

ارزیابی تابع کووریانس بهبودیافته در مدل‌سازی ژئوئید محلی به‌روش کالوکیشن کمترین مربعات - منطقه مطالعاتی: استان تهران

صبح راموز^{۱*} و عبدالرضا صفری^۲

۱. دانش‌آموخته کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی نقشه‌برداری و اطلاعات مکانی، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران، تهران، ایران

۲. استاد، دانشکده مهندسی نقشه‌برداری و اطلاعات مکانی، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران، تهران، ایران

(دریافت: ۹۹/۳/۲۴، پذیرش نهایی: ۹۹/۷/۸)

چکیده

در پژوهش پیش رو، جهت رفع محدودیت‌های ناشی از عدم وجود شبکه گرانی متراکم و پراکندگی نامناسب مشاهدات گرانی‌سنجی زمینی در محدوده ایران و افزایش دقت مدل‌سازی محلی ژئوئید صرفاً گرانی، از مشاهدات GNSS/Leveling در فرایند بهینه‌سازی پارامترهای تابع کووریانس استفاده شد. در این مقاله، علاوه بر پیاده‌سازی ایده کووریانس بهبودیافته، تأثیر پارامترهای وسعت محدوده، تراکم و کیفیت پراکندگی مشاهدات بر مدل‌سازی محلی ارتفاع ژئوئید بررسی شد و ارزیابی نتایج آن حاکی از افزایش دقت مدل‌سازی محلی ژئوئید به زیر ۹ سانتی‌متر در محدوده استان تهران و در شهر تهران بزرگ به ۶ سانتی‌متر در مقایسه با نقاط کنترلی و به‌ترتیب، متناظر با ۴۹ و ۵۱ درصد بهبود در مقایسه با مدل جهانی EGM2008 می‌باشد. در این مطالعه، مشخص شد که استفاده از کووریانس بهبودیافته موجب کاهش حساسیت دقت مدل به پارامتر وسعت و وضعیت پراکندگی مشاهدات زمینی گشته که به‌ویژه برای مناطقی مانند ایران - به دلیل محدودیت در کیفیت پراکندگی و تراکم مشاهدات - که انتخاب محدوده مناسب برای مدل‌سازی محلی میدان گرانی امر چالش‌برانگیزی است، می‌تواند کاربرد داشته باشد.

واژه‌های کلیدی: کالوکیشن کمترین مربعات، مدل‌سازی محلی میدان گرانی، ارتفاع ژئوئید، تکنیک حذف و بازیابی، مدل جهانی EGM2008.

۱. مقدمه

می‌آید که گرچه دقت نسبی آن پایین‌تر از ژئوئید هندسی است، اما به دلیل فرآیند پرهزینه، پرزحمت و زمان‌بر تهیه شبکه و انجام اندازه‌گیری‌های ترازیبی دقیق به ویژه در مناطق کوهستانی، تمایل به مدل‌سازی ژئوئید گرانی است (فذرستون، ۱۹۹۸).

مدل‌سازی ژئوئید گرانی یکی از موضوعات مطرح در زمینه ژئودزی فیزیکی است که تاکنون تحقیقات فراوانی پیرامون آن صورت گرفته است. این تلاش‌ها در حوزه‌های توسعه مبانی، فن‌آوری‌ها و داده‌ها بوده که نتیجه آن بهبود دقت مدل‌سازی ژئوئید در هر سه مقیاس جهانی، منطقه‌ای و محلی می‌باشد. برای مثال، در جدول ۱ روند افزایش دقت تعیین ژئوئید ایران در مقیاس کشوری ارائه شده که در آن تأثیر پیشرفت‌های حاصل در حوزه مبانی، فن‌آوری و داده‌ها در طی زمان قابل‌ردیابی است.

در بسیاری از پروژه‌های اجرایی و پژوهشی در حوزه‌های عمرانی، صنعتی و محیط‌زیست، به‌اختلاف ارتفاع فیزیکی (اورتومتريک) بین نقاط احتیاج است که با دراختیار داشتن ارتفاع ژئوئید و اندازه‌گیری ارتفاع هندسی (ژئودتیک) هر نقطه (که امروزه با فن‌آوری تعیین موقعیت ماهواره‌ای امکان‌پذیر شده است) قابل دستیابی می‌باشد (سانسو و سیدریس، ۲۰۱۳). ارتفاع ژئوئید را با دو روش گرانی و هندسی می‌توان مدل‌سازی کرد (صفری، ۱۳۹۵). ژئوئید هندسی، ترکیبی از داده‌های ارتفاع ژئودتیک و ترازیبی دقیق (GNSS/Leveling) است، که به‌رغم داشتن دقت نسبی بالا، به‌نسبت فاصله از مبدأ شبکه، به‌خطاهای سیستماتیک حساس و آلوده به خطاهای تجمعی می‌شود. در مقابل، ژئوئید گرانی با کمک داده‌های شبکه گرانی و روش‌های متداول مدل‌سازی میدان گرانی به‌دست

جدول ۱. مدل‌های برآوردشده ژئوئید ایران (در مقیاس کشوری) به همراه دقت و تعداد داده کنترلی آنها.

مدل ژئوئید	انحراف معیار/وریانس (متر)	تعداد داده کنترلی
صفری و همکاران (۲۰۰۵)	۱/۰۶۸	۵۱
نهادنچی و سلطان‌پور (۲۰۰۵)	۰/۶۷۲	۲۰۰
کیامهر (۲۰۰۶)	۰/۵۸	۲۶۰
حاتم (۲۰۱۰)	۰/۲۶	۸۱۹
سعادت و همکاران (۲۰۱۸)	۰/۲۲۷	۱۲۸۸
راموز و همکاران (۲۰۱۹)	۰/۲۰۱	۱۲۸۶

حاصل از GNSS/Leveling پیاده‌سازی و یک ژئوئید ترکیبی محاسبه کردند. و نتایج حاصل، گویای موفقیت آن در بهبود مدل‌سازی محلی در منطقه مذکور بود. راموز و همکاران (۲۰۱۹) برآورد ژئوئید ترکیبی با LSC را به کل محدوده ایران تعمیم دادند که منجر به تعیین دقیق‌ترین ژئوئید موجود در ایران (IRG2018) در مقایسه با نقاط کنترلی در دسترس شد.

در ادامه، راموز و همکاران (۲۰۲۰) و حیدری‌زاده و همکاران (۲۰۲۰) برای افزایش دقت روش، مطالعات خود را بر روی بهبود تعیین کووریانس و محلی‌سازی آن متمرکز کردند. نتیجه این تلاش (که بر روی چهار منطقه با توپوگرافی و وضعیت پراکنده متفاوت در ایران انجام شده بود) نشان داد که در صورت افزایش کیفیت تعیین کووریانس محلی از طریق بهینه‌سازی برآورد پارامترهای کووریانس براساس کاهش اختلاف مدل با نقاط کنترلی در منطقه، می‌توان انتظار افزایش دقت مدل‌سازی محلی میدان گرانی و ژئوئید را داشت. با چنین ایده‌ای، نه از برآورد مدل تولیدی بر ژئوئید هندسی حاصل از GNSS/Leveling (سعادت و همکاران، ۲۰۱۸) و نه از ترکیب مشاهدات GNSS/Leveling و شتاب گرانی در مدل‌سازی ژئوئید ترکیبی (راموز و همکاران، ۲۰۱۹) استفاده نمی‌شود. و برای تولید مدل ژئوئید گرانی، مشاهدات ارتفاع ژئوئید حاصل از GNSS/Leveling، صرفاً در مدل‌سازی کووریانس بهبود یافته به کار برده می‌شود.

طبق این راهکار، کووریانس بهبود یافته کمک می‌کند تا

در مناطقی مانند اروپا، که مدل‌های جهانی گرانی در آنجا دارای دقت بالاتری است (برای مثال، انحراف معیار مدل EGM2008 (پاولیس و همکاران، ۲۰۱۲) از شبکه GPS/Leveling آلمان ۳/۶ سانتی متر است (هیرت، ۲۰۱۱))، تلاش در راستای افزایش دقت مدل‌های جهانی بوده و نیازی به مدل‌سازی محلی میدان گرانی احساس نمی‌شود. اما، در ایران با توجه به دقت پایین‌تر مدل‌های جهانی، نمی‌توان به این راه‌حل اکتفا کرد (فروغی و همکاران، ۲۰۱۷). و از طرف دیگر، به دلیل عدم وجود یک شبکه مشاهداتی و کنترلی سراسری، امکان رسیدن به دقت بالا با مدلی در مقیاس کل کشور وجود ندارد. چنین شرایطی، پروژه‌های مطالعاتی و اجرایی کشور را ناگزیر از ترازبایی زمینی دقیق و تشکیل شبکه‌های ترازبایی-گرانی می‌کند که در بعضی موارد، با اتلاف زمان و هزینه‌های بسیاری همراه است.

در این مقاله، از روش کالوکیشن کمترین مربعات (Least Squares Collocation-LSC) برای مدل‌سازی ژئوئید استفاده شده است. این روش توسط موریتز فرمول‌بندی (موریتز، ۱۹۸۰) و پس از آن با تلاش‌های شرنینگ و رب (۱۹۷۴)، شرنینگ و همکاران (۱۹۹۲) و شرنینگ (۲۰۱۵) به یکی از پرکاربردترین روش‌های مدل‌سازی و مطالعات میدان گرانی تبدیل شده است. از مزایای LSC، امکان ترکیب داده‌های نامتجانس در فرایند مدل‌سازی می‌باشد. صفری و همکاران (۱۳۹۳) این روش را در منطقه پارس ساحلی ایران با ترکیب داده‌های زمینی شتاب گرانی و ارتفاع ژئوئید

بازیابی (Remove-Compute-Restore-RCR) استفاده می‌شود که بنا بر آن، ابتدا اثرات سیستماتیک قابل مدل‌سازی میدان گرانی از روی داده‌های آنومالی جاذبه هوای آزاد (Δg_{FA} - Free air gravity anomaly) - که از این پس آنها را مشاهدات می‌نامیم - حذف (مرحله حذف) و پس از انجام LSC با استفاده از مشاهدات باقی‌مانده (Δg_{res} (Residual)) برآورد کمیت مورد نظر در فضای باقی‌مانده (مرحله محاسبات)، اثرات حذف شده بازیابی (مرحله بازیابی) و کمیت به‌طور کامل مدل‌سازی می‌شود (سانسو و سیدریس، ۲۰۱۳). طبق رابطه (۱)، اثراتی که در مرحله حذف از روی مشاهدات برداشته می‌شود، اثر میدان جهانی به کمک مدل جهانی گرانی (Δg_{GGM} (Global gravity model)) و اثر توپوگرافی باقی‌مانده نسبت به سطح متوسط زمین در منطقه به‌روش مدل باقی‌مانده زمین (Residual terrain model - Δg_{RTM} (RTM)) است (شرنینگ، ۲۰۱۵):

$$\Delta g_{res} = \Delta g_{FA} - \Delta g_{GGM} - \Delta g_{RTM} \quad (1)$$

در مرحله محاسبات، گام اول تعیین تابع کووریانس است که برای تولید ماتریس‌های کووریانس LSC مورد نیاز است. فرایند تعیین تابع کووریانس از مهم‌ترین و حساس‌ترین بخش‌های مدل‌سازی میدان گرانی با LSC است. مهم از این جهت که تعیین صحیح آن به شکل چشمگیری در دقت نتایج مدل‌سازی مؤثر، و حساس چون پارامترهای آن شدیداً تحت تأثیر عواملی همچون وضعیت پراکندگی مشاهدات، وسعت و توپوگرافی منطقه می‌باشد. در این مطالعه، منظور از وضعیت پراکندگی، چگالی (تعداد مشاهدات نسبت به مساحت منطقه) و پراکندگی (کیفیت توزیع مشاهدات در منطقه) می‌باشد. تعیین تابع کووریانس، خود شامل دو بخش است که در بخش اول تابع کووریانس تجربی $\Gamma(\psi)$ با استفاده از مشاهدات محلی Δg_{res} با رابطه

$$\Gamma(\psi) = \frac{\sum \Delta g_{res}^i \Delta g_{res}^j}{n} \quad (2)$$

تعیین می‌شود. در این رابطه Δg_{res}^i و Δg_{res}^j مشاهده n م و n م است و با فاصله کروی ψ_{ij} در بازه

مدل‌سازی طول‌موج‌های میانی و کوتاه به‌نحو دقیق‌تری انجام شود. موضوعی که به‌علت محدودیت‌های ناشی از فرض همگنی میدان گرانی، پراکندگی نامناسب مشاهدات زمینی و عدم استخراج کامل اثرات محلی در تصحیح توپوگرافی، امکان بازیابی آنها به‌روش کلاسیک در LSC وجود نداشته است. در واقع، استفاده از کووریانس بهبودیافته برای محلی‌سازی تابع کووریانس از جنبه آنالیز در حوزه مکانی (Spatial domain analysis)، در راستای تلاش‌هایی است که از گذشته در مبانی ریاضیاتی تعیین تابع کووریانس LSC انجام می‌شده است (شرنینگ، ۱۹۹۹؛ برزقی و همکاران، ۲۰۰۱؛ کلر، ۲۰۰۲؛ کوتساکیس، ۲۰۰۷ و دربهشتی و فدرستون، ۲۰۰۹).

