

شبیه‌سازی عددی و بررسی آزمایشگاهی ضریب پخشیدگی گرمایی خاک یخ‌زده در شرایط رطوبتی متفاوت

یونس خوشخو^{۱*}، علی خلیلی^۲، حسن رحیمی^۳ و پرویز ایران‌نژاد^۴

^۱ دانش‌آموخته کارشناسی ارشد هواشناسی کشاورزی، دانشکده مهندسی خاک و آب، پردیس کشاورزی و منابع طبیعی دانشگاه تهران

^۲ استاد بازنشسته، دانشکده مهندسی خاک و آب، پردیس کشاورزی و منابع طبیعی دانشگاه تهران

^۳ استاد بازنشسته، دانشکده مهندسی خاک و آب، پردیس کشاورزی و منابع طبیعی دانشگاه تهران

^۴ استادیار، گروه فیزیک فضا، مؤسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران، ایران

(دریافت: ۸۶/۱۱/۳۰، پذیرش نهایی: ۸۷/۷/۲)

چکیده

در این تحقیق ضریب پخشیدگی گرمایی خاک سیلت رسی در رطوبت‌های وزنی ۵، ۱۰، ۱۵، و ۲۰ درصد در حالت وقوع پدیده یخبندان در خاک مورد بررسی قرار گرفته است. برای برآورد ضریب پخشیدگی گرمایی (α) ابتدا معادله پخش گرما در خاک به روش کرانک-نیکلسون برای مقادیر متفاوت فرضی در محدوده تغییرات آن حل شد. سپس با استفاده از معیار جذر متوسط مربعات خطا (RMSE) بین مقادیر دمای خاک محاسباتی و مشاهداتی در زمان‌ها و اعماق متفاوت، مقدار بهینه α به روش سعی و خطا برای رطوبت‌های پیش‌گفته استخراج شد. برای جمع‌آوری داده‌های مورد نیاز در حل معادله پخش گرما در خاک، از ۷ حس‌گر گرمایی در اعماق گوناگون خاک استفاده شد. برای دستیابی به شرایط یخبندان در خاک از دستگاه تبرید که قادر به تولید سرما تا دمای ۲۰- درجه سلسیوس بود استفاده به عمل آمد. استخراج α برای دو مقطع مجزا از داده‌های مشاهداتی به انجام رسید. مقطع اول که نمایانگر شرایط وقوع یخبندان کامل خاک بود از بین داده‌هایی انتخاب شد که در آن دمای خاک در کلیه اعماق خاک و در زمان‌های متفاوت مقادیری منفی و کمتر از ۲- درجه سلسیوس را داشت و مقطع دوم که نمایانگر شرایط نبود یخبندان کامل در خاک بود طوری انتخاب شد که در آن دمای خاک در بخشی از مقطع انتخاب شده مثبت و در بخشی دیگر منفی بود. طبق نتایج به‌دست آمده، مدل به‌کار گرفته شده در این تحقیق در حالت یخبندان کامل منجر به حصول مقادیر RMSE کم و به‌دست آمدن نتایجی منطقی و قابل قبول شد ولی در حالت نبود یخبندان کامل مقادیر RMSE به طرز قابل توجهی زیاد شد و این امر سبب ناکارآمد شدن مدل و به‌دست آمدن نتایجی غیرمنطقی شد که وقوع این امر به نقض فرضیات مورد نیاز معادله و اعمال خطاهای اضافی در اثر آن در حالت اخیر نسبت داده شد.

واژه‌های کلیدی: ضریب پخشیدگی گرمایی، شبیه‌سازی عددی، یخبندان خاک، رطوبت، روش کرانک-نیکلسون

Numerical simulation and experimental investigation of the thermal diffusivity of frozen soil under different moisture contents conditions

Khoshkhoo, Y¹., Khalili, A²., Rahimi, H³. and Irannejad, P⁴.

¹ Graduate Student of Agrometeorology, College of Water and Soil Engineering, Faculty of Agriculture and Natural Resources, University of Tehran, Iran

² Professor, College of Water and Soil Engineering, Faculty of Agriculture and Natural Resources, University of Tehran, Iran

³ Professor, College of Water and Soil Engineering, Faculty of Agriculture and Natural Resources, University of Tehran, Iran

⁴ Assistant Professor, Space Physics Department, Institute of Geophysics, University of Tehran, Iran

(Received: 19 Feb 2008, Accepted: 23 Sep 2008)

Abstract

Soil thermal diffusivity is considered as the most important thermal characteristic of the

soil which indicates the gradient of its warming due to a unit change in its temperature. Several methods are available to determine soil thermal diffusivity from observed temperature variations. Most of these methods are based on solutions of the one-dimensional conduction heat equation with constant diffusivity and thus apply to uniform soils only.

