

آغازگری مدل بسیط فشارورد منطقه‌ای به روش مُد بهنجار

علیرضا محب‌الحجه* و محمد مرادی**

* موسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران، صندوق پستی ۶۴۶۶-۱۴۱۵۵.

** سازمان هواشناسی کشور، صندوق پستی ۴۶۱-۱۳۱۸۵.

دریافت مقاله: ۸۲/۱/۳۱ پذیرش مقاله: ۸۲/۶/۲۵

چکیده

برای مدل بسیط فشارورد الگوریتم‌های آغازگری به روش مُد بهنجار از مرتبه‌های اول و دوم فرمول‌بندی می‌شود. الگوریتم‌های آغازگری روی مدلی منطقه‌ای با طوره‌های اولبری که آنزروفی پتانسیلی را پایسته نگاه می‌دارد، در تفکیک‌های فضایی متفاوت روی داده‌های واقعی‌تر از ۵۰۰ هکتوپاسکال به کار بسته می‌شود. چنانچه میدان تاوایی پتانسیلی خطی شده Q_e که در آغازگری مُد بهنجار دست نخورده می‌ماند، فقط با استفاده از میدان ارتفاع ژئوپتانسیلی اولیه Z ساخته و باد زمینگرد متناظر با Z برای شرایط مرزی در فرایند آغازگری استفاده شود، آغازگری حساسیت نامطلوبی به تفکیک فضایی نشان می‌دهد. اما اگر میدان Q_e از روی توزیع میدان‌های Z و تاوایی نسبی Q_e میدان باد اولیه تعیین و باد زمینگرد متناظر با Q_e حاصل برای شرایط مرزی استفاده شود، نتایج سازگاری در تفکیک‌های فضایی متفاوت به دست می‌آید. در بررسی کیفی نتایج آغازگری‌های مرتبه اول و دوم را به سختی می‌توان تمیز داد. اما بررسی کمی روی نُرم انحراف از توازن‌های مرتبه اول و دوم در ضمن انتگرالگیری‌های ۴۸ ساعته نشان از برتری آغازگری مرتبه دوم به ویژه در ۲۴ ساعت اول انتگرالگیری دارد.

کلیدواژه‌ها: آغازگری، مُد بهنجار، توازن، بسیط فشارورد

۱ مقدمه

مبانی نظریه‌ی شبه زمینگرد تا مدل‌های متوازن از مرتبه بالاتر است، و خود باعث تحولات مهمی در مفاهیم بنیادینی چون توازن، امواج گرانی، شارش‌های تاواری، و برهم‌کنش‌های آنها شده است (ر.ک. بائو و تریبیا، ۱۹۷۷؛ لیت، ۱۹۸۰؛ لورنتز، ۱۹۸۰؛ هالتینر و ویلیامز، ۱۹۸۰؛ هاسکینز و همکاران، ۱۹۸۵؛ وارن، ۱۹۹۷؛ مک اینتایر و نورتن، ۲۰۰۰). به این دلیل پیشرفت‌ها در زمینه آغازگری از هر دو جنبه نظری و کاربردی اهمیت دارد و در این پژوهش نیز ما به هر دو جنبه مسئله علاقه‌مندیم. از جنبه کاربرد در پیش‌بینی عملیاتی در حال حاضر آغازگری در داخل چرخه‌ی خوراندن داده‌ها (دیلی، ۱۹۹۱ و کالنا، ۲۰۰۲) جذب شده و بخشی از آن تلقی می‌شود. ولی باید توجه داشت که این امر از اهمیت مسئله آغازگری نمی‌کاهد.

در این پژوهش با هدف بررسی آغازگری مدل‌های بسیط منطقه‌ای به عنوان مسئله‌ای مستقل، برای شروع آغازگری

معادلات بسیط که از کاربرد معادلات نویه - استوکس به زمین چرخان به همراه تقریب هیدروستاتیک به دست می‌آیند اساس بسیاری از مدل‌های عددی پیش‌بینی عددی وضع هوا را تشکیل می‌دهند. فرمول‌بندی و پیاده‌سازی یک الگوریتم کارا برای پیش‌بینی عددی با معادلات بسیط، مستلزم تدابیر خاصی برای حل عددی معادلات دیفرانسیلی پاره‌ای موجود، به علاوه تعیین شرایط اولیه و مرزی برای منطقه یا به عبارتی دیگر شبکه پیش‌بینی است. تعیین شرایط اولیه مناسب برای مدل‌های پیش‌بینی عددی وضع هوا، آغازگری خوانده می‌شود. دلیل اساسی اهمیت یافتن آغازگری در پیش‌بینی عددی با معادلات بسیط، وجود جواب‌های با بسامد زیادی است که به راحتی در اثر خطاهای مشاهداتی و خطاهای تحلیل با دامنه‌ای بسیار بیش از جو واقعی می‌توانند ظاهر شوند و توانایی پیش‌بینی را تحت تاثیر قرار دهند. حل مسئله آغازگری و امدار تحولات عمده‌ای در دینامیک جو از

جواب مدل از میدان‌های لحظه‌ای آغازگری شده محاسبه و ترسیم می‌شود. مهم‌ترین کمیت ارائه شده در محب‌الحججه و دریچل (۲۰۰۱)، نرم مربعی زیر

$$\|X\| = \left(\iint dx dy (\bar{Z} |\bar{V}|^2 + gZ^2) \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1)$$

است که مربع آن معرف انرژی در دسترس خطی شده است. در رابطه (۱)، X معرف بردار حالت سیستم در نمایش (u, v, Z') ، \bar{Z} میانگین ارتفاع ژئوپتانسیلی روی حوزه، و Z' پریشیدگی ارتفاع ژئوپتانسیلی نسبت به \bar{Z} است.

کارکرد الگوریتم‌های آغازگری در یک دوره پنج روزه از ۱۳۸۱/۰۱/۱۶ تا ۱۳۸۱/۰۱/۱۶ در تفکیک‌های فضایی ۳۰۰، ۱۵۰ و ۷۵ کیلومتر مورد بررسی قرار گرفته است. در طی این دوره پنج روزه یک سامانه چرخندی فعال، کشور را تحت تاثیر قرار داده و موجب بارندگی‌های شدید در بخش عمده‌ای از کشور شده است. برای اختصار، در این مقاله فقط نتایج آغازگری برای انتگرالگیری‌های زمانی ۴۸ ساعته با شروع از ساعت ۰۰۰۰ روز ۱۳۸۱/۰۱/۱۶ ارائه می‌شود. برای ساخت شرایط اولیه، میدان‌های ارتفاع ژئوپتانسیلی و مؤلفه‌های سرعت باد افقی روی تراز ۵۰۰ هکتوپاسکال با استفاده از روش قدرتمند کریجینگ نرم افزار surfer 7.0 شرکت Golden Software روی منطقه‌ای محدود با مرزهای باز شبکه‌بندی می‌شود. توزیع میدان ارتفاع ژئوپتانسیلی و میدان سرعت باد افقی برای ساعت ۰۰۰۰ روز ۱۳۸۱/۰۱/۱۶ در شکل‌های ۱ و ۲ مربوط به گام‌های فضایی ۳۰۰ و ۱۵۰ کیلومتر نشان داده شده است. چند نکته در اینجا لازم به تذکر است. به دلیل تمایز نامحسوس میان نقشه‌های مربوط به گام فضایی ۱۵۰ و ۷۵ کیلومتر در واری‌چشمی، برای اختصار، از نمایش نقشه‌های با گام فضایی ۷۵ کیلومتر در این مورد و نیز ارائه نتایج آغازگری در ادامه صرف‌نظر کرده‌ایم. تفاوت بین نقشه‌های با تفکیک ۱۵۰ و ۳۰۰ کیلومتر هم ناچیز به نظر می‌آید. در پاره‌ای دیگر از حالت‌ها برای این دوره پنج روزه، تفکیک ۱۵۰ کیلومتر به طور آشکاری در نمایش سیمای‌های شارش چون ناوه موفق‌تر از تفکیک