سابق براین، مطالعات متمرکز جهت تعیین ژئوئید محلی و یا تلاش برای بهبود دقت آن (مثلاً در مقیاس محلی) در ایران صورت نگرفته و یا در صورت انجام، منتشر نشده است. از این‌روی، از انگیزه‌های اصلی این پژوهش، بررسی منسجم، آنالیز دقت و شناخت امکانات و ابزارهای مورد نیاز جهت دستیابی به یک مدل محلی ژئوئید با دقت مطلوب می‌باشد. برای این منظور و در بخش دوم مقاله، مبانی روش LSC تعیین کووریانس ارائه می‌شود. در بخش سوم، پس از معرفی منطقه مطالعاتی، وضعیت توپوگرافی و داده‌های مشاهداتی و کنترلی و فرایند مدل‌سازی ارتفاع ژئوئید با روال متداول در روش LSC (روش کلاسیک) و با استفاده از کووریانس بهبودیافته (راموز و همکاران، ۲۰۲۰) توضیح داده و نتایج آنالیز خواهد شد. نهایتاً، نتایج و دست‌آوردهای تحقیق در بخش چهارم جمع‌بندی و زمینه‌های پژوهشی آتی معرفی شده است.

۲. مبانی

مبانی روش LSC به‌صورت مبسوط در (مورینتر، ۱۹۸۰؛ شرنینگ، ۱۹۸۵) ارائه شده است. صفری و همکاران (۱۳۹۳) نیز در پژوهشی که بر روی میدان گرانی و ژئوئید در منطقه پارس ساحلی داشته، مبانی روش را به‌طور خلاصه مطرح کرده‌اند. معمولاً برای اجرای LSC از تکنیک حذف و

شرنینگ-رپ (۱۹۷۴) است. در این تحقیق، مدل کووریانس حاصل از فرایندی که شامل روابط ۲ تا ۴ می‌باشد را کووریانس کلاسیک می‌نامیم. این فرایند، روش متداول در تولید تابع کووریانس و اجرای LSC می‌باشد. علت دیگر این نامگذاری، مقایسه کارکرد آن با ایده تابع کووریانس بهبودیافته است که در ادامه توضیح آن خواهد آمد.

دلیل برابرگرفتن $C(\psi) = C(\Delta g_P, \Delta g_Q)$ در رابطه ۴، برقراری فرض ایستایی (Stationarity) و ایزوتروپی (Isotropy) است که طبق آن، کووریانس بین دو مشاهده بدون لحاظ اثر موقعیت و آزیموت آنها، تنها تابع فاصله بین‌شان باشد (موریتز، ۱۹۸۰). این دو فرض، به‌استناد هارمونیک بودن (Harmonicity) میدان گرانی زمین پس از حذف اثرات توپوگرافی منطقه است. البته، باید به این نکته توجه کرد که ایستایی و ایزوتروپی همواره و در همه جای کره زمین برقرار نبوده و این دو قید می‌تواند (به‌خصوص در مناطق با توپوگرافی ناهموار و در مقیاس محلی) باعث کاهش کیفیت مدل‌سازی شود (دربهشتی و فذرستون، ۲۰۰۹؛ راموز و همکاران، ۲۰۲۰). پیش از این، تلاش‌هایی در زمینه رفع محدودیت‌های ناشی از فرضیات فوق انجام شده بود. شرنینگ (۱۹۹۹) از نمایش گریس (Riesz Representer) برای حذف فرض ایزوتروپی استفاده کرد. برزقی و همکاران (۲۰۰۱) ایده جدیدی برای برآورد تابع کووریانس ناهمگن (Non-homogeneous) به کار برد. کلر (۲۰۰۲) و کوتساکیس (۲۰۰۷) از کاربردهای موجک (Wavelet) در برآورد کووریانس ناهمگن بهره بردند و دربهشتی و فذرستون (۲۰۰۹) با روش کرنل کانولوشن (Kernel Convolution) اقدام به بهبود مدل‌سازی کووریانس کردند. ولی در عمل، هیچکدام از این تلاش‌ها پیگیری و به‌صورت گسترده مورد استفاده واقع نشد.

پس از تعیین تابع کووریانس، با استفاده از رابطه وینر-کلموگروف (Wiener-Kolmogrov)

$$\hat{\zeta}_{res} = C(\zeta_{res}, \Delta g_{res}) C(\Delta g_{res}, \Delta g_{res})^{-1} \Delta g_{res} \quad (5)$$

LSC اجرا و سیگنال آنومالی ارتفاعی باقی مانده (Residual)

$$\psi - \frac{\Delta\psi}{2} < \psi_{ij} < \psi + \frac{\Delta\psi}{2} \quad (3)$$

قرار می‌گیرد (شرنینگ، ۲۰۱۵). در رابطه (۳)، $\Delta\psi$ فاصله میانگین (Sample Interval-SI) در تعیین تابع کووریانس تجربی است که مقدار آن متناسب با چگالی مشاهدات Δg_{res} و پراکندگی آنها به دست می‌آید. برای بررسی $\Gamma(\psi)$ به دست آمده، می‌توان از دو پارامتر کووریانس در فاصله صفر (C_0 یا وریانس) و طول همبستگی (ξ -Correlation length) یا فاصله‌ای که در آن مقدار کووریانس به نصف مقدار در فاصله صفر می‌رسد) استفاده کرد. انرژی تابع کووریانس و میزان محلی بودن آن از آنالیزهایی است که بر روی کووریانس تجربی قابل انجام است.

در بخش دوم، طبق رابطه زیر، یک تابع کووریانس تحلیلی $C(\psi)$ با برازش بر روی $\Gamma(\psi)$ حاصل از مشاهدات Δg_{res} منطقه برآورد می‌شود (شرنینگ، ۲۰۱۵):

$$C(\psi) = C(\Delta g_P, \Delta g_Q) = \alpha \sum_{\ell=2}^N \left[\frac{R_E^2}{r_P r_Q} \right]^{\ell+2} \frac{(\ell-1)^2}{R_E^2} \sigma_\ell^2 P_\ell(\cos\psi) + \sum_{\ell=N+1}^{\infty} \left[\frac{R_B^2}{r_P r_Q} \right]^{\ell+2} \frac{A(\ell-1)}{(\ell-2)(\ell+4)} P_\ell(\cos\psi) \quad (4)$$

که در آن r_P و r_Q شعاع زمین در دو نقطه P و Q شعاع متوسط زمین که برابر با ۶۳۷۱ کیلومتر گرفته شده، N بیشترین درجه GGM مورد استفاده در مرحله حذف، P_ℓ چندجمله‌ای لژاندر از درجه ℓ و σ_ℓ وریانس درجه خطای مربوط به ضرایب GGM مورد استفاده می‌باشد. α (ضریب مقیاس درجه وریانس خطای GGM مورد استفاده)، A (ضریب مقیاس وریانس درجه سیگنال گرانی برای درجات بالا) و R_B (شعاع بیرهامر (Bjerhammer radius)) پارامترهای مجهول $C(\psi)$ اند که مقادیر آنها از طریق سرشکنی بر روی $\Gamma(\psi)$ تعیین می‌شود.

ترم اول سمت راست رابطه ۴ برای کاهش اثر خطای GGM استفاده شده در مرحله حذف و ترم دوم به تریبی فرمول‌بندی شده تا قابل تبدیل به یک فرم بسته و محاسبه عددی باشد (شرنینگ و رپ، ۱۹۷۴). رابطه ۴ معروف به کووریانس

پراکندگی داده‌ها ضروری است. لذا، نحوه تلفیق و پردازش پارامترهای فوق، در گزینش بهترین چارچوب مکانی برای مدل سازی ارتفاع ژئوئید توضیح داده خواهد شد. برای مثال، اگر وسعت منطقه از حد لازم بیشتر یا کمتر باشد، در هر دو حالت بازایی بخشی از اطلاعات محلی میدان دشوار خواهد شد. به عبارت دیگر، با لحاظ وضعیت پراکندگی مشاهدات و توپوگرافی، می‌بایست وسعتی از محدوده را به عنوان منطقه مطالعاتی انتخاب کرد که اطلاعات محلی میدان در آن کامل تر استخراج شود. نیاز به بررسی این پارامتر در مناطقی مانند ایران، که از عدم وجود مشاهدات با دقت و پراکندگی مطلوب در کل محدوده رنج می‌برد، بیشتر احساس می‌شود. همچنین، وضعیت پراکندگی مشاهدات که خود به دو مؤلفه تراکم (نسبت تعداد مشاهدات به وسعت) و کیفیت پراکندگی مشاهدات تقسیم می‌شود، طبق تحقیقات راموز و همکاران (۲۰۲۰) و حیدری زاده و همکاران (۲۰۲۰)، تأثیر غیرقابل اغماضی بر دقت مدل سازی محلی میدان گرانی دارد.

۳-۱. منطقه مطالعاتی و داده‌های مورد استفاده

برای انجام این تحقیق، از داده‌های شتاب گرانی سازمان نقشه برداری کشور در محدوده استان تهران استفاده شده است. این داده‌ها ترکیبی از مشاهدات شبکه گرانی درجه ۱، ۲، ۳ و مشاهدات ترازایی درجه ۱ کشور می‌باشد (سعادت و همکاران، ۲۰۱۸). داده‌های شبکه گرانی درجه ۳ با فواصل ۵ دقیقه کمانی و داده‌های ترازایی درجه ۱- که رد آنها در شکل ۱ به صورت خطی قابل تشخیص است - عمده مشاهدات را تشکیل می‌دهد. برای یافتن بهترین ترکیب مشاهدات بر حسب وسعت و وضعیت پراکندگی آنها و توپوگرافی محدوده مورد نظر (شکل ۱)، ۵ دسته بندی مختلف به عنوان ۵ منطقه مورد بررسی انتخاب شد. برای کنترل نتایج مدل سازی از داده‌های GNSS/Leveling سازمان نقشه برداری کشور در محدوده‌ای که شامل مرکز و غرب استان تهران می‌باشد، استفاده شده است. محدوده جغرافیایی هر منطقه و تعداد نقاط مشاهداتی و کنترلی آن در جدول ۲ ارائه شده است.

height anomaly) ζ_{res} در نقاط مجهول برآورد می‌شود. در رابطه ۵، ماتریس اتو کووریانس (Auto-) $C(\Delta g_{res}, \Delta g_{res})$ و کواریانس (covariance) بردار مشاهدات و $C(\zeta_{res}, \Delta g_{res})$ ماتریس کراس کووریانس (Cross-covariance) بین مشاهدات و مجهولات است. در صورتی که هدف، کنترل نتایج مدل سازی LSC با استفاده از داده‌های ارتفاع ژئوئید حاصل از مشاهدات GNSS/Leveling باشد، لازم است که ζ_{res} با رابطه

$$\hat{N}_{res} = \frac{\Delta g_B}{\bar{\gamma}} H + \hat{\zeta}_{res} \quad (6)$$