In the absence of local heat sources or sinks, the equation describing conductive heat transfer in a one-dimensional isotropic medium is:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad (1)$$

where T is temperature, t is time, z is the soil depth, and $\alpha (= k/C)$ is the thermal diffusivity of the soil (m^2s^{-1}), equal to k/C and C being the volumetric heat capacity ($Jm^{-3} K^{-1}$). Several methods have been developed for estimating the soil diffusivity using equation (1). Horton et al. (1983) have tested six methods and concluded that Harmonic Equation and Numerical Method provide the most accurate results among all. The finite difference is considered as the most applicable method for numerical solution of the heat conduction equation in soils. For approximation of partial derivatives using finite differences, different algorithms may be used. In the present research, the Crank-Nicolson method which has a high degree of accuracy was employed. Using the above method, equation (1) can be discretised as:

$$\frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\Delta t} = \alpha \frac{T_{i+1}^{n+1/2} - 2T_i^{n+1/2} + T_{i-1}^{n+1/2}}{(\Delta z)^2} \quad (2)$$

$$\text{with } T_{i+1}^{n+1/2} = \frac{T_{i+1}^{n+1} + T_{i+1}^n}{2}$$

$$\text{and } T_i^{n+1/2} = \frac{T_i^{n+1} + T_i^n}{2}.$$

where n and i indicate the depth node and time step, respectively.

In the present work, for numerical solution of the equation, time intervals of 1 second ($\Delta t = 1s$) and spatial intervals of 1cm ($\Delta z = 1cm$) have been employed. With application of the Crank-Nicolson method, a set of simultaneous equations will be produced for each time interval. This set of simultaneous equations can be solved using different methods. In the present research the Tri-Diagonal Matrix Algorithm (TDMA) method has been employed. When the initial and boundary conditions are known and soil temperatures at different points have been measured, the soil thermal diffusivity can be determined using a trial and error technique. The approach is based on solving equation (2) iteratively by changing α , and determining the α -value based on which the calculated values of temperature best match observations. In the present work the criterion used for choosing α is minimizing the Root Mean Square Error (RMSE) of the calculated (C_i) against observed (M_i) temperature:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum (C_i - M_i)^2}{n}}$$

The above procedure was conducted to evaluate the thermal diffusivity (α) of a silty soil with mass moisture contents of 5, 10, 15 and 20 per cent. A chamber with dimensions of 500×500×800 mm was made and its walls and bottom were carefully insulated using

layers of plasto-foam sheets with a thickness of 100mm, to minimize the exchange of heat with the surrounding environment. The chamber was filled with the soil of given texture and moisture. To eliminate evaporation from the top surface of the soil, it was covered by a plastic sheet. Temperature was measured using seven thermometers installed at the depths of 50, 110, 170, 250, 350, and 500 mm, as well as at the top surface of the soils. The sensors were connected to a computer, where soil temperatures were recorded at 1 min intervals. A frost condition in soil was simulated with the use of a cooling system located at the top of the soil that was able to produce temperatures as low as -20°C .

Thermal diffusivity was estimated for two different thermal conditions in the soil profile: one with temperatures lower than -2°C throughout the soil at all times, and the other having temperatures lower than zero degrees centigrade at some and higher than zero at other depths.

According to the results, the model used in this study led to a low RMSE (between 0.41 to 0.71°C) and reasonable predictions of soil temperature for the first case (i.e. temperatures lower than -2°C at all times and depths). The results showed that the values of α increased with increasing moisture content up to a critical point and then decreased. The maximum value of α occurred at 15 percent moisture content.

The model failed to estimate the soil temperature profile within an acceptable range of error in the second case. The range of RMSE values between the simulated and measured temperature in this case was found between 1.58 to 2.76°C . This failure was attributed to the fact that the assumptions made in solving the heat conduction equation, namely homogeneity of soil and lack of sources and sinks of heat within the soil, were not fulfilled for the second case.

Key words: Thermal diffusivity, Numerical simulation, Soil freezing, Soil moisture, Crank-Nicolson scheme

۱ مقدمه

آن به دست می‌آید، مهم‌ترین ویژگی گرمایی خاک است که تعیین‌کننده آهنگ تغییرات دمای خاک در اثر وجود گرادیان‌های دمایی در اعماق گوناگون است. عوامل متعددی بر ضریب پخشیدگی گرمایی خاک اثر گذارند که در زمره اثر گذارترین این عوامل می‌توان به ترکیب مواد معدنی و آلی خاک، چگالی حجمی و مقدار رطوبت و هوای خاک اشاره کرد (هیلل، ۱۹۸۰) و رطوبت خاک را می‌توان اصلی‌ترین عامل آن به حساب آورد (بکمان و همکاران، ۲۰۰۱؛ لیبیک و همکاران، ۲۰۰۷). نظر به اینکه ضریب پخشیدگی گرمایی آب مایع و یخ به طرز قابل توجهی متفاوت از هم‌اند طبیعی است که ضریب پخشیدگی گرمایی خاک یخ‌زده و غیر یخ‌زده نیز متفاوت از هم است. روش‌های متعددی برای تعیین ضریب