ساده‌ترین مدل ممکن، یعنی مدل فشارورد بررسی می‌شود. مبنای کار روی مدل بسط فشارورد در اینجا، طرحواره دارای پایستاری آنزروفی پتانسیلی سادورنی (۱۹۷۵) به صورت ارائه شده توسط محب‌الحججه و همکاران (۱۳۷۴) برای یک منطقه محدود قرار دارد. در این مقاله فرمول‌بندی فشرده‌ای برای الگوریتم‌های آغازگری غیر خطی به روش مُد بهنجار از مرتبه‌های اول و دوم ارائه، و نتایج حاصل از کاربست این الگوریتم‌ها به تفصیل به طور کمی و کیفی مقایسه می‌شود. لازم به ذکر است که به این نوع آغازگری برای مدل‌های منطقه‌ای نام‌هایی چون آغازگری ضمنی مُد بهنجار (تمپرتون، ۱۹۸۸) یا آغازگری غیر مُد بهنجار (ژووانون دووآشا، ۱۹۸۸) نیز داده شده است. با ترکیب کارهای ژووانون دووآشا (۱۹۸۸)، تمپرتون (۱۹۸۸)، مک‌این‌تایر و نورتن (۲۰۰۰)، و محب‌الحججه و دریچل (۲۰۰۱) سعی بر آن است تا ضمن ارائه فشرده فرمول‌بندی، تصویر مفهومی درستی از آغازگری به روش مُد بهنجار به دست داده شود. در این راستا فرمول‌بندی مستقیمی برای آغازگری مرتبه اول بر مبنای مفهوم شرایط توازن ارائه می‌شود. برای بررسی هر چه دقیق‌تر رفتار مدل فیزیکی، مدل عددی، و الگوریتم آغازگری آزمایش‌های عددی روی سه تفکیک متفاوت با گام‌های فضایی ۳۰۰، ۱۵۰ و ۷۵ کیلومتر با ثابت نگه داشتن نسبت گام زمانی به گام فضایی انجام می‌گیرد. برای شناخت و ارزیابی رژیم‌های شارشی که در تراز ۵۰۰ هکتوپاسکال با آن سروکار داریم، میدان‌های عدد راسبی موضعی اینجا با تاوایی نسبی، f پارامتر کوریولیس، ϕ ژئوپتانسیل و \bar{V} میدان سرعت مدل است. محاسبه و مقایسه Ro و Fr قبل و بعد از آغازگری در شناخت عملکرد آغازگری بسیار مفید است. علاوه بر این، به جای فقط تغییرات زمانی میدان ارتفاع ژئوپتانسیلی در نقاطی از شبکه (تمپرتون، ۱۹۸۸؛ محب‌الحججه و همکاران، ۱۳۷۴)، برای بررسی عملکرد آغازگری به دنبال محب‌الحججه و دریچل (۲۰۰۱) کمیت‌های جهانی نمایشگر انحراف جهانی

ژئوپتانسیل ϕ باشد. به عبارتی، معادله (۲) نماینده مجموعه بینهایتی از نمایش‌های معادلات بسط در فضای تابعی فیزیکی است. تصویر معادله (۲) بر یک مُد دلخواه گرانی - لختی \mathbf{G} با بسامد ω_G را می‌توان به صورت زیر نمایش داد

$$\frac{dx_G}{dt} + i\omega_G x_G = N_G \quad (3)$$

که در آن x_G ضریب مُد \mathbf{G} ، N_G تصویر \bar{N} بر \mathbf{G} ، و $i = \sqrt{-1}$ عدد موهومی است. آغازگری مرتبه اول بر آن است تا مشتق زمانی مرتبه اول مُدهای گرانی - لختی را صفر کند که از آنجا

$$x_G = \frac{N_G}{i\omega_G} \quad (4)$$

برای حل (۴) می‌توان یک الگوریتم تکرار به صورت زیر نوشت

$$x_G^{[k+1]} = \frac{N_G^{[k]}}{i\omega_G} = \frac{1}{i\omega_G} \frac{dx_G^{[k]}}{dt} + x_G^k \quad (5)$$

که از آنجا حاصل هر تکرار تغییری برابر با

$$\delta x_G = \frac{1}{i\omega_G} \frac{dx_G}{dt} \quad (6)$$

در ضریب هر مُد گرانی - لختی است. متناظر با این تغییر در ضریب مُد گرانی - لختی، بردار حالت سیستم \bar{E} به صورت $\delta \bar{E} = \delta x_G \mathbf{G}$ و ردش می‌یابد. دقت کنید که این وردش روی تمام مُدهای گرانی - لختی جمع زده می‌شود و تصویر آن بر زیر فضای راسبی $\delta \bar{E}_R$ صفر است. تا اینجا محاسبه $\delta \bar{E}$ مستلزم آن است که مُدهای بهنجار پیشتر به طور صریح محاسبه شده باشند. حال چنانچه عملگر ماتریسی M را بر دو طرف معادله (۶) اثر دهیم، معادله‌ای به دست می‌آید که محاسبه مستقیم $\delta \bar{E}$ را میسر می‌سازد:

$$\begin{aligned} M(\delta \bar{E}) &= \delta x_G M(\mathbf{G}) \\ &= i\omega_G \delta x_G \mathbf{G} \\ &= \frac{dx_G}{dt} \mathbf{G} = \left(\frac{\partial \bar{E}}{\partial t}\right)_G = \frac{\partial \bar{E}}{\partial t} - \left(\frac{\partial \bar{E}}{\partial t}\right)_R \end{aligned} \quad (7)$$

که در آن $\frac{\partial \bar{E}}{\partial t}$ مشتق زمانی محلی بردار حالت در تحول سیستم بر طبق معادلات بسط، و $\left(\frac{\partial \bar{E}}{\partial t}\right)_G$ و $\left(\frac{\partial \bar{E}}{\partial t}\right)_R$ تصاویر آن به ترتیب بر زیر فضاهای گرانی - لختی \mathbf{G} و راسبی \mathbf{R} است. برای

۳۰۰ کیلومتر است. نکته دیگر آنکه نبود توازن محسوسی میان میدان‌های جرم (ارتفاع ژئوپتانسیلی) و میدان باد وجود دارد. در این مورد مثلاً به ناوه شرق مدیترانه و جابه‌جایی مراکز آن در توزیع میدان‌های باد و ژئوپتانسیل توجه کنید. بالاخره آنکه در تفکیک‌های ۱۵۰ و ۷۵ کیلومتر، نسخه قدیمی‌تر کریجینگ استفاده شده در محب‌الحجه و همکاران (۱۳۷۴) در پاره‌ای مناطق با توزیع فقیر داده‌ها از جمله در شمال افریقا با مشکل روبرو بود. این مشکل با استفاده از *surfer 7.0* بر طرف شد.

ترتیب این مقاله به صورت زیر است. ابتدا در قسمت‌های ۲ و ۳ به ترتیب آغازگری‌های مُد بهنجار از مرتبه اول و دوم فرمول‌بندی می‌شود. سپس در قسمت‌های ۴ و ۵ نتایج آغازگری‌های مرتبه اول و دوم به ترتیب به طور کیفی و کمی از هر دو دیدگاه فرایابی و پیش‌یابی مقایسه می‌شود. سرانجام قسمت ۶ به ملاحظات پایانی اختصاص دارد.

۲ آغازگری مُد بهنجار مرتبه اول

در اینجا فشرده‌ای از فرمول‌بندی آغازگری مُد بهنجار به علاوه فرمول‌بندی مستقیمی بدون توسل به مُدهای بهنجار ارائه می‌شود. برای مبانی نظری و جزئیات فرمول‌بندی به محب‌الحجه و همکاران (۱۳۷۴) و منابع آن رجوع کنید. آغازگری مُدهای بهنجار در شکل صریح آن بر تصویر معادلات بسط بر فضای مُدهای بهنجار و صفر کردن مشتق‌های زمانی از مرتبه مورد نظر ضرایب مُدهای گرانی - لختی استوار است. نحوه ساخت مُدهای بهنجار در بحث فعلی مورد نظر نیست. معادلات بسط را می‌توان به صورت مجرد زیر نوشت

$$\frac{\partial \bar{E}}{\partial t} + M(\bar{E}) = \bar{N} \quad (8)$$

که در آن \bar{E} بردار حالت سیستم، M ماتریسی مرکب از عملگرهای جبری - دیفرانسیلی، و \bar{N} نمایشگر بخش غیر خطی معادلات است. بردار حالت \bar{E} می‌تواند علی‌الاصول مرکب از هر سه متغیر پیش‌یابی مستقل، مثلاً تاوایی ζ ، واگرایی D و

استفاده روی نقشه تعریف می‌شوند. از اینجا رابطه (۷) به صورت زیر در می‌آید:

$$\begin{bmatrix} 0 & f & 0 \\ -f & 0 & \nabla^2 \\ 0 & \bar{\phi}m^2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta\nabla^2\psi \\ \delta\nabla^2\chi \\ \delta\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial t} \\ \frac{\partial}{\partial\phi} \\ \frac{\partial}{\partial t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta\nabla^2\psi \\ \delta\nabla^2\chi \\ \delta\phi \end{bmatrix} \quad (11)$$

که در آن ψ تابع جریان و X تابع پتانسیل برای میدان سرعت است $(D = m^2\nabla^2\chi, \zeta = m^2\nabla^2\psi)$. دستگاه معادلات (۱۱) با استفاده از (۹) به ازای $n=1$ و شرط $\delta q_\ell = 0$ که معادل شرط $(\delta\bar{E})_R = 0$ در فضای تابعی فیزیکی است، سرانجام منجر به معادلات زیر برای $\delta\psi$ ، $\delta\phi$ ، و $\delta\chi$ می‌شود

$$H(m^2\delta\nabla^2\chi) = -\frac{\partial}{\partial t}\gamma \quad (12)$$

$$H(\delta\phi) = \bar{\phi}\frac{\partial}{\partial t}\nabla^2\chi \quad (13)$$

$$m^2\delta\nabla^2\psi - \frac{f}{\bar{\phi}}\delta\phi = 0 \quad (14)$$

که در آن $H \equiv \bar{\phi}\nabla^2 - \frac{f^2}{m^2}$ عملگر هلمهولتز پیراسته است. دستگاه معادلات (۱۲)، (۱۳)، و (۱۴) دقیقاً معادلاتی است که برای آغازگری مرتبه اول استفاده می‌شود. برای وضوح بیشتر، در ادامه معادلات فوق را مستقیم در فضای تابعی فیزیکی و بدون اشاره به فضای مُدهای بهنجار به دست می‌آوریم. برای این منظور از معادلات تاوایی، واگرایی و پیوستگی روی صفحه تصویر استریوگرافیک، یعنی

$$\frac{\partial\zeta}{\partial t} = -m^2U\frac{\partial}{\partial x}(f+\zeta) - m^2V\frac{\partial}{\partial y}(f+\zeta) - (f+\zeta)D \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial D}{\partial t} &= m^2V\frac{\partial}{\partial x}(f+\zeta) - m^2U\frac{\partial}{\partial y}(f+\zeta) - (f+\zeta)\zeta \\ &- m^2\nabla^2[\phi + \frac{1}{2}m^2(U^2 + V^2)] \end{aligned} \quad (16)$$

$$\frac{\partial\phi}{\partial t} = -\bar{\phi}D - m^2[\frac{\partial}{\partial x}(\phi U) + \frac{\partial}{\partial y}(\phi V)] \quad (17)$$

شروع می‌کنیم. در اینجا $U = u/m$ و $V = v/m$ مؤلفه‌های سرعت تقسیم بر فاکتور نقشه، و ϕ پریشیدگی ژئوپتانسیل نسبت به

حل دستگاه (۷) لازم است که بتوانیم زیر فضاهای راسبی و گرانی - لختی را در فضای تابعی فیزیکی شناسایی کنیم. برای معادلات بسط روی صفحه f ، زیر فضای راسبی با میدان تاوایی پتانسیلی خطی شده $\zeta \equiv -\frac{f}{\bar{\phi}}\phi$ ، و زیر فضای گرانی - لختی با میدان‌های واگرایی D و تاوایی غیرزمینگرد ضریب f ، $\gamma \equiv f\zeta - \nabla^2\phi$ مشخص می‌شود (محب الحججه و دریچل، ۲۰۰۱). چنانچه در معادله (۲) جملات خطی در بر دارنده مشتقات f را به سمت راست ببریم، برای وقتی هم که f متغیر باشد این خاصیت برقرار می‌ماند، یعنی همچنان R با q_ℓ و G با (D, γ) در تناظر است. در این صورت روی R و G داریم

$$(D, \gamma)_R = 0 \quad (q_\ell)_G = 0 \quad (8)$$

رابطه متناظری برای مشتقات زمانی به آسانی از (۸) استنباط می‌شود

$$\left(\frac{\partial^n D}{\partial t^n}, \frac{\partial^n \gamma}{\partial t^n}\right)_R = 0 \quad \left(\frac{\partial^n q_\ell}{\partial t^n}\right)_G = 0 \quad (9)$$

که در آن برای کمیت دلخواه X ، $\frac{\partial^n X}{\partial t^n}$ نمایانگر مشتق زمانی محلی مرتبه n آن کمیت است. روابط (۸) و (۹) به ازای $n=1$ حل معادلات آغازگری مُد بهنجار مرتبه اول (۷) را با تقریب میسر می‌سازند. دقت کنید که روابط (۸) و از آنجا (۹) فقط به تقریب صادق‌اند. با توضیحات فوق، اجازه دهید به معرفی معادلات آغازگری مرتبه اول برای تقریب (۸) پردازیم. این تقریب وقتی حاصل می‌شود که ماتریس M به صورت زیر انتخاب شود

$$\begin{bmatrix} 0 & f & 0 \\ -f & 0 & \nabla^2 \\ 0 & \bar{\phi}m^2 & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

که در آن $\bar{\phi}$ میانگین ژئوپتانسیل روی حوزه، و m فاکتور نقشه برای تصویر معادلات روی نقشه است. لازم است دقت شود که از معادله (۱۰) به بعد، تمام مشتق‌های فضایی و عملگرهای دیفرانسیلی فضایی مانند ∇^2 روی مختصات دکارتی مورد

گرفت:

$$\gamma^{[k+1]} = (U^{[k]} \frac{\partial}{\partial y} - V^{[k]} \frac{\partial}{\partial x})f - N_D^{[k]} \quad (25)$$

$$H(m^2 \nabla^2 \chi^{[k+1]}) = (U^{[k]} \frac{\partial}{\partial x} + V^{[k]} \frac{\partial}{\partial y}) \left(\frac{f^2}{2} \right) - N_\gamma^{[k]} \quad (26)$$

حال می‌توان سمت راست (۲۵) و (۲۶) را به ترتیب از (۲۱) و (۲۲) جانسان کرد:

$$\gamma^{[k+1]} = -\frac{\partial \nabla^2 \chi^{[k]}}{\partial t} + \gamma^{[k]} \quad (27)$$

$$H(m^2 \nabla^2 \chi^{[k+1]}) = -\frac{\partial \gamma^{[k]}}{\partial t} + H(m^2 \nabla^2 \chi^{[k]}) \quad (28)$$

که بلافاصله الگوریتم تکرار زیر را برای ورودش میدان‌های γ و $\nabla^2 \chi$ در هر تکرار، به ترتیب $\delta \gamma$ و $\delta \nabla^2 \chi$ ، به دست می‌دهد

$$\delta \gamma^{[k]} = -\frac{\partial \nabla^2 \chi^{[k]}}{\partial t} \quad (29)$$

$$H(m^2 \delta \nabla^2 \chi^{[k]}) = -\frac{\partial \gamma^{[k]}}{\partial t} \quad (30)$$

چنانچه تاوایی پتانسیلی خطی شده را وارون سازیم، در هر تکرار q_ℓ دست نخورده می‌ماند. حاصل $\delta q_\ell = 0$ معادله (۱۴) است که از ترکیب آن با $\delta \gamma = f \delta \nabla^2 \psi - \delta \nabla^2 \phi$ ، می‌توان $\delta \gamma$ را بر حسب $\delta \phi$ بیان کرد

$$\delta \gamma = -\frac{1}{\phi} H(\delta \phi) \quad (31)$$

چنانچه عبارت فوق برای $\delta \gamma$ را در (۲۹) جانسان کنیم به دست می‌آید

$$H(\delta \phi^{[k]}) = \bar{\phi} \frac{\partial \nabla^2 \chi^{[k]}}{\partial t} \quad (32)$$

دقت کنید که (۳۰) و (۳۲)، به ترتیب همان (۱۲) و (۱۳) هستند. این روش به دست آوردن معادلات آغازگری به جای توسل به مُد بهنجار و مفاهیم مربوط بدان بر شرایط توازن استوار است.

۳ آغازگری مُد بهنجار مرتبه دوم

آغازگری مُد بهنجار مرتبه دوم بر آن است تا توازن را با صفر کردن مشتق زمانی مرتبه دوم ضرایب مُدهای گرانی - لختی برقرار کند. بدین منظور با یک بار مشتق گیری از (۳) نسبت به زمان

میانگین فضایی آن $\bar{\phi}$ است. برای سهولت نگارش، سپس معادلات فوق را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = -fD - m^2 (U \frac{\partial}{\partial x} + V \frac{\partial}{\partial y})f + N_\zeta \quad (18)$$

$$\frac{\partial D}{\partial t} = m^2 \gamma + m^2 (V \frac{\partial}{\partial x} - U \frac{\partial}{\partial y})f + N_D \quad (19)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = -\bar{\phi}D + N_\phi \quad (20)$$

که در آن N_ζ ، N_D و N_ϕ نمایشگر جملات غیر خطی به ترتیب در معادلات تاوایی، واگرایی و پیوستگی‌اند و $\gamma \equiv f \nabla^2 \psi - \nabla^2 \phi$ در تعریف γ فاکتور m^2 را وارد نکرده‌ایم. این تغییر، اثری در نتیجه نهایی، یعنی معادلات آغازگری ندارد. با استفاده از (۱۸) و (۲۰) می‌توان معادله‌ای برای γ به دست آورد که آن را همراه با معادله واگرایی نوشته شده بر حسب پتانسیل سرعت χ در اینجا می‌نویسیم

$$\frac{\partial \nabla^2 \chi}{\partial t} = \gamma + (V \frac{\partial}{\partial x} - U \frac{\partial}{\partial y})f + N_D \quad (21)$$

$$\frac{\partial \gamma}{\partial t} = H(m^2 \nabla^2 \chi) - (U \frac{\partial}{\partial x} + V \frac{\partial}{\partial y}) \left(\frac{f^2}{2} \right) + N_\gamma \quad (22)$$

چنانچه آهنگ‌های زمانی $\nabla^2 \chi$ و γ را در معادلات (۲۱) و (۲۲) قطع کنیم مجموعه‌ای از "شرایط توازن" به دست می‌آید که با استفاده از آن می‌توان تاوایی پتانسیلی خطی شده q_ℓ ، تاوایی پتانسیلی راسبی $q \equiv (f + \zeta) / Z$ ، و به طور کلی هر صورت تابعی از تاوایی q و ارتفاع ژئوپتانسیلی Z را وارون کرد. حاصل این وارون سازی میدان‌های سرعت و ژئوپتانسیلی است که به تقریب در توازن هستند و از آنها می‌توان برای آغازگری استفاده کرد. با اعمال این شرایط توازن معادلات زیر برای γ و $\nabla^2 \chi$ به دست می‌آید:

$$\gamma = (U \frac{\partial}{\partial y} - V \frac{\partial}{\partial x})f - N_D \quad (23)$$

$$H(m^2 \nabla^2 \chi) = (U \frac{\partial}{\partial x} + V \frac{\partial}{\partial y}) \left(\frac{f^2}{2} \right) - N_\gamma \quad (24)$$

الگوریتم تکرار زیر را می‌توان برای حل (۲۳) و (۲۴) در نظر

به مانند همتای مرتبه اول آن، معادله (۳۷) نیز برای حل در فضای تابعی فیزیکی نیاز به دانستن صورت تابعی زیر فضاهای راسبی و گرانی - لختی دارد. در اینجاست که روابط تقریبی (۸) و (۹) این بار به ازای $n=2$ ، یعنی

$$\left(\frac{\partial^2 D}{\partial t^2}, \frac{\partial^2 \gamma}{\partial t^2}\right)_R = 0 \quad \left(\frac{\partial^2 q_\ell}{\partial t^2}\right)_G = 0 \quad (38)$$

به کمک می آیند. این روابط همان طور که در قسمت (۲) آمد فقط با تقلیل بخش خطی معادلات به ماتریس (۱۰) برقرار هستند.

برای حل (۳۷)، بردار حالتی میانی به صورت $M(\delta \bar{E}) = \delta \bar{E}_1$ تعریف می کنیم. معادله (۳۷) سپس به صورت زیر در می آید

$$\begin{bmatrix} 0 & f & 0 \\ -f & 0 & \nabla^2 \\ 0 & \bar{\phi} m^2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \nabla^2 \psi_1 \\ \delta \nabla^2 \chi_1 \\ \delta \phi_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \nabla^2 \psi}{\partial t^2} \\ \frac{\partial^2 \nabla^2 \chi}{\partial t^2} \\ \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \end{bmatrix}_R - \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \nabla^2 \psi}{\partial t^2} \\ \frac{\partial^2 \nabla^2 \chi}{\partial t^2} \\ \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \end{bmatrix}$$

معادله ماتریسی (۳۹) پس از باز کردن با استفاده از (۳۸) به صورت دستگاه زیر در می آید

$$f \delta \nabla^2 \chi_1 = \frac{1}{f} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2}\right)_R - \frac{\partial^2 \nabla^2 \phi}{\partial t^2} \quad (40)$$

$$-f \delta \nabla^2 \psi_1 + \nabla^2 \delta \phi_1 = -\frac{\partial^2 \chi}{\partial t^2} \quad (41)$$

$$\bar{\phi} m^2 \delta \nabla^2 \chi_1 = \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2}\right)_R - \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \quad (42)$$

با حذف $\left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2}\right)_R$ بین (۴۰) و (۴۲)، معادله زیر برای χ_1 به

دست می آید

$$H(m^2 \delta \nabla^2 \chi_1) = \frac{\partial^2 \gamma}{\partial t^2} \quad (43)$$

حال با باز کردن معادله ماتریسی $M(\delta \bar{E}) = \delta \bar{E}_1$ ، یعنی

$$f \delta \nabla^2 \chi = \delta \nabla^2 \psi_1 \quad (44)$$

$$-f \delta \nabla^2 \psi + \nabla^2 \delta \phi = \delta \nabla^2 \chi_1 \quad (45)$$

$$\bar{\phi} m^2 \delta \nabla^2 \chi = \delta \phi_1 \quad (46)$$

$$\frac{d^2 x_G}{dt^2} + i \omega_G \frac{dx_G}{dt} = \frac{dN_G}{dt}$$

و سپس جانشانی مجدد از (۳) برای $\frac{dx_G}{dt}$ و بردن بخش غیر خطی آن به سمت راست خواهیم داشت

$$\frac{d^2 x_G}{dt^2} + \omega_G^2 x_G = \frac{dN_G}{dt} - i \omega_G N_G \quad (33)$$

به مانند معادله (۳) برای آغازگری مرتبه اول، برای معادله (۳۳) الگوریتم تکراری به صورت زیر می توان نوشت

$$x_G^{[k+1]} = \frac{\frac{d}{dt} N_G^{[k]} - i \omega_G N_G^{[k]}}{\omega_G^2} = \frac{\frac{d}{dt} \left\{ \frac{dx_G}{dt} + i \omega_G x_G \right\}^{[k]} - i \omega_G \left\{ \frac{dx_G}{dt} + i \omega_G x_G \right\}^{[k]}}{\omega_G^2} = \frac{1}{\omega_G^2} \frac{d^2 x_G^{[k]}}{dt^2} + x_G^k \quad (34)$$

با این الگوریتم، در هر تکرار ضرایب مُدهای گرانی - لختی به صورت

$$\delta x_G = \frac{1}{\omega_G^2} \frac{d^2 x_G}{dt^2} \quad (35)$$

تغییر می یابند. در عین حال ضرایب مُدهای راسبی دست نخورده می مانند. به این ترتیب، در هر تکرار بردار حالت به صورت

$$\delta \bar{E} = \frac{1}{\omega_G^2} \frac{d^2 x_G}{dt^2} \mathbf{G} \quad (36)$$

وردش می یابد. برای برگرداندن کامل این وردش به فضای تابعی فیزیکی عملگر ماتریسی M را دوبار بر معادله (۳۶) اثر می دهیم:

$$M(\delta \bar{E}) = \frac{i}{\omega_G} \frac{d^2 x_G}{dt^2} \mathbf{G} \\ M^2(\delta \bar{E}) = -\frac{d^2 x_G}{dt^2} \mathbf{G} \\ = -\left(\frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial t^2}\right)_G \\ = \left(\frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial t^2}\right)_R - \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial t^2} \quad (37)$$

q_ℓ را تعیین کرد. این کار به راحتی با حل معادله

$$HZ_g = \frac{f\bar{Z}}{m^2} q_\ell \quad (49)$$

به دست می‌آید که در آن Z_g میدان ارتفاع ژئوپتانسیلی زمینگرد متناظر با q_ℓ است. برای ارجاع، روش فوق را موقتاً آغازگری الف می‌نامیم.

در ضمن این پژوهش معلوم شد که آغازگری ب حساسیت نامطلوبی به تفکیک فضایی نشان می‌دهد. این در حالی است که حساسیت آغازگری الف به تفکیک فضایی در حد انتظار است. برای نشان دادن موارد فوق در جدول ۱ بیشینه‌های اعداد فرود و راسی روی حوزه، به ترتیب Fr_{max} و $|Ro|_{max}$ ، برای حالت اولیه ساعت ۰۰۰۰ روز ۱۳۸۱/۰۱/۱۲ در تفکیک‌های فضایی ۳۰۰، ۱۵۰ و ۷۵ کیلومتر آورده شده‌اند. توجه کنید که چطور $|Ro|_{max}$ در آغازگری ب به طور نامطلوبی با افزایش تفکیک فضایی زیاد می‌شود.

این میزان تغییر در عدد راسی، به معنای تغییر متناظری در نظام شارش است که مقایسه نتایج تفکیک‌های فوق را بی‌معنا می‌سازد. این میزان حساسیت آغازگری ب را می‌توان از نظر فیزیکی به صورت زیر توضیح داد. با کاهش گام فضایی، شبکه مقیاس‌های هر چه کوچک‌تری را تفکیک می‌کند. در مقیاس‌هایی که نسبت به شعاع تغییر شکل راسی ($L_R \equiv g\bar{Z}/f$) کوچک‌اند، میدان تاوایی سهم هر چه مهم‌تری در تعیین حالت متوازن دارد. بنابراین وقتی اطلاعات میدان باد را کنار می‌گذاریم مقیاس‌های کوچک‌تر به طور غیرفیزیکی با میدان جرم تعیین می‌شوند. به دلیل حساسیت فوق، در ادامه فقط نتایج آغازگری الف آورده می‌شود و هر جا که به آغازگری اشاره می‌شود منظور آغازگری الف است. نقشه میدان‌های ارتفاع ژئوپتانسیلی و باد پس از کاربست آغازگری مرتبه اول به میدان‌های ارائه شده در شکل‌های ۱ و ۲، به ترتیب در شکل‌های ۳ و ۴ برای تفکیک فضایی ۳۰۰ و ۱۵۰ کیلومتر نشان داده شده است. دقت کنید که

و استفاده از معادلات (۱۴) و (۴۱) می‌توان معادلات زیر را برای $\delta\phi$ و $\delta\chi$ به دست آورد

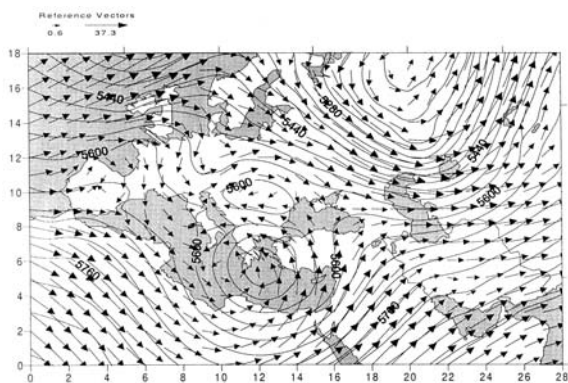
$$H(m^2\delta\nabla^2\chi) = -\frac{\partial^2}{\partial t^2}\nabla^2\chi \quad (47)$$

$$H(\delta\phi) = \bar{\phi}\delta\nabla^2\chi_1 \quad (48)$$

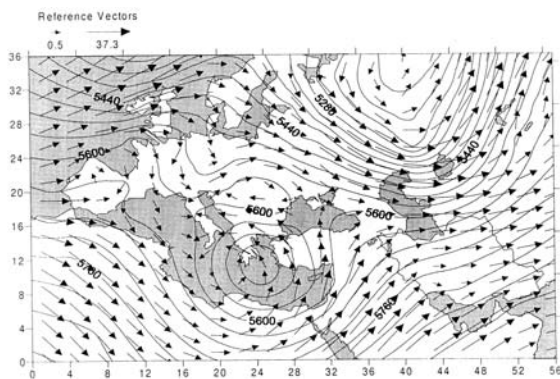
که همچون آغازگری مرتبه اول، با معادله (۱۴) برای تعیین $\delta\psi$ بسته می‌شود. در پایان شایان ذکر است که فرمول‌بندی مستقیمی بدون توسل به مُد بهنجار در راستای آنچه در قسمت (۲) آوردیم امکان‌پذیر است.

۴ مقایسه کیفی نتایج آغازگری‌های مرتبه اول و دوم

فرض کنید برای حالت اولیه، فقط میدان ارتفاع ژئوپتانسیلی در دست باشد. در آغازگری مرتبه اول میدان تاوایی پتانسیلی خطی شده q_ℓ حالت اولیه دست نخورده می‌ماند. اما در q_ℓ ، تاوایی نسبی ζ وجود دارد که بدون در اختیار داشتن میدان باد نامعین می‌ماند. یک راه طبیعی حذف این ابهام استفاده از تاوایی نسبی زمینگرد ζ_g در ساخت q_ℓ حالت اولیه است. به علاوه از باد زمینگرد متناظر با میدان اولیه ارتفاع ژئوپتانسیلی Z می‌توان برای شرایط مرزی در فرایند آغازگری استفاده کرد. شایان ذکر است که حل معادلات بیضوی آغازگری نیازمند تصریح شرایط مرزی است. اما برای مناطق محدود با مرزهای باز راه یکتایی برای فرمول‌بندی شرایط مرزی خوش وضع وجود ندارد. این مسئله هر چه منطقه انتگرالگیری کوچک‌تر باشد حادث می‌شود. به هر حال برای منطقه مورد نظر فعلی شرایط مرزی به کار رفته خوش وضع به نظر می‌آیند. روش فوق برای ساخت q_ℓ و اعمال شرایط مرزی را برای ارجاع، موقتاً آغازگری ب می‌نامیم. این روش همانی است که نتایج گزارش شده در محب‌الحجه و همکاران (۱۳۷۴) با آن به دست آمده است. حال در نظر بگیرید که علاوه بر میدان Z ، توزیع به نسبت معتبری از میدان باد \bar{V} در اختیار باشد. در این صورت می‌توان q_ℓ را مستقیم از روی ζ و Z تعیین کرد. برای اعمال شرایط مرزی زمینگرد، باید میدان زمینگرد متناظر با



شکل ۱. میدان ارتفاع ژئوپتانسیلی و میدان سرعت باد افقی برای ساعت ۰۰۰۰ روز ۸۱/۱/۱۲. شبکه‌بندی با بازه ۳۰۰ km انجام شده و فاصله پربندی برای ارتفاع ژئوپتانسیلی ۴۰ m است.



شکل ۲. میدان ارتفاع ژئوپتانسیلی و میدان سرعت باد افقی برای ساعت ۰۰۰۰ روز ۸۱/۱/۱۲ پیش از آغازگری. شبکه‌بندی با بازه ۱۵۰ km انجام شده و فاصله پربندی برای ارتفاع ژئوپتانسیلی ۴۰ m است.

پیش‌یابی‌های ۲۴ ساعته ارائه می‌شود. شکل‌های ۷ و ۸ جواب‌های ۲۴ ساعته با شروع از میدان‌های آغازگری شده به ترتیب با الگوریتم‌های مرتبه اول و دوم فوق را نشان می‌دهند. این جواب‌ها با تفکیک فضایی ۳۰۰ کیلومتر به دست آمده‌اند. برای بررسی کیفی، این جواب‌ها را می‌توان با میدان‌های اولیه در ساعت ۰۰۰۰ روز ۱۳۸۱/۰۱/۱۳ بدون آغازگری (شکل ۹) و پس از کاربست آغازگری‌های مرتبه اول و دوم (شکل‌های ۱۰ و ۱۱) با همان تفکیک فضایی مقایسه کرد. آنچه مشخص است با توجه به

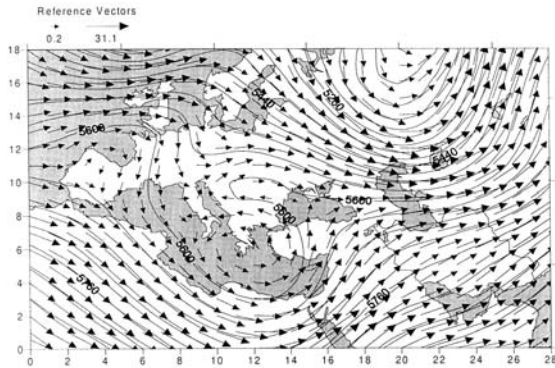
جدول ۱. بیشینه‌های عدد فرود Fr و قدر مطلق عدد راسبی $|Ro|$ روی حوزه انتگرالگیری برای حالت اولیه ساعت ۰۰۰۰ روز ۱۳۸۱/۰۱/۱۲ مقادیر نشان داده شده در ستون‌های Fr و Ro به ترتیب از چپ به راست مربوط به بازه‌های شبکه‌ای ۳۰۰، ۱۵۰ و ۷۵ کیلومتر هستند. برای توضیح آغازگری‌های الف و ب متن را ببینید.

$ Ro _{max}$		Fr_{max}				
۳۰۰	۱۵۰	۷۵	۳۰۰	۱۵۰	۷۵	بازه شبکه‌ای (km)
۰/۶۶۵	۰/۷۳۹	۰/۷۵۱	۰/۱۶۳	۰/۱۶۳	۰/۱۶۴	بدون آغازگری
۰/۵۹۰	۰/۷۰۹	۰/۷۹۶	۰/۱۳۵	۰/۱۴۸	۰/۱۵۴	آغازگری الف
۱/۷۴۳	۲/۵۴۲	۵/۱۹۸	۰/۱۸۳	۰/۱۸۷	۰/۲۲۹	آغازگری ب

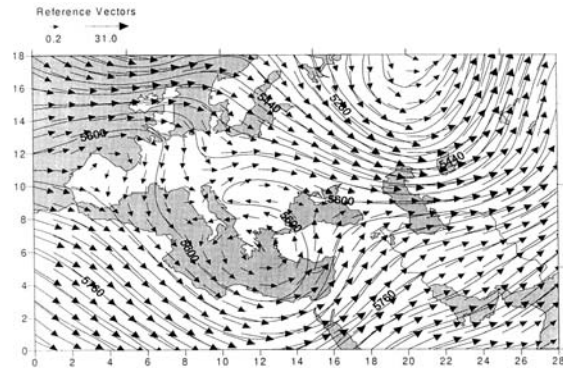
چطور آغازگری در هر مورد توازن را برقرار کرده است. نقشه میدان‌های ارتفاع ژئوپتانسیلی و باد، پس از کاربست آغازگری مرتبه دوم با تفکیک‌های فضایی ۳۰۰ و ۱۵۰ کیلومتر به ترتیب در شکل‌های ۵ و ۶ نمایش داده شده است. در این بررسی کیفی نتایج آغازگری‌های مرتبه اول و دوم را به زحمت می‌توان تمیز داد.

۴-۱ نتایج پیش‌بینی کوتاه مدت

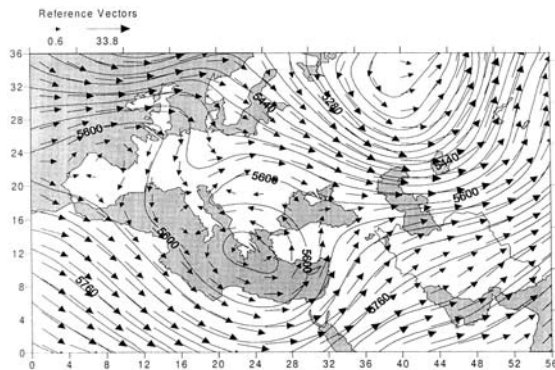
طرحواره دارای پایداری آنزوتروپی پتانسیلی سادورنی (۱۹۷۵) با شروع از میدان‌های آغازگری شده ساعت ۰۰۰۰ روزهای ۱۳۸۱/۰۱/۱۲ تا ۱۳۸۱/۰۱/۱۵ به مدت ۴۸ ساعت اجرا و نتایج آن برای میدان‌های Z و (u, v) در فواصل زمانی ۶ ساعته ذخیره می‌شود. واریس چشمی نتایج حکایت از شروع تأثیر نامطلوب شرایط مرزی زمانی پس از ۲۴ ساعت اول دارد که این زمان از موردی به مورد دیگر فرق می‌کند. باید افزود که در موارد اجرا شده فعلی، کاربست صافی زمانی روبر-اسلین (RL) برای پایدار کردن طرحواره لپفراگ در تفکیک فضایی ۷۵ کیلومتر لازم آمد. برای سازگاری سپس در تمام تفکیک‌ها، صافی RL با ضریب ۰/۱ به کار برده شد. در اینجا برای اختصار فقط نتایج



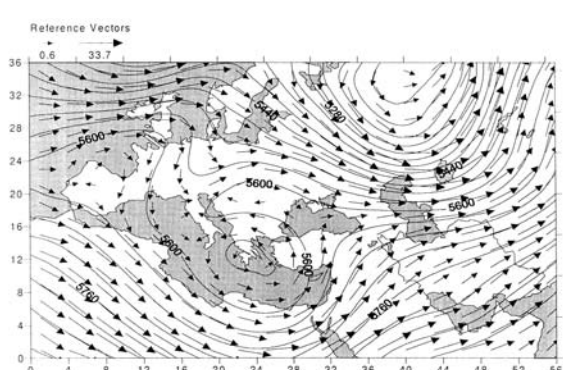
شکل ۵. میدان ارتفاع ژئوپتانسیلی و میدان سرعت باد افقی پس از آغازگری مرتبه دوم برای ساعت ۰۰۰۰ روز ۸۱/۱/۱۲ شبکه‌بندی با بازه ۳۰۰km انجام شده و فاصله پربندی برای ارتفاع ژئوپتانسیلی ۴۰m است.



شکل ۳. میدان ارتفاع ژئوپتانسیلی و میدان سرعت باد افقی پس از آغازگری مرتبه اول برای ساعت ۰۰۰۰ روز ۸۱/۱/۱۲ شبکه‌بندی با بازه ۳۰۰km انجام شده و فاصله پربندی برای ارتفاع ژئوپتانسیلی ۴۰m است.



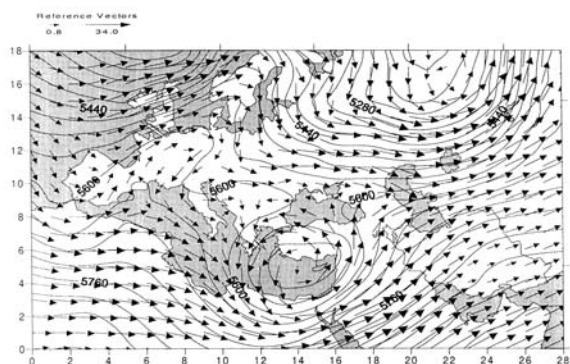
شکل ۶. میدان ارتفاع ژئوپتانسیلی و میدان سرعت باد افقی پس از آغازگری مرتبه دوم برای ساعت ۰۰۰۰ روز ۸۱/۱/۱۲ شبکه‌بندی با بازه ۱۵۰km انجام شده و فاصله پربندی برای ارتفاع ژئوپتانسیلی ۴۰m است.



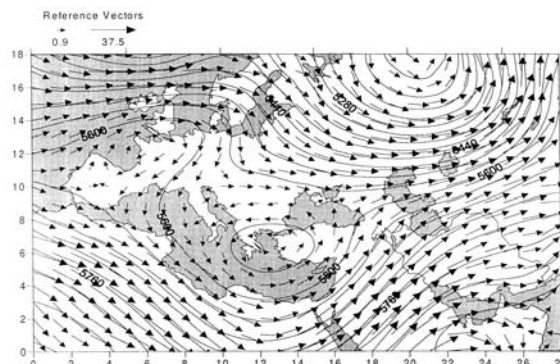
شکل ۴. میدان ارتفاع ژئوپتانسیلی و میدان سرعت باد افقی پس از آغازگری مرتبه اول برای ساعت ۰۰۰۰ روز ۸۱/۱/۱۲ شبکه‌بندی با بازه ۱۵۰km انجام شده و فاصله پربندی برای ارتفاع ژئوپتانسیلی ۴۰m است.

ارائه می‌دهیم. این جواب باید از یکسو با جواب‌های مربوط به تفکیک ۳۰۰ کیلومتر (شکل‌های ۷ و ۸) و از سوی دیگر با حالت اولیه ساعت ۰۰۰۰ روز سیزده، پیش و پس از آغازگری (شکل‌های ۹، ۱۰ و ۱۱) مقایسه شوند. این مقایسه دلالت بر بهبود توان پیش‌بینی با رفتن از تفکیک ۳۰۰ کیلومتر به تفکیک ۱۵۰ کیلومتر دارد. این امر با توجه به آن که داده‌های مشاهداتی مورد استفاده در هر دو مورد یکسان‌اند اهمیت خاصی دارد.

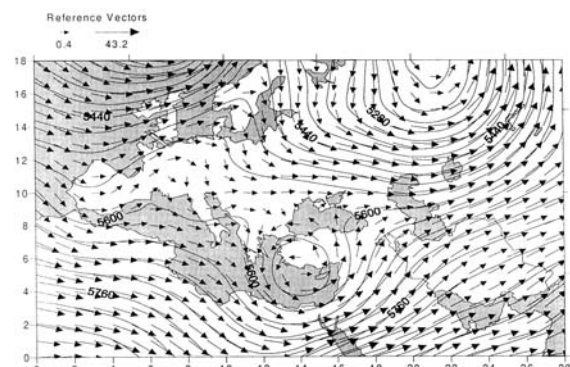
محدودیت‌های مدل بسط فشارورد می‌توان کارکرد طرحواره را خوب ارزیابی کرده و آن را دارای توان پیش‌یابی بر شمرد. نکته شایان ذکر دیگر آن است که باز هم در واریسی چشمی نتایج مربوط به دو آغازگری را به زحمت می‌توان تمییز داد. سرانجام در شکل‌های ۱۲ و ۱۳ جواب‌های ۲۴ ساعته با شروع از کاربست به ترتیب آغازگری‌های مرتبه اول و دوم بر روی میدان‌های ساعت ۰۰۰۰ روز ۸۱/۱/۱۲ با تفکیک فضایی ۱۵۰ کیلومتر را



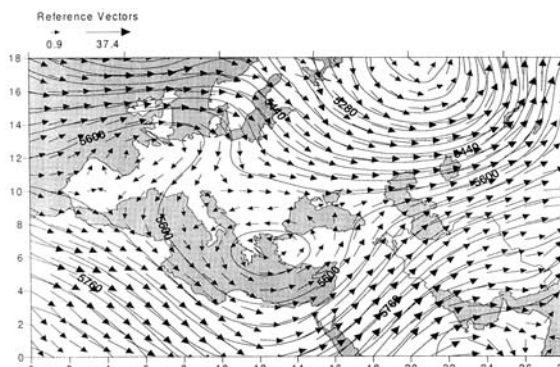
شکل ۹. میدان ارتفاع ژئوپتانسیلی و میدان سرعت باد افقی برای ساعت ۰۰۰۰ روز ۸۱/۱/۱۳ بدون آغازگری. شبکه‌بندی با بازه ۳۰۰km انجام شده و فاصله پربندی برای ارتفاع ژئوپتانسیلی ۴۰m است.



شکل ۷. پیش‌یابی برای میدان‌های ارتفاع ژئوپتانسیلی و سرعت باد افقی در ساعت ۰۰۰۰ روز ۸۱/۱/۱۳ شبکه‌بندی با بازه ۳۰۰km، فاصله پربندی برای ارتفاع ژئوپتانسیلی ۴۰m، و شرایط اولیه با آغازگری مرتبه اول مُد بهنجار میدان‌های ساعت ۰۰۰۰ روز ۸۱/۱/۱۲ است.



شکل ۱۰. میدان ارتفاع ژئوپتانسیلی و میدان سرعت باد افقی پس از آغازگری مرتبه اول برای ساعت ۰۰۰۰ روز ۸۱/۱/۱۳ شبکه‌بندی با بازه ۳۰۰km انجام شده و فاصله پربندی برای ارتفاع ژئوپتانسیلی ۴۰m است.

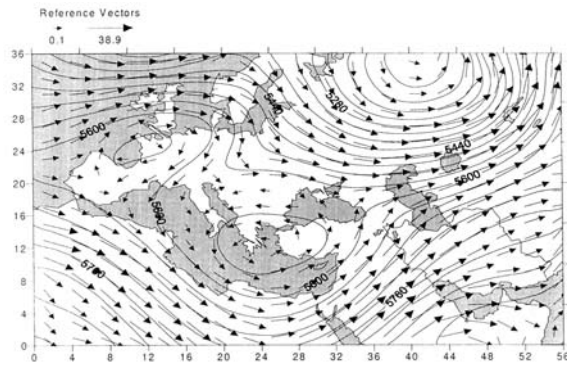


شکل ۸. پیش‌یابی برای میدان‌های ارتفاع ژئوپتانسیلی و سرعت باد افقی در ساعت ۰۰۰۰ روز ۸۱/۱/۱۳ شبکه‌بندی با بازه ۳۰۰km، فاصله پربندی برای ارتفاع ژئوپتانسیلی ۴۰m، و شرایط اولیه با آغازگری مرتبه دوم مُد بهنجار میدان‌های ساعت ۰۰۰۰ روز ۸۱/۱/۱۲ است.

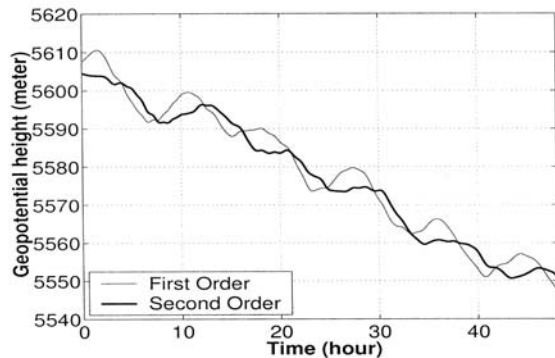
گرانی - لختی در آغازگری مرتبه دوم کوچک‌تر است. شکل ۱۷ نتایج تفکیک‌های فضایی مختلف را در کنار هم و به‌طور جداگانه برای دو آغازگری نشان می‌دهد. چنان‌که پیداست در ۲۴ ساعت اول جواب‌های دو تفکیک ۱۵۰ و ۷۵ کیلومتری در مقایسه با جواب‌های دو تفکیک ۱۵۰ و ۳۰۰ کیلومتر به هم نزدیک‌ترند. این امر بار دیگر حکایت از آن دارد که تفکیک ۳۰۰ کیلومتر کافی نیست. شکل ۱۸ مربع فاصله بردار حالت سیستم از بردار حالت متوازن را بر اساس آغازگری‌های مرتبه اول و دوم در تفکیک‌های ۳۰۰ و ۱۵۰ کیلومتر نشان می‌دهد. این فاصله که بر اساس نُرم (۱) تعریف می‌شود، معیاری جهانی برای عدم توازن در

۵ مقایسه کمی نتایج آغازگری‌های مرتبه اول و دوم

دیدیم که با واریسی چشمی نمی‌توان نتایج دو آغازگری را تمییز داد. ولی در اینجا نشان می‌دهیم که آغازگری مرتبه دوم در بهبود توازن حالت اولیه موثر است. بدین منظور ابتدا تغییرات زمانی ارتفاع ژئوپتانسیلی مرکز شبکه را در انتگرال‌گیری‌های ۴۸ ساعته با شروع از ساعت ۰۰۰۰ روز ۱۳۸۱/۰۱/۱۲ بر اساس آغازگری‌های مرتبه اول و دوم در شکل‌های ۱۴، ۱۵ و ۱۶ به ترتیب برای تفکیک‌های فضایی ۳۰۰، ۱۵۰ و ۷۵ کیلومتر ارائه می‌دهیم. مشخص است که در هر سه تفکیک دامنه نوسانات

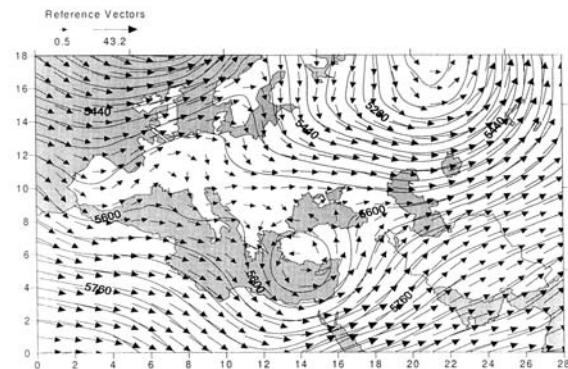


شکل ۱۳. پیش‌یابی برای میدان‌های ارتفاع ژئوپتانسیلی و سرعت باد افقی در ساعت ۰۰۰۰ روز ۸۱/۱/۱۳ شبکه‌بندی با بازه ۱۵۰km، فاصله پربندی برای ارتفاع ژئوپتانسیلی ۴۰m، و شرایط اولیه با آغازگری مرتبه دوم مُد بهنجار میدان‌های ساعت ۰۰۰۰ روز ۸۱/۱/۱۲ است.

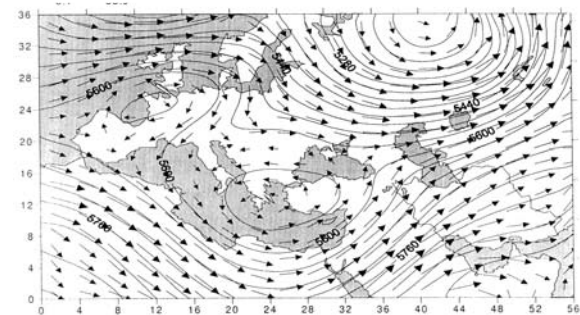


شکل ۱۴. تغییرات زمانی ارتفاع ژئوپتانسیلی مرکز شبکه در انتگرال‌گیری‌های ۴۸ ساعته با شرایط اولیه ساعت ۰۰۰۰ روز ۸۱/۱/۱۲ بر اساس آغازگری‌های مرتبه اول (خط پر) و مرتبه دوم (خط توپر) برای تفکیک فضایی ۳۰۰km.

مدل بسط فشارورد حکایت از تأثیر محسوس آغازگری روی نتایج مدل پیش‌بینی دارد. هر چند در بررسی کیفی تفاوت میان نتایج آغازگری‌های مرتبه اول و دوم نامحسوس است، در بررسی کمی الگوریتم مرتبه دوم قادر به بهبود معناداری در نتایج آغازگری نسبت به الگوریتم مرتبه اول است. مطالعات اخیر روی معادلات آب کم عمق روی هندسه آرمانی صفحه f با شرایط مرزی دوره‌ای مضاعف نشان داده است که الگوریتم‌های عددی رایج مستعد ایجاد مصنوعی نبود توازن هستند (محب‌الحجه و دریچل، ۲۰۰۰ و دریچل و محب‌الحجه، ۲۰۰۰). بررسی میزان و



شکل ۱۱. میدان ارتفاع ژئوپتانسیلی و میدان سرعت باد افقی پس از آغازگری مرتبه دوم برای ساعت ۰۰۰۰ روز ۸۱/۱/۱۳ شبکه‌بندی با بازه ۳۰۰km انجام شده و فاصله پربندی برای ارتفاع ژئوپتانسیلی ۴۰m است.

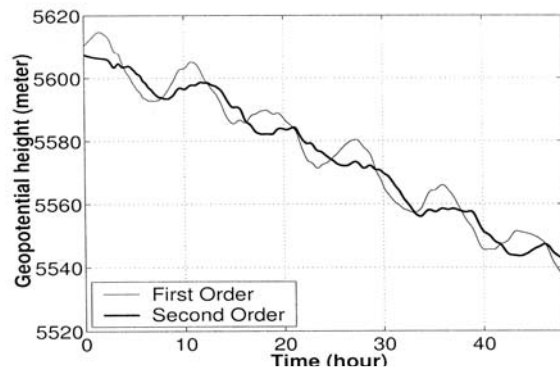
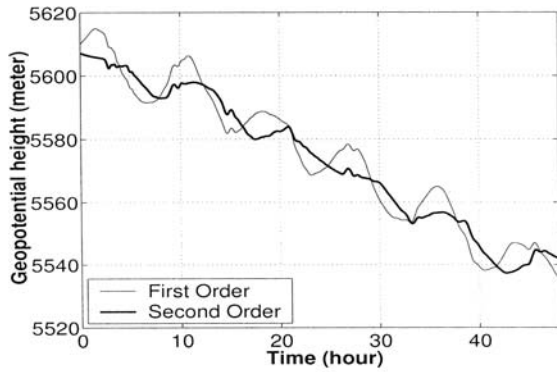


شکل ۱۲. پیش‌یابی برای میدان‌های ارتفاع ژئوپتانسیلی و سرعت باد افقی در ساعت ۰۰۰۰ روز ۸۱/۱/۱۳ شبکه‌بندی با بازه ۱۵۰km، فاصله پربندی برای ارتفاع ژئوپتانسیلی ۴۰m، و شرایط اولیه با آغازگری مرتبه اول مد بهنجار میدان‌های ساعت ۰۰۰۰ روز ۸۱/۱/۱۲ است.

سیستم می‌دهد. باز هم پیداست که به ویژه در پاسخ کوتاه مدت آغازگری مرتبه دوم برتر است. در اینجا لازم است به مقیاس لگاریتمی برای فاصله توجه شود. بعد از حدود ۲۴ ساعت نبود توازن برای هر دو آغازگری تقریباً یکسان می‌شود که این امر با توجه به تقریباً غیر اتلافی بودن الگوریتم عددی، صرفنظر از اثر صافی روبر - اسلین، ناشی از غلبه خطاهای عددی بر فرایندهای فیزیکی در تولید نبود توازن است.

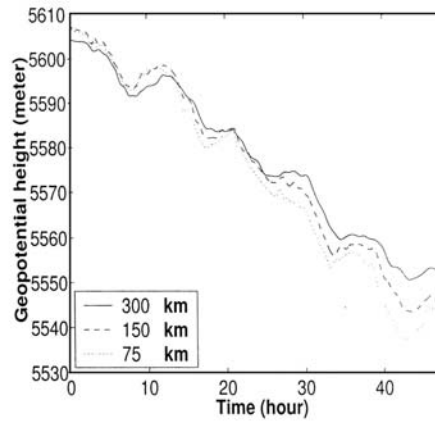
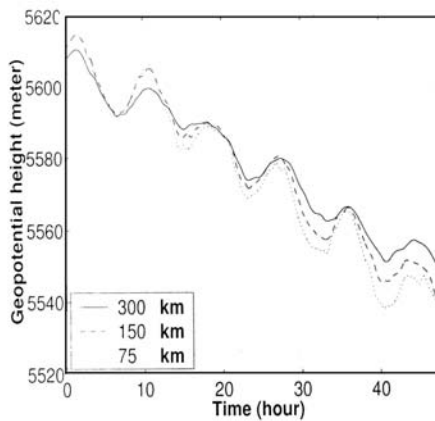
۶ ملاحظات پایانی

پیاده‌سازی آغازگری مُد بهنجار از مرتبه‌های اول و دوم بر روی

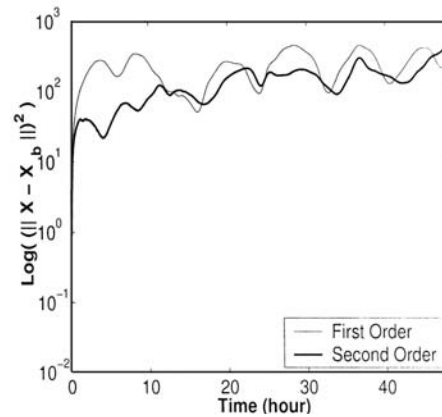
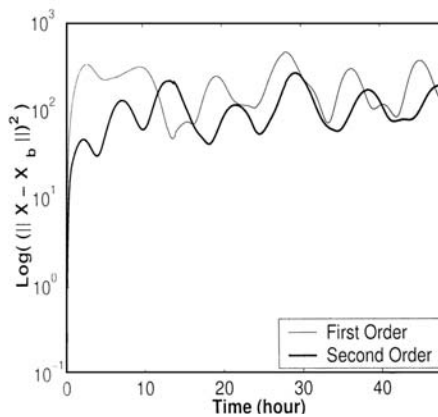


شکل ۱۵. تغییرات زمانی ارتفاع ژئوپتانسیلی مرکز شبکه در انتگرال‌گیری‌های ۴۸ ساعته با شرایط اولیه ساعت ۰۰۰۰ روز ۸۱/۱/۱۲ بر اساس آغازگری‌های مرتبه اول (خط پر) و مرتبه دوم (خط توپر) برای تفکیک فضایی ۷۵km.

شکل ۱۶. تغییرات زمانی ارتفاع ژئوپتانسیلی مرکز شبکه در انتگرال‌گیری‌های ۴۸ ساعته با شرایط اولیه ساعت ۰۰۰۰ روز ۸۱/۱/۱۲ بر اساس آغازگری‌های مرتبه اول (خط پر) و مرتبه دوم (خط توپر) برای تفکیک فضایی ۱۵۰km.



شکل ۱۷. تغییرات زمانی ارتفاع ژئوپتانسیلی مرکز شبکه در انتگرال‌گیری‌های ۴۸ ساعته با شرایط اولیه ساعت ۰۰۰۰ روز ۸۱/۱/۱۲ بر اساس آغازگری‌های مرتبه اول (چپ) و مرتبه دوم (راست) برای تفکیک‌های فضایی ۳۰۰km (خط پر)، ۱۵۰km (خط چین)، و ۷۵km (نقطه چین).



شکل ۱۸. مربع فاصله بردار حالت سیستم از بردار حالت متوازن بر اساس آغازگری‌های مرتبه اول (خط پر) و مرتبه دوم (خط توپر) برای بازه شبکه‌ای ۳۰۰km (چپ) و برای بازه شبکه‌ای ۱۵۰km (راست).

- for very High Resolution Global Models, Reading, UK, 5-7 June 2000, 119-136.
- Haltiner, G. J. and Williams, R. T., 1980, Numerical Prediction and Dynamic Meteorology: 2nd Ed., John Wiley & Sons, 477pp.
- Hoskins, B. J., McIntyre, M. E. and Robertson, A. W., 1985, On the use and significance of isentropic potential-vorticity maps: Q. J. Roy. Meteorol. Soc., **111**, 877-946.
- Juvanon du Vachat, R., 1988, Non-normal-mode initialization: Formulation and application to the inclusion of the β terms in the linearization: Mon. Wea. Rev., **116**, 2013-2024.
- Kalnay, E., 2002: Atmospheric Modeling, Data Assimilation and Predictability. Cambridge University press, 364 pp.
- Leith, C. E., 1980, Nonlinear normal mode initialization and quasi-geostrophic theory: J. Atmos. Sci., **37**, 958-968.
- Lorenz, E. N., 1980, Attractor sets and quasi-geostrophic equilibrium: J. Atmos. Sci., **37**, 1685-1699.
- Lynch, P. and Huang, X. Y., 1992, Initialization of the HIRLAM model using a digital filter: Mon. Wea. Rev., **120**, 1019-1034.
- McIntyre, M. E. and Norton, W. A., 2000, Potential vorticity inversion on a hemisphere: J. Atmos. Sci., **57**, 1214-1235.
- Mohebalhojeh, A. R. and Dritschel, D. G., 2000, On the representation of gravity waves in numerical models of the shallow-water equations: Q. J. Roy. Meteorol. Soc., **126**, 669-688.
- Mohebalhojeh, A. R. and Dritschel, D. G., 2001, Hierarchies of balance conditions for f -plane shallow-water equations: J. Atmos. Sci., **58**, 2411-2426.
- Sadourny, R., 1975, The dynamics of finite-difference models of the shallow-water equations: J. Atmos. Sci., **32**, 680-689.
- Temperton, C., 1988, Implicit normal mode initialization: Mon. Wea. Rev., **116**, 1013-1031.
- Warn, T., 1997, Nonlinear balance and quasi-geostrophic sets: Atmos.-Ocean, **35**, 135-145.

اهمیت احتمالی این خطاها در نتایج الگوریتم‌های عددی به کار بسته برای حل معادلات مدل بسط فشارورد منطقه‌ای از مواردی است که در ادامه می‌توان بدان پرداخت. مورد مهم دیگر مقایسه با روش‌های آغازگری بر مبنای صافی سازی رقمی ارائه شده توسط لینچ (لینچ و هوونگ، ۱۹۹۲) است که به دلیل سادگی کار بست و نتایج مطلوب آنها روی مدل عملیاتی HIRLAM مورد توجه قرار گرفته‌اند. سرانجام بدون شک باید به لزوم تعمیم فرمول‌بندی و پیاده‌سازی روی معادلات بسط کثرفشار اشاره کرد.

تشکر و قدردانی

این پژوهش در قالب بخشی از طرح پژوهشی سازمان هواشناسی کشور به شماره ۲۰۸۸۱۳۵۰۳ به نام تجربیاتی با مدل بسط فشارورد و آغازگری آن انجام شده است. بدین وسیله از اولیای محترم سازمان هواشناسی کشور برای تامین اعتبار، امکانات رایانه‌ای و حمایت‌های لازم تشکر می‌شود.

منابع

- محب‌الحجه، ع. ر.، پارسایی، م. و قنائی، ه.، ۱۳۷۴، پیش‌بینی عددی وضع هوا با مدل بسط فشارورد: گزارش طرح پژوهشی شماره ۶۵۲/۱/۱۹۶ دانشگاه تهران.
- محب‌الحجه، ع. ر. و مرادی، م.، ۱۳۸۱، تجربیاتی با مدل بسط فشارورد و آغازگری آن: گزارش طرح پژوهشی. سازمان هواشناسی کشور.
- Baer, F. and Tribbia, J., 1977, On the complete filtering of gravity modes through nonlinear initialization: Mon. Wea. Rev., **105**, 1536-1539.
- Daley, R., 1991, Atmospheric Data Analysis: Cambridge University Press, 457 pp.
- Dritschel, D. G. and Mohebalhojeh, A. R., 2000, The contour-advective semi- Lagrangian algorithm: keeping the balance: in Proceedings of ECMWF Workshop on Developments in Numerical Methods