناطیسی برابر با ۴۸۰۰۰ نانو تسلا و با زاویه میل ۶۰ درجه در نظر گرفته شده است. همان‌طور که مشخص است، مقادیر تابع کرنل با افزایش طول ضلع



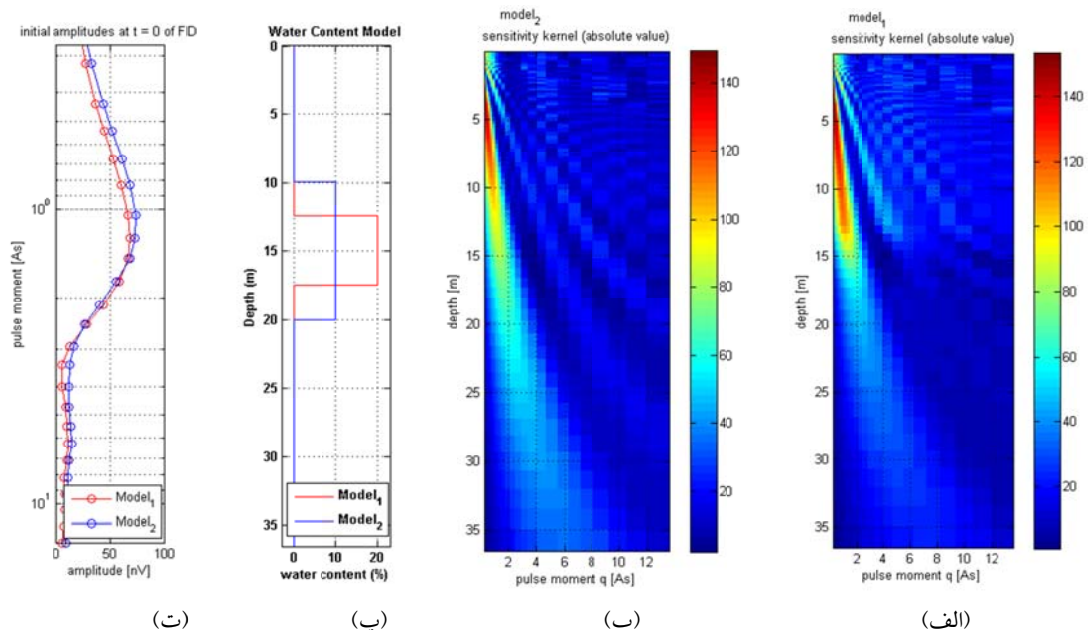
شکل ۳. تابع کرنل  $(V/m)$  محاسبه شده برای یک محیط یک لایه‌ای با مقاومت ویژه الکتریکی متفاوت  $(\rho)$ ، توسط یک لوپ مربعی با یک دور و با طول اضلاع مختلف (ا)، با فرض میدان مغناطیسی ۴۸۰۰۰ نانو تسلا و زاویه میل ۶۰ درجه. الف)  $a=50m, \rho=100\Omega m$  ب)  $a=100m, \rho=100\Omega m$  ج)  $a=150m, \rho=200\Omega m$  د)  $a=50m, \rho=200\Omega m$  ه)  $a=100m, \rho=200\Omega m$  و)  $a=150m, \rho=100\Omega m$  با افزایش طول ضلع لوپ فرستنده، افزایش قابل توجهی در مقادیر تابع کرنل در عمق، مشاهده می‌شود. همچنین با افزایش مقاومت ویژه الکتریکی محیط، مقادیر تابع کرنل کمی افزایش یافته است.

### ۳. وارون‌سازی سونداژ تشدید مغناطیسی

وارون‌سازی یک بعدی MRS را می‌توان به ۲ حالت کلی حل کرد: (۱) هندسه ثابت و (۲) هندسه متغیر وارون‌سازی هندسه ثابت، مدلی را در نظر می‌گیرد که تعداد زیادی لایه با عمق‌های مشخص شده دارد که ضخامت آنها با افزایش عمق، افزایش می‌یابد، و متغیر آن محتوای آب است. پارامتر بهینه‌سازی می‌تواند به صورت ابزاری جهت یافتن بهترین سازش بین برازش مناسب پاسخ مدل و نرمی (smoothness) پاسخ باشد. در صورتی که داده‌ها به نوبه آغشته باشند، می‌توان وزن بیشتری به نرم کردن پاسخ داد و در صورتی که کیفیت داده‌ها مناسب باشد (نقاط داده به نرمی تغییر کنند و پراکندگی نداشته باشند)، وزن بیشتر جهت یافتن حل بهتر و در نتیجه افزایش تفکیک پذیری، صرف خواهد شد (لگچنکو، ۲۰۰۷). هرچند در این روش هیچ داده‌ای اولیه‌ای لازم نبوده و آبخوان‌ها را می‌توان با تغییرات نرم محتوای آب تعیین کرد. هرترنج استدلال کرده است که این نوع از

وارون‌سازی منجر به آسیب دیدن تعیین مرز لایه‌ها و تخمین زدن بالاتر محتوای آب می‌شود (هرترنج، ۲۰۰۸). طرح دوم، تعداد محدودی از لایه‌ها را در نظر می‌گیرد که در آن، ضخامت لایه و محتوای آب تغییر می‌کند. در این روش، اطلاعات اولیه لازم بوده و مرز بین لایه‌ها خیلی تیزتر از روش پیشین است.

مسئله وارون داده‌های بدوضع (Ill-posed) است، به این معنی که نتیجه حل (Meaning of solution) یکتا نیست و آن را نمی‌توان به صورت مستقیم حل کرد. در یک بازه عمقی معین، دو لایه با ضخامت و محتوای آب متفاوت ولی با حاصل ضرب ضخامت در محتوای آب یکسان  $E_0(q)$  مشابهی خواهند داشت (شکل ۴). شرح وارون‌سازی را می‌توان در مقالات متعددی یافت (برای نمونه لگچنکو و شوشاکف، ۱۹۹۸؛ منکه و یارامانسی، ۲۰۰۲؛ ویچ من و همکاران، ۲۰۰۲؛ گویلن و لگچنکو ۲۰۰۲ا؛ لگچنکو، ۲۰۰۵ و ۲۰۰۷؛ یارامانچی و هرترنج، ۲۰۰۷).



شکل ۴. الف) کرنل مدل (۱)، ب) کرنل مدل (۲)، پ) تغییرات محتوای آب در برابر عمق، و ت) منحنی سونداژ (تغییرات دامنه‌ی اولیه در برابر پالس ممان). در مدل (۱) محتوای آب ۲۰٪ و ضخامت لایه آبدار ۵ متر بوده و در مدل (۲) محتوای آب ۱۰٪ و ضخامت ۱۰ متر می‌باشد. منحنی سونداژ این مدل با توجه به اینکه حاصل ضرب محتوای آب و ضخامت لایه آبدار، برابری دارند، یکسان خواهد بود. جهت مدل‌سازی، آنتن با قطر ۵۰ متر، میدان مغناطیسی ۴۸۰۰۰ نانوتسلا و با زاویه میل ۶۰ درجه در نظر گرفته شده است.



به کمترین مربعات خطی‌سازی شده، روش مونت کارلو و همچنین بازپخت شبیه‌سازی شده اشاره کرد. در بررسی‌های یک بعدی فرض اساسی بر تغییرات محتوای آب به صورت عمقی است. اندازه‌گیری‌ها در این حالت از طریق یک آنتن که نقش فرستنده/گیرنده را همزمان دارد انجام می‌گیرد.

در این تحقیق، تعیین محتوای آب به صورت یک بعدی و با فرض تعداد زیادی لایه با مرزهای ثابت و سپس تعیین محتوای آب در هر لایه فرمول‌بندی می‌شود (هندسه ثابت). در این روش توزیع محتوای آب  $w$  تنها متغیر محاسبه پیشرو (پارامتر مجهول) می‌باشد. بر اساس رابطه (۱۲) دامنه اولیه سیگنال MRS، به‌طور خطی با توزیع محتوای آب در ارتباط است. به طوری که  $K$  ماتریس کرنل یا ماتریس حساسیت مسئله وارون می‌باشد.