دمای خاک یکی از مهم‌ترین ویژگی‌های آن است که منشأ اثرات مهمی روی فرایندهای متفاوت فیزیکی، شیمیایی و زیست‌شناختی خاک است و در تبادلات انرژی بین سطح خاک و جو نقش ویژه‌ای دارد. دمای هر نقطه از خاک در یک لحظه معین از دو دسته کلی عوامل محیطی و درونی اثر می‌پذیرد. عوامل محیطی تعیین‌کننده مقدار کل انرژی دریافت شده سطح خاک است و به تبادلات انرژی بین خاک با محیط بیرونی آن مربوط می‌شوند و عوامل درونی شامل مجموعه فرایندهای پیچیده انتقال گرما در خاک‌اند که شدت آنها وابسته به ویژگی‌های گرمایی خاک است و نحوه توزیع دما در خاک وابسته به این عوامل است. ضریب پخشیدگی گرمایی (α) که از نسبت ضریب رسانش گرمایی خاک بر ظرفیت گرمایی

پخشیدگی گرمایی خاک مطرح شده است که غالب این روش‌ها بر مبنای حل یک‌بعدی معادله پخش گرما در خاک پایه‌ریزی شده‌اند و فقط برای خاک‌های همگن قابل استفاده‌اند (وان و بیجک، ۱۹۶۳؛ نرپین و چودونسکی، ۱۹۶۷؛ اسرار و کانماسو، ۱۹۸۳). این دسته از روش‌ها برای کل خاک مقدار ثابت α را به دست می‌دهند و در شرایط طبیعی برای لایه‌های فوقانی که تا حدود زیادی خاک را می‌توان همگن در نظر گرفت، نتایج قابل قبولی به دست می‌دهند. از بین مهم‌ترین روش‌هایی که برای حل معادله پخش گرما در خاک ارائه شده‌اند می‌توان به ۶ روش: دامنه، فازی، آرک تانژانت، لگاریتمی، هارمونیک و عددی اشاره کرد (هورتن و همکاران، ۱۹۸۳). طبق نظر هورتن و همکاران از بین ۶ روش فوق، روش‌های دامنه، فازی، لگاریتمی و آرک تانژانت برای محاسبات به اندازه‌گیری‌های دمای خاک کمتری نیاز دارند و به لحاظ کاربرد، سادگی بیشتری دارند اما در برخی موارد ممکن است نتایج غیرمنطقی از این روش‌ها حاصل آید. روش‌های عددی و هارمونیک برای محاسبات، به اندازه‌گیری‌های بیشتری نیاز دارند اما دارای این مزیت‌اند که برآوردهای قابل قبول‌تری به دست می‌دهند. ویرنگا و همکاران (۱۹۶۹) مستقل بودن روش عددی از شکل و دوره‌های تناوب منحنی دما در سطح خاک را در حکم یکی از مزایای استفاده از این روش نسبت به سایر روش‌ها معرفی کردند. همچنین بررسی‌های متعدد صورت گرفته حاکی از اهمیت و کاربرد بیشتر روش عددی نسبت به سایر روش‌ها است که در زیر به برخی از آنها اشاره‌ای می‌شود. ساریف و همکاران (۲۰۰۱) کارایی روش عددی در پیش‌بینی دمای خاک برای درصدهای رطوبتی متفاوت را در دماهای بالای صفر مورد بررسی قرار دادند و تفاوت‌های بین مقادیر دمای خاک مشاهداتی و محاسباتی را به وقوع تبخیر از سطح خاک و ناهمگنی توزیع رطوبت در نیم‌رخ خاک نسبت دادند. زانگ و

اوسترکمپ (۱۹۹۵) فرضیات مورد نیاز برای به‌کارگیری روش عددی در محاسبه ضریب پخشیدگی گرمایی خاک را مورد بررسی قرار دادند و انتخاب فواصل ریز زمانی و مکانی بین اندازه‌گیری‌های دمای خاک و رخ ندادن تغییر فاز آب در نیم‌رخ خاک را به مثابه عوامل مؤثر در میزان دقت این روش مطرح کردند. روگریو و کیوریجن (۲۰۰۴) انتقال گرما در خاک را با استفاده از حل عددی معادله پخش گرما در خاک مورد بررسی قرار دادند و به این نتیجه رسیدند که انتخاب فواصل نامناسب زمانی و مکانی (Δz ، Δt) می‌تواند سبب ایجاد خطاهای معنی‌داری در نتایج شود.