که در آن Δg_B آنومالی گرانی بوگه (Bouguer gravity anomaly)، $\bar{\gamma}$ گرانی نرمال متوسط (Mean normal gravity) و H ارتفاع اورتومتريک نقاط مورد محاسبه است، به ارتفاع ژئوئید باقی مانده \hat{N}_{res} تبدیل شود (هیسکانن و موریتز، ۱۹۶۷). نهایتاً، در مرحله بازایی و بعد از برگرداندن اثرات جهانی گرانی N_{GGM} و توپوگرافی N_{RTM} به سیگنال ژئوئید برآوردی

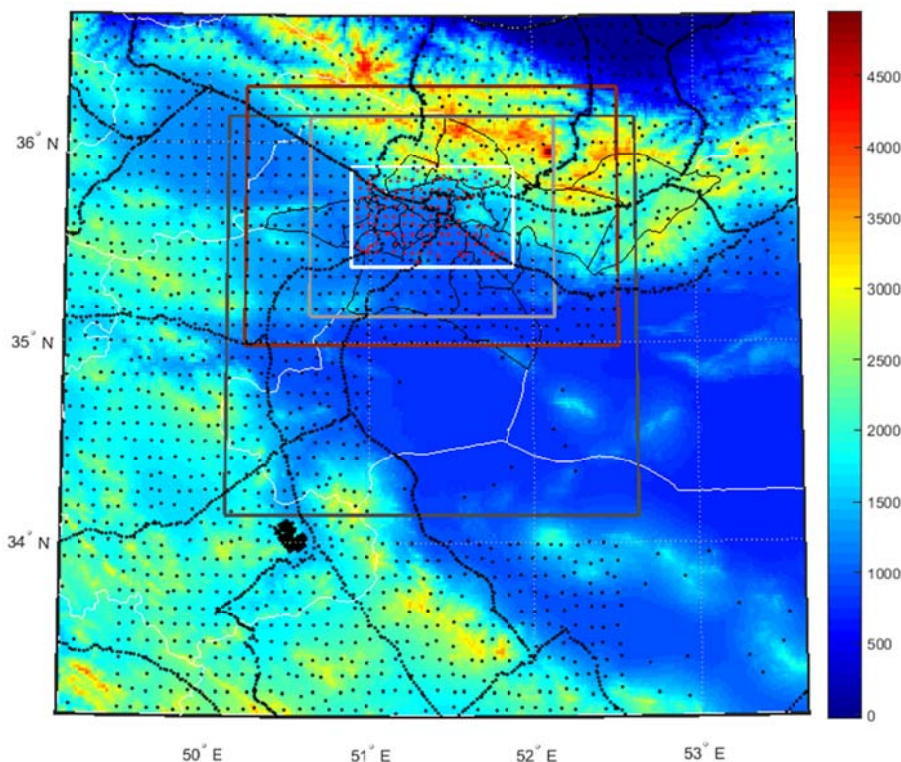
$$\hat{N} = \hat{N}_{res} + N_{GGM} + N_{RTM} \quad (7)$$

مقادیر ارتفاع ژئوئید در نقاط مجهول به دست می‌آید.

۳. مدل سازی محلی ارتفاع ژئوئید و کنترل نتایج

در این بخش، به تشریح فرایند انتخاب منطقه تحقیقاتی، داده‌های مورد استفاده و الگوریتم پردازش و محاسبه ارتفاع ژئوئید پرداخته می‌شود. از این رو، در زیربخش ۳-۱، منطقه تحقیقاتی، ویژگی‌های جغرافیایی و داده‌های مورد استفاده آن معرفی و سپس روند مدل سازی و کنترل نتایج تشریح می‌شود. در زیربخش ۳-۲، پروسه حذف اثرات سیستماتیک از روی داده‌ها و محاسبات LSC با دو روش تابع کووریانس کلاسیک و بهبود یافته و در زیربخش ۳-۳، آنالیز نتایج نسبت به هم و مدل‌های جهانی به تفصیل ارائه خواهد شد.

از آنجا که در این پژوهش، مدل سازی محلی میدان گرانی مدنظر است و از طرفی در استفاده از داده‌های زمینی محدودیت وجود دارد، انجام تحلیل‌هایی جهت انتخاب مناسب‌ترین چارچوب مکانی از لحاظ وسعت و وضعیت



شکل ۱. وضعیت پراکندگی داده‌های شتاب گرانی (نقاط سیاه) در منطقه ۱ (پنجره سفید)، منطقه ۲ (پنجره خاکستری کم‌رنگ)، منطقه ۳ (پنجره خاکستری پررنگ)، منطقه ۴ (پنجره سیاه)، منطقه ۵ (پنجره قهوه‌ای) و داده‌های کنترلی (نقاط قرمز) در منطقه ۱ به همراه وضعیت توپوگرافی و تقسیمات استانی (خطوط سفید) کل مناطق و شهرستانی استان تهران (خطوط سیاه)، تقسیمات استانی و شهرستانی از سایت سازمان نقشه برداری کشور استخراج شده است.

شرق مناطق ۳ و ۴ (شامل استان قم، سمنان و اصفهان) خلأ مشاهدات نمایان می‌باشد.

علاوه بر این، وجود رشته کوه البرز در شمال استان تهران و جنوب دریای خزر و تصحیح اثرات گرانی ناشی از ناهمواری‌ها و جرم آن، مسئله دیگری است که مدل‌سازی را به چالش می‌کشد. به‌رغم انجام تصحیح توپوگرافی جهت هموارسازی مسئله مقدار مرزی، مدل‌سازی میدان گرانی هم‌چنان از عدم برآورد دقیق اثرات توپوگرافی ناشی از رشته کوه البرز خواهد برد. افزون بر مناطق ۱ تا ۴، منطقه ۵ به‌نحوی انتخاب شده است که علاوه بر دربرگیری بیشترین تعداد مشاهدات ممکن با پراکندگی قابل قبول، از هر چهار سو تقریباً به یک میزان (۰/۵ درجه) از منطقه ۱ یا محدوده نقاط کنترلی بزرگ‌تر باشد. در نتیجه، در منطقه ۵ به‌رغم مساحت کمتر، تراکم بیشتر از منطقه ۳ و ۴ است. و کیفیت پراکندگی مشاهدات—که مؤلفه‌ای کیفیت‌ست—نیز در مناطق ۱، ۲ و ۵، از ۳ و ۴ بالاتر است (جدول ۲).

چنان‌که در شکل ۱ پیداست، مساحت منطقه ۱ با وسعت محدوده نقاط کنترلی هم‌اندازه می‌باشد. در این منطقه، به‌دلیل پوشش کامل شبکه گرانی درجه ۳، شبکه مشاهدات منظمی موجود است. گرچه، بخشی از شمال و شرق منطقه کوهستانی و ناهموار بوده که در قیاس با زمین‌های دشت و هموار، احتیاج به شبکه مشاهداتی با چگالی بیشتر می‌باشد. منطقه ۲، به‌میزان ۰/۲۵ درجه از هر سو بزرگ‌تر از منطقه ۱ انتخاب شده و به‌جز یک قسمت نسبتاً کوچک در دل محدوده کوه‌های البرز در شمال شرقی منطقه، وضعیت پوشش مشاهداتی آن مشابه منطقه ۱ است. برای تعیین مناطق بعدی، حفظ نسبت تراکم و پراکندگی مشاهدات هم‌زمان با افزایش منظم محدوده امکان‌پذیر نبوده و هم‌ین‌طور دریای خزر و نبود مشاهدات زمینی، افزایش وسعت منطقه از سوی شمال را محدود می‌کند. از این‌رو، منطقه ۳ به‌نحوی مرزبندی شده که از شرق و غرب ۰/۵ و از جنوب ۱ درجه بزرگ‌تر از منطقه ۲، و منطقه ۴ از شمال ۰/۵ و از شرق، غرب و جنوب ۱ درجه بزرگ‌تر از منطقه ۳ انتخاب شده است. در جنوب و

جدول ۲. محدوده هر منطقه و تعداد داده های مشاهداتی و کنترلی در آن.

منطقه		۱	۲	۳	۴	۵
عرض جغرافیایی	کمینه	۳۵/۳۸	۳۵/۱۳	۳۴/۱۳	۳۳/۱۳	۳۴/۹۸
	بیشینه	۳۵/۸۸	۳۶/۱۳	۳۶/۱۳	۳۶/۶۳	۳۶/۲۸
طول جغرافیایی	کمینه	۵۰/۸۸	۵۰/۶۳	۵۰/۱۳	۴۹/۱۳	۵۰/۲۴
	بیشینه	۵۱/۸۸	۵۲/۱۳	۵۲/۶۳	۵۳/۱۳	۵۲/۵۲
مشاهدات	تعداد	۲۳۲	۵۲۰	۱۱۰۴	۳۴۷۶	۸۹۷
	پراکندگی	مناسب	مناسب	نامناسب	نامناسب	مناسب
نقاط کنترل	تعداد	۱۳۹	۱۳۹	۱۳۹	۱۳۹	۱۳۹

جدول ۳. اطلاعات آماری توپوگرافی هر منطقه (متر).

منطقه		۱	۲	۳	۴	۵
کمینه	۹۱۴/۸	۷۹۲/۲	۷۵۶/۸	-۲۷/۱	۳۷۳/۶	
	۲۹۹۸/۶	۳۷۸۹/۴	۳۷۸۹/۴	۳۷۸۹/۴	۳۷۸۹/۴	
میانگین	۱۲۷۲/۱۱	۱۴۷۴/۱۴	۱۳۸۳/۷۱	۱۵۰۴/۰۱	۱۴۵۷/۲۷	
انحراف معیار	۳۰۰/۵۲	۵۲۸/۱۹	۵۰۷/۹۳	۵۷۱/۰۷	۵۶۴/۰۹	

۲-۳. مدل سازی ارتفاع ژئوئید

پس از بررسی منطقه مطالعاتی و مشاهدات مورد استفاده، می توان وارد فرایند پردازش مشاهدات و محاسبات مدل سازی شد. این فرایند در دو زیربخش توضیح داده می شود. در زیربخش ۳.۱، ابتدا اثرات سیستماتیک حذف و نتایج آن بر روی مشاهدات آنالیز، سپس، فرایند مدل سازی ارتفاع ژئوئید با استفاده از تابع کووریانس کلاسیک و کنترل آن با مقادیر GNSS/Leveling ارائه می شود. در زیربخش (۲-۳)، فرایند مدل سازی ارتفاع ژئوئید به کمک تابع کووریانس بهبود یافته و کنترل با مقادیر GNSS/Leveling انجام خواهد شد.

۱-۲-۳. مدل سازی ارتفاع ژئوئید به کمک تابع

کووریانس کلاسیک

پس از پردازش های اولیه مربوط به بیضوی رفرنس و تصحیح هوای آزاد، بنابر تکنیک RCR، اثرات جهانی و توپوگرافی میدان گرانی باید از روی مشاهدات

برداشته شود. برای این منظور، از مدل جهانی EIGEN6C4 (فورست و همکاران، ۲۰۱۴) تا درجه و مرتبه ۳۶۰ برای حذف اثر طول موج های بلند سیگنال گرانی زمین بهره برده شد. دلیل انتخاب این مدل و درجه و مرتبه، توانایی بالاتر آن در تطابق با واقعیت میدان گرانی در ایران می باشد (فروغی و همکاران، ۲۰۱۷؛ راموز و همکاران، ۲۰۱۹).