با استفاده از شکل ماتریسی  $|E_0| = |Kw|$ ،  $E_0: N_q \times 1$ ،  $(K: N_q \times N_r, w: N_r \times 1)$  به دنبال یافتن پاسخی برای مقادیر محتوای آب  $w$  بایست بود که تابع هدف را برآورده سازد. با توجه به رابطه غیرخطی بین داده‌ها و پارامترهای مدل، نیاز به خطی‌سازی مسئله از طریق محاسبه ماتریس ژاکوبین وجود دارد. لذا مسئله با یک مدل اولیه و به صورت تکرار حل می‌شود. در این حالت تابع هدف به صورت زیر خواهد بود.

$$\Phi = \|\Delta w - \Delta d\|_2^2 + \lambda \|\Delta w\|_2^2 \rightarrow \min \quad (15)$$

که  $\Phi$  تابع هدف،  $\|\cdot\|_2$  نرم ۲،  $J$  ماتریس ژاکوبین،  $w$  محتوای آب،  $\Delta d = (|E_0| - |Kw|)$  و  $\lambda$  پارامتر منظم‌سازی است. روش‌های متفاوتی جهت یافتن پارامتر منظم‌سازی وجود دارد. در این تحقیق از روش L-Curve جهت تعیین پارامتر منظم‌سازی استفاده شده است. با توجه به مقادیر مختلط دامنه اولیه سیگنال منحنی افت، و کرنل، و نیز  $J = \partial E_0 / \partial w$ ، خواهیم داشت (پیوست ب):

$$J = \frac{K_{real} D_{real} + K_{imag} D_{imag}}{|D|} \quad (16)$$

که  $real$  و  $imag$  به ترتیب اشاره به بخش حقیقی و

پس از اندازه‌گیری سیگنال سونداژ تشدید مغناطیسی، جهت محاسبه‌ی توزیع محتوای آب زیرسطحی نیاز به روش‌های معکوس است. با اندازه‌گیری‌های سیگنال MRS با پالس‌های القایی مختلف می‌توان توزیع مکانی از مدل محتوای آب لایه‌های آبی زیرسطحی را به دست‌بده دست آورد. مدل‌هایی که بهترین برازش از داده‌های مشاهده‌ای و داده‌های محاسبه‌ای را توصیف می‌کنند معمولاً از طریق وارد کردن اطلاعات اولیه به عنوان قید، تعیین می‌شوند.

گسسته‌سازی در فضای مکان، امکان استفاده از روش‌های مدل‌سازی عددی مناسب را فراهم می‌آورد. با تقریب محتوای آب به شکل ثابت‌های تکه‌ای به ازای فواصل  $\Delta r$ ، رابطه (۱۰) به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$E_{0i} \approx \sum K_i(r_j) w(r_j) \Delta r_j \quad (12)$$

به طوری که  $j=1,2,\dots,N_r$  تعداد عناصر مکانی گسسته شده می‌باشد. مقادیر  $K_i(r_j)$  از طریق روش‌های انتگرال‌گیری عددی تعیین می‌شود، به طوری که این مقادیر به اندازه گام‌های گسسته‌سازی بستگی دارد. دستگاه معادلات رابطه (۱۲) از طریق معادلات ماتریس به شکل زیر بیان می‌شود.

$$E_0 = Kw \quad (13)$$

به طوری که ابعاد ماتریس‌ها در معادله برابر است با:

$$E_0: 1 \times N_q, K: N_q \times N_r, w: N_r \times 1$$

هدف از مسئله وارون، تعیین مدل توزیع محتوای آب زیرسطحی است که از طریق رابطه زیر به دست می‌آید.

$$w = K^{-1} E_0 \quad (14)$$

مسئله بالا یک مسئله بدوضع می‌باشد و نمی‌توان با استفاده از روش‌های مستقیم آن را حل کرد. روش‌های مختلفی برای حل مسئله وارون MRS پیشنهاد شده‌اند (لگچنکو و شوشاکف، ۱۹۹۸؛ گویلن و لگچنکو، ۲۰۰۲ (آ و ب)؛ مانکه و یارامانچی، ۲۰۰۲؛ ویچ من و همکاران، ۲۰۰۲؛ براون و همکاران، ۲۰۰۵). از جمله این روش‌ها می‌توان

(پیوست ج).

جهت ارزیابی مدل‌سازی پیشرو و وارون‌سازی، در ابتدا مدلی مصنوعی در نظر گرفته شده است. آنتن فرستنده/گیرنده از نوع دایره‌ای با یک دور و قطر ۹۶ متر، و میدان مغناطیسی زمین ۴۸۰۰۰ نانو تسلا با زاویه میل ۶۰ درجه در نظر گرفته شده است. عمق لایه‌های زمین و مقادیر مقاومت ویژه الکتریکی آنها در جدول ۱ مشاهده می‌شود. همچنین جدول ۱ مقادیر رطوبت بر حسب عمق به‌عنوان ورودی به برنامه نشان داده شده است.

در ابتدا کرنل مربوط به مدل، با توجه به مقادیر مقاومت ویژه الکتریکی، مشخصات آنتن و میدان مغناطیسی زمین ساخته شده (شکل ۵-ب) و منحنی افت مربوط به ۲۴ پالس ممان آغشته به نوفه (شکل ۵-الف)، محاسبه شده است. ۵ درصد نوفه گوسی جهت ارزیابی بهتر مدل‌سازی پیشرو و وارون‌سازی، به داده‌های مصنوعی اضافه شده است. با توجه به منحنی افت و در واقع دامنه اولیه هر سیگنال (شکل ۵)، وارون‌سازی بر روی داده‌های مصنوعی انجام شده است (شکل ۶). همان‌طور که در شکل ۶ مشخص است، مقادیر محتوای آب به‌خوبی تخمین زده شده است. همچنین با توجه به مقادیر محتوای آب تخمین زده شده، مجدداً دامنه اولیه سیگنال محاسبه شده است که در این مرحله نیز، مدل‌سازی‌های انجام شده دقت مناسبی نشان می‌دهد.

موهومی مقادیر مورد نظر دارد، و  $D$  بردار مقادیر مختلط اولیه منتج شده از مدل تخمینی در هر تکرار است. با توجه به حل تابع هدف خواهیم داشت (استر و همکاران، ۲۰۰۵).

$$\Delta w = (JJ^T + \lambda L^T L)^{-1} J^T \Delta d \quad (17)$$

$$w^{k+1} = w^k + \Delta w^k \quad (18)$$

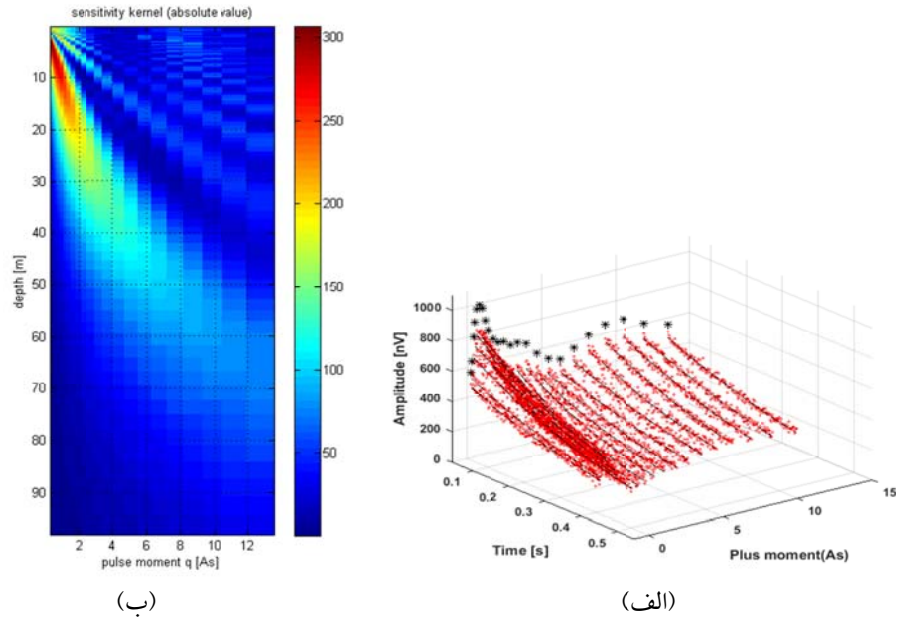
که  $J^T$  ترانهاده ماتریس  $J$  بوده،  $L$  ماتریس مشتق مرتبه اول و یا دوم،  $\lambda$  پارامتر منظم‌سازی و  $k$  اشاره به مرحله  $k$  ام از فرآیند وارون‌سازی است. این نکته شایان ذکر است که حل مسأله وارون در MRS بدون اعمال قید منجر به تخمین محتوای آب با مقادیر غیر واقعی بزرگتر از یک و یا منفی خواهد شد. بنابراین استفاده از توابع تبدیل (Transformation Function) در الگوریتم وارون‌سازی در تکرارهای مختلف، برای اجتناب از مقادیر غیرواقعی محتوای آب ضرورت دارد (کیم و کیم، ۲۰۱۱). با در نظر گرفتن قید بازه تغییرات و با استفاده از رابطه (۱۹)، مقادیر دقیق‌تری از محتوای آب به‌دست می‌آید.

$$w^k = \frac{a(b-w_0)+b(w_0-a)e^{\Delta w}}{(b-w_0)+(w_0-a)e^{\Delta w}} \quad (19)$$

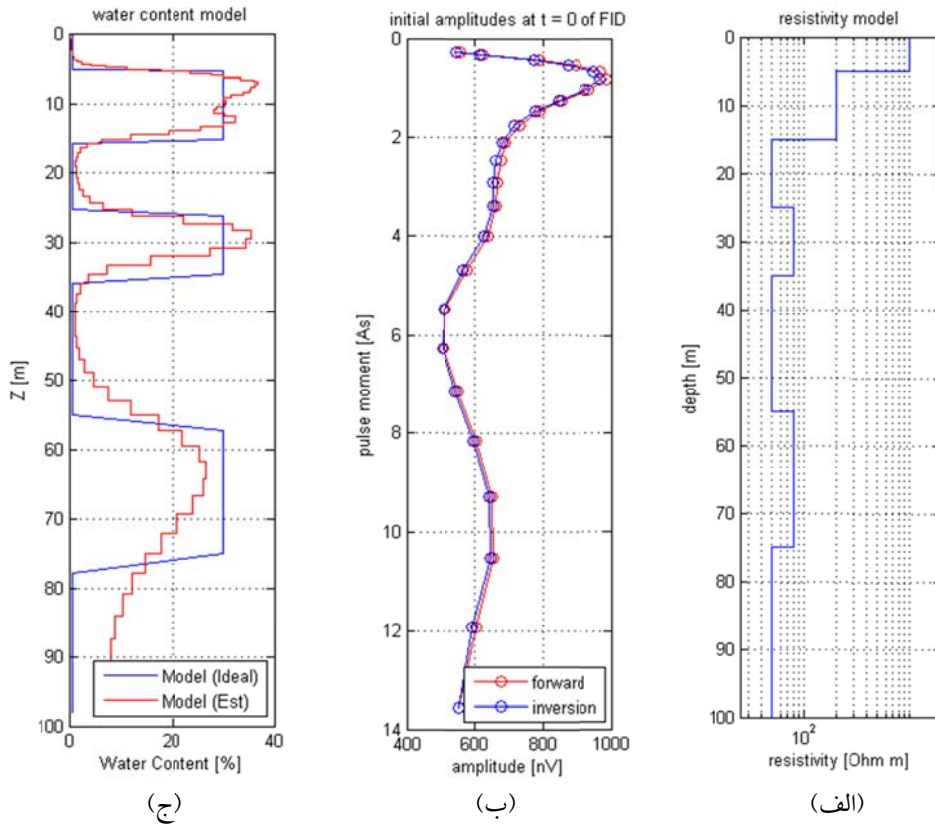
که  $a \leq w \leq b$  (بازه تغییرات محتوای آب) و  $w_0$  مقدار اولیه محتوای آب است. به‌طوری‌که در الگوریتم وارون‌سازی  $a = 0$  و  $b = 1$  انتخاب شده است

جدول ۱. مشخصات لایه‌بندی زمین مدل‌سازی شده.

|     |    |     |    |     |     |      |                                |
|-----|----|-----|----|-----|-----|------|--------------------------------|
| ۱۰۰ | ۷۵ | ۵۵  | ۳۵ | ۲۵  | ۱۵  | ۵    | عمق لایه‌بندی (متر)            |
| ۵۰  | ۸۰ | ۵۰  | ۸۰ | ۵۰  | ۲۰۰ | ۱۰۰۰ | مقاومت ویژه الکتریکی (اهم-متر) |
| ۰/۷ | ۳۰ | ۰/۷ | ۳۰ | ۰/۷ | ۳۰  | ۰/۷  | محتوای آب (درصد)               |



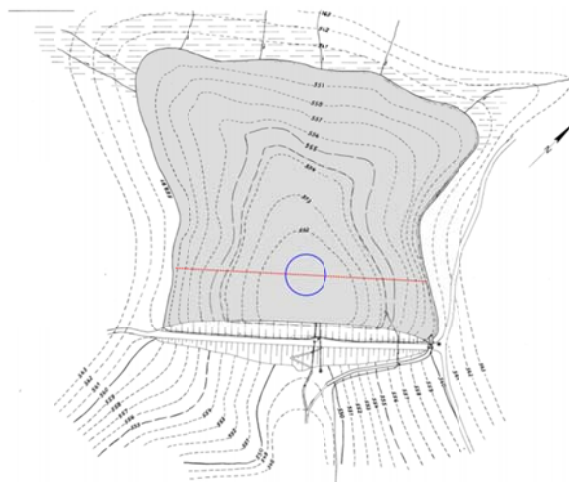
شکل ۵. الف) منحنی افت مدل‌سازی شده برای ۲۴ پالس ممان متفاوت و منحنی‌های برازش شده همراه با دامنه‌های اولیه برآورد شده بعد از برون‌یابی؛ و ب) کرنل محاسبه شده حاصل از مدل‌سازی پیشرو.



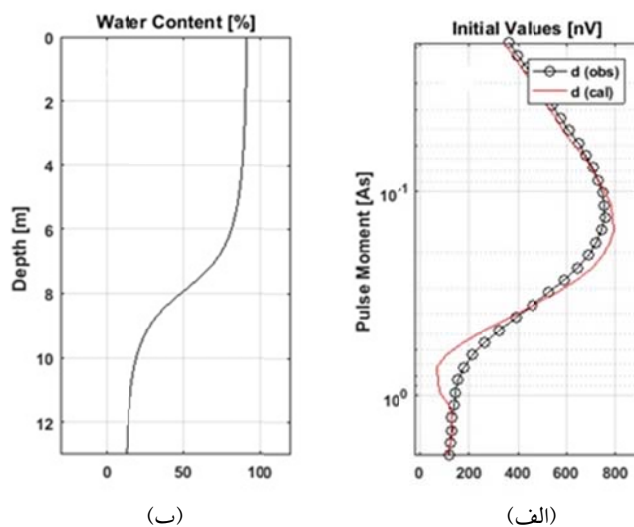
شکل ۶. مدل‌سازی پیشرو و وارون‌سازی داده‌های مصنوعی. الف) تغییرات مقاومت ویژه الکتریکی نسبت به عمق، ب) مقادیر دامنه اولیه سیگنال مربوط به ۲۴ پالس ممان (حاصل از مدل‌سازی پیشرو و ایجاد داده مصنوعی، و محاسبه شده با توجه به مقادیر محتوای آب در روند وارون‌سازی)، و ج) تغییرات محتوای آب نسبت به عمق (مقادیر مدل و محاسبه شده در روند وارون‌سازی).

همان‌طور که در شکل ۶ دیده می‌شود سونداژ وارون بر سونداژ مدل پیشرو در شکل ۶-ب و در صد محتوای آب وارون بر داده‌های ورودی منطبق شده است (شکل ۶-ج). جهت ارزیابی الگوریتم در محل‌های آبدار، از داده‌ای که بر روی دریاچه‌ی یخزده‌ای در آلمان برداشت شده است، استفاده می‌شود (شکل ۷). آنتن فرستنده/گیرنده از نوع دایره‌ای با قطر ۳۰ متر بوده و میدان مغناطیسی محل ۴۸۹۷۲ نانوتسلا با زاویه میل ۶۵ درجه است. ضخامت لایه یخزده بر روی دریاچه، ۳۰ سانتی‌متر و عمق دریاچه ۷/۵ متر بوده است (مولر و همکاران، ۲۰۱۱).

با توجه به شکل ۸ مرز لایه آبدار با دقت بالایی مشخص شده است (عمق ۷/۵ متر). بایستی توجه داشت، بستر دریاچه از نوع رسی است لذا علی‌رغم وجود آب در آن، این آب از نوع مقید می‌باشد و نه آزاد، لذا روش سونداژ تشدید مغناطیسی حساسیتی به آن ندارد (پلاتا و ریو، ۲۰۰۸). از آنجا که در اکتشافات آب زیرزمینی جهت حفاری چاه و استحصال آب، آب مقید قابل استحصال نمی‌باشد، لذا عدم حساسیت روش سونداژ تشدید مغناطیسی به آب مقید را می‌توان از نقاط قوت این روش برشمرد.



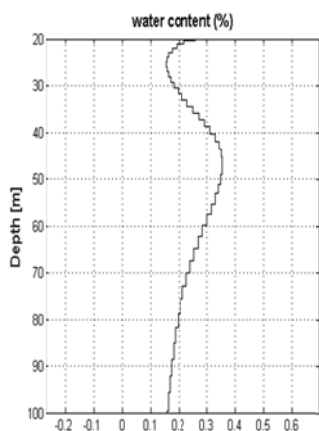
شکل ۷. نقشه هم‌عمق دریاچه. دایره‌ی آبی محل آنتن فرستنده/گیرنده دایره‌ای با قطر ۳۰ متر بوده و رنگ خاکستری محل دریاچه می‌باشد (مولر و همکاران، ۲۰۱۱).



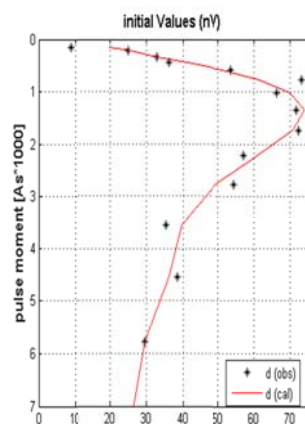
شکل ۸. الف) منحنی سونداژ برای پالس ممان‌های مختلف و ب) محتوای آب حاصل از وارون‌سازی داده‌های برداشت‌شده بر روی دریاچه یخزده (تعیین پارامتر منظم‌سازی با روش L-Curve) توسط آنتن فرستنده/گیرنده دایره‌ای با قطر ۳۰ متر.

در نرم‌افزار تجاری وارون‌سازی داده‌های MRS شرکت IRIS (SAMOVAR) از آن استفاده می‌کند. با توجه به اینکه در روش MDP خطای تخمین دامنه‌ی اولیه منحنی افت و نوفه، تاثیر زیادی بر تعیین پارامتر منظم‌سازی محاسبه شده دارد، این روش روشی نامطمئن برای انتخاب پارامتر منظم‌سازی در داده‌های واقعی است (وطن خواه، ۱۳۹۳). این نکته شایان ذکر است که تخمین سطح نوفه در الگوریتم ارائه شده در نرم افزار SAMOVAR براساس رکورد نوفه قبل از اندازه‌گیری سیگنال اصلی می‌باشد. از طرفی باتوجه به اینکه محتوی نوفه نسبت به زمان متغیر است؛ بنابراین این انتظار وجود ندارد که سطح نوفه تخمین زده شده، قبل از اندازه‌گیری با سطح نوفه در حین اندازه‌گیری یکسان باشد. در واقع این تخمین نادرست سطح نوفه احتمال محاسبه اشتباه پارامتر منظم‌سازی در الگوریتم MDP و در نتیجه تخمین غیرواقعی از مدل محتوی آب لایه های زیرسطحی وجود دارد. دستگاه اندازه‌گیری با توجه به شکل ۱۰ که نشان دهنده نتایج وارون‌سازی داده‌های مورد نظر توسط نرم‌افزار SAMOVAR است، سطح آب را در عمق ۲۵ متری نشان می‌دهد که اختلاف فاحش در تعیین مرز لایه‌ی آبدار (۴۶ متر) توسط این نرم افزار با واقعیت مشخص است. لذا کارآمدی بهتر الگوریتم پیشنهادی نسبت به نرم‌افزار تجاری SAMOVAR قابل مشاهده است.

پس از مشاهده نتایج موفق مدل‌سازی پیشرو و وارون‌سازی بر روی داده‌های مصنوعی و پرآب، الگوریتم وارون‌سازی بر روی داده‌های واقعی برداشت‌شده در منطقه نینه محلات بررسی می‌شود. اندازه‌گیری سیگنال سونداژ تشدید مغناطیسی به کمک یک آنتن فرستنده/گیرنده از نوع مربعی با طول ضلع ۱۵۰ متر انجام شده است. آبخوان زیرسطحی در سازند سخت واقع شده است، از این رو به دلیل ماهیت لایه‌های آبدار در سازندهای سخت، انتظار دریافت سیگنال قوی وجود ندارد (ویلاموز و همکاران، ۲۰۰۳). این ویژگی در منحنی سونداژ داده‌های برداشت‌شده قابل مشاهده است (شکل ۹- الف)، جایی که حداکثر دامنه سیگنال در حدود ۷۵ نانو ولت می‌باشد. همچنین نتایج وارون‌سازی منحنی سونداژ براساس محتوی آب در شکل ۹- ب ارائه شده است. باتوجه به شدت پایین سیگنال برداشت‌شده که در نتیجه نوع آبخوان است، مقدار محتوای آب در حدود ۰/۴ درصد برآورد شده است. همچنین براساس نتایج منحنی محتوای آب، سطح ایستابی آب در حدود ۴۱ متر برآورد می‌شود که انطباق مناسبی با نتایج حاصل از چاه حفاری شده (سطح ایستابی ۴۶ متر) در محل اندازه‌گیری شده وجود دارد. روش تیخونف با استفاده از روش MDP جهت انتخاب پارامتر منظم‌سازی در روند وارون‌سازی روشی است که

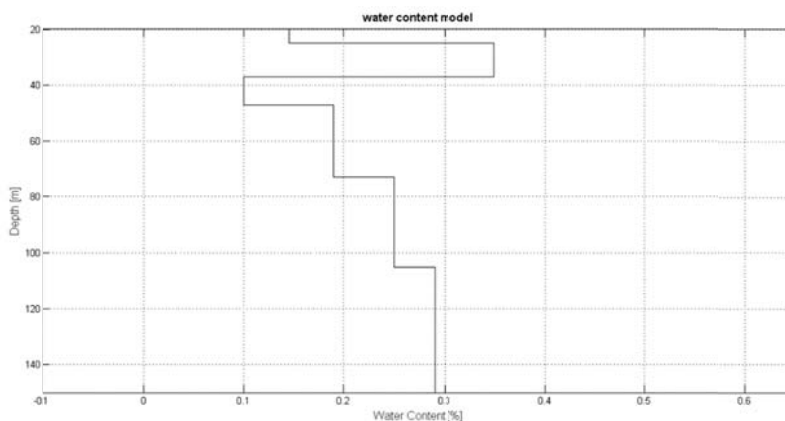


(ب)



(الف)

شکل ۹. الف) منحنی سونداژ برای پالس‌های مختلف و ب) محتوای آب حاصل از وارون‌سازی داده‌های برداشت‌شده در نینه واقع در محلات استان مرکزی (تعیین پارامتر منظم‌سازی باروش L-Curve توسط آنتن فرستنده/گیرنده مربعی با طول ضلع ۱۵۰ متر.



شکل ۱۰. وارون‌سازی داده‌های برداشت‌شده در نینه واقع در محلات استان مرکزی توسط آنتن فرستنده/گیرنده مربعی ۱۵۰ متری با استفاده از نرم‌افزار تجاری SAMOVAR.

#### ۴. نتیجه‌گیری

نوفه در قبل و حین اندازه‌گیری سیگنال، بنابراین امکان تقریب دقیقی از مقدار سطح نوفه و در نتیجه پارامتر منظم‌سازی وجود ندارد. همچنین اعمال قیود فیزیکی در الگوریتم پیشنهادی حین وارون‌سازی منجر به عدم تخمین مقادیر غیر واقعی می‌شود. لذا کارآمدی وارون‌سازی انجام شده و نیز انتخاب پارامتر منظم‌سازی به روش L-Curve، علاوه بر داده‌های مصنوعی و صحرائی به خوبی مشخص است.

#### تشکر و قدردانی

این تحقیق در قالب طرح پژوهشی شماره ۶۲۰۱۰۱۰/۱/۶ با استفاده از اعتبارات پژوهشی دانشگاه تهران انجام شده است که قسمتی از هزینه‌های این پژوهش را تأمین نموده، تشکر و قدردانی می‌نماید. همچنین از موسسه لایبنتس تشکر (Leibniz Institute) آلمان، جهت در اختیار قرار دادن داده، تشکر و قدردانی می‌شود.

#### مراجع

فلاح صفری، م.، حفیظی، م. ک. و قناتی، ر.، ۱۳۹۵، وارون‌سازی خطی سونداژ تشدید مغناطیسی با استفاده از منظم‌سازی تیخونف، سی و پنجمین گردهمایی ملی علوم زمین، تهران، سازمان زمین‌شناسی و اکتشافات معدنی کشور.

پس از فرمول‌بندی مسأله پیشرو، نتایج حاصل از وارون‌سازی غیرخطی داده‌های سونداژ تشدید مغناطیسی با دیدگاه هندسه ثابت و اعمال قیود فیزیکی در الگوریتم وارون بر روی داده‌های مصنوعی و صحرائی به منظور تخمین محتوای آب لایه‌های زیرسطحی ارائه شد. همچنین در فرآیند وارون‌سازی انتخاب پارامتر منظم‌سازی از طریق روش L-Curve انجام گرفت. در روش L-Curve نیازی به اطلاعات نوفه نمی‌باشد. از طرفی اعمال قیود فیزیکی در وارون‌سازی امکان تخمین محتوای آب در یک بازه معنی‌دار (۰ تا ۱) را فراهم می‌آورد. با توجه به نتایج قابل‌قبول وارون‌سازی بر روی داده‌های مصنوعی، داده‌های صحرائی مربوط به یک لایه ۱۰۰ درصد اشباع از آب و داده‌های برداشت‌شده در نینه محلات به‌عنوان داده کم آب جهت ارزیابی وارون‌سازی انتخاب شده است. نتایج وارون‌سازی، به خوبی سطح ایستابی را تخمین زده است. از طرفی، سطح ایستابی محاسبه شده در داده‌های نینه توسط نرم‌افزار تجاری که از روش MDP جهت انتخاب پارامتر منظم‌سازی در روند وارون‌سازی استفاده می‌کند با مقدار واقعی تفاوت آشکاری دارد. در واقع از آنجایی که روش MDP براساس تخمین سطح نوفه برداشت‌شده قبل از ثبت سیگنال اصلی می‌باشد و با توجه به متغیر بودن ویژگی‌های

وارون‌سازی خطی داده‌های گرانی، رساله دکتری،  
موسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران.

- Ai-Hua, W., 2010, Occam's inversion of magnetic resonance sounding on a layered electrically conductive earth. *Journal of applied geophysics*, 70, 84-92.
- Ai-Hua, W., Xue- Qiu, W., Guo- Xing, L., Xiu-Wen, M. and De- Li, W., 2007, Nonlinear inversion of surface nuclear magnetic resonance over electrically conductive medium, *Chinese journal of geophysics*, 50(3), 765-772.
- Akca, I., Gunther, T., Muller-Petke, M., Basokur, A. and Yaramanci, U., 2013, Joint parameter estimation from magnetic resonance and vertical electric soundings using a multi-objective genetic algorithm, *Geophysical Prospecting*, DOI: 10.1111/1365-2478.12082.
- Aster, R., Borchers, B. and Thurber, C., 2005, *Parameter estimation and inverse problems*, Elsevier Academic Press.
- Behroozmand, A., Keating, K. and Auken, E., 2014, A review of the principles and application of the NMR technique for near-surface characterization, *surv.Geophys*, DOI 10.1007/s10712-014-9304-0.
- Braun, M., 2007, Influence of the resistivity on magnetic resonance sounding: 1D inversion and 2D modelling, Ph.D. thesis, Fakultät VI Planen Bauen Umwelt, Technical University of Berlin.
- Braun, M., Hertrich, M. and Yaramanci, U., 2005, Complex inversion of MRSdata, *Near Surface Geophysics* 3 (3) 155–163.
- Braun, M. and Yaramanci, U., 2008, Inversion of resistivity in Magnetic Resonance Sounding, *Journal of Applied Geophysics* 66, 151–164.
- Dalgaard, E., Auken, E. and Larsen, J. J., 2012, Adaptive noise cancelling of multichannel magnetic resonance sounding signals, *Jeophysical Journal International*, 119, DOI: 10.1111/j.1365-246X.2012.05618.x.
- Gev, I., Goldman, M., Rabinovich, B. and Rabinovich, M., 1996, Detection of the water level in fractured phreatic aquifers using nuclear magnetic resonance (NMR) geophysical measurements, *Journal of Applied Geophysics*, 33, 277–282.
- Ghanati, R., 2016, Improvement of processing and parameter estimation of magnetic resonance sounding signal. *Geophysics*, 81, no., Z27-Z27.
- Ghanati, R. and Fallahsafari, 2015, Comment on: 'Time-Based noise removal from magnetic resonance sounding signals' By Shahi, M., Khaloozadeh, H., Hafizi, M. K., *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, 11(1), 387-390.
- Ghanati, R., Fallahsafari, M. and Hafizi, M., 2014, Joint application of a statistical optimization process and Empirical Mode Decomposition to Magnetic Resonance Sounding Noise Cancellation, *J. Appl Geophys*, 111, 110–120.
- Ghanati, R., Hafizi, M. and Fallahsafari, M., 2015a, CEEMD-DFA and Variance Criterion Based De-noising Method Applied to Magnetic Resonance Sounding. 6th International workshop on magnetic resonance, Aarhus, Denmark.
- Ghanati, R., Hafizi, M. and Fallahsafari, M., 2015b, Surface nuclear magnetic resonance signals recovery by integration of a non-linear decomposition method with statistical analysis. *Geophysical Prospecting*, DOI: 10.1111/1365-2478.12296.
- Ghanati, R. and Hafizi, M. K., 2017, Statistical de-spiking and harmonic interference cancellation from surface-NMR signals via a state-conditioned filter and modified Nyman-Gaiser method. *Bollettino Di Geofisica Teorica Ed Applicata*, 58(3), 181-204.
- Goldman, M., Rabinovich, B., Rabinovich, M., Gilad, D., Gev, I. and Schirov, M., 1994, Application of the integrated NMR-TDEM method in groundwater exploration in Israel, *Journal of Applied Geophysics* 31, 27–52.
- Guillen, A. and Legchenko, A., 2002a, Application of linear programming techniques to the inversion of proton magnetic resonance measurements for water prospecting from the surface, *Journal of Applied Geophysics* 50 (1–2) 149–162, special issue.
- Guillen, A. and Legchenko, A., 2002b, Inversion of surface nuclear magnetic resonance data by an adapted Monte Carlo method applied to water resource characterization, *Journal of Applied Geophysics*, 50 (1–2), 193–205.
- Hertrich, M., 2005, Magnetic resonance sounding with separated transmitter and receiver loops for the investigation of 2d water content distributions, Ph.D. thesis, School of Civil Engineering and Applied Geosciences, Technical University of Berlin.
- Hertrich, M., 2008, Imaging of groundwater with nuclear magnetic resonance, Programming in nuclear magnetic resonance spectroscopy, 53, 227-248.
- Hertrich, M., Braun, M., Gu'nther, T., Green, A. G. and Yaramanci, U., 2007, Surface nuclear magnetic resonance tomography, *Geoscience and Remote Sensing*, IEEE Transactions on 45

وطن‌خواه، س.، ۱۳۹۳، استفاده از اطلاعات اولیه برای تخمین پارامتر منظم‌سازی تیخونف و کاربرد آن در

- (11) 3752–3759.
- Hertrich, M., Braun, M. and Yaramanci, U., 2005, Magnetic resonance soundings with separated transmitter and receiver loops, *Near Surface Geophysics* 3 (3) 131–144.
- Hertrich, M. and Yaramanci, U., 2002, Joint inversion of surface nuclear magnetic resonance and vertical electrical sounding, *Journal of Applied Geophysics* 50 (1–2) 179–191.
- Jiang, C., Shang, X., Lin, T. and Jint J., 2017, Quasi-2D block inversion of large-scale surface nuclear magnetic resonance profile data using a laterally constrained model, *Geophysics*, 82, DOI:10.1190/geo2015-0455.1.
- Kim, H. J. and Kim, Y., 2011, A unified transformation function for lower and upper bounding constraints on model parameters in electrical and electromagnetic inversion. *Journal of Geophysics and Engineering*, 8, 21–26.
- Krylov, V. I., 1962, Approximate calculation of integrals, translated by A. H. Stroud. Macmillan, New York.
- Larsen, J. J., 2016, Model-based subtraction of spikes from surface nuclear magnetic resonance data. *Geophysics*, 81, DOI: 10.1190/geo2015-0442.1.
- Legchenko, A., 2005, Improved modelling of the magnetic resonance signal in the presence of shallow aquifers. *Near Surface Geophysics*, 3, 121–130.
- Legchenko, A., 2007, MRS measurements and inversion in presence of EM noise. *Boletín Geológico y Minero*, 118 (3): 489–508.
- Legchenko, A., 2013, *Magnetic Resonance Imaging for Groundwater*. John Wiley & Sons.
- Legchenko, A., Beauce, A., Guillen, A., Valla, P. and Bernard, J., 1997, Natural variations in the magnetic resonance signal used in PMR groundwater prospecting from the surface. *European Journal of Environmental and Engineering Geophysics* 2, 173–190.
- Legchenko, A. and Shushakov, O., 1998, Inversion of surface NMR data, *Geophysics*, 63 (1), 75–84.
- Legchenko, A. and Valla, P., 1998, Processing of surface proton magnetic resonance signals using non-linear fitting, *Journal of Applied Geophysics*, 39, 77–83.
- Mohnke, O. and Yaramanci, U., 2000, Inversion of Surface-NMR amplitudes and decay times examination of smooth and block inversion. *Proceedings of the 6th Meeting of Environmental and Engineering Geophysics*.
- Mohnke, O. and Yaramanci, U., 2002, Smooth and block inversion of surface NMR amplitudes and decay times using simulated annealing, *Journal of Applied Geophysics* 50 (1–2) 163–177.
- Müller-Petke, M. and Yaramanci, U., 2008, Resolution studies for magnetic resonance sounding (MRS) using the singular value decomposition. *J. Appl Geophys*, 66, 165–175.
- Müller-Petke, M. and Yaramanci, U., 2010, QT inversion—comprehensive use of the complete surface NMR data set. *Geophysics*, 75, WA199–WA209.
- Müller-Petke, M., Dlugosch, R. and Yaramanci, U., 2011, Evaluation of surface nuclear magnetic resonance-estimated subsurface water content, *New journal of physics* 13, DOI:10.1088/1367-2630/13/9/095002.
- Nabighian, M. N., 1988, *Electromagnetic methods in applied geophysics-Theory*. SEG.
- Perttu, N., 2011, *Magnetic Resonance Sounding (MRS) in Groundwater Exploration, with Applications in Laos and Sweden*, Ph.D. thesis, Department of Civil, Environmental and Natural resources engineering Luleå University of Technology.
- Plata, J. L. and Rubio, F. M., 2008, The use of MRS in the determination of hydraulic transmissivity: the case of alluvial aquifers. *J Appl Geophys*, 66, 128–139.
- Semenov, A. G., Pusep, A. Ju. and Schirov, M. D., 1982, (In Russian) ‘Hydroscope-an installation for prospecting without drilling’ USSR Academy of Sciences, Novosibirsk, USSR.
- Semenov, A., 1987, NMR hydroscope for water prospecting, in: *Proceedings of the Seminar on Geotomography*. 66–67.
- Semenov, A., Schirov, M., Legchenko, A., Burshtein, A. and Pusep, A., 1989, Device for measuring the parameter of underground mineral deposits, Great Britain, Patent 2198540B.
- Schirov, M., Legchenko, A. and Creer, G., 1991, A new direct non-invasive groundwater detection technology for Australia. *Export. Geophys.*, 22: 333–338.
- Shushakov, O., 1996, Groundwater NMR in conductive water, *Geophysics*, 61 (4), 998–1006.
- Trushkin, D. V., Shushakov, O. A. and Legchenko, A. V., 1995, Surface NMR applied to an electro conductive medium. *Geophysical Prospecting*, 43, 623–633.
- Valla, P. and Legchenko, A., 2002, Surface nuclear magnetic resonance-what is possible, *Journal of Applied Geophysics* 50, 1–229.
- Varian, R., 1962, Ground liquid prospecting method and apparatus, US Patent.
- Vouillamoz J. M., Legchenko, A., Albouy, Y. and



- Bakalowicz, M., 2003, Localization of Saturated Karst Aquifer with Magnetic Resonance Sounding and Resistivity Imagery, *Groundwater*, 41(5), 578–586.
- Weichman, P. B., Lavelly, E. M. and Ritzwoller, M., 1999, Surface nuclear magnetic resonance imaging of large systems, *Physical Review Letters*, 82 (20), 4102–4105.
- Weichman, P. B., Lavelly, E. M. and Ritzwoller, M. H., 2000, Theory of surface nuclear magnetic resonance with applications to geophysical imaging problems, *Physical Review E* 62 (1, Part B) 1290–1312.
- Weichman, P. B., Lun, D. R., Ritzwoller, M. H. and Lavelly, E. M., 2002, Study of surface nuclear magnetic resonance inverse problems, *Journal of Applied Geophysics*, 50 (1–2), 129–147.
- Yaramanci, U. and Hertrich, M., 2007, Inversion of magnetic resonance sounding data, *Boltein Geologico y minero*, 118 (3), 473-488.
- Yaramanci, U. and Legchenko, A., 2005, Magnetic resonance sounding, aquifer detection and characterization, *Near Surface Geophysics* 3, 119–222.
- Yaramanci, U. and Muller-Petke, M., 2009, Improvement in inversion of magnetic resonance exploration-water content, decay time, and resistivity, *Journal of earth science*, 20(3), 592-605.

### پیوست (الف): محاسبه تابع کرنل در محیط یک بعدی

یکی از پارامترهای اصلی محاسبه کرنل، میدان مغناطیسی است که در زیر روابط فیزیکی جهت محاسبه آن ارائه می‌شود. با توجه به معادلات ماکسول بردار میدان‌های الکترومغناطیسی  $b$  و چگالی جریان الکتریکی  $j$  را می‌توان به صورت جمع میدان‌هایی با منشأ الکتریکی و مغناطیسی تقسیم کرد (هرتریچ، ۲۰۰۵).

$$b = b_{TE} + b_{TM} \quad (\text{الف-۱})$$

$$j = j_{TE} + j_{TM} \quad (\text{الف-۲})$$

رابطه الف-۱ و الف-۲ نشان می‌دهد که تجزیه میدان‌ها به قسمت‌های دوقطبی (poloidal) و چنبره‌ای (toroidal) تجزیه کرد به طوری که میدان الکتریکی چنبره‌ای و مغناطیسی قطبی مد TE (Tangential Electric) را ایجاد کرده و میدان الکتریکی قطبی و مغناطیسی چنبره‌ای مد TM (Tangential Magnetic) را می‌سازد. این به آن معنی است که میدان مغناطیسی عمودی، یک میدان الکتریکی شعاعی ایجاد می‌کند (و بر عکس). میدان مغناطیسی ایجاد شده در مرز نیم‌فضا توسط آنتن‌های سیمی (wire) که در سونداژ تشدید مغناطیسی (Magnetic Resonance Sounding: MRS) به کار می‌روند، تنها بخش عمودی دارد. بنابراین می‌توان تنها بخش TE را در نظر گرفت. از آنجاکه بخش غیر عمودی چشمه الکترومغناطیس القائی در هوا، نمی‌تواند داخل زمین شارژ شود، بنابراین هیچ جریان الکتریکی نمی‌تواند از مرز نیم‌فضا عبور کند؛ زیرا مقاومت ویژه الکتریکی هوا بی‌نهایت است. در نتیجه مد TM کاملاً در سطح زمین بازتاب می‌شود. در مد TE، بردار پتانسیل را می‌توان به صورت زیر در نظر گرفت:

$$F = Fu_z \quad (\text{الف-۳})$$

که  $u_z$  بردار یکه محور  $z$  است. و لذا رابطه ذیل برآورده خواهد شد (هرتریچ، ۲۰۰۵):

$$\nabla^2 F + k^2 F = 0 \quad (\text{الف-۴})$$

با استفاده از تبدیل فوریه زیر

$$\hat{F}(k_x, k_y, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} F(x, y, z) e^{-i(k_x x + k_y y)} dx dy \quad (\text{الف-۵})$$

$$F(x, y, z) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{F}(k_x, k_y, z) e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y \quad (\text{الف-۶})$$

خواهیم داشت

$$\frac{d^2 \hat{F}}{dz^2} - u^2 \hat{F} = 0 \quad (\text{الف-۷})$$

که

$$u^2 = k_x^2 + k_y^2 - k^2 \quad (\text{الف-۸})$$

و

$$k = \sqrt{-i\mu\sigma\omega} \quad (\text{الف-۹})$$

که  $\mu$  نفوذپذیری مغناطیسی،  $\sigma$  رسانندگی الکتریکی و  $\omega$  فرکانس زاویه‌ای است. در صورتی که آنتن فرستنده/گیرنده MRS با قطر  $a$  در ارتفاع  $h$  از سطح زمین قرار گیرد و شدت جریان الکتریکی  $I$  در آن با

فرکانس  $\omega$  جریان یابد و نیز با در نظر گرفتن زمین  $N$  لایه‌ای با ضخامت  $h_i (i = 1:N)$  در مختصات استوانه‌ای که محور  $z$  عمود به سطح زمین است، در مد TE خواهیم داشت (نیقیان، ۱۹۸۸):

$$H_z = \frac{1}{z} \left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) F_z \quad (\text{الف-۱۰})$$

$$F(\rho, z) = \frac{z_0 I a}{2} \int_0^\infty \hat{F}(\lambda, z) J_1(\lambda a) J_0(\lambda \rho) d\lambda \quad (\text{الف-۱۱})$$

$$\hat{F}(\lambda, z) = \frac{1}{u_0} [e^{-u_0(z+h)} + r_{TE} e^{u_0(z-h)}] \quad (\text{الف-۱۲})$$

که  $H_z$  مولفه عمودی شدت میدان مغناطیسی،  $\hat{Z} = i\mu\omega$  امپدانس ویژه،  $\rho^2 = x^2 + y^2$ ،  $J_1$  تابع بسل مرتبه اول،  $J_0$  تابع بسل مرتبه صفر و  $r_{TE}$  ضریب بازتاب است. همچنین اندیس 0 در  $u_0$  مربوط به هوا بوده و با استفاده از رابطه (الف-۸) محاسبه می‌شود. ضریب بازتاب با استفاده از معادلات ذیل محاسبه می‌شود (نیقیان، ۱۹۸۸):

$$r_{TE} = \frac{Y_0 - \hat{Y}_1}{Y_0 + \hat{Y}_1} \quad (\text{الف-۱۳})$$

که

$$Y_0 = \frac{u_0}{z_0} \quad (\text{الف-۱۴})$$

$$\hat{Z}_0 = i\omega\mu_0 \quad (\text{الف-۱۵})$$

و

$$\hat{Y}_1 = \frac{H_y^{TE}}{E_x^{TM}} = -\frac{H_x^{TE}}{E_y^{TM}} \quad (\text{الف-۱۶})$$

با در نظر گرفتن زمین  $N$  لایه‌ای که ضخامت هر یک  $h_i (i=1,2,\dots,N)$  بوده و سطح زمین در  $z=0$  باشد، خواهیم داشت:

$$\hat{Y}_1 = Y_1 \frac{\hat{Y}_2 + Y_1 \tanh(u_1 h_1)}{Y_1 + \hat{Y}_2 \tanh(u_1 h_1)} \quad (\text{الف-۱۷})$$

$$\hat{Y}_n = Y_n \frac{\hat{Y}_{n+1} + Y_n \tanh(u_n h_n)}{Y_{n+1} + \hat{Y}_2 \tanh(u_n h_n)} \quad (\text{الف-۱۸})$$

$$\hat{Y}_N = Y_N \quad (\text{الف-۱۹})$$

$$Y_n = \frac{u_n}{\hat{Z}_n} \quad (\text{الف-۲۰})$$

$$u_n = (k_x^2 + k_y^2 - k_n^2)^{1/2} \quad (\text{الف-۲۱})$$

$$k_n^2 = -\hat{Z}_n \hat{Y}_n = \omega^2 \mu_n \epsilon_n - i\omega \mu_n \sigma_n \quad (\text{الف-۲۲})$$

لذا جهت محاسبه ضریب بازتاب مربوط به هر لایه، از آخرین لایه تا اولین لایه از سطح زمین شروع به محاسبه می‌شود (نیقیان، ۱۹۸۸).

با جاگذاری رابطه (الف-۱۱) در رابطه (الف-۱۰) خواهیم داشت

$$H_z = \frac{I a}{2} \int_0^\infty \lambda^2 \hat{F}(\lambda, z) J_0(\lambda \rho) J_1(\lambda a) d\lambda \quad (\text{الف-۲۳})$$

و یا

$$H_z = \frac{I a}{2} \int_0^\infty [e^{-u_0(z+h)} + r_{TE} e^{u_0(z-h)}] \frac{\lambda^2}{u_0} J_0(\lambda \rho) J_1(\lambda a) d\lambda \quad (\text{الف-۲۴})$$

با استفاده از معادلات مشابه، می‌توان دیگر مولفه‌ی میدان مغناطیسی را در محیط‌های لایه‌ای به صورت زیر محاسبه کرد (نیقیان،

(۱۹۸۸).

$$H_p = \frac{I_a}{2} \int_0^\infty [e^{-u_0(z+h)} - r_{TE} e^{u_0(z-h)}] \lambda J_1(\lambda \rho) J_1(\lambda a) d\lambda \quad (\text{الف-۲۵})$$

جهت محاسبه انتگرال، فرمولهای تریبلی (quadrature) گوسی با ضرایب وزنی ثابت ۶۴ تایی استفاده شده است. در این حالت با توجه به تبدیل انتگرال زیر (کرلیف، ۱۹۶۲):

$$\int_a^b f(x) dx = \frac{b-a}{2} \int_{-1}^1 f\left(\frac{b-a}{2}x + \frac{a+b}{2}\right) dx \quad (\text{الف-۲۶})$$

ابتدا انتگرال در بازه ۱- تا ۱+ تبدیل می شود و با استفاده از تبدیل گوسی ذیل

$$\int_{-1}^1 f(x) dx = \sum_{i=1}^n A_i f(x_i) \quad (\text{الف-۲۷})$$

تبدیل نهایی به دست می آید.

$$\int_a^b f(x) dx = \frac{b-a}{2} \sum_{i=1}^n w_i f\left(\frac{b-a}{2}x_i + \frac{a+b}{2}\right) \quad (\text{الف-۲۸})$$

که  $w_i$  ضرایب تبدیل بوده و در برنامه نویسی انجام شده و در رابطه فوق،  $n$  برابر با ۶۴ در نظر گرفته شده است (کرلیف، ۱۹۶۲). نتایج محاسبات عددی نشان می دهد که پروتون های محدود در  $x^2 + y^2 < (3a)^2$  و  $z_{max} \approx 1.5a$  (که  $a$  ابعاد لوپ است) را می توان جهت محاسبات در نظر گرفت (لگچنکو، ۲۰۱۳).

مولفه عمودی  $B_1$  (میدان مغناطیسی ایجاد شده توسط آنتن) بر میدان مغناطیسی زمین  $B_0$  باعث تحریک پروتون مولکول های آب می شود. جهت محاسبه این مولفه از ضرب نقطه ای بردار مغناطیسی در عمق  $B$  در بردار یکه میدان مغناطیسی زمین  $b_0$  استفاده می شود (هرتریچ، ۲۰۰۸).

$$B_1^\perp = B_1 - (b_0 \cdot B_1) b_0 \quad (\text{الف-۲۹})$$

بعد از محاسبه میدان مغناطیسی، این مقدار در رابطه زیر جهت به دست آوردن تابع کرنل استفاده می شود (پرتو، ۲۰۱۱).

$$K(q, z) = \frac{M_0 \omega_0}{I_0} \int_{x,y} B_{1\perp}(r) \sin(\theta(r, q)) dx dy \quad (\text{الف-۳۰})$$

پیوست (ب): محاسبه ژاکوبین

با توجه به اینکه در مسأله معکوس از دامنه مقادیر مختلط اولیه استفاده می شود بنابراین به منظور خطی سازی رابطه داده ها و مدل در رابطه ب-۱ از ماتریس ژاکوبین استفاده می شود.

$$|E_0| = |Kw| \quad (\text{ب-۱})$$

به طوری که

$$J = \partial D / \partial w \quad (\text{ب-۲})$$

و  $D = KW$  داده های مختلط منتج شده از پارامترهای مدل تخمینی در هر تکرار

$$J = \frac{0.5(2K_{real}^2 w + 2K_{imag}^2 w)}{\sqrt{(K_{real} w)^2 + (K_{imag} w)^2}} = \frac{K_{real} D_{real} + K_{imag} D_{imag}}{|D|} \quad (\text{ب-۳})$$

## پیوست (ج): اعمال قیود فیزیکی

برای اعمال محدودیت برای تغییرات پارمترهای مدل (محتوای آب) نیاز به استفاده از قیود فیزیکی از طریق کاربست توابع تبدیل جهت محدود کردن مقادیر از بازه  $o \in [-\infty, +\infty]$  به  $p \in [0, c]$  به طوری که  $c$  مقدار کران بالا را نشان می‌دهد، است. بنابراین هرگونه محدودیت بر روی محتوای آب از طریق توابع تبدیل، تغییراتی بر روی ماتریس ژاکوبین اعمال می‌شود:  $w^k$  محتوای آب تخمین زده شده در تکرار  $k$

$$J_{Transferred} = J \cdot \cos\left(\pi\left(\frac{w^k}{c} - 0.5\right)\right)^2 \cdot c/\pi \quad (\text{ج-۱})$$

پس از محاسبه  $\Delta w^k$  در هر تکرار عکس تبدیل بر روی پارامترهای مدل از طریق رابطه زیر اعمال می‌شود:

$$w^{k+1} = c \cdot \left( \frac{\tan^{-1}\left(\Delta w^k + \tan\left(\frac{w^k}{c} - 0.5\right) \cdot \pi\right)}{\pi} + 0.5 \right) \quad (\text{ج-۲})$$

## Water content inversion of MRS data a case study of Nineh Mahallat, central Iran

Fallah Safari, M.<sup>1</sup>, Hafizi, M. K.<sup>2\*</sup> and Ghanati, R.<sup>3</sup>

1. Ph.D. Student, Department of Earth Physics, Institute of Geophysics, University of Tehran, Iran

2. Professor, Department of Earth Physics, Institute of Geophysics, University of Tehran, Iran

3. Assistant Professor, Department of Earth Physics, Institute of Geophysics, University of Tehran, Iran

(Received: 10 Jan 2018, Accepted: 25 Sep 2018)

### Summary

Magnetic resonance sounding (MRS) is a relatively new approach and is the only geophysical method which is directly sensitive to the underground water molecules. MRS is based on the principal of Nuclear Magnetic Resonance (NMR). A wire loop with different diameter depending on the depth of aquifers, is laid out on the ground. The wire loop is used for both transmission of the oscillating magnetic field and reception of the MRS signal. This method proved to be sufficiently accurate and to have a high resolving capability. In the geophysical application of Magnetic Resonance, the groundwater is the target of investigation. Inverting MRS data provides significant information regarding depth and thickness of the aquifer, distribution of water content and, under favorable conditions, hydraulic conductivity. In this method water content is defined based on the portion of the total volume of subsurface occupied by the free water which is unattached to grain walls and can be extracted from the rock and signal of bounded water which is captured by grains is not included. That is to say that signals related to the bounded water which is absorbed by the grains of the medium is excluded from the calculation process. This method is sensitive to the noise level so estimation of signal parameters and inversion plays an important role. The inverse problem of MRS is ill-posed meaning that the solution is not unique. On the other hand, within a certain depth range, two layers with different thickness and water content but with the same product could return the same theoretical sounding curve. The inversion of this method is carried out according to the well-known Tikhonov method. Solution of MRS inversion like other inverse problems in geophysics is not a continuous function of the data in which there are a small perturbation of the input data that can cause a large perturbation of the model parameters. Consequently, regularization methods should be employed to tackle possible instabilities in solution process. Moreover defining the kind of regularization a proper choice of the regularization parameter is essential. There are various methods available. In this paper the L-Curve is used. From model space point of view, there are various schemes for inverting MRS data including fixed geometry and variable geometry approaches in conjunction with using different methods of the objective function optimization. In fixed geometry approach, the model is assumed to have fixed layers with increasing layer thickness in depth, in fact the water content is allowed to vary; and in variable geometry approach it assumes a small number of layers, where both water content and layer thickness can vary. To numerically demonstrate the performance of the proposed inversion algorithm, we used a seven-layer model consisting of three horizontal, homogeneous, by 30% water content. In this paper, stable and unique solution is sought through the fixed geometry approach and imposing Tikhonov regularization with constraints. After the test of inversion algorithm on synthetic data, Iran and Germany data were used to illustrate algorithm field use and to verify model results. Estimation of water content of synthetic data, Iran and Germany data shows a reasonable efficiency of the proposed strategy.

**Keywords:** Tikhonov regularization, magnetic resonance sounding, water content, Inversion.

---

\* Corresponding author:

hafizi@ut.ac.ir