تحقیقات متعدد صورت گرفته در ارتباط با بررسی ضریب پخشیدگی گرمایی خاک، بیشتر در دماهای بالای صفر به انجام رسیده‌اند. ولی در این تحقیق به شبیه‌سازی عددی و تحقیق آزمایشگاهی ضریب پخشیدگی گرمایی بافت سیلت رسی در درصدهای رطوبتی متفاوت تحت شرایط یخبندان خاک پرداخته شده است.

۲ مبانی نظری مسئله

انتقال گرما در خاک به طرز مهم و مؤثری فرایندهای انتقال انرژی در سطح خاک به اعماق آن را به هم مرتبط می‌سازد. انتقال گرما در یک محیط متخلخل و مرکب از چندین فاز (نظیر خاک) از پیچیدگی‌های بیشتری نسبت به محیط‌های تک‌فازی نظیر اجسام کاملاً جامد برخوردار است. با وجود این، اصول بنیادی حاکم بر انتقال گرما در محیط‌های تک‌فازی و چندفازی شبیه هم است و قوانین مشابهی بر آنها حاکم‌اند (جری و هورتن، ۲۰۰۴). فرایند رسانش نسبت به سایر فرایندها بیشترین سهم را در انتقال گرما در خاک بر عهده دارد و تابع قانونی است که فوریه در ۱۸۲۲ برای انتقال گرما در جامدات به دست آورده است (هیلل، ۱۹۸۰). این قانون بیان می‌کند که جریان گرما در یک جسم همگن در جهت گرادیان دما و

در صورتی که ضریب α برحسب عمق را بتوان مقدار ثابتی در نظر گرفت، معادله یک‌بعدی پخشیدگی گرما در جهت Z (از سطح خاک به عمق) حاصل می‌شود:

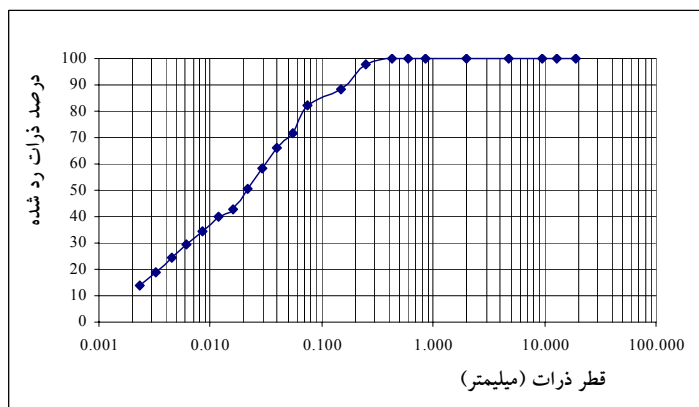
$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad (۴)$$

که در آن T دما برحسب کلوین، t زمان برحسب ثانیه، Z عمق برحسب متر، و α ضریب پخشیدگی گرمایی برحسب متر مربع بر ثانیه است. به‌کارگیری معادله (۴) مستلزم رعایت فرضیات مورد اقتضای آن است که این فرضیات شامل مستقل بودن α نسبت به عمق (به معنی همگنی کامل خاک به لحاظ همه عوامل اثرگذار بر α)، تک‌بعدی بودن جهت انتقال گرما (از سطح خاک به اعماق آن و به‌عکس)، و نبود انتقال گرما به طریق پنهان و فرارفتی در اثر حرکت آب در خاک است.

۳ مواد و روش‌ها

۱-۳ تجهیزات آزمایشگاهی

بافتی که برای تحقیق انتخاب شد سیلت رسی بود که بررسی ضریب پخشیدگی گرمایی آن در رطوبت‌های وزنی ۵، ۱۰، ۱۵، و ۲۰ درصد به انجام رسید. منحنی دانه‌بندی بافت سیلت رسی مورد مطالعه در شکل ۱ نشان داده شده است.



شکل ۱. منحنی دانه‌بندی بافت سیلت رسی.

متناسب با آن است و در شرایط ایستا در حالت یک‌بعدی، مطابق رابطه زیر قابل بیان است:

$$q_h = -K_z \frac{dT}{dz} \quad (۱)$$

که در آن q_h شار گرما (مقدار گرمایی که در واحد زمان از واحد سطح مقطع جسم عبور می‌کند) برحسب وات بر متر مربع، K_z ضریب رسانش گرمایی برحسب وات بر متر بر کلوین و $\frac{dT}{dz}$ بیانگر تغییرات دما نسبت به عمق است و برحسب کلوین بر متر بیان می‌شود. برای تبیین انتقال گرما در شرایط غیر ایستا، لازم است از اصل پایستگی انرژی در قالب معادله پیوستگی بهره گرفته شود که در حالت یک‌بعدی رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$\rho c_m \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad (۲)$$

که در آن ρ چگالی جسم، c_m گرمای ویژه آن و $\frac{\partial T}{\partial t}$ آهنگ زمانی تغییر دما است. با اعمال رابطه $\alpha = \frac{K_z}{\rho c_m}$ و تقسیم طرفین رابطه فوق بر ρc_m معادله زیر حاصل می‌شود:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\alpha \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad (۳)$$



شکل ۲. دریابه دمایی SMT-160-30 استفاده شده در این تحقیق.