گام دوم، حذف اثر گرانی ناشی از توپوگرافی باقی مانده در منطقه به روش RTM است. در این روش، اثر گرانی جرم های مابین سطح واقعی و سطح متوسط زمین محاسبه می شود (فورسبرگ، ۱۹۸۴). برای سطح واقعی زمین، از مدل ارتفاع رقومی "SRTM1 (ناسا، ۲۰۱۳) با اندازه شبکه ۱ ثانیه کمانی، برای سطح متوسط زمین از مدل فوق با اندازه شبکه ۳۰ دقیقه کمانی و همچنین برای مناطق دور از نقطه محاسباتی از مدل مذکور با اندازه شبکه ۱ دقیقه کمانی استفاده شده است. انتخاب اندازه شبکه ۳۰ دقیقه کمانی برای سطح متوسط زمین به دلیل هم آهنگی با درجه مدل جهانی مورد استفاده در مرحله

حذف (حذف اثر جهانی) است. شعاع نواحی نزدیک و دور از نقاط محاسباتی برابر با ۱۳ و ۸۰ کیلومتر انتخاب شده است. اطلاعات آماری مشاهدات پیش و پس از حذف اثرات جهانی و توپوگرافی در هر منطقه (جدول ۴)، گویای تأثیر بیشتر حذف اثر توپوگرافی بر روی مشاهدات نسبت به اثر جهانی است. به نحوی که حذف اثر جهانی در کل مناطق ۱۶/۴٪، اثر توپوگرافی ۵۰/۴٪ و مجموع دو اثر ۶۶/۸٪ باعث کاهش در مقادیر مشاهداتی می‌شود. مقدار و درصد حذف این اثرات در هر منطقه در جدول ۵ ارائه شده است. ذکر این نکته به جاست، که برای پردازش مقادیر مرزی در مدل‌سازی LSC و طبق قاعده مالندسکی، مرز سطح متوسط زمین و مشاهدات به جای سطح ژئوئید، به سطح متوسط زمین برده می‌شود. در نتیجه، به دلیل جابه‌جایی ارتفاعی کمتر، مقدار تصحیحات مربوط به توپوگرافی (به خصوص در مناطق مرتفع) کمتر از قاعده استوکس خواهد بود. این در حالی است که بیش از ۷۵٪ اثر تصحیحات انجام شده بر روی مشاهدات در مناطق مورد بررسی، مربوط به تصحیح توپوگرافی می‌باشد. در نتیجه، خطا در انجام این تصحیح، بر روی مدل‌سازی میدان گرانی اثر حد اکثری خواهد داشت. این نکته، شاهد دیگری

بر اهمیت بررسی دقیق سهم ناهمواری‌های توپوگرافی بر تغییرات میدان گرانی در مناطقی مانند ایران است. البته، در ایران، مشکل تنها در حذف اثر توپوگرافی نبوده، که حذف اثر جهانی نیز چالش برانگیز است. بالاترین دقت ارتفاع ژئوئید حاصل از مدل‌های جهانی گرانی در ایران مربوط به مدل EIGEN6C4 و به میزان ۲۵/۲ سانتی‌متر است (راموز و همکاران، ۲۰۱۹)، که در مقایسه با ژاپن ۷/۹، اروپا ۱۲/۱ و کانادا ۱۲/۶ سانتی‌متر (اینسه و همکاران، ۲۰۱۹)، دقت پایین‌تری دارد. بنابراین، استفاده از این مدل‌ها برای حذف اثر جهانی از روی مشاهدات گرانی در ایران همراه با خطایی است که منجر به کاهش دقت مدل‌سازی میدان گرانی خواهد شد. اکنون و پس از اتمام مرحله حذف در RCR، می‌توان برای تعیین تابع کووریانس اقدام کرد. در بخش اول و طبق رابطه ۲، با استفاده از مشاهدات در فضای باقی‌مانده، کووریانس تجربی $(\Gamma(\psi))$ به دست می‌آید. بر اساس وضعیت پراکندگی مشاهدات، می‌توان فاصله میانگین یا نمو فاصله $(\Delta\psi)$ مناسب برای $\Gamma(\psi)$ در هر منطقه را یافت. این امر، در صورت پراکندگی نامنظم مشاهدات -مانند آنچه که در مناطق ۳ و ۴ وجود دارد- دشوار خواهد بود.

جدول ۴. اطلاعات آماری آنومالی گرانی هر منطقه پیش و پس از حذف اثر جهانی و توپوگرافی (میلی‌گال).

منطقه	۱			۲			۳			۴			۵		
	قبل	جهانی	توپوگرافی	قبل	جهانی	توپوگرافی	قبل	جهانی	توپوگرافی	قبل	جهانی	توپوگرافی	جهانی	توپوگرافی	
کمینه	-۲۰/۹	-۹۵/۵	-۳۹/۱	-۳۱/۷	-۱۳۰/۲	-۳۹/۳	-۶۵/۲	-۲۱۱/۱	-۴۶/۱	-۷۳/۷	-۲۴۱/۷	-۷۱/۴	-۷۳/۷	-۲۱۱/۱	-۴۲/۰
بیشینه	۱۸۱/۸	۶۰/۶	۳۲/۳	۲۴۵/۸	۱۱۵/۷	۳۴/۶	۲۴۵/۸	۱۱۶/۱	۵۰/۲	۲۴۶/۰	۱۱۶/۱	۵۰/۲	۲۴۶/۰	۱۱۵/۷	۴۳/۰
میانگین	۱۲/۶۸	-۳۶/۱۷	-۸/۱۴	۳۲/۷۵	-۳۲/۹۶	-۸/۰۷	۲۱/۸۸	-۳۱/۸۷	-۸/۰۸	۳۲/۶۷	-۳۰/۵۶	-۹/۴۸	۳۲/۹۰	-۳۷/۲۹	-۷/۳۱
انحراف معیار	۲۷/۳۰	۲۹/۵۰	۱۴/۹۸	۴۹/۴۸	۳۷/۲۰	۱۵/۲۲	۵۱/۹۲	۴۴/۱۶	۱۷/۴۷	۵۰/۱۴	۴۱/۱۰	۱۶/۸۶	۵۶/۶۶	۵۰/۳۰	۱۶/۹۴

جدول ۵. درصد کاهش انحراف معیار آنومالی گرانی پس از حذف اثر جهانی و توپوگرافی از روی داده‌های هر منطقه.

منطقه	۱		۲		۳		۴		۵	
	%	mGal	%	mGal	%	mGal	%	mGal	%	mGal
جهانی	-۲/۲	-۸	۱۲/۳	۲۵	۷/۸	۱۵	۹/۰	۱۸	۶/۴	۱۱
توپوگرافی	۱۴/۵	۵۳	۲۲/۰	۴۴	۲۶/۷	۵۱	۲۴/۲	۴۸	۳۳/۴	۵۹
جهانی + توپوگرافی	۱۲/۳	۴۵	۳۴/۳	۶۹	۳۴/۴	۶۶	۳۳/۳	۶۶	۳۹/۷	۷۰

همکاران (۲۰۲۰) مبنی بر عدم کفایت شرط برآزش نمودار کووریانس تحلیلی بر کووریانس تجربی در تعیین بهترین تابع کووریانس می باشد. علاوه بر این، عدم برآزش مناسب کووریانس تحلیلی در منطقه ۴ در مقایسه با دیگر مناطق، می تواند ناشی از ناتوانی کووریانس تحلیلی شرنینگ-رپ (کلاسیک) در مدل سازی دقیق اثرات محلی میدان گرانی همزمان با افزایش وسعت منطقه باشد.

اکنون با دستیابی به پارامترهای $C(\psi)$ می توان گام بعدی، یعنی اجرای مدل سازی LSC کلاسیک را انجام داد. برای این منظور، مقادیر ماتریس های اتو کووریانس و کراس کووریانس در رابطه ۵ به کمک $C(\psi)$ و روابط تابعی بین کمیت های آنومالی پتانسیل (T) ، Δg و ζ تعیین و سپس مقادیر آنومالی ارتفاعی (ζ_{res}) در نقاط مجهول برآورد می شود. قبل از بازیابی اثرات سیستماتیک، به جهت امکان مقایسه مدل سازی با GNSS/Leveling، ابتدا مقادیر ζ_{res} به ارتفاع ژئوئید برآورده شده (\bar{N}_{res}) تبدیل می شود. برای این کار، با استفاده از ضرایب هارمونیک مدل EIGEN6C4 تا درجه و مرتبه ۲۱۹۰ مقادیر آنومالی گرانی بوگه Δg_B در نقاط مجهول محاسبه و رابطه ۶ اجرا می شود. بدین ترتیب، \bar{N} به روش LSC برآورد و می توان دقت آن را در نقاط GNSS/Leveling با مشاهدات کنترلی مقایسه کرد. بررسی نتایج در مناطق مختلف (جدول ۷) نشان می دهد که با دسته بندی مشاهدات مشابه منطقه ۴ می توان به بالاترین دقت مدل سازی ارتفاع ژئوئید از نظر انحراف معیار اختلاف بین مدل و GNSS/Leveling کنترلی رسید. بعد از آن نیز، به ترتیب، دسته بندی مشاهدات مناطق ۵، ۳، ۲ و ۱ برداشت اولیه نشان دهنده این امر است که عامل وسعت منطقه، بالاترین تأثیر را بر روی دقت مدل سازی دارد. گرچه، به رغم وسعت کمتر، دقت مدل سازی در منطقه ۵ بهتر از منطقه ۳ بوده که می تواند ناشی از وضعیت مناسب تر پراکندگی مشاهدات در منطقه ۵ باشد.

طبق جدول ۶، مقادیر $\Delta\psi$ از منطقه ۱ تا ۴ افزایش پیدا کرده که به سبب کاهش چگالی مشاهدات در منطقه (شکل ۱) است. چنان که در بخش ۲ گفته شد، $\Delta\psi$ علاوه بر چگالی، تابع کیفیت پراکندگی مشاهدات نیز می باشد. از این رو، انتخاب مقدار $\Delta\psi$ برای مناطق ۳ و ۴ به نحوی که $\Gamma(\psi)$ بهترین نمایش هندسی (شکل ۲) را داشته باشد، سخت تر از مناطق دیگر است. وریانس (C_0) نشان دهنده مقدار انرژی و طول همبستگی (ξ) بیانگر میزان محلی بودن $\Gamma(\psi)$ تعیین شده در هر منطقه می باشد. با این وصف، $\Gamma(\psi)$ در منطقه ۴ دارای بالاترین و منطقه ۱ پایین ترین همبستگی محلی است.

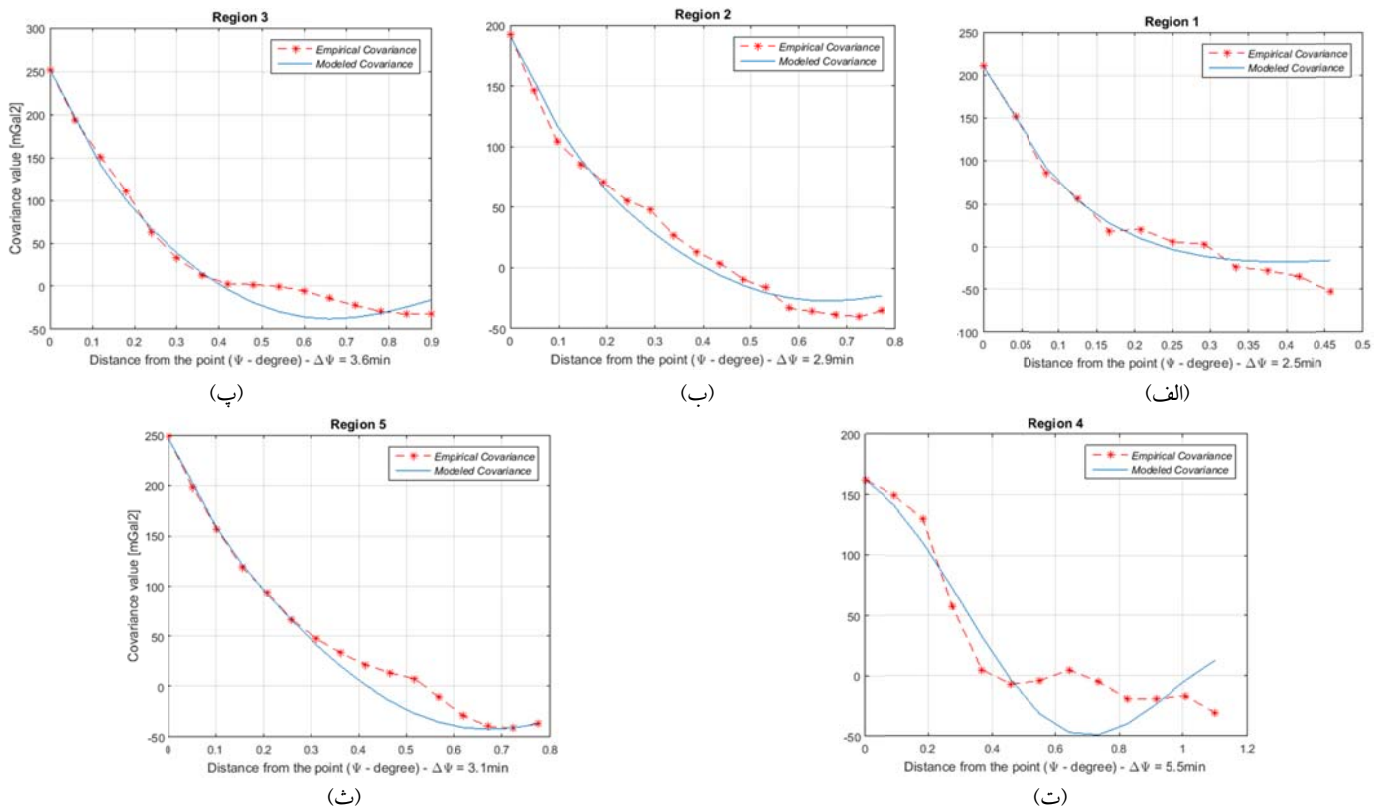
در بخش دوم تعیین تابع کووریانس، پارامترهای تابع کووریانس تحلیلی ($C(\psi)$) از طریق برآزش هندسی آن بر روی نمودار $\Gamma(\psi)$ به دست می آید (شکل ۲). برای این کار، $C(\psi)$ طبق رابطه ۴ و با استفاده از مقادیر اولیه برای پارامترهای مجهول، بر روی محور ψ با فواصل $\Delta\psi$ نمونه برداری، مقادیر آن با مقادیر متناظر از $\Gamma(\psi)$ مقایسه و مقادیر جدیدی برای پارامترهای مجهول تعیین می شود. این روند سرشکنی تا زمانی که تغییرات مقادیر اولیه به کمترین مقدار خود برسد، تکرار و مقادیر نهایی برای پارامترهای مجهول $C(\psi)$ به دست می آید (جدول ۶). نکته قابل توجه در جدول ۶، مقادیر به دست آمده برای ضریب مقیاس دقت مدل جهانی (α) است که برخلاف کارهای مشابه در دیگر نقاط جهان (شرنینگ و همکاران، ۱۹۹۲؛ یلدیز و همکاران، ۲۰۱۲) مقدار آن در مناطق مورد بررسی (به جز منطقه ۱) به شکل چشمگیری بالاتر است. یک دلیل برای این اختلاف، می تواند ناشی از دقت پایین مدل های جهانی در ایران باشد، که بالاتر به آن اشاره شده بود. نکته بعدی، میزان برآزش یافتگی نمودار کووریانس تحلیلی بر کووریانس تجربی است که طبق شکل ۲، در مناطق ۱، ۲ و ۳ این انطباق نسبت به وضعیت منطقه ۴ بهتر اتفاق افتاده، در صورتی که دقت مدل سازی در منطقه ۴ بالاترین است. این مسئله، در هم آهنگی با ادعای راموز و

جدول ۶. پارامترهای کووریانس تجربی و تحلیلی برآوردشده برحسب دسته‌بندی مشاهدات هر منطقه.

کووریانس	پارامتر	۱	۲	۳	۴	۵
تجربی	$\Delta\psi$ (دقیقه کمانی)	۲/۵	۲/۹	۳/۶	۵/۵	۳/۱
	C_0 ((میلی گال))	۲۱۰/۴۹	۱۹۲/۳۲	۲۵۱/۹۹	۱۶۲/۰۶	۲۴۸/۳۱
	ξ (دقیقه کمانی)	۴/۲۶	۷/۰۵	۹/۴۲	۱۴/۷۳	۸/۸۹
تحلیلی	$R_E - R_B$ (کیلومتر)	-۰/۰۰۲	-۰/۰۰۲	-۰/۲۷	-۰/۰۲	-۰/۰۰۲
	A ((میلی گال))	۱۱۰/۱/۶	۷۳۸/۵	۴۵۵/۳	۲۹۵/۶۷	۸۵۸/۱
	α	۰/۲۱	۲۰/۴۱	۲۸/۱۹	۳۷/۱۹	۳۱/۷۸

جدول ۷. دقت ارتفاع ژئوئید حاصل از LSC محلی در مقایسه با GNSS/Leveling براساس دسته‌بندی مشاهدات هر منطقه (متر).

منطقه	۱	۲	۳	۴	۵
کمینه	-۱/۴۱	-۱/۳۵	-۱/۲۸	-۱/۱۵	-۱/۲۷
بیشینه	-۰/۰۶	-۰/۱۵	-۰/۰۸	-۰/۰۱	-۰/۰۹
میانگین	-۰/۵۶	-۰/۴۴	-۰/۳۸	-۰/۳۶	-۰/۳۷
انحراف معیار	۰/۲۳۷	۰/۱۷۱	۰/۱۷۰	۰/۱۵۳	۰/۱۶۳



شکل ۲. نمودار کووریانس تجربی و تحلیلی برآورد شده برای منطقه الف (۱، ۲، ۳، ۴ و ۵).

۲-۲-۳. مدل‌سازی ارتفاع ژئوئید به کمک تابع کووریانس بهبودیافته

دقت مدل‌سازی میدان گرانی با روش کلاسیک LSC، بیشترین وابستگی را به وضعیت پراکندگی مشاهدات دارد. با این تفاوت که افزایش تراکم و کیفیت پراکندگی مشاهدات در مدل‌سازی آنومالی جاذبه تأثیر مثبت (راموز و همکاران، ۲۰۲۰) و در مدل‌سازی ارتفاع ژئوئید تأثیر منفی داشته است (حیدری‌زاده و همکاران، ۲۰۲۰). و در وهله دوم، دقت مدل‌سازی با انحراف معیار تغییرات ارتفاعی منطقه دارای وابستگی مستقیم می‌باشد. پژوهش‌های قبلی نشان می‌دهد که استفاده از کووریانس بهبودیافته، به‌طور میانگین، در برآورد آنومالی جاذبه در مناطق با تغییرات ارتفاعی پایین ۳/۴٪ و در مناطق با تغییرات ارتفاعی بالا ۵/۱۱٪ موجب افزایش دقت مدل‌سازی شده است. در حالی که، این ایده برای برآورد ارتفاع ژئوئید در مناطق با تغییرات ارتفاعی پایین موفق نبوده، در مناطق با تغییرات ارتفاعی بالا ۱۲/۷٪ سبب بهبود دقت می‌شود. در آنالیز میزان تأثیر پارامتر وضعیت پراکندگی مشاهدات در استفاده از کووریانس بهبودیافته برای برآورد آنومالی جاذبه نیز می‌توان گفت که به‌طور میانگین، افزایش کیفیت و تراکم پراکندگی مشاهدات در مناطق با تغییرات ارتفاعی پایین ۰/۵٪ و در مناطق با تغییرات ارتفاعی بالا ۳/۳٪ باعث افزایش دقت مدل‌سازی می‌شود. در شرایطی که، این پارامتر در به‌کارگیری کووریانس بهبودیافته برای برآورد ارتفاع ژئوئید در مناطق با تغییرات ارتفاعی پایین و بالا، به‌صورت متوسط و به‌ترتیب منجر به ۱۳/۷٪ و ۹/۱٪ کاهش در دقت مدل‌سازی شده است.

بر اساس اعداد بالا، عمل‌کرد مدل‌سازی آنومالی گرانی و ارتفاع ژئوئید به‌روش LSC بهبود یافته نسبت به LSC کلاسیک، بیشترین وابستگی را به‌ترتیب به پارامتر میزان توپوگرافی و سپس وضعیت پراکندگی مشاهدات دارد. بدین منوال که هرچه توپوگرافی منطقه شدیدتر، استفاده از LSC بهبودیافته در مدل‌سازی دو کمیت فوق نسبت به LSC کلاسیک در افزایش دقت مؤثرتر خواهد بود. از طرف

دیگر، افزایش تراکم و کیفیت پراکندگی مشاهدات در استفاده از LSC بهبودیافته برای مدل‌سازی آنومالی جاذبه موجب افزایش و برای مدل‌سازی ارتفاع ژئوئید سبب کاهش دقت در مقایسه با روش LSC کلاسیک خواهد شد.

در این پژوهش، در بررسی پارامترهای وسعت و توپوگرافی در مقایسه با راموز و همکاران (۲۰۲۰) و حیدری‌زاده و همکاران (۲۰۲۰) تفاوت وجود دارد. در دو پژوهش نام‌برده، مناطق مطالعاتی دارای وسعت یکسان ولی در نقاط مختلفی از ایران پراکنده شده‌اند. اما در این تحقیق، مناطق مطالعاتی در یک موقعیت و با وسعت‌های متفاوت قرار گرفته‌اند. لذا، در پژوهش‌های قبلی امکان بررسی نحوه تأثیر پارامتر وسعت بر دقت مدل‌سازی نبوده است. و با ثابت‌بودن وسعت مناطق و مستقل‌بودن موقعیت آنها از یک‌دیگر، آنالیز تأثیر توپوگرافی بر نتایج مدل‌سازی برای هر منطقه (با لحاظ یک لبه به‌عرض ۰/۲۵ درجه‌ای پیرامون محدوده نقاط کنترلی) انجام شد. اما، در این تحقیق، برای تمام مناطق یک محدوده نقاط کنترلی و از این‌رو، نمی‌توان تأثیر پارامتر توپوگرافی بر مدل‌سازی محلی را مانند کارهای قبلی بررسی کرد.

حال، برای تعیین کووریانس بهبودیافته در این مطالعه، پس از محاسبه پارامترهای مجهول کووریانس شرنینگ رپ (۱۹۷۴)، یک‌بار مدل‌سازی LSC انجام شده و دقت نتایج نسبت به مقادیر کنترلی محاسبه می‌شود. سپس، پارامترهای کووریانس وارد یک فرایند تکراری با شرط کاهش اختلاف نتایج بین مدل و نقاط کنترلی می‌شود. این چرخه، تا جایی که میزان کاهش اختلاف نتایج بین پارامترهای دو تکرار، از یک عدد تعریف شده به آن کمتر شود، ادامه می‌یابد. پس از تعیین مقادیر نهایی پارامترهای مجهول کووریانس بهبودیافته (جدول ۸)، ماتریس‌های اتو کووریانس و کراس کووریانس تولید و با استفاده از رابطه ۵ مدل‌سازی ارتفاع ژئوئید با LSC انجام و اختلاف بین آن با مقادیر کنترلی GNSS/Leveling نیز محاسبه می‌شود. در الگوریتم تعیین کووریانس کلاسیک، تابع کووریانس تجربی مبنای تولید کووریانس تحلیلی و

رسیدن به دقیق‌ترین برآزش هندسی ممکن بین کووریانس تجربی و تحلیلی (شکل ۲)، معیار انتخاب پارامترهای نهایی کووریانس تحلیلی می‌باشد. اما در الگوریتم تعیین کووریانس بهبودیافته، کووریانس تجربی در حکم اطلاعات اولیه تولید کووریانس تحلیلی می‌باشد و پارامترهای نهایی کووریانس تحلیلی از فرایند تکرار و با شرط کاهش اختلاف نتایج بین مدل و نقاط کنترلی تعیین می‌شود. از این‌رو، در الگوریتم کووریانس بهبودیافته دستیابی به بهترین برآزش هندسی بین کووریانس تجربی و تحلیلی معیار اصلی تعیین پارامترهای نهایی کووریانس تحلیلی نمی‌باشد.

اطلاعات آماری جدول ۹ نشان می‌دهد که (مشابه مطالعه راموز و همکاران (۲۰۲۰) و حیدری‌زاده و همکاران (۲۰۲۰)) استفاده از کووریانس بهبودیافته می‌تواند سبب کاهش در انحراف معیار و به‌شکل قابل‌توجهی، کاهش در میانگین اختلاف مدل LSC با مقادیر کنترلی شود. در واقع، این‌ایده کمک می‌کند تا با استفاده از مشاهدات محلی، کووریانس تحلیلی $C(\psi)$ ، اثرات محلی میدان-یا طول‌موج‌های کوتاه‌تر میدان از منظر آنالیز فرکانسی-در منطقه مطالعاتی را بهتر مدل‌سازی کند. در قسمت بعدی مقاله، این نکته با جزئیات بیشتری تحلیل خواهد شد.

۳-۳. بررسی نتایج مدل‌سازی ارتفاع ژئوئید

پارامترهای دخیل در دقت مدل‌سازی ارتفاع ژئوئید و قابل‌ارزیابی در این پژوهش در شکل ۳ اشاره و رفتار نسبی آنها در مناطق پنجگانه، به‌اضافه دقت مدل‌سازی به‌روشنی

کلاسیک، بهبودیافته و نسبت بین آنها در هر منطقه آورده شده است. افزون بر این، ضرایب همبستگی بین پارامترها و دقت مدل‌سازی‌ها در جدول ۱۰، برای مقایسه میزان تأثیرگذاری هر پارامتر بر دقت مدل‌سازی درج شده است. در این‌جا، در بررسی اثر مؤلفه‌های وسعت و تراکم مشاهدات بر روی دقت مدل‌سازی کلاسیک و بهبودیافته، اثر آنها بر میزان اختلاف دقت دو روش مدل‌سازی (نسبت دقت بین دو مدل‌سازی (نقطه‌چین سبزنگ در شکل ۳)) نیز به‌عنوان یک پارامتر آنالیز شده است. در شکل ۳، محور عمودی بیانگر وضعیت مؤلفه‌های وسعت و تراکم و دقت دو مدل‌سازی در هر منطقه نسبت به مناطق دیگر می‌باشد. برای مثال، مقدار مؤلفه وسعت در منطقه ۴ (که وسیع‌تر از باقی مناطق است) ۱ و دیگر مناطق نسبت به وسعت منطقه ۴، مقداری بین ۰ و ۱ دارند.

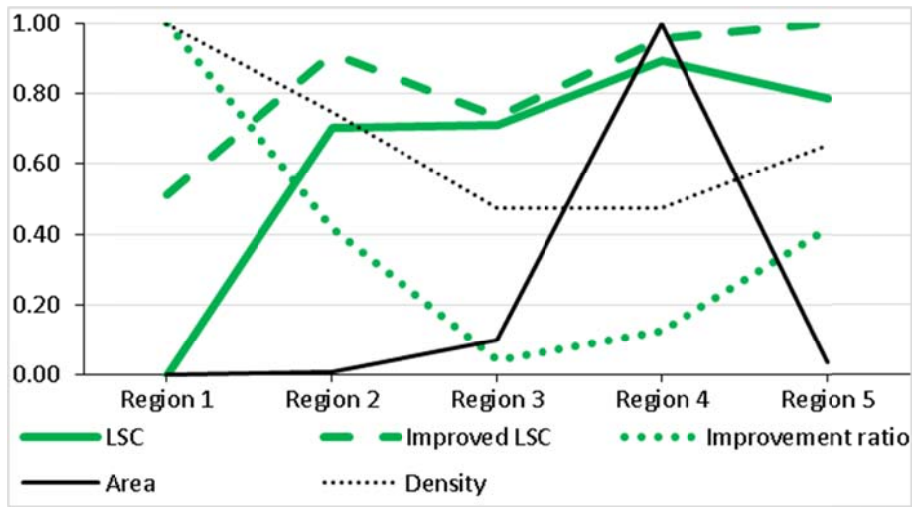
دقت مدل‌سازی کلاسیک در منطقه ۵ با وسعت کمتر ولی وضعیت پراکندگی بهتر، از منطقه ۴ پایین‌تر و از منطقه ۳ بالاتر است. از این‌رو، درباره این که آیا تأثیر پارامتر وسعت بر دقت مدل‌سازی بیشتر است یا وضعیت پراکندگی، نتیجه‌گیری مستقیم به‌سادگی امکان‌پذیر نیست. اما، در مدل‌سازی بهبودیافته، دقت نه‌تنها در منطقه ۵ از منطقه ۴ و ۳ بیشتر، که در منطقه ۲ از منطقه ۳ نیز بالاتر می‌باشد. می‌توان نتیجه گرفت که علاوه بر وضعیت پراکندگی مشاهدات، وجود نوار حاشیه‌ای با عرض یکسان پیرامون محدوده نقاط کنترلی منطقه، در مدل‌سازی اثرات محلی میدان تأثیرگذار است.

جدول ۸. پارامترهای برآوردشده کووریانس تحلیلی بهبودیافته در هر منطقه.

منطقه	۱	۲	۳	۴	۵
$R_E - R_B$ (کیلومتر)	-۱/۴۵	-۷/۲۰	-۰/۲	-۰/۷	-۰/۶۵
A (میلی‌گال)	۷۵/۰	۱۰۰/۰	۱۴۰/۰	۳۳۰/۰	۲۲۲/۰
α	۳/۴۰	۲۱/۰۰	۳۰/۰۰	۷۵/۰۰	۵۰/۰۰

جدول ۹. دقت ارتفاع ژئوئید حاصل از کووریانس بهبودیافته LSC در مقایسه با داده های GNSS/Leveling در هر منطقه (متر).

منطقه	۱	۲	۳	۴	۵
کمینه	-۱/۴۱	-۱/۱۹	-۱/۲۶	-۰/۸۸	-۱/۱۰
بیشینه	-۰/۱۱	-۰/۰۵	-۰/۰۴	۰/۲۹	۰/۰۳
میانگین	-۰/۴۳	-۰/۲۹	-۰/۳۱	۰/۰۰	-۰/۲۳
انحراف معیار	۰/۱۸۹	۰/۱۵۱	۰/۱۶۸	۰/۱۴۷	۰/۱۴۳



شکل ۳. مقایسه نسبی و منطقه به منطقه نتایج مدل سازی LSC نسبت به پارامتر وسعت، چگالی و انحراف معیار تغییرات ارتفاعی در هر منطقه.

جدول ۱۰. ضرایب همبستگی بین وسعت منطقه، تراکم مشاهدات، دقت مدل سازی کلاسیک و بهبودیافته و نسبت بین آنها.

		LSC			وسعت	تراکم
		کلاسیک	بهبودیافته	نسبت		
LSC	کلاسیک	۱	۰/۹۱	۰/۸۹	-۰/۵۸	۰/۸۸
	بهبودیافته	۰/۹۱	۱	۰/۶۲	-۰/۴۴	۰/۶۱
	نسبت	۰/۸۹	۰/۶۲	۱	-۰/۶۲	۰/۹۸
وسعت		-۰/۵۸	-۰/۴۴	-۰/۶۲	۱	-۰/۷۱
تراکم		۰/۸۸	۰/۶۱	۰/۹۸	-۰/۷۱	۱

بهبودیافته، دقت در منطقه ۵ بالاتر و منطقه ۲ نزدیک به آن است. در منطقه ۵، عرض نوار حاشیه‌ای برای اجتناب از خطای لبه و مدل کردن اثرات محلی میدان گرانی مناسب به نظر می‌رسد. از سوی دیگر، این عرض (تقریباً ۰/۵ درجه) متناسب با درجه و مرتبه مدل جهانی مورد استفاده در مرحله حذف اثرات جهانی می‌باشد. شکل ۳ و جدول ۱۰ به وضوح وابستگی کووریانس بهبودیافته به وضعیت پراکندگی مشاهدات را نشان می‌دهد. همچنین، جدول ۱۰ بیانگر کاهش وابستگی دقت مدل‌سازی LSC بهبودیافته به پارامتر وسعت و وضعیت پراکندگی مشاهدات نسبت به مدل‌سازی کلاسیک می‌باشد.

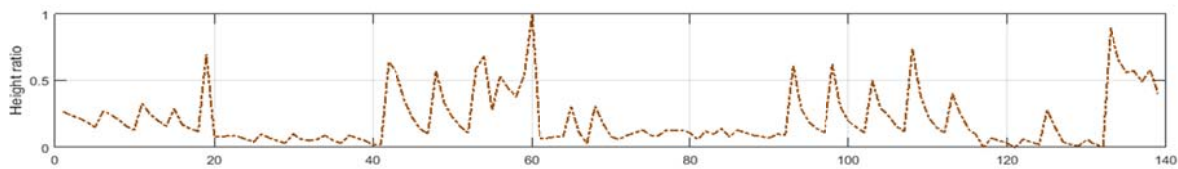
برای بررسی بیشتر، دقت مدل ارتفاع ژئوئید به روش LSC کشوری (با استفاده از یک تابع کووریانس برای کل محدوده ایران) و منطقه‌ای (تقسیم محدوده ایران به چهار بخش و تولید یک تابع کووریانس مستقل برای هر بخش) (راموز و همکاران، ۲۰۱۹) و همچنین با استفاده از مدل‌های جهانی EGM2008 و EIGEN6C4 در جدول ۱۱ ارائه شد. اولین نکته قابل توجه، دقت مدل جهانی EGM2008 است که در تهران از مدل EIGEN6C4 بیشتر می‌باشد. و احتمالاً به این دلیل بوده که به واسطه کیفیت بالاتر مشاهدات ماهواره‌ای GOCE و GRACE مورد استفاده در مدل EIGEN6C4، طول موج‌های بلند میدان گرانی بهتر مدل‌سازی و دقت آن در مقیاس منطقه‌ای و کشوری بالاتر از EGM2008 شده است. دقت مدل‌های جهانی در محدوده مطالعاتی از حالت‌های مختلف مدل‌سازی LSC (کشوری، منطقه‌ای و محلی) پایین‌تر است. از طرف دیگر، دقت مدل‌سازی LSC محلی طبق دسته‌بندی مناطق ۴ و ۵، بالاتر از حالت منطقه‌ای و کشوری است. علاوه بر این، نمودار اختلاف نقطه به نقطه مقادیر کنترلی با نتایج LSC محلی و مدل‌های جهانی EGM2008 و EIGEN6C4 در شکل ۴ (ب) نشان داده شده است. نتایج در دوبازه ابتدا و انتهای دچار پرش شده است که با بررسی دقیق‌تر مشخص شد که سه نقطه کنترلی به شماره ۷، ۸ و ۱۱۷ نسبت به باقی نقاط و برای همه نتایج (من جمله مدل‌های جهانی) خطای بیشتر از سه برابر انحراف معیار داشته و می‌توان

برای کنترل عددی آلودگی مدل‌ها به خطای لبه (Edge effect)، پس از حذف یک نوار به عرض ۰/۱ درجه از حاشیه محدوده نقاط کنترلی، دقت مدل ارتفاع ژئوئید مجدد محاسبه شد. و در حالی که در منطقه ۱ به روش LSC کلاسیک ۳/۱، به روش بهبودیافته ۰/۹ و در منطقه ۲ به روش کلاسیک ۰/۷ سانتی متر دقت بالاتر رفته، در مناطق ۳ تا ۵ تغییر محسوسی نداشته است. بنابراین، مؤثرترین پارامتر در کاهش شدید دقت در منطقه ۱ نسبت به دیگر مناطق (در حدود ۷۵٪)، به وسعت ناکافی آن بازمی‌گردد. برخلاف آنومالی گرانی و گرادیان مرتبه دوم آنومالی پتانسیل (که بخش زیادی از انرژی سیگنال آنها در طول موج‌های کوتاه‌شان می‌باشد)، عمده انرژی سیگنال ارتفاع ژئوئید در طول موج‌های بلند آن است. در نتیجه، ناکافی بودن وسعت محدوده مشاهداتی سبب تشدید خطای لبه و به‌طور چشمگیری موجب کاهش دقت مدل‌سازی شود.

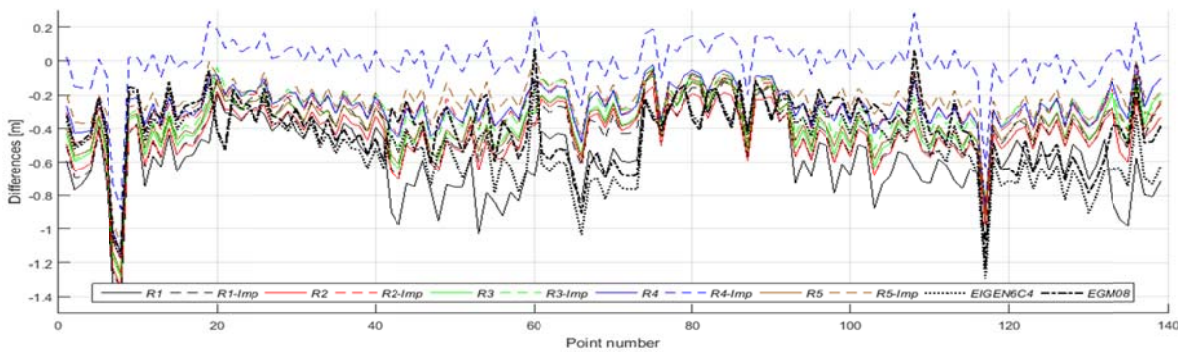
در منطقه ۲، وضعیت پراکندگی مشاهدات مناسب، وسعت محدوده ناکافی و دقت مدل LSC کلاسیک نسبت به مناطق ۳ تا ۵ پایین‌تر می‌باشد. در حالی که، دقت مدل بهبودیافته آن به‌طرز قابل توجهی از منطقه ۳ بالاتر می‌رود. از نتایج مدل‌سازی در این منطقه دو نکته قابل تأمل است. اول، عدم کفایت وسعت منطقه که هم مقداری از خطای لبه در آن باقی مانده است و هم مانند کووریانس منطقه ۱، نتوانسته اثرات محلی میدان را به‌خوبی مدل کند. دوم، وابستگی کمتر مدل‌سازی بهبودیافته به پارامتر وسعت منطقه که از جدول ۱۰ نیز قابل استخراج است. تعداد مشاهدات در منطقه ۳ بیشتر از منطقه ۲، اما تراکم و کیفیت پراکندگی پایین‌تر است. دقت مدل‌سازی کلاسیک در آن نیز تفاوت زیادی با منطقه ۲ ندارد. در نتیجه، گسترش وسعت در منطقه ۳ نسبت به منطقه ۲ راه‌حل مؤثری نبوده است. به‌ویژه این که نوار حاشیه‌ای آن نیز در تمام اطراف به یکسان افزایش نیافته است. منطقه ۴ کیفیت و تراکم مشاهداتی پایین‌تری نسبت به منطقه ۲ دارد. نوار حاشیه‌ای آن بیشتر از همه مناطق، اما مانند منطقه ۳، دارای گسترش یکسانی به اطراف نیست. دقت مدل‌سازی کلاسیک در آن بالاترین است، در شرایطی که در مدل‌سازی

بهبودیافته با دسته بندی مشاهداتی منطقه ۴ برابر یک سانتی متر و به نحو چشمگیری بالاتر از روش های دیگر می باشد. همینطور انحراف معیار مدل سازی بهبود یافته با دسته بندی مشاهداتی منطقه ۵، به میزان ۴۹٪ بیشتر از دقت مدل EGM2008 بهترین دقت را دارد. این میزان کاهش انحراف معیار و میانگین اختلافات مدل محلی در حالی به دست آمده که در آن اولاً، از هیچ گونه برازش خطی و غیرخطی برای حذف میانگین اختلاف مدل و نقاط کنترلی استفاده نشده و ثانياً، در مقایسه با پژوهش های منتشر شده قبلی در برآورد ارتفاع ژئوئید ایران (که دقت مدل سازی در آنها نسبت به مدل های جهانی از ۱۰٪ فراتر نرفته بود)، شاهد افزایش چشمگیر دقت مدل هستیم.

آنها را از فرایند مدل سازی خارج کرد. همچنین، با مقایسه نمودار نسبی ارتفاع نقاط کنترلی (شکل ۴-الف) با اختلاف نتایج برای مدل سازی کلاسیک (شکل ۴-ب)، پیداست که وابستگی نتایج مناطق از ۱ به ۴ به ارتفاع نقاط روند کاهشی دارد. و نشان می دهد که افزایش وسعت منطقه در مدل سازی اثرات محلی ناشی از توپوگرافی مؤثر بوده است. و در صورت استفاده از کووریانس بهبود یافته، از وابستگی نتایج نه تنها به ارتفاع نقاط، که به وسعت در مدل سازی اثرات محلی مربوط به توپوگرافی منطقه نیز کاسته می شود. اطلاعات آماری پس از حذف سه نقطه از روی نتایج، در جدول ۱۲ ارائه شده که در آن میانگین دقت مدل سازی



(الف)



(ب)

شکل ۴. نمودار نسبی ارتفاع نقاط کنترلی (الف)، و نمودار نقطه به نقطه اختلاف نتایج LSC محلی و مدل های جهانی با GNSS/Leveling (ب).

جدول ۱۱. دقت ارتفاع ژئوئید حاصل از LSC منطقه ای و جهانی و مدل های جهانی EGM2008 و EIGEN6C4 تا درجه و مرتبه ۲۱۹۰ در مقایسه با GNSS/Leveling (متر).

EIGEN6C4	EGM2008	LSC		روش
		کشوری	منطقه ای	
-۱/۳	-۱/۲	-۱/۴	-۱/۴	کمینه
-۰/۱	۰/۱	-۰/۲	-۰/۲	بیشینه
-۰/۴۹	-۰/۴۱	-۰/۵۳	-۰/۵۱	میانگین
۰/۲۲۱	۰/۲۰۴	۰/۱۷۱	۰/۱۶۸	انحراف معیار

جدول ۱۲. دقت ژئوئید ارتفاعی LSC محلی بهبودیافته پس از حذف نقاط اشتباه در مقایسه با GNSS/Leveling (متر).

EGM2008	کشوری	منطقه ای	محلی				مدل
			منطقه ۵		منطقه ۴		
			بهبودیافته	کلاسیک	بهبودیافته	کلاسیک	
-۰/۹	-۰/۸	-۰/۸	-۰/۴	-۰/۶	-۰/۳	-۰/۵	کمینه
۰/۱	-۰/۲	-۰/۲	۰/۰	-۰/۱	۰/۳	۰/۰	بیشینه
-۰/۳۹	-۰/۵۱	-۰/۴۹	-۰/۲۱	-۰/۳۶	۰/۰۱	-۰/۲۶	میانگین
۰/۱۷۴	۰/۱۳۴	۰/۱۲۹	۰/۰۸۹	۰/۱۱۹	۰/۰۹۵	۰/۱۰۴	انحراف معیار

۴. جمع بندی

هدف از این پژوهش، ارزیابی امکان بهبود دقت مدل سازی ارتفاع ژئوئید و به صورت کلی تر میدان گرانی زمین از طریق پردازش و محلی سازی تابع کووریانس در روش LSC بوده است. برآورد و آنالیز ژئوئید محلی، موضوعی است که تاکنون کمتر بررسی شده است. برای این مهم، می بایست عوامل مؤثر در برآورد محلی از جمله وسعت، تراکم و پراکندگی مشاهدات محلی را مورد ارزیابی قرار داد. پیش از انجام مدل سازی LSC، اثرات جهانی و توپوگرافی سیگنال آنومالی گرانی از روی مشاهدات حذف شد که منجر به کاهش قابل توجه انحراف معیار سیگنال آنومالی گرانی شد. برای مثال، ۶۶٪ در منطقه ۴ و ۷۰٪ در منطقه ۵ (جدول ۵). به رغم این که در تصحیح توپوگرافی و براساس روش RTM مشاهدات صرفاً به روی سطح میانگین محلی زمین و نه سطح ژئوئید منتقل شد، اما بیش از ۷۵٪ از کاهش انحراف معیار سیگنال آنومالی گرانی مربوط به حذف اثرات توپوگرافی بود. این مسئله، بازگوکننده میزان تأثیر ناهمواری های توپوگرافی در محدوده استان تهران و مناطق پیرامونی اش بر میدان گرانی محلی و اهمیت مدل سازی مناسب آن است. در مدل سازی محلی ارتفاع ژئوئید و برای انتخاب محدوده مشاهداتی مناسب، مشاهدات در ۵ منطقه برحسب وسعت، تراکم و کیفیت پراکندگی مشاهدات دسته بندی شد تا پس از انجام مدل سازی، میزان تأثیر این عوامل بر روی دقت مدل سازی ارزیابی شود. برای مدل سازی LSC، ابتدا از روش کلاسیک و تابع کووریانس شرنینگ رپ استفاده شد و

سپس از روش راموز و همکاران (۲۰۲۰) و تابع کووریانس بهبودیافته، دقت نتایج این مدل سازی به همراه نتایج LSC منطقه ای و کشوری (راموز و همکاران، ۲۰۲۰) و مدل های جهانی EGM2008 و EIGEN6C4 بر روی شبکه نقاط GNSS/Leveling موجود در محدوده استان تهران محاسبه و کنترل شد. محدوده نقاط کنترلی مورداستفاده شامل شهرهای تهران، لواسان، پردیس، مامازند، قرچک، اسلام شهر، رباط کریم، شهریار، قدس و شهرهای حومه ای استان تهران و همچنین کرج و محمدشهر از استان البرز می باشد (شکل ۱). درحین پردازش نتایج مدل ها، مشخص شد که سه نقطه کنترلی دارای دقت مناسب نبوده که پس از حذف آنها انحراف معیار مدل سازی محلی ارتفاع ژئوئید در نقاط کنترلی به زیر ۰/۰۹ متر رسید که از دقیق ترین مدل جهانی در محدوده (EGM2008)، ۴۹٪ دقت بالاتری دارد. علاوه بر این، در صورتی که نقاط کنترلی به شهر تهران بزرگ (با ۴۰ نقطه) محدود شود، انحراف معیار مدل محلی LSC به ۰/۰۶ متر رسیده که به میزان ۵۱٪ دارای دقت بالاتری از مدل EGM2008 خواهد بود.

با مقایسه دسته بندی مشاهدات، مشخص شد که وسعت محدوده مشاهدات ورودی به فرایند مدل سازی تا جایی که نوار حاشیه ای آن، عدم بروز خطای لبه را تضمین کند، تأثیر زیادی بر دقت مدل سازی خواهد داشت. همچنین، گسترش یکسان نوار حاشیه ای پیرامون محدوده در افزایش دقت مدل مؤثر است. به دلیل تمرکز بیشتر انرژی سیگنال در طول موج های بلند و متوسط، دقت مدل ارتفاع ژئوئید در

استفاده از کووریانس بهبود یافته، امکان مدل سازی دقیق تر اثرات محلی میدان گرانی را فراهم می کند. به ویژه، در مناطقی مانند ایران-به دلیل محدودیت در کیفیت پراکندگی و تراکم مشاهدات- که انتخاب محدوده مناسب برای مدل سازی محلی میدان گرانی امر چالش برانگیزی است، می تواند کاربرد داشته باشد.

انتظار می رود، در صورت پیاده سازی محلی مدل ژئوئید مشابه روش این مطالعه، شاهد افزایش دقت مدل ارتفاع ژئوئید در دیگر استان ها و شهرهای بزرگ کشور باشیم. همچنین، به عنوان پژوهش های آتی و برای ارتقای بیشتر دقت مدل ژئوئید، می توان بر روی حذف محدودیت تئوریک روش LSC در لحاظ ارتفاع نقاط مشاهداتی، مدل سازی آنومالی چگالی با استفاده از شبکه داده های چگالی نقطه ای و آنالیز مدل های جهانی جدید در محدوده تحقیقاتی، مطالعه کرد. افزون بر این، انتظار می رود در صورت برآورد تابع کووریانس ترکیبی (مشاهدات گرانی و GNSS/Leveling) به طرز مناسب تری وضعیت میدان گرانی محلی را مدل سازی کرده و موجب افزایش دقت مدل ژئوئید برآوردی شود.

مراجع

صفری، ع.، راموز، ص. و جمعه گی، ع.، ۱۳۹۳، بهبود مدل سازی محلی میدان گرانی به روش تبدیل هم جایی از راه چگالی پوسته، مدل های ژئوتانسسیل جهانی و تلفیق مشاهدات ژئودتیک منطقه تحقیقاتی: پارس ساحلی، م. فیزیک زمین و فضا، ۴۰(۴)، ۸۳-۹۸.

صفری، ع.، ۱۳۹۵، ژئودزی فیزیکی، دانشگاه تهران، چاپ سوم، شابک ۹۶۴۰۳۶۲۹۷۶-۹۷۸.

مقایسه با دیگر کمیت های میدان گرانی به ناکافی بودن وسعت محدوده مشاهداتی حساس تر است. از سوی دیگر، افزایش بی رویه وسعت محدوده نیز در مدل سازی محلی مؤثر نخواهد بود. زیرا، استخراج اثرات محلی میدان گرانی در منطقه مطالعاتی را دشوار می کند. ضمن این که، افزایش وسعت حداقل در ایران با کاهش تراکم و کیفیت پراکندگی مشاهدات همراه است که خود مانعی در مدل سازی درست اثرات محلی میدان می باشد.

پارامتر تراکم مشاهدات و کیفیت پراکندگی آنها در منطقه مطالعاتی (که بیشترین تأثیر را بر دقت مدل سازی محلی LSC دارد) رفتار پیچیده تری بر مدل سازی محلی دارد. راموز و همکاران (۲۰۲۰) در مطالعه خود، وابستگی مستقیم بین دقت وضعیت پراکندگی در مدل سازی آنومالی جاذبه را مشاهده کردند. در حالی که، حیدری زاده و همکاران (۲۰۲۰) در همان منطقه مطالعاتی، رابطه معکوس بین دقت و وضعیت پراکندگی در مدل سازی ارتفاع ژئوئید را نتیجه گرفتند. گرچه شاهد رفتار تقریباً مشابهی از تأثیر وضعیت پراکندگی بر دقت مدل سازی با نتایج حیدری زاده و همکاران (۲۰۲۰) هستیم، به دلیل تأثیر همزمان عامل وسعت، امکان نتیجه گیری صریح در مورد میزان تأثیر وضعیت پراکندگی بر دقت مدل سازی در این تحقیق وجود ندارد. اما، می توان گفت که در مناطق فاقد پوشش مناسب مشاهدات، عمل کرد کووریانس بهبود یافته در مدل سازی اثرات محلی (در مقایسه با مناطق با پوشش مناسب) به مراتب بهتر از کووریانس کلاسیک خواهد بود. علاوه بر این، در استخراج اثرات محلی میدان، کووریانس بهبود یافته حساسیت کمتری به پارامتر وسعت محدوده دارد. با این وصف، می توان ادعا کرد که

Barzaghi, R., Borghi, A. and Sona, G., 2001, New Covariance Models for Local Applications of Collocation, in: IV Hotine-Marussi Symposium on Mathematical Geodesy, edited by: Benciolini, B., IAG Symposia, Springer, Berlin, Heidelberg, 122, 91-101, https://doi.org/10.1007/978-3-642-56677-6_15.

Darbeheshti, N. and Featherstone, W. E., 2009, Non-stationary covariance function modelling in 2D least-squares collocation, *J. Geod.*, 83, 495-508, <https://doi.org/10.1007/s00190-008-0267-0>.

Featherstone, W., 1998, Do We Need a Gravimetric Geoid or a Model of the Australian Height Datum to Transform GPS Heights in Australia?, *The Australian Surveyor* 43 (4). Inpress.

Foroughi, I., Afrasteh, Y., Ramouz, S. and Safari, A., 2017, Local evaluation of Earth Gravitational Models, case study: Iran, *Geodesy Cartogr.* 43, 1-13, <https://doi.org/10.3846/20296991.2017.1299839>.

Forsberg, R., 1984, A Study of Terrain

- Reductions, Density Anomalies and Geophysical Inversion Methods in Gravity Field Modelling, Report 355, Department of Geodetic Science and Surveying, The Ohio State University, Columbus.
- Förste, C., Bruinsma, S., Abrikosov, O., Lemoine, J. M., Marty, J. C., Flechtner, F., Balmino, G., Barthelmes, F., and Biancale, R., 2014, EIGEN-6C4 The latest combined global gravity field model including GOCE data up to degree and order 2190 of GFZ Potsdam and GRGS Toulouse, GFZ Data Services, <https://doi.org/10.5880/icgem.2015.1>.
- Hatam C. Y., 2010, Etablissement des nouveaux reseaux multi-observations geodesiques et gravimetriques et determination du geode en Iran. PhD Thesis. Geophysics, University Montpellier 2, Montpellier, France (in French).
- Heydarizadeh Shali H., Ramouz S., Safari A. and Barzaghi R., 2020, Assessment of Tscherning-Rapp covariance in Earth gravity modeling using gravity gradient and GPS/leveling observations, European Geosciences Union General Assembly, Vienna, Austria, doi:10.5194/egusphere-egu2020-1059.
- Heiskanen W.A. and Moritz H., 1967, Physical Geodesy. W.H. Freeman, San Francisco, CA.
- Hirt C., 2011, Assessment of EGM2008 over Germany using accurate quasigeoid heights from vertical deflections, GCG05 and GPS/levelling. Zeitschrift für Geodäsie, Geoinformation und Landmanagement, 136(3), 138149.
- Ince, E. S., Barthelmes, F., Reißland, S., Elger, K., Förste, C., Flechtner, F. and Schuh, H., 2019, ICGEM – 15 years of successful collection and distribution of global gravitational models, associated services and future plans.-Earth System Science Data, 11, pp. 647-674, DOI: <http://doi.org/10.5194/essd-11-647-2019>.
- Keller, W., 2002, A Wavelet Solution to 1D Non-Stationary Collocation with Extension to the 2D Case, in: Gravity, Geoid and Geodynamics 2000, edited by: Sideris, M. G., IAG Symposia, Springer, Berlin, Heidelberg, 123, 79–84, https://doi.org/10.1007/978-3-662-04827-6_13.
- Kiamehr, R., 2006, Precise Gravimetric Geoid Model for Iran Based on GRACE and SRTM Data and the Least-Squares Modification of Stokes' Formula: with Some Geodynamic Interpretations. PhD Thesis. Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden.
- Kotsakis, C., 2007, Least-squares collocation with covariance-matching constraints, J. Geod., 81, 661–677, <https://doi.org/10.1007/s00190-007-0133-5>.
- Moritz, H., 1980, Advanced Physical Geodesy, Herbert Wichmann Verlag, Karlsruhe.
- Nahavandchi, H. and Soltanpour, A., 2005, Improved determination of heights using a conversion surface by combining gravimetric quasi/geoid and GPS-levelling height differences. Stud. Geophys. Geod., 50, 165180.
- NASA, 2013, NASA Shuttle Radar Topography Mission Global 1 arc second, Data set, NASA LP DAAC, <https://doi.org/10.5067/measures/srtm/srtmg11.003>.
- Pavlis, N. K., Holmes, S. A., Kenyon, S. C. and Factor, J. K., 2012, The development and evaluation of the Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008). J. Geophys. Res.-Solid Earth, 117, B04406, DOI:10.1029/2011JB008916.
- Ramouz, S., Afrasteh, Y., Reguzzoni, M., Safari, A. and Saadat, A., 2019, IRG2018: A regional geoid model in Iran using Least Squares Collocation, Studia Geophysica et Geodaetica, 63, 191–214, <https://doi.org/10.1007/s11200-018-0116-4>.
- Ramouz, S., Reguzzoni M., Afrasteh, Y., Safari, A., 2020, Assessment of Local Covariance Estimation Through Least Squares Collocation Over Iran, Adv. Geosci., 50, 65-75, <https://doi.org/10.5194/adgeo-50-65-2020>.
- Saadat, A., Safari, A. and Needell, D., 2018, IRG2016: RBF-based regional geoid model of Iran, Studia Geophysica et Geodaetica, 62, 380–407, <https://doi.org/10.1007/s11200-016-0679-x>.
- Safari, A., Ardalan A. A. and Grafarend, E. W., 2005, A new ellipsoidal gravimetric, satellite altimetry and astronomic boundary value problem, a case study: The geoid of Iran. J. Geodyn., 39, 545568.
- Sansò, F. and Sideris, M. G., 2013, Geoid Determination: Theory and Methods, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, <https://doi.org/10.1007/978-3-540-74700-0>.
- Tscherning, C. C., 1999, Construction of anisotropic covariance functions using sums of Riesz-representers, J. Geod., 73, 332–336, <https://doi.org/10.1007/s001900050250>.
- Tscherning, C. C., 2015, Least-squares collocation. In: Grafarend E. (Ed.), Encyclopedia of Geodesy. Springer, Cham, Switzerland, DOI: 10.1007/978-3-319-02370-0_51-1.
- Tscherning, C. C., Forsberg, R. and Knudsen, P., 1992, The GRAVSOFTE package for geoid determination. Proceedings of the 1st Continental Workshop on the Geoid in Europe, Prague. Research Institute of

- Geodesy, Topography and Cartography, Prague, Czech Republic.
- Tscherning, C. C. and Rapp, R., 1974, Closed Covariance Expressions for Gravity Anomalies, Geoid Undulations, and Deflections of the Vertical Implied by Anomaly Degree Variance Models, Report 208, Department of Geodetic Science, The Ohio State University, Columbus.
- Yildiz, H., Forsberg, R., Ågren, J., Tscherning, C. C. and Sjöberg, L. E., 2012, Comparison of Remote Compute Restore and Least Squares Modification Stokes' Formula Techniques to Quasi-Geoid Determination over Auvergne Test Area, *J. Geod. Sci.*, 2, 53–64, <https://doi.org/10.2478/v10156-011-0024-9>.

Assessment of the Improved Covariance in Local Geoid Modeling Using Least Squares Collocation-Case study: Tehran Province

Ramouz, S.^{1*} and Safari, A. R.²

1. M.Sc. Graduated, Department of Surveying and Geomatics Engineering, Faculty of Engineering, University of Tehran, Iran

2. Professor, Department of Surveying and Geomatics Engineering, Faculty of Engineering, University of Tehran, Iran

(Received: 13 June 2020, Accepted: 29 Sep 2020)

Summary

The idea of using Improved covariance (I_COV) through Least Squares Collocation (LSC) was first introduced and assessed on gravity anomalies (Ramouz et al, 2020) and geoid heights (Heydarizadeh et al, 2020) modeling over four regions with different data distribution and topography patterns in Iran. The results of these two researches showed that using I_COV could enhance gravity field modeling, specifically the medium to short wave-lengths of the signal which are embedded in the local and near-surface masses and surface density anomalies. For instance, implementing I_COV on a region with rough topography is more effective than classic covariance, in comparison with regions with smooth topography.

The gravity and GNSS/Leveling networks of Iran suffer from the lack of sufficient and well distributed observations. Moreover, existence of Alborz and Zagros mountain chains and the rough topography in the North, South and West of Iran, make regional gravity modeling that cover the whole country a difficult task. On the other hand, thanks to the development in satellite gravity technology and observations that have improved the accuracy of long-wavelength modeling of the Earth gravity field. So, quality processing and densifying terrestrial observations, incorporating high resolution Digital Elevation Models (DEM)s and improving geodetic boundary value problems are the available solutions to extract the medium to short-wavelength of the gravity signal to improve the gravity modeling. In this way, investigation of the effect of area size selection of the terrestrial observations, data density and distribution and topography roughness is classified in the spatial localization of the gravity field modeling.

The goal of this research is to analysis the contribution of the observations' area size, density and distribution parameters on the accuracy of the local geoid height modeling and assess the possibility of model enhancement through execution I_COV procedure via LSC algorithm. As input, EIGEN-6C4 Global Gravity Model (GGM) up to degree/order 360, terrestrial gravimetric observations inside and around Tehran Province (measured by National Cartographic Center of Iran) and SRTM-1arc-min DEM are used via Remote-Compute-Restore technique.

To determine the analytical covariance function in order to applying LSC, first, an empirical covariance is computed from the terrestrial observations. Then, the Tscherning-Rapp 1974 (TR1974) covariance function is fitted to the empirical one and its three parameters are estimated to calculate the auto and cross-covariance of the LSC modeling formula. After LSC, the systematic parts of the signal i.e. global and topographic effects are restored. To implement the I_COV idea in gravity field localization, the value selection of TR1974 parameters are entered in iterative process to enhance the covariance model and improve the accuracy of the local model.

Assessment of the computed local model with the 141 GNSS/Leveling control points (measured by NCC) illustrates that STD of the model is about 8.9 cm inside the case study. Furthermore, if the comparison is limited to 40 control points inside Tehran City, STD of the model will be about 6.1 cm. To draw a comparative picture, the accuracy of this local model is 49% and 51% higher than EGM 2008 model (which has been the most accurate GGM in the region so far) over the same control points.

Keywords: Least Squares Collocation, Earth gravity field localization, Geoid height, Remove-Compute-Restore, EGM2008.

* Corresponding author: