

سالیتهای یون- صوتی در پلاسمای دور از تعادل بادهای خورشیدی

احسان صابریان*

استادیار، گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه نیشابور، نیشابور، ایران

(دریافت: ۹۷/۴/۲۳، پذیرش نهایی: ۹۷/۱۰/۱۱)

چکیده

در این مقاله، با استفاده از روش اختلالی کاهنده و اعمال آن بر روی معادلات دینامیک سیال پلاسمایی و با به کار بردن یک تابع توزیع غیر ماکسولی که توسط یک شاخص طیفی ناوردای κ_0 و یک پارامتر مستقل d_0 (تعداد درجات آزادی وابسته به پتانسیل اختلالی) برچسب زده می‌شود، یک معادله کورته وگ-دی وری (KdV) تعمیم یافته برای سالیتهای یون-صوتی در پلاسمای بادهای خورشیدی استخراج شده است، به طوری که دربرگیرنده حالت‌های نزدیک تعادل و دور از تعادل گرمایی است. در اینجا شاخص طیفی κ_0 میزان انحرافات از حالت تعادل در پلاسمای باد خورشیدی را توصیف می‌کند و خود به تعداد درجات آزادی پلاسمای بستگی ندارد. حالت‌های نزدیک به تعادل که در آن شاخص طیفی با مقادیر $\kappa_0 > 1$ توزیع شده است، عمدتاً برای نواحی داخلی هورسپهر (Heliosphere) کاربرد دارد، و حالت‌های دور از تعادل که با مقادیر $0 < \kappa_0 < 1$ توصیف می‌شوند، مربوط به نواحی پوش خورشیدی (Heliosheath) هستند. حل تحلیلی معادله KdV تعمیم یافته محاسبه شده است و جواب سالیتهای آن استخراج شده است. سپس اثرات شاخص طیفی κ_0 ، تعداد درجات آزادی وابسته به پتانسیل اختلالی و سرعت پالس روی ضریب پاشندگی تعمیم یافته (α) و ضریب غیرخطیت تعمیم یافته (β) در معادله KdV و همچنین روی ساختار سالیتهای به‌طور عددی بررسی شده‌اند. ملاحظه می‌شود که جواب سالیتهای به‌دست آمده تابع حساسی وابسته به شاخص طیفی κ_0 می‌باشد و علاوه بر این به تعداد درجات آزادی وابسته به پتانسیل اختلالی نیز وابستگی دارد. بسته به مقادیر κ_0 و d_0 امکان وقوع سالیتهای یون-صوتی با پتانسیل مثبت و منفی پیش‌بینی می‌شود.

واژه‌های کلیدی: تابع توزیع غیر ماکسولی، شاخص کاپای ناورده، تعداد درجات آزادی، سالیتهای یون، معادله کورته وگ-دی وری، باد خورشیدی.

۱. مقدمه

غیرخطیت، که منجر به افتادگی موج می‌شود، و پاشندگی، که منجر به پهن‌شدگی موج می‌شود، باهم به موازنه برسند.

تاکتون مدل‌های مختلفی برای توزیع فضای فاز پلاسمای در باله‌های فوق گرمایی (Superthermal Wings) و یا دیگر انحرافات نسبت به رفتار ماکسولی خالص مرسوم شده‌اند. از جمله یکی از مدل‌های موفق می‌توان به توزیع فوق حرارتی کاپا (κ) یا توزیع لورنتسی اشاره کرد که در واقع تعمیمی از تابع توزیع ماکسول-بولتزمن به شکل دنباله‌هایی توانی از سرعت است و برای اولین بار توسط وسیلیونس (۱۹۶۸) معرفی شد و هدف آن در ابتدا توصیف پلاسمای دور از تعادل گرمایی نظیر پلاسمای مگنتوسفر و بادهای خورشیدی بود. توزیع‌هایی از ذرات با دنباله‌های فوق حرارتی بارها توسط مشاهدات تجربی و ماهواره‌ای در سیستم‌های پلاسمایی فضایی و کیهانی

روش اختلالی کاهنده (reductive perturbation method) در نظریه غیرخطی ضعیف برای امواج پلاسمایی به معادله تحول کورته وگ-دی وری (KdV) می‌انجامد که در محدوده غیر خطیت ضعیف (Weak Nonlinearity) ضعیف و برای امواج با طول‌موج بلند دارای اهمیت بالایی است (واشیمی و تانیوتی، ۱۹۶۶؛ دیویدسون، ۱۹۷۲). این معادله تحول اختلالات دامنه کوتاه اما محدود در پلاسمای را توصیف می‌کند که با سرعت‌هایی در محدوده عدد ماخ (Mach Number) در پلاسمای منتشر می‌شوند. حل نوعی معادله KdV در پلاسمای منجر به جواب‌های سالیتهای می‌شود، یعنی ساختارهای کوهان شکلی که با یک سرعت مشخص و بدون تغییر شکل در پلاسمای منتشر می‌شوند. با بررسی جواب‌های این معادله در چارچوب مرجع همراه موج، می‌توان فهمید که چنین پالس‌های سالیتهای هنگامی ایجاد می‌شوند که

گزارش شده‌اند (فیلدمن و همکاران، ۱۹۷۵؛ فیلیپ و همکاران، ۱۹۸۷؛ ماکسیمویچ و همکاران، ۱۹۹۷؛ زوگانلیس، ۲۰۰۸). همچنین مکانیسم‌های مختلفی برای توضیح منشأ باله‌های فوق گرمایی در بادهای خورشیدی (Solar winds)، تاج خورشیدی (Corona) و دیگر پلاسماهای فضایی پیشنهاد شده‌اند (پیرارد و لازار، ۲۰۱۰). تأثیر هم‌زمان برهم‌کنش موج-ذره و نیروهای خارجی در چنین محیط‌هایی مهم‌ترین عامل برای وقوع ذرات با توزیع‌های غیر حرارتی در پلاسما است.

تاکنون پژوهش‌های متعددی در زمینه در نظر گرفتن اثر توزیع فوق گرمایی کاپا بر دینامیک امواج سالیوتونی یون-صوتی در پلاسماها صورت پذیرفته است. ساینی و همکارانش (۲۰۰۹) امواج یون-صوتی با دامنه دلخواه در یک پلاسما با یون‌های سرد و در حضور کسری از الکترون‌های فوق گرمایی را مطالعه کرده‌اند. آنها نشان دادند که همانند یک پلاسما با توزیع ماکسولی، تنها سالیوتون‌های با پتانسیل مثبت امکان انتشار خواهند داشت. همچنین، آنها نشان دادند که وجود الکترون‌های فوق حرارتی ناحیه مجاز عدد ماخ را کاهش می‌دهد، و همچنین باعث افزایش دامنه و شیب پالس سالیوتون‌های یون-صوتی می‌شود. سالتانا و همکارانش (۲۰۱۰) تأثیر الکترون‌های فوق حرارتی با توزیع کاپا را بر روی ساختار امواج یون-صوتی با دامنه دلخواه در یک پلاسما مغناطیده بررسی کرده‌اند و انحراف آن را نسبت به یک پلاسما با توزیع ماکسولی نشان داده‌اند. امواج یون-صوتی غیرخطی در یک پلاسما شامل یون‌های گرم و الکترون‌ها و پوزیترون‌های پر انرژی که با توزیع کاپا توصیف می‌شوند توسط الاوادی و همکاران (۲۰۱۰) مطالعه شده است. در آنجا هم امواج سالیوتونی یون-صوتی دامنه کوتاه با استخراج معادله KdV و هم امواج سالیوتونی با دامنه دلخواه از روش شبه‌پتانسیل سقدی اف (Sagdeev's pseudopotential technique) مطالعه شده‌اند. همچنین امواج غیرخطی ضربه یون-صوتی در یک پلاسما شامل یون‌های آدیاباتیکی نسبی، و الکترون‌ها و پوزیترون‌های

با توزیع کاپا مطالعه شده است (شاه و سعید، ۲۰۱۱). بالوکو و هلیبرگ (۲۰۱۲) سالیوتون‌های یون-صوتی در یک پلاسما با الکترون‌های دو دمایی و با در نظر گرفتن توزیع کاپا را مطالعه کرده‌اند. به‌علاوه ادنان و همکاران (۲۰۱۴) سالیوتون‌های یون-صوتی دامنه کوتاه را در یک پلاسما مغناطیده ضعیف با الکترون‌های توزیع کاپا مطالعه کرده‌اند. در آنجا اثرات ناهمسانگردی فشار یون، توزیع الکترونی کاپا، و میدان مغناطیسی روی انتشار سالیوتون‌های یون-صوتی مطالعه شده است. علاوه بر این، مطالعاتی جهت بررسی تأثیر دمای یون در انتشار امواج سالیوتونی یون-صوتی در پلاسما با حضور الکترون‌های غیر حرارتی و یون‌های با دمای محدود صورت گرفته است (مامون، ۱۹۹۷؛ ورهیسست و همکاران، ۲۰۰۷؛ محمود و اختر، ۲۰۰۸؛ صابریان و همکاران، ۲۰۱۳؛ مایکل و همکاران، ۲۰۱۶). در این مطالعات، نتیجه در نظر گرفتن دمای یون عمده‌تاً به‌صورت تغییرات کوچکی در دامنه و پهنای پالس سالیوتون گزارش شده است.

در مورد سالیوتون‌های الکترون-صوتی نیز مطالعاتی با به‌کاربردن کارگیری توزیع کاپا انجام شده است. چن و لیو (۲۰۱۲) اثر الکترون‌های فوق حرارتی بر انتشار امواج سالیوتونی الکترون-صوتی با دامنه کوتاه را در یک پلاسما با الکترون‌های دو دمایی شامل الکترون‌های سرد و به‌همراه الکترون‌های فوق حرارتی، از روش اختلالی کاهنده و استخراج یک معادله KdV تعدیل یافته مطالعه کرده‌اند. اخیراً، این مسأله مجدداً مورد مطالعه قرار گرفته است (آکتر و همکاران، ۲۰۱۶)، که در آنجا به استخراج معادله KdV، معادله KdV تعمیم یافته، معادله گاردنر استاندارد و جواب‌های سالیوتونی آنها پرداخته شده است. به‌علاوه، امواج الکترون-صوتی دامنه بلند در یک پلاسما شامل یون‌های سرد، الکترون‌های سرد و در حضور الکترون‌های گرم با توزیع فوق حرارتی کاپا توسط ساها (۲۰۱۰) از روش شبه‌پتانسیل سقدی اف مورد مطالعه قرار گرفته است. دانه‌کار و همکاران (۲۰۱۱) تحلیل خطی و غیرخطی امواج الکترون-صوتی را در سیستم مشابهی

بررسی کرده‌اند. همچنین، امواج سالیون‌های الکترون-صوتی با دامنه دلخواه در پلازما با حضور یک باریکه الکترونی و به همراه الکترون‌های فوق حرارتی با توزیع کاپا نیز مطالعه شده است (دیواناندان و همکاران، ۲۰۱۱). در آنجا نشان داده شده است که حضور باریکه الکترونی باعث تغییر در کمینه مقدار شاخص طیفی K می‌شود. جنبه‌های دیگری از امواج سالیون‌های الکترون-صوتی در یک پلازما که در آن توزیع سرعت‌های الکترون‌ها توسط ترکیب دو توزیع کاپا مدل‌سازی شده است، با تأکید بر کاربردهای آن در مگنتوسفر زحل توسط بالوکو و همکاران (۲۰۱۱) مطالعه شده است.

یکی از اشکالات اساسی و مرسوم در به‌کاربردن فرم تابعی این تابع توزیع در بسیاری از این پژوهش‌ها عدم توجه به معنی فیزیکی شاخص کاپا κ است. از جمله اینکه شاخص κ یک کمیت ناوردان نیست و به تعداد درجات آزادی سیستم بستگی دارد. عدم توجه به این مسأله می‌تواند منجر به بروز ناسازگاری‌هایی در به‌کار بردن تابع توزیع در پلازما بشود. اخیراً یک تابع توزیع کاپای ناوردان توسط لیوادیوتیس و مک کومز (۲۰۱۱a) برای مطالعه پلاسمای دور از تعادل گرمایی، نظیر آنچه که در بادهای خورشیدی اتفاق می‌افتد، معرفی شده است. در این مدل، تابع توزیع توسط یک شاخص طیفی ناوردان (κ_0) و تعداد درجات آزادی وابسته به انرژی جنبشی (d_K) و انرژی پتانسیل (d_Φ) به شکل ذیل برچسب زده می‌شود (لیوادیوتیس، ۲۰۱۷):

$$P(\vec{r}, \vec{u}; \kappa_0, T) \sim \left[1 + \frac{1}{\kappa_0} \cdot \frac{\varepsilon_K(\vec{u}) + \Phi(\vec{r})}{k_B T} \right]^{-\kappa_0 - 1 - \frac{d_K \mp d_\Phi}{2}} \quad (1)$$

در اینجا $\varepsilon_K(\vec{u})$ انرژی جنبشی ذره، $\Phi(\vec{r})$ انرژی پتانسیل و k_B ثابت بولتزمن است. به علاوه، در این مدل تعداد درجات آزادی سیستم وابسته به انرژی‌های جنبشی و پتانسیل توسط پارامترهای d_K و d_Φ برچسب زده می‌شوند به طوری که طبق تعریف با روابط

در این مقاله با به‌کاربه‌کارگیری این مدل جدید به استخراج یک معادله KdV تعمیم‌یافته برای امواج یون-صوتی در پلاسمای دور از تعادل بادهای خورشیدی می‌پردازیم، به طوری که بتواند در دو ناحیه مهم در ساختار باد خورشیدی یعنی هورسپهر (Heliosphere) و پوش خورشیدی (Heliosheath) کاربرد داشته باشد. نواحی داخلی هورسپهر (نواحی نزدیک به تعادل) عمدتاً با مقادیر $\kappa_0 > 1$ برچسب می‌خورند و نواحی پوش خورشیدی

داده $\frac{1}{2}d_\Phi = \langle |\Phi(\vec{r})| \rangle / k_B T$ و $\frac{1}{2}d_K = \langle \varepsilon_K(\vec{u}) \rangle / k_B T$ می‌شوند. در عبارت بالا $\mp \frac{d_\Phi}{2}$ به تعداد درجات آزادی وابسته به انرژی پتانسیل خارجی (جاذبه/دافعه) دلالت می‌کند. در حالت کلی برای یک پتانسیل خارجی به شکل $\Phi(r) \propto \pm r^{\pm b}$ ، تعداد درجات آزادی وابسته به پتانسیل به شکل $\frac{1}{2}d_\Phi = \frac{1}{b}d_r$ بعد مکانی پتانسیل را نشان می‌دهد. همچنین، در این مدل شاخص طیفی κ_0 میزان انحراف از حالت تعادل را در پلازما را توصیف می‌کند به طوری که خود به تعداد درجات آزادی سیستم بستگی ندارد.

در این مدل طیف مجاز شاخص طیفی κ_0 در بازه $0 < \kappa_0 < \infty$ تعریف می‌شود که به دو ناحیه دور از تعادل $0 < \kappa_0 < 1$ و نزدیک به تعادل $1 < \kappa_0 < \infty$ تقسیم می‌شود. حد $\kappa_0 \rightarrow \infty$ ، حالت تعادل سیستم و حد $\kappa_0 \rightarrow 0$ حالت پاد-تعادل است که در آن تابع توزیع دچار فروپاشی می‌شود و سرعت گرمایی در آنجا تعریف نمی‌شود. همچنین حالت $\kappa_0 = 1$ موسوم به حالت فرار (Escape State) است که طیف κ_0 را به دو ناحیه نزدیک و دور از تعادل تفکیک می‌کند. نشان داده می‌شود که در حالت کلی شاخص κ به شکل $\kappa(d) = \kappa_0 + d/2$ به تعداد درجات آزادی کل $d = d_K + d_\Phi$ بستگی دارد و تابع همبستگی ذرات از طریق آن به شکل $\rho = \frac{1}{2}d/\kappa$ تعریف می‌شود (لیوادیوتیس و مک کومز، ۲۰۱۱a). شاخص ناوردان κ_0 حالت‌های ایستای مختلف سیستم را به گونه‌ای مدل‌سازی می‌کند که مستقل از بُعد، تعداد درجات آزادی و تعداد ذرات باشد.

$$\begin{aligned} x/\lambda_D &\rightarrow x', \\ t/\omega_{pi} &\rightarrow t', \\ e\varphi/k_B T_e &\rightarrow \chi, \\ v/c_s &\rightarrow v', \\ n_i/n_0 &\rightarrow n', \end{aligned} \quad (6)$$

که در آن $\lambda_D = \sqrt{\epsilon_0 k_B T_e / n_0 e^2}$ طول دبی؛
 $\omega_{pi} = \sqrt{n_0 e^2 / \epsilon_0 m_i}$ فرکانس نوسانات یون‌ها؛ و
 $c_s = \sqrt{k_B T_e / m_i}$ سرعت صوت یون در پلاسما است،
 معادلات (۵)–(۲) به شکل زیر ساده خواهند شد:

$$\partial n' / \partial t' + \partial / \partial x' (n' v') = 0, \quad (7)$$

$$\frac{\partial v'}{\partial t'} + v' \frac{\partial v'}{\partial x'} = - \frac{\partial \chi}{\partial x'} \quad (8)$$

$$\frac{\partial^2 \chi}{\partial x'^2} = \left(1 - \frac{1}{\kappa_0} \chi\right)^{-\kappa_0 - 1 + \frac{d_{\phi,e}}{2}} - n', \quad (9)$$

۳. بسط اختلالی: استخراج معادله KdV تعمیم یافته
 با در نظر گرفتن بسط اختلالی متغیرهای چگالی، سرعت و پتانسیل به شکل

$$\begin{aligned} n' &= 1 + \delta n_1 + \delta^2 n_2 + \dots \\ v' &= \delta v_1 + \delta^2 v_2 + \dots \\ \chi &= \delta \chi_1 + \delta^2 \chi_2 + \dots \end{aligned} \quad (10)$$

و اعمال تبدیلات مقیاس مکانی و زمانی (واشیمی و تانیوتی، ۱۹۶۶) به شکل

$$\xi = \delta^{1/2} (x' - t') \quad \text{و} \quad \tau = \delta^{3/2} t' \quad (11)$$

به طوری که مشتقات زمانی و مکانی به شکل زیر در آیند:

$$\begin{aligned} \partial / \partial x' &= \delta^{1/2} \partial / \partial \xi \\ \partial / \partial t' &= \delta^{3/2} \partial / \partial \tau - \delta^{1/2} \partial / \partial \xi \end{aligned} \quad (12)$$

و اعمال آنها در معادلات ۷–۹ نتایج ذیل حاصل می شود:

۱- پایین ترین مرتبه اختلال در معادلات ۷ و ۸ از مرتبه

$$\delta^{3/2} \text{ است و به رابطه } \frac{\partial v_1}{\partial \xi} = \frac{\partial n_1}{\partial \xi} = \frac{\partial \chi_1}{\partial \xi} \text{ می انجامد.}$$

۲- پایین ترین مرتبه اختلال در معادله ۹ از مرتبه δ است و

(نواحی دور از تعادل) عمدتاً با مقادیر $0 < \kappa_0 < 1$ برچسب می خورند (لیوادیوتیس و مک کومز، ۲۰۱۱a). سپس حل تحلیلی و عددی معادله KdV تعمیم یافته محاسبه خواهد شد و به مطالعه وابستگی جواب‌ها به تعداد درجات آزادی d_{ϕ} و شاخص طیفی ناوردای κ_0 خواهیم پرداخت.

۲. معادلات مدل و بهنجارسازی

دینامیک امواج یون-صوتی در پلاسمای باد خورشیدی شامل زمینه‌ای از یون‌های سنگین و در حضور الکترون‌های فوق گرمایی توسط مجموعه معادلات حرکت سیالی ذیل توصیف می شود:

$$\partial n_i / \partial t + \partial / \partial x (n_i v_i) = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_i \frac{\partial v_i}{\partial x} = - \frac{e}{m_i} \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad (3)$$

$$\epsilon_0 \partial^2 \varphi / \partial x^2 = -e(n_i - n_e), \quad (4)$$

که در آن $n_{i,e}$ چگالی تعداد ذرات؛ v_i سرعت سیالی یون؛ و φ پتانسیل الکتروستاتیکی می باشند. در مسأله پیش‌رو پتانسیل φ یک پتانسیل اختلالی در نظر گرفته می شود. توزیع چگالی برای الکترون‌ها با انتگرال گیری از رابطه ۱ روی سرعت‌ها (روی تمام درجات آزادی جنبشی) و با جای گذاری $\Phi(\vec{r}) = -e\varphi(\vec{r})$ ، به شکل زیر به دست می آید (لیوادیوتیس، ۲۰۱۷):

$$n_e(\varphi) = n_0 \left(1 - \frac{1}{\kappa_0} \frac{e\varphi}{k_B T_e}\right)^{-\kappa_0 - 1 + \frac{d_{\phi,e}}{2}}, \quad (5)$$

که در آن n_0 چگالی تعداد پلاسما در حالت تعادل است.

در اینجا تعداد درجات آزادی وابسته به پتانسیل از رابطه

$$\frac{d_{\phi,e}}{2} = \frac{e\langle \varphi \rangle_e}{k_B T_e}$$

برای یک پتانسیل اختلالی کوچک (نظیر آنچه که در نظریه KdV به آن می پردازیم) مقادیر کوچکی دارد

$$\frac{d_{\phi,e}}{2} = \frac{e\langle \varphi \rangle_e}{k_B T_e} \ll 1 \quad (\text{لیوادیوتیس، ۲۰۱۷}).$$

با تعریف یک سری متغیر بدون بعد (بهنجار) به شکل ذیل

می‌شود:

$$-c \frac{dU}{d\xi'} + \alpha \frac{d^3U}{d\xi'^3} + \beta U \frac{dU}{d\xi'} = 0 \quad (19)$$

با انتگرال‌گیری از معادله ۱۹ و در نظر گرفتن شرایط مرزی $(\xi') \rightarrow \infty$ و مشتقات آن در $(\xi') \rightarrow \infty$ صفر شوند،

خواهیم داشت:

$$cU - \alpha \frac{d^2U}{d\xi'^2} - \beta \frac{U^2}{2} = 0 \quad (20)$$

با ضرب رابطه ۲۰ در $\frac{dU}{d\xi'}$ و انتگرال‌گیری مجدد خواهیم داشت:

$$\left(\frac{dU}{d\xi'}\right)^2 = \frac{\beta}{3\alpha} U^2 \left[\frac{3c}{\beta} - U\right] \quad (21)$$

جداسازی متغیرهای مکان و سرعت در معادله ۲۱ به رابطه زیر منجر می‌شود:

$$\frac{dU}{\sqrt{\frac{\beta}{3\alpha} U \left[\frac{3c}{\beta} - U\right]}} = d\xi' \quad (22)$$

اکنون با اعمال یک تغییر متغیر به شکل

$$U = \frac{3c}{\beta} \operatorname{sech}^2 y \quad (23)$$

و انتگرال‌گیری از رابطه ۲۲ و اعمال شرایط مرزی و در نهایت بازگشت به متغیرهای چارچوب مرجع آزمایشگاه، جواب سالیتهی زیر به دست خواهد آمد:

$$U(\xi - c\tau) = \frac{3c}{\beta} \operatorname{sech}^2 \left[\sqrt{\frac{c}{4\alpha}} (\xi - c\tau) \right] \quad (24)$$

دامنه جواب سالیتهی به دست آمده در رابطه ۲۴ برابر با

$$A = \frac{3c}{\beta} \quad \text{و پهنای پالس منتشر شده به شکل } \Delta = \sqrt{4\alpha/c}$$

است. با در نظر گرفتن روابط ۱۶ و ۱۸ ملاحظه می‌شود که

دامنه و پهنای پالس هر دو توابعی از κ_0 و $d_{\phi,e}$ می‌باشند.

در حد $\kappa_0 \rightarrow \infty$ که متناظر با یک پلازما با توزیع ذرات

گرمایی (ماکسولی) است، برای ضریب پاشندگی و

ضریب غیرخطیت به مقادیر حدی $\alpha \rightarrow 1/2$ و

$\beta \rightarrow 1$ می‌رسیم، در نتیجه طبق انتظار معادلات ۱۷ و ۲۴

به ترتیب به معادله KdV استاندارد و جواب سالیتهی آن

به رابطه $n_1 = \frac{\kappa_0 + 1 - \frac{d_{\phi,e}}{2}}{\kappa_0} \chi_1$ می‌انجامد.

۳- دومین مرتبه اختلال در معادلات ۷ و ۸ از مرتبه $\delta^{5/2}$

است و در معادله ۹ از مرتبه δ^2 است و به دستگاه

معادلات زیر منجر می‌شود:

$$\frac{\partial n_1}{\partial \tau} - \frac{\partial n_2}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \xi} (v_2 + n_1 v_1) = 0 \quad (13)$$

$$\frac{\partial v_1}{\partial \tau} - \frac{\partial v_2}{\partial \xi} + v_1 \frac{\partial v_1}{\partial \xi} = -\frac{\partial \chi_2}{\partial \xi} \quad (14)$$

$$\frac{\partial^2 \chi_1}{\partial \xi^2} = a \chi_1^2 + b \chi_2 - n_2 \quad (15)$$

که در اینجا ضرایب a و b به شکل زیر تعریف شده‌اند:

$$a = \left(\kappa_0 + 1 - \frac{d_{\phi,e}}{2} \right) \left(\kappa_0 + 2 - \frac{d_{\phi,e}}{2} \right) / 2\kappa_0^2 \quad (16)$$

$$b = \left(\kappa_0 + 1 - \frac{d_{\phi,e}}{2} \right) / \kappa_0$$

حل هم‌زمان معادلات ۱۳-۱۵ و با در نظر گرفتن روابط

به دست آمده از نتایج ۱ و ۲، به یک معادله KdV

تعمیم یافته بر حسب کمیت‌های اختلالی مرتبه اول به شکل

زیر منجر می‌شود:

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + \alpha \frac{\partial^3 U}{\partial \xi^3} + \beta U \frac{\partial U}{\partial \xi} = 0 \quad (17)$$

در اینجا α ضریب پاشندگی تعمیم یافته (Generalized

Dispersion Coefficient) و β ضریب غیرخطیت

تعمیم یافته (Generalized Nonlinear Noefficient)

هستند که متضمن اثرات شاخص طیفی κ_0 و تعداد

درجات آزادی وابسته به پتانسیل $d_{\phi,e}$ می‌باشند. α و

β توسط روابط زیر بیان می‌شوند.

$$\alpha = \frac{1}{1+b} \quad (18)$$

$$\beta = \frac{1+2b-2a}{1+b}$$

۴. حل تحلیلی معادله KdV تعمیم یافته

با بررسی مسأله در چارچوب مرجع همراه موج که با

تبدیل مختصات $\xi' = \xi - c\tau$ صورت می‌گیرد (c

سرعت موج است)، معادله ۱۷ به شکل زیر بازنویسی

درجات آزادی قابل ملاحظه نیست.

همچنین در شکل ۲ تغییرات ضریب غیرخطیت تعمیم یافته β را بر حسب شاخص طیفی ناوردای κ_0 به صورت عددی ترسیم شده است. ملاحظه می شود که در حد حالت های نزدیک به تعادل ($\kappa_0 \rightarrow \infty$) ضریب غیرخطیت تعمیم یافته به مقدار استاندارد $1 \rightarrow \beta$ مربوط به یک پلاسمای تعادلی میل می کند (دیویدسون، ۱۹۷۲). با کوچکتر شدن κ_0 و نزدیک شدن به نواحی دور از تعادل مقدار ضریب غیرخطیت کاهش یافته و به صفر می رسد و پس از آن مقادیر منفی به خود می گیرد. برای حالت های دور از تعادل گرمایی ($0 < \kappa_0 < 1$) ضریب غیرخطیت β مقادیر قابل ملاحظه ای با علامت منفی خواهد داشت. بنابراین در یک پلاسمای دور از تعادل گرمایی، شاخص کاپای ناوردا دارای یک مقدار بحرانی $\kappa_{0,c}$ است به طوری که برای مقادیر $\kappa > \kappa_{0,c}$ ضریب غیرخطیت معادله KdV مقادیر مثبت دارد و برای $\kappa < \kappa_{0,c}$ مقادیر منفی دارد. به عنوان مثال، با در نظر گرفتن $d_{\phi,e} = 0$ ، مقدار بحرانی شاخص کاپای ناوردا برابر با $\kappa_{0,c} = 1.28$ به دست می آید. علاوه بر این، در شکل ۲ ضریب غیرخطیت تعمیم یافته را با در نظر گرفتن دو مقدار نوعی $d_{\phi,e} = 0.1, 0.4$ ترسیم شده است و همان طور که ملاحظه می شود، تغییرات ضریب غیرخطیت تعمیم یافته با تعداد درجات آزادی قابل ملاحظه نیست.

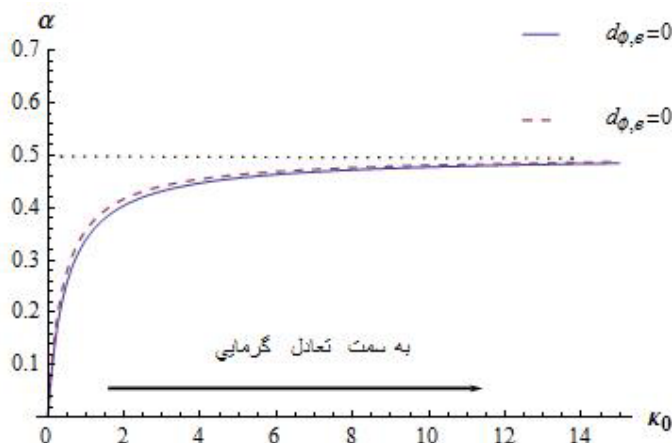
در یک پلاسمای تعادلی (دیویدسون، ۱۹۷۲) به شکل زیر کاهش می یابند:

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + \frac{1}{2} \frac{\partial^3 U}{\partial \xi^3} + U \frac{\partial U}{\partial \xi} = 0 \quad (25)$$

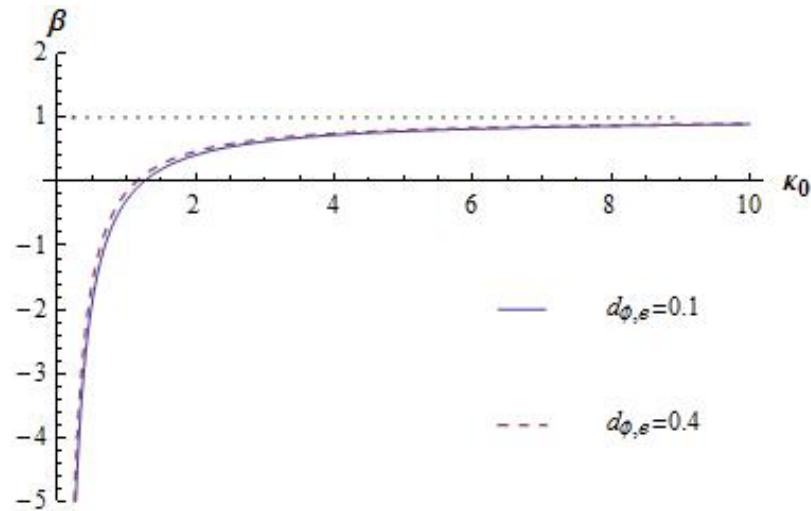
$$U(\xi - c\tau) = 3c \operatorname{sech}^2 \left[\sqrt{\frac{c}{2}} (\xi - c\tau) \right] \quad (26)$$

۵. تحلیل عددی و بحث در مورد جواب ها

در شکل ۱ ضریب پاشندگی تعمیم یافته α و تأثیر شاخص طیفی ناوردای κ_0 بر روی آن را به صورت عددی ترسیم کرده ایم. همان طور که از شکل ملاحظه می شود برای حالت های نزدیک به تعادل ($\kappa_0 > 1$) و به اندازه کافی بزرگ) ضریب پاشندگی به مقدار استاندارد $1/2 \rightarrow \alpha$ مربوط به یک پلاسمای تعادلی میل می کند (دیویدسون، ۱۹۷۲)، در حالی که برای حالت های دور از تعادل گرمایی ($0 < \kappa_0 < 1$) ضریب پاشندگی به سمت صفر میل می کند. همان طور که پیش تر بیان شد، برای یک پتانسیل اختلالی کوچک (نظیر آنچه که در نظریه KdV به آن می پردازیم) تعداد درجات آزادی وابسته به پتانسیل مقادیر قابل ملاحظه ای به خود نمی گیرند $d_{\phi,e} \ll 1$ (لیوادیوتیس، ۲۰۱۷). بنابراین، در شکل ۱ ضریب پاشندگی تعمیم یافته را با در نظر گرفتن مقادیر نوعی $d_{\phi,e} = 0.1, 0.4$ ترسیم شده است. ملاحظه می شود که تغییرات ضریب پاشندگی تعمیم یافته بر حسب تعداد



شکل ۱. تغییرات ضریب پاشندگی تعمیم یافته بر حسب شاخص طیفی κ_0 .

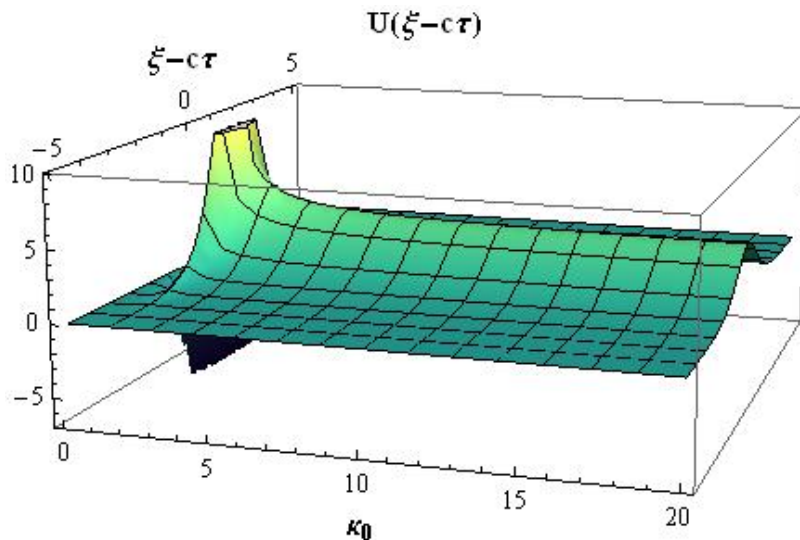


شکل ۲. تغییرات ضریب غیرخطیت تعمیم‌یافته بر حسب شاخص طیفی κ_0 .

داده‌های تجربی به دست آمده از ماهواره ویوجر (Voyager) مربوط به نواحی داخلی پوش خورشیدی نیز تأیید شده است (لیوادیوتیس و همکاران، ۲۰۱۱). در شکل ۳ پروفایل سه‌بعدی سالیتون‌های KdV تعمیم‌یافته در پلازما و تأثیر شاخص طیفی ناوردا روی آنها را برای مقادیر مختلف شاخص κ_0 و با انتخاب مقدار نوعی $d_{\phi, e} = 0.1$ در چارچوب مرجع همراه موج ترسیم کرده‌ایم. ملاحظه می‌شود که بسته به مقدار پارامترهای $d_{\phi, e}$ ، κ_0 امکان وقوع سالیتون‌های یون-صوتی با پتانسیل مثبت و منفی وجود دارد. با کاهش شاخص κ_0 که متناظر با یک پلازما با کسر بیشتری از ذرات فوق حرارتی می‌باشند، دامنه و شیب پالس سالیتونی افزایش می‌یابد و پروفایل آن برجسته‌تر می‌شود، که در توافق با نتایج مطالعات گذشته می‌باشد (ساینی و همکاران، ۲۰۰۹). همچنین در نواحی دور از تعادل که با مقادیر شاخص κ_0 در بازه $0 < \kappa_0 < 1$ برچسب زده می‌شود، امکان وقوع سالیتون‌های یون-صوتی با پتانسیل منفی نیز وجود دارد. به علاوه، در حد $\kappa_0 \gg 1$ به جواب‌های سالیتونی برای یک پلاسمای تعادلی نزدیک می‌شویم.

علاوه بر این شکل‌های ۱ و ۲ نشان می‌دهند که در عبور از حالت فرار ($\kappa_0 = 1$) که در واقع گذار بین حالت‌های دور از تعادل و حالت‌های نزدیک به تعادل است (لیوادیوتیس و مک کومز، ۲۰۱۱a)، میزان تغییرات α و β قابل ملاحظه می‌شود.

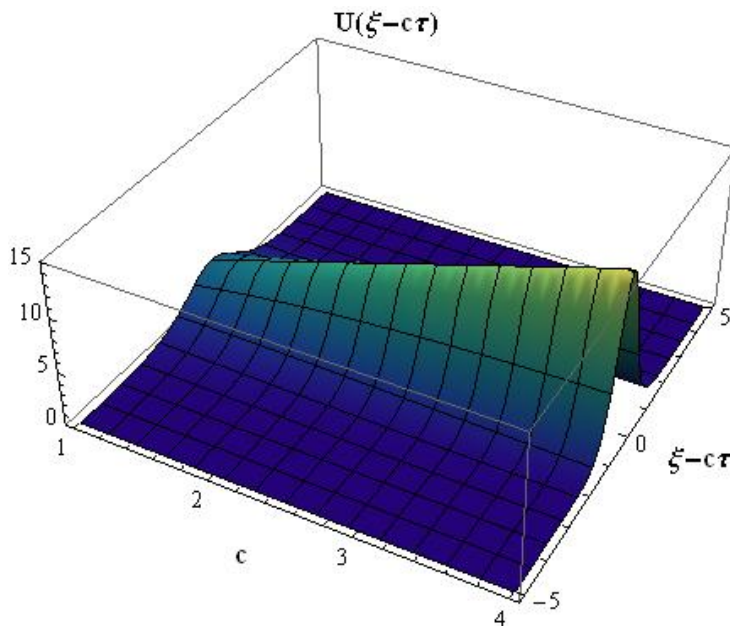
در بادهای خورشیدی فرآیندهای خودبه‌خودی که می‌توانند باعث افزایش آنتروپی سیستم شوند، سیستم را به سمت حالت تعادل گرمایی پیش می‌برند ($\kappa_0 \rightarrow \infty$)، یعنی حالت‌های با بیشینه آنتروپی. این پدیده عمدتاً در نواحی هورسپهر اتفاق می‌افتد. از طرف دیگر، عوامل بیرونی در بادهای خورشید که باعث کاهش آنتروپی می‌شوند، می‌توانند سیستم را به سمت نواحی دور از تعادل گرمایی و نزدیک‌تر به حد $\kappa_0 \rightarrow 0$ میل دهند. این پدیده در نواحی پوش خورشیدی محتمل‌تر است. به‌عنوان نمونه لیوادیوتیس و مک کومز (۲۰۱۱b) پیشنهاد کرده‌اند که قاب‌زنی یون‌ها (Pick-up ions)، به اختصار PUIs، می‌تواند این نقش اساسی را در بادهای خورشیدی ایفا کند و آنتروپی سیستم شامل باد خورشیدی و یون‌های برگیر را کاهش دهد و سیستم را به سمت نواحی دور از تعادل گرمایی میل دهد. این موضوع از طریق آنالیز



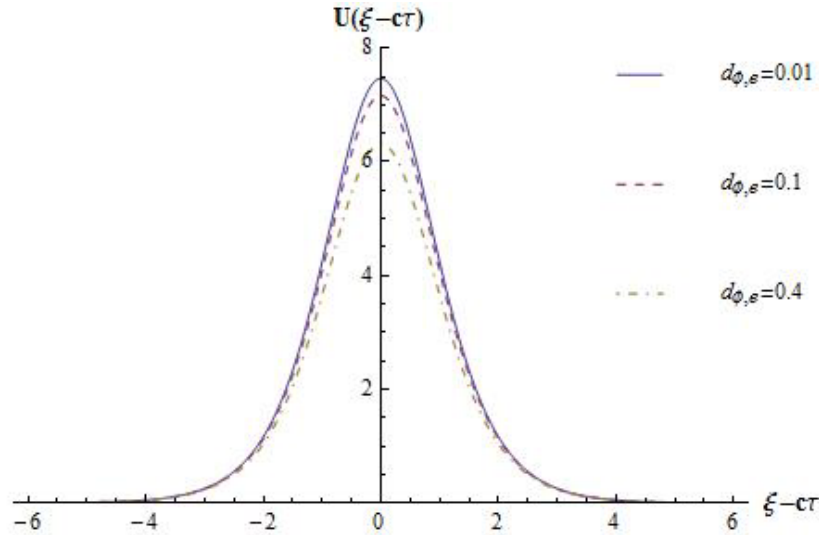
شکل ۳. تأثیر شاخص طیفی κ_0 روی پروفایل سه‌بعدی موج سالیتون با $d_{\phi,e} = 0.1$ و $c = 1.2$.

همچنین در شکل ۴ تأثیر سرعت سالیتون‌های KdV تعمیم‌یافته روی پروفایل سه‌بعدی آن‌را در چارچوب مرجع همراه موج به‌طور عددی ترسیم کرده‌ایم. ملاحظه می‌شود که با افزایش سرعت سالیتون، دامنه آن افزایش یافته و پهنای پالس کاهش می‌یابد (شیب پالس افزایش می‌یابد). این ویژگی در مدل استاندارد نظریه KdV نیز دیده می‌شود و قابل انتظار است

(دیویدسون، ۱۹۷۲). علاوه بر این، در شکل ۵ اثر تعداد درجات آزادی وابسته به پتانسیل اختلالی را بر روی ساختار سالیتون‌های KdV برای سه مقدار نوعی و کوچک $d_{\phi,e} = 0.01, 0.1, 0.4$ به‌طور عددی ترسیم کرده‌ایم. ملاحظه می‌شود که با افزایش تعداد درجات آزادی، دامنه سالیتون یون-صوتی و شیب آن کاهش می‌یابد.



شکل ۴. تأثیر سرعت سالیتون روی پروفایل سه‌بعدی آن با $d_{\phi,e} = 0.1$ و $\kappa_0 = 5$.

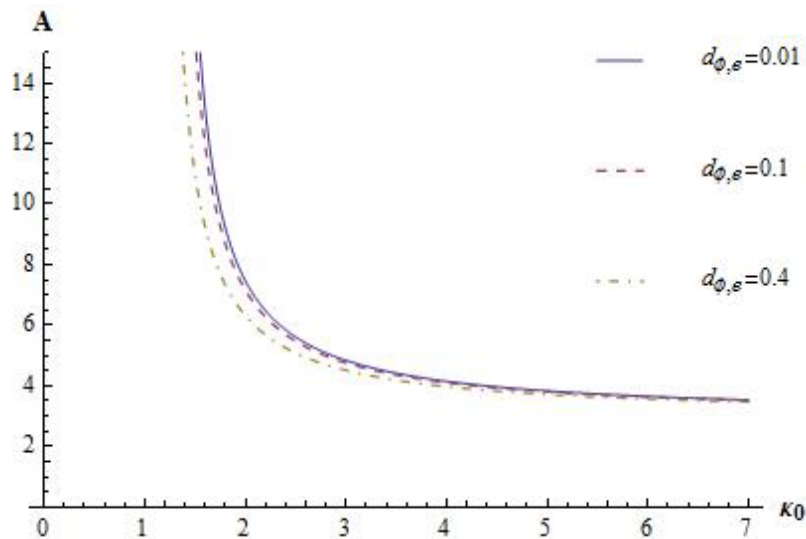


شکل ۵. تأثیر تعداد درجات آزادی بر روی ساختار سالیتون‌های KdV با $c = 1$ و $\kappa_0 = 2$.

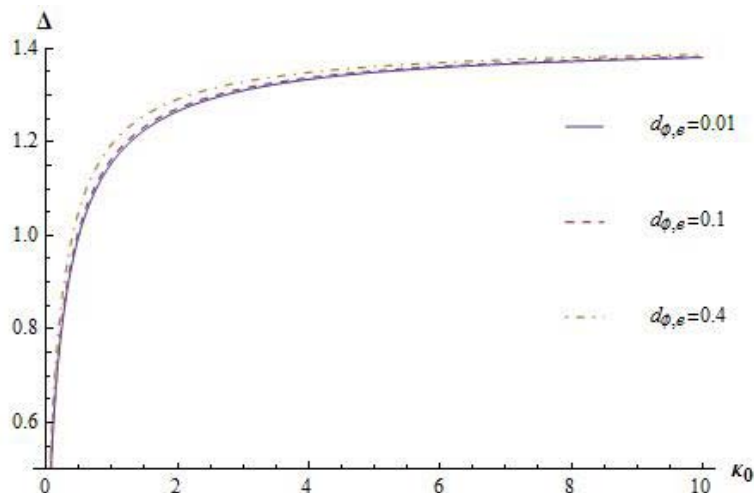
سالیتون‌های یون-صوتی می‌شود. این موضوع در توافق با مطالعه انجام شده توسط ساینی و همکارانش (۲۰۰۹) می‌باشد.

علاوه بر این، افزایش تعداد درجات آزادی $d_{\phi,e}$ ، منجر به کاهش جزئی دامنه و افزایش مختصر پهنای پالس سالیتون‌های یون-صوتی می‌شود، که با نتایج حاصل از بررسی انجام شده در شکل ۵ در توافق می‌باشد.

همچنین، اثر شاخص کاپای ناوردا و تعداد درجات آزادی بر روی دامنه (A) و پهنای پالس (Δ) سالیتون‌های یون-صوتی را به‌طور جداگانه در شکل‌های ۶ و ۷ به‌طور عددی ترسیم کرده‌ایم. ملاحظه می‌شود که کاهش شاخص طیفی κ_0 (که دلالت بر فزونی نسبی ذرات با توزیع فوق حرارتی در پلاسمای باد خورشیدی دارد) باعث افزایش دامنه و کم شدن پهنای پالس (افزایش شیب)



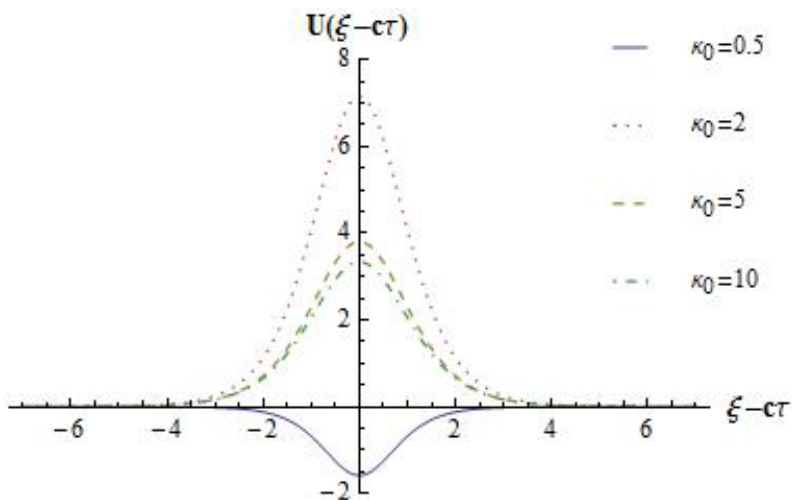
شکل ۶. اثرات شاخص کاپای ناوردا و تعداد درجات آزادی $d_{\phi,e}$ بر روی دامنه سالیتون‌های یون-صوتی با $c = 1$.



شکل ۷. اثرات شاخص کاپای ناوردا و تعداد درجات آزادی $d_{\phi,e}$ بر روی پهنای پالس سالیتون‌های یون-صوتی با $c = 1$.

مثبت امکان‌پذیر است که در توافق با نظریه KdV استاندارد می‌باشد (دیویدسون، ۱۹۷۲). به علاوه، در مدل به کار گرفته شده در این پژوهش بسته به میزان درجات آزادی در اثر پتانسیل اختلالی و میزان انحراف نسبت به حالت تعادل، وقوع سالیتون‌های با پلاریته مثبت یا منفی امکان‌پذیر است، که مدل‌های قدیمی‌تر آن‌را پیش‌بینی نمی‌کنند. علاوه بر این، ملاحظه می‌کنیم که با کاهش مقدار شاخص طیفی ناوردا κ_0 (افزایش تعداد الکترون‌های فوق گرمایی) دامنه پالس سالیتون‌های یون-صوتی افزایش می‌یابد و شیب پالس بیشتر می‌شود که در توافق با نتایج قبلی است.

در شکل ۸ چند پروفایل نوعی سالیتون‌های یون-صوتی را برای برخی مقادیر نوعی شاخص کاپای ناوردا $\kappa_0 = 0.5, 2, 5, 10$ و با در نظر گرفتن یک مقدار نوعی $d_{\phi,e} = 0.1$ برای تعداد درجات آزادی وابسته به پتانسیل اختلالی ترسیم شده است ($d_{\phi,e} \ll 1$ یادآوری می‌شود). ملاحظه می‌شود که بسته به میزان انحراف نسبت به حالت تعادل که با مقادیر شاخص κ_0 مدل‌سازی می‌شود، امکان وقوع سالیتون‌های یون-صوتی هم با پتانسیل مثبت و هم با پتانسیل منفی وجود دارد. در نواحی نزدیک به تعادل گرمایی ($\kappa_0 > 1$) و به اندازه کافی بزرگ، فقط وقوع سالیتون‌های یون-صوتی با پلاریته



شکل ۸. ترسیم عددی چند پروفایل نوعی سالیتون‌های یون-صوتی برای برخی مقادیر شاخص طیفی κ_0 با $d_{\phi,e} = 0.1$ و $c = 1$.

۶. نتیجه‌گیری

در این مقاله با استفاده از روش اختلالی کاهنده بر روی معادلات حاکم بر حرکت سیال پلاسمایی و با به‌کارگیری یک تابع توزیع غیر ماکسولی که توسط شاخص طیفی ناوردای κ_0 (مستقل از تعداد درجات آزادی) و پارامتر $d_{\phi,e}$ (تعداد درجات آزادی وابسته به پتانسیل اختلالی) برچسب زده می‌شود، یک معادله KdV تعمیم‌یافته برای سالیتون‌های یون-صوتی در پلاسمای باد خورشیدی استخراج شد و حل تحلیلی و عددی آن مورد مطالعه و بررسی قرار گرفت. حالت‌های نزدیک به تعادل (مربوط به نواحی داخلی هورسپهر) که در آن شاخص طیفی با مقادیر $\kappa_0 > 1$ برچسب زده می‌شوند و حالت‌های دور از تعادل گرمایی (مربوط به نواحی پوش خورشیدی) که با مقادیر $0 < \kappa_0 < 1$ توصیف می‌شوند، مورد مطالعه قرار گرفتند و تأثیر پارامترهای مسأله، شامل شاخص طیفی κ_0 ، سرعت پالس سالیتون، و تعداد درجات آزادی پتانسیل اختلالی $d_{\phi,e}$ روی ضریب پاشندگی تعمیم‌یافته (α) و ضریب غیرخطیت تعمیم‌یافته (β) و همچنین روی ساختار سالیتون مطالعه شدند. نتایج به‌دست آمده به شرح ذیل خلاصه می‌شوند:

۱- در حد مجانبی $\kappa_0 \rightarrow \infty$ که متناظر با یک پلاسمای توزیع تعادلی (ماکسولی) است، معادله KdV تعمیم‌یافته به معادله KdV استاندارد و جواب‌های سالیتونی آن در فرم استاندارد کاهش می‌یابند. در این حد ضرایب α و β طبق انتظار به مقادیر حدی $\alpha \rightarrow 1/2$ و $\beta \rightarrow 1$ کاهش می‌یابند.

۲- برای حالت‌های دور از تعادل گرمایی ($0 < \kappa_0 < 1$) ضریب پاشندگی α به سمت صفر میل می‌کند و ضریب غیرخطیت β مقادیر قابل‌ملاحظه‌ای با علامت منفی خواهد داشت. به‌علاوه، در یک پلاسمای دور از تعادل

گرمایی، شاخص کاپای ناوردای یک مقدار بحرانی $\kappa_{0,c}$ است که برای مقادیر $\kappa > \kappa_{0,c}$ ضریب غیرخطیت تعمیم‌یافته β دارای مقادیر مثبت و برای $\kappa < \kappa_{0,c}$ مقادیر منفی دارد.

۳- در مجاورت $\kappa_0 = 1$ که به حالت فرار موسوم است، یعنی جایی که گذار بین حالت‌های نزدیک به تعادل و دور از تعادل گرمایی اتفاق می‌افتد، تغییرات ضرایب α و β قابل‌ملاحظه است.

۴- ضریب پاشندگی α و ضریب غیرخطیت β به درجات آزادی پتانسیل اختلالی $d_{\phi,e}$ وابستگی دارند، اما میزان تغییرات ضرایب α و β بر حسب $d_{\phi,e}$ کوچک است.

۵- بسته به مقدار پارامترهای $d_{\phi,e}$ ، κ_0 امکان وقوع سالیتون‌های یون-صوتی هم با پتانسیل مثبت و هم با پتانسیل منفی وجود دارد. در نواحی نزدیک به تعادل گرمایی ($\kappa_0 > 1$)، فقط وقوع سالیتون‌های یون-صوتی با پلاریته مثبت امکان‌پذیر است، که در توافق با نظریه KdV استاندارد می‌باشد. اما در نواحی دور از تعادل که با مقادیر شاخص κ_0 در بازه $0 < \kappa_0 < 1$ برچسب زده می‌شود، امکان وقوع سالیتون‌های یون-صوتی با پتانسیل منفی نیز پیش‌بینی می‌شود.

۶- با کاهش شاخص κ_0 که متناظر با یک پلاسمای کسر بیشتری از ذرات فوق حرارتی می‌باشد، دامنه و شیب پالس سالیتونی افزایش می‌یابد و پروفایل آن برجسته‌تر می‌شود. به‌علاوه، در توافق با مدل استاندارد نظریه KdV، با افزایش سرعت سالیتون، دامنه و شیب پالس افزایش می‌یابد.

۷- با افزایش تعداد درجات آزادی $d_{\phi,e}$ ، دامنه سالیتون‌های یون-صوتی و شیب آنها کاهش می‌یابد.

مراجع

Adnan, M., Mahmood, S. and Qamar, A., 2014, Small amplitude ion acoustic solitons in a weakly magnetized plasma with anisotropic ion pressure and kappa distributed electrons, *Advances in Space Research*, 53, 845-852.

Akter, T., Deeba F. and Kamal-Al-Hassan, M., 2016, Electron-Acoustic Solitary Waves in a Two-Temperature Plasma Having Electrons With Kappa Distribution, *IEEE Transactions on Plasma Science*, 44, 1449.

- Baluku, T. K. and Hellberg, M. A., 2012, Ion acoustic solitons in a plasma with two-temperature kappa-distributed electrons, *Phys. Plasmas*, 19, 012106.
- Baluku, T. K., Hellberg, M. A. and Mace, R. L., 2011, Electron acoustic waves in double-kappa plasmas: Application to Saturn's magnetosphere, *J. Geophys. Res.*, 116, A04227.
- Chen, H. and Liu, S.Q., 2012, Electron-acoustic solitary structures in two-electron-temperature plasma with superthermal electrons, *Astrophys. Space Sci.*, 339, 179.
- Danehkar, A., Saini, N. S., Hellberg, M. A. and Kourakis, I., 2011, Electron-acoustic solitary waves in the presence of a suprathermal electron component, *Physics of Plasmas*, 18, 072902.
- Davidson, R. C., 1972, *Methods in nonlinear plasma theory*, Academic Press.
- Devanandhan, S., Singh, S. V., Lakhina, G. S. and R. Bharuthram, 2011, Electron acoustic solitons in the presence of an electron beam and superthermal electrons, *Nonlin. Processes Geophys.*, 18, 627-634.
- El-Awady, E. I., El-Tantawy, S. A., Moslem, W. M. and Shukla, P. K., 2010, Electron-positron-ion plasma with kappa distribution: Ion acoustic soliton propagation, *Phys. Letters A*, 374, 3216 – 3219.
- Feldman, W. C., Asbridge, J. R., Bame, S. J., Montgomery, M. D., and Gary, S. P., 1975, Solar wind electrons, *J. Geophys. Res.*, 80, 4181.
- Livadiotis, G., 2017, *Kappa distributions: Theory and applications in Plasmas*, Elsevier.
- Livadiotis, G. and McComas, D. J., 2011a, Invariant Kappa Distribution in Space Plasmas Out of Equilibrium, *Astrophys. J.*, 741, 88.
- Livadiotis, G. and McComas, D. J., 2011b, The Influence of Pick-up Ions on Space Plasma Distributions, *Astrophys. J.*, 738, 64.
- Livadiotis, G., McComas, D. J., Dayeh, M. A., Funsten, H.O. and Schwadron, N.A., 2011, First Sky Map of the Inner Heliosheath Temperature Using IBEX Spectra, *Astrophys. J.*, 734, 19.
- Maksimovic, M., Pierrard, V. and Riley, P., 1997, Ulysses electron distributions fitted with Kappa functions, *Geophys. Res. Lett.*, 24, 1151.
- Mahmood, S. and Akhtar, N., 2008, Ion acoustic solitary waves with adiabatic ions in magnetized electron-positron-ion plasmas, *Eur. Phys. J. D*, 49, 217.
- Mamun, A. A., 1997, Effects of ion temperature on electrostatic solitary structures in nonthermal plasmas, *Phys. Rev. E*, 55, 1852-1857.
- Michael, M., Willington, N. T., Jayakumar, N., Sebastian, S., Sreekala, G. and Venugopal, C., 2016, Korteweg–deVries–Burgers (KdVB) equation in a five component cometary plasma with kappa described electrons and ions, *J. Theor. Appl. Phys.* 10, 289-296.
- Pierrard, V. and Lazar, M., 2010, Kappa Distributions: Theory and Applications in Space Plasmas, *Sol Phys.*, 267, 153-174.
- Pilipp, W. G., Miggenrieder, H., Montgomery, M. D., Mühlhäuser, K. H., Rosenbauer, H. and Schwenn, R., 1987, Characteristics of electron velocity distribution functions in the solar wind derived from the Helios Plasma Experiment, *J. Geophys. Res.*, 92, 1075.
- Saberian, E., Esfandyari-Kalejahi, A., Afsari-Ghazi, M. and Rastakar-Ebrahimzadeh, A., 2013, Propagation of ion-acoustic solitons in an electron beam-superthermal plasma system with finite ion-temperature: Linear and fully nonlinear investigation, *Phys. Plasmas*, 20, 032307.
- Sahu, B., 2010, Electron acoustic solitary waves and double layers with superthermal hot electrons, *Phys. Plasmas*, 17, 122305.
- Saini, N. S., Kourakis, I. and Hellberg, M. A., 2009, Arbitrary amplitude ion-acoustic solitary excitations in the presence of excess superthermal electrons, *Phys. Plasmas*, 16, 062903.
- Shah, A. and Saeed, R., 2011, Nonlinear Korteweg–de Vries–Burger equation for ion-acoustic shock waves in the presence of kappa distributed electrons and positrons, *Plasma Physics and Controlled Fusion*, 53, 095006.
- Sultana, S., Kourakis, I., Saini, N. S. and Hellberg, M. A., 2010, Oblique electrostatic excitations in a magnetized plasma in the presence of excess superthermal electrons, *Phys. Plasmas*, 17, 032310.
- Vasyliunas, V. M., 1968, A survey of low-energy electrons in the evening sector of the magnetosphere with OGO 1 and OGO 3, *J. Geophys. Res.*, 73, 2839-2884.
- Verheest, F., Hellberg, M. A. and Lakhina, G. S., 2007, Necessary conditions for the generation of acoustic solitons in magnetospheric and space plasmas with hot ions, *Astrophys. Space Sci. Transactions*, 3, 15-20.
- Washimi, H. and Taniuti, T., 1966, Propagation of Ion-Acoustic Solitary Waves of Small Amplitude, *Phys. Rev. Lett.*, 17, 966.
- Zouganelis, I., 2008, Measuring suprathermal electron parameters in space plasmas: Implementation of the quasi-thermal noise spectroscopy with kappa distributions using in situ Ulysses/URAP radio measurements in the solar wind, *J. Geophys. Res.*, 113, A08111.

Ion-acoustic Solitons in Solar Winds Plasma Out of Thermal Equilibrium

Saberian, E.*

Assistant Professor, Department of Physics, Faculty of Basic Sciences, University of Neyshabur, Neyshabur, Iran

(Received: 15 July 2018, Accepted: 1 Jan 2019)

Summary

In this paper, by applying the reductive perturbation method to the plasma fluids equations and by using a non-Maxwellian distribution function which is labeled via an invariant spectral index κ_0 and an independent parameter d_ϕ as the potential degrees of freedom via perturbation, a generalized Korteweg-de Vries (KdV) equation is derived for the ion-acoustic solitons in Solar winds plasma, which involves near-equilibrium and out of thermal equilibrium states. Here, the spectral index κ_0 describes the deviations from thermal equilibrium of plasma and itself is independent of the number of degrees of freedom of plasma. The near-equilibrium states where the spectral indices are distributed with the values of $\kappa_0 > 1$ are applied for the inner Heliosphere regions, and the far-equilibrium states which are described by the spectral indices as $0 < \kappa_0 < 1$ that belongs to the Heliosheath regions. The analytical solution to the generalized KdV equation is calculated and its solitary wave solution is derived. Then, effects of the spectral index κ_0 , the potential degrees of freedom d_ϕ via perturbation, and the speed of pulse on the generalized dispersion coefficient (α) and generalized nonlinear coefficient (β) of KdV equation, and also on the structure of the ion-acoustic solitons are studied numerically.

It is found that in the asymptotic limit of $\kappa_0 \rightarrow \infty$, it indicates a plasma in thermal equilibrium and the generalized KdV equation reduces to the standard KdV equation and its solitary wave solution. We show that the generalized dispersion coefficient α tends smoothly to the standard limit of $\alpha \rightarrow 1/2$ in the near-equilibrium states as $\kappa_0 \rightarrow \infty$, while it tends to zero in out of thermal equilibrium regions as $0 < \kappa_0 < 1$. Furthermore, the generalized nonlinear coefficient β has negative large values in far-equilibrium states with $0 < \kappa_0 < 1$, while it tends smoothly to the standard limit of $\beta \rightarrow 1$ in the case of an equilibrium plasma with $\kappa_0 \rightarrow \infty$. Moreover, the invariant spectral index has a critical value $\kappa_{0,c}$ in the far-equilibrium states, where for $\kappa_0 > \kappa_{0,c}$ the generalized nonlinear coefficient β has positive values and for $\kappa_0 < \kappa_{0,c}$ the generalized nonlinear coefficient β has negative values.

We found that in the vicinity of $\kappa_0 = 1$, corresponds to the *escape state* (where the transitions between near-equilibrium and far-equilibrium states happens), the variations of the coefficients α and β are considerable. We also found that the generalized dispersion coefficient (α) and the generalized nonlinear coefficient (β) depend on the potential degrees of freedom d_ϕ via perturbation, but their dependences are not considerable.

Futhermore, depending on the values of the parameters κ_0 and d_ϕ , the occurrence of ion-acoustic solitons with both positive and negative potentials is possible. In the near-equilibrium states ($\kappa_0 > 1$) only positive polarity solitons are possible, which is in consistence with the standard KdV theory. But, the occurrence of negative polarity solitons is predicted in the far-equilibrium states with $0 < \kappa_0 < 1$.

Analyzing of the solitary wave profile shows that the amplitude and steepening of the ion-acoustic solitons grows in far-equilibrium states, labeled via indices $0 < \kappa_0 < 1$. It is because of the existence of more fraction of suprathermal particles, which provide more effective interactions with the soliton and make it more prominent. Furthermore, propagation of a soliton with more speed results in a pulse with larger amplitude and narrower width, in consistence with the standard KdV theory.

Moreover, examining the results with the various degrees of freedom, shows that the amplitude and steepening of the ion-acoustic solitons decrease with an increase in the potential degrees of freedom d_ϕ via perturbation. It is to be noted that for a perturbed potential as in KdV theory, the potential degrees of freedom d_ϕ has small values.

Finally, we have analytically derived the amplitude (A) and the width (Δ) of the ion-acoustic solitons as functions of the spectral index κ_0 and the potential degrees of freedom d_ϕ . Then, numerical plotting of A and Δ with respect to κ_0 for various values of d_ϕ has confirmed the mentioned results.

Keywords: Non-Maxwellian distribution function, Invariant kappa index, Degrees of freedom, Soliton, Korteweg-de Vries equation, Solar wind.

* Corresponding author:

e.saberian@neyshabur.ac.ir