دمای سطح خاک در شروع آزمایش‌ها برای درصدهای رطوبتی متفاوت بین $+10$ تا $+15$ درجه سلسیوس بود. برای اعمال دماهای منفی به سطح خاک و حصول شرایط یخبندان در خاک، از دستگاه تبرید استفاده شد. این دستگاه از خاصیت تبخیر ماده سرمازا (در این پژوهش فرئون ۲۲) در اثر کاهش فشار برای پایین آوردن دمای محیط بهره می‌گرفت و قادر بود تا دمای سطح خاک را تا -20 درجه سلسیوس کاهش دهد. برای به حداقل رساندن تبخیر از لایه‌های بالایی، سطح خاک با لایه‌ای از پلاستیک پوشانده شد. برای استخراج مقدار α تحت شرایط یخبندان خاک، از بین داده‌های دمای خاک به ثبت رسیده در زمان‌ها و اعماق متفاوت در هر درصد رطوبتی معین، دو مقطع 24 ساعته مجزا انتخاب شد. مقطع اول از بین داده‌هایی انتخاب شد که در آن، دمای خاک در همه اعماق خاک و در زمان‌های متفاوت مقادیری منفی و کمتر از -2 درجه سلسیوس داشت که این مقطع نمایانگر حالت وقوع کامل پدیده یخبندان در سراسر نیمرخ خاک در نظر گرفته شد. مقطع زمانی دوم نیز طوری انتخاب شد که در آن، دمای خاک در بخشی از مقطع انتخاب شده مثبت و در بخشی دیگر مقادیر منفی داشته باشد، به طوری که لحظه شروع یخبندان در بازه انتخاب شده قرار گیرد. این بازه در واقع معرف حالتی بود

مشاهدات آزمایشگاهی با هدف جمع‌آوری داده‌های مورد نیاز برای برآورد ضریب پخشیدگی گرمایی خاک با استفاده از حل عددی معادله پخش گرما در خاک صورت گرفت. به این منظور، اندازه‌گیری‌هایی از دمای خاک در سطح خاک و اعماق متفاوت آن در فواصل زمانی کوتاه به انجام رسید. نظر به اینکه به کارگیری معادله یک‌بعدی پخش گرما در خاک مجموعه فرضیات و شرایطی را اقتضاء می‌کند، برای ارضای بهتر این فرضیات ترجیح داده شد که مشاهدات آزمایشگاهی در شرایط مصنوعی صورت گیرد. به این منظور ابتدا محفظه‌ای معکبی شکل از جنس پلاکسی‌گلاس به ابعاد $20 \times 40 \times 80$ سانتی‌متر برای قرار دادن خاک تهیه شد. برای برقراری فرض یک‌بعدی بودن جهت انتقال (به صورت قائم از سطح خاک به اعماق آن)، کلیه وجوه این محفظه به استثنای سطح خاک با عایقی از جنس پلاستوفوم به ضخامت 10 سانتی‌متر پوشانده شد. 6 حس‌گر دما در اعماق 5 ، 11 ، 17 ، 25 ، 35 و 50 سانتی‌متری از سطح خاک و یک حس‌گر دما نیز در سطح خاک کار گذاشته شد. این حس‌گرها از نوع SMT-160-30 بودند و به واسطه یک مدار ارتباطی قادر بودند به طور خودکار در فواصل زمانی دلخواه مقادیر دما را ثبت و ذخیره کنند. دریابه SMT-160-30 متشکل از سه پایه خروجی است که دو پایه آن برای تأمین نیروی برق 5 ولت به کار رفته و پایه دیگر آن حامل سیگنال خروجی حس‌گر است. سیگنال خروجی به صورت یک موج با بسامد 1 الی 4 کیلوهرتز است و به آسانی می‌تواند با یک میکروکنترلر مورد پردازش قرار گیرد. این حس‌گر در دامنه دمای بین -45 الی $+150$ درجه سلسیوس قادر به اندازه‌گیری دما است. دقت آن در دامنه دمایی 30 - الی 100 + درجه سلسیوس به میزان ± 0.7 درجه است. شکل ۲ حس‌گر دمایی مورد استفاده در این تحقیق را نشان می‌دهد.

$$T_{i+1}^{n+1/2} = \frac{T_{i+1}^{n+1} + T_{i+1}^n}{2}$$

و

$$T_i^{n+1/2} = \frac{T_i^{n+1} + T_i^n}{2}$$

است. در صورتی که تغییر متغیر $d = \alpha \frac{\Delta t}{(\Delta z)^2}$ در

معادله (۵) اعمال شود، می‌توان به رابطه ساده شده زیر رسید:

$$(1+d)T_i^{n+1} = \frac{d}{2}T_{i-1}^{n+1} + \frac{d}{2}T_{i+1}^{n+1} + \frac{d}{2}T_{i-1}^n + \frac{d}{2}T_{i+1}^n + (1-d)T_i^n \quad (6)$$

که در روابط فوق، نمابه‌های n و i به ترتیب معرف فواصل زمانی و مکانی‌اند. روش کرانک- نیکلسون به ازای همه مقادیر Δt و Δz پایدار است اما با ریزتر شدن گام زمانی و مکانی حل معادله، دقت بیشتری پیدا خواهد کرد (جرالد و ویتلی، ۱۹۸۹). گام زمانی در نظر گرفته شده در این تحقیق معادل ۱ ثانیه و گام مکانی معادل ۱ سانتی‌متر بوده است. به‌کارگیری روش کرانک- نیکلسون، سبب تشکیل یک دستگاه معادلات در هر گام زمانی می‌شود که برای حل دستگاه معادلات از الگوریتم ماتریس سه‌قطری (TDMA) (Tri-Diagonal Matrix) استفاده شد. این روش در زمره روش‌های مستقیم حل دستگاه معادلات به شمار می‌رود و حالت ساده شده‌ای از روش حذفی گاوس است (جرالد و ویتلی، ۱۹۸۹). روند کلی فوق که منجر به برآورد مقادیر دمای خاک در گام‌های زمانی و مکانی متفاوت می‌شود برای حالتی بود که مقدار α از قبل معلوم باشد. در صورتی که هدف از حل پخش گرما در خاک استخراج مقدار α باشد بایستی با استفاده از روش سعی و خطا اختیار کردن مقادیر فرضی مختلف α در محدوده تغییرات قابل قبول آن، از حل عددی معادله (۴) برای

که در آن در بخشی از خاک یخبندان روی داده و در بخشی دیگر حالت نبود یخبندان حاکم بوده است. انتخاب دو حالت فوق با هدف قابلیت‌سنجی مدل به‌کار گرفته شده در این تحقیق برای برآورد ضریب پخشیدگی گرمایی خاک در دو حالت پیش‌گفته و ارزیابی میزان خطاهای ایجاد شده در هر کدام از این حالات صورت گرفت.

۲-۳ حل عددی معادله و تعیین ضریب پخشیدگی گرمایی خاک

برای حل عددی معادله از روش تفاضل محدود که یکی از کاربردی‌ترین روش‌های حل معادله یک‌بعدی پخش گرما در خاک به شمار می‌رود، استفاده شد. اساس این روش جایگزین کردن مشتقات جزئی با تقریب‌های تفاضل محدود است (جرالد و ویتلی، ۱۹۸۹) که این تقریب‌ها به کمک بسط سری‌های تیلور به انجام می‌رسد. معلوم بودن شرایط اولیه و شرایط مرزی جز ضروریات مورد نیاز استفاده از این روش است. شرایط اولیه و مرزی به ترتیب به معنی معلوم بودن دما در همه اعماق خاک در لحظه شروع ($t = 0$) و معلوم بودن مقادیر دما یا گرادیان آن در مرز میدان حل مسئله در حالت $t > 0$ است. برای تقریب مشتقات جزئی به روش تفاضل محدود روش‌های متعددی ارائه شده‌اند که در تحقیق حاضر از روش کرانک - نیکلسون که دقت زیاد و کاربرد فراوانی، استفاده شده است. معادله (۴) را با استفاده از روش کرانک- نیکلسون می‌توان به شرح زیر منفصل‌سازی کرد (جرالد و ویتلی، ۱۹۸۹):

$$\frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\Delta t} = \alpha \frac{T_{i+1}^{n+1/2} - 2T_i^{n+1/2} + T_{i-1}^{n+1/2}}{(\Delta z)^2} \quad (5)$$

که در آن:

روش به کار گرفته شده در این تحقیق برای برآورد تعیین ضریب پخشیدگی گرمایی در حالت یخبندان کامل را مطلوب ارزیابی کرد. مقادیر α به دست آمده در رطوبت‌های متفاوت نشان می‌دهد که در محدوده رطوبت ۵ تا ۱۵ درصد مقدار α با افزایش رطوبت روند افزایشی داشته و سپس روند کاهشی به خود گرفته است. طبق یافته‌های پیشین، افزایش رطوبت به خاک با افزایش ظرفیت گرمایی (C) به صورت خطی و با افزایش قابلیت رسانش گرمایی (K_z) به صورت غیرخطی توأم است (هیلل، ۱۹۸۰). بنابراین طبق رابطه $\alpha = \frac{K_z}{\rho c_m} = \frac{K_z}{C}$ ($K_z = \rho c_m$ ظرفیت گرمایی)، روند تغییرات K_z و C با افزایش رطوبت تعیین‌کننده روند تغییرات α در اثر تغییرات رطوبتی خواهد بود. یعنی که در محدوده‌ای که با افزایش رطوبت خاک، K_z با نرخ بیشتری نسبت به C افزایش یابد روند تغییرات α با افزایش رطوبت افزایشی خواهد بود. در صورتی که این روند برعکس شود و C با نرخ بیشتری نسبت به K_z افزایش یابد با افزایش رطوبت، α کاهش خواهد یافت که این آستانه رطوبتی در بافت‌های متفاوت، یکسان نیست. همان‌گونه که در جدول ۱ مشاهده می‌شود آستانه رطوبتی پیش‌گفته برای بافت سیلت رسی در رطوبت وزنی ۱۵٪ به وقوع پیوسته است، به این معنی که در رطوبت بیش از ۱۵٪ ظرفیت گرمایی با آهنگ بیشتری نسبت به قابلیت رسانش گرمایی افزایش یافته است و این عامل، کاهش α را در پی داشته است.

جدول ۱. مقادیر α و RMSE در رطوبت‌های متفاوت در بافت سیلت رسی در حالت یخبندان کامل خاک.

بافت خاک	درصد رطوبت وزنی	ضریب پخشیدگی گرمایی خاک (α) (m^2/s) $\times 10^{-4}$	RMSE ($^{\circ}C$)
سیلت رسی	۵	۰/۰۱۱	۰/۶۸
	۱۰	۰/۰۱۵	۰/۷۱
	۱۵	۰/۰۱۶	۰/۷۱
	۲۰	۰/۰۱۵	۰/۴۱

تعیین مقادیر دمای خاک در گام‌های گوناگون زمانی و مکانی استفاده کرد. سپس با استفاده از یک سنجه مناسب که معرف کمترین اختلاف بین مقادیر دمای خاک محاسباتی و مشاهداتی باشد، مقدار بهینه α را استخراج کرد. در این تحقیق از سنجه RMSE استفاده شده است:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum (C_i - M_i)^2}{n}} \quad (7)$$

که در آن، C_i و M_i به ترتیب مقادیر i ام برآورد شده و اندازه‌گیری شده و n تعداد جفت داده‌های مورد استفاده است.

۴ نتایج و بحث

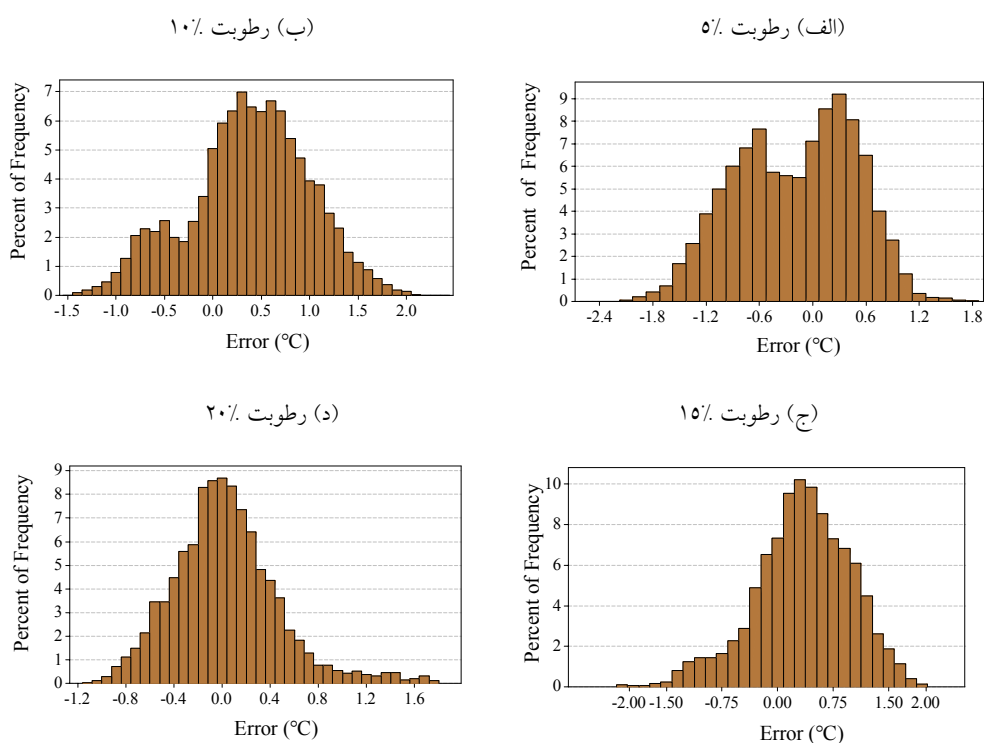
۴-۱ بررسی ضریب پخشیدگی گرمایی در حالت

یخبندان کامل خاک

نتایج حاصل از به‌کارگیری روش عددی برای برآورد مقادیر بهینه α در بافت سیلت رسی برای رطوبت‌های متفاوت، همراه با مقادیر RMSE آنها برای حالتی که کل خاک دچار پدیده یخبندان شده باشد در جدول ۱ نشان داده شده است. با توجه به جدول فوق مشاهده می‌شود که دامنه تغییرات RMSE برای رطوبت‌های متفاوت در فاصله ۰٫۴۱ الی ۰٫۷۱ درجه سلسیوس در نوسان بوده است. با مقایسه مقادیر RMSE با مقدار خطای دستگاهی حس‌گرهای دما (معادل $\pm 0.7^{\circ}C$) می‌توان مقادیر خطای برآورد را قابل قبول و توجیه‌پذیر ارزیابی کرد و کارایی

RMSE حاصل در هر درصد رطوبتی معین، مقدار متوسط‌گیری شده از کل تفاوت‌های بین مقادیر محاسباتی و مشاهداتی بوده است، آگاهی از توزیع فراوانی مقادیر خطا می‌تواند دیدگاه روشن‌تری در ارتباط با مقادیر حداکثر و حداقل خطا و نحوه پراکنش خطاها در بازه‌های متفاوت به دست دهد. این امر می‌تواند به صورت کیفی در قضاوت نهایی در مورد عملکرد الگو مفید باشد. در شکل‌های ۳-الف تا ۳-د توزیع فراوانی مقادیر خطا در رطوبت‌های متفاوت نشان داده شده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود مقادیر خطا در مقادیر نزدیک به صفر و عمدتاً در محدوده ± 1 درجه سلسیوس دارای بیشترین فراوانی بوده است که این امر حاکی از مطلوب بودن عملکرد مدل به لحاظ توزیع خطاهای پدید آمده است.

عوامل مؤثر در ایجاد مقادیر RMSE بین مقادیر محاسباتی و مشاهداتی را می‌توان در ارتباط با عوامل متفاوت زیر دانست. بخشی از خطا به خطای ذاتی در پایه‌های دما ارتباط پیدا می‌کند. بخش دیگری از خطا به خطاهای آزمایشی که وقوع آنها در هر آزمایشی اجتناب‌ناپذیر است مربوط می‌شود. از جمله این دسته خطاها می‌توان به وقوع اجتناب‌ناپذیر عمل تبخیر از لایه‌های فوقانی خاک، هر چند به میزان کم و نبود همگنی کامل رطوبت در نیم‌رخ خاک اشاره کرد. همچنین از آنجا که روش عددی مبتنی بر مجموعه تقریب‌هایی در تبدیل مشتقات مراتب گوناگون به کمیت‌های جبری است، این تقریب‌ها نیز می‌توانند منبع بخشی از خطای RMSE ایجاد شده بین مقادیر محاسباتی و مشاهداتی باشند. نظر به اینکه مقادیر خطای



شکل ۳. هیستوگرام توزیع فراوانی خطا در حالت وقوع یخبندان در خاک سیلت رسی در رطوبت‌های متفاوت.

۲-۴ بررسی ضریب پخشیدگی گرمایی خاک در حالت نبود یخبندان کامل

در جدول ۲ نتایج حاصل از به کارگیری روش عددی برای برآورد مقادیر بهینه α برای رطوبت‌های متفاوت همراه با مقادیر RMSE آنها در حالت نبود یخبندان خاک نشان داده شده است. در این حالت مقدار α برای درصدهای رطوبتی متفاوت تحت شرایطی برآورد شده که در آن بخشی از خاک یخ‌زده و بخش دیگر آن غیر یخ‌زده بوده است. با در نظر گرفتن مقادیر خطای RMSE در این حالت و مقایسه آنها با حالت اول مشاهده می‌شود که در همه درصدهای رطوبتی، مقادیر خطای RMSE به میزان قابل توجهی افزایش یافته‌اند به گونه‌ای که RMSE در رطوبت ۱۵٪ به بیشترین مقدار خود یعنی ۲/۷۶ درجه سلسیوس رسیده است. نظر به زیاد بودن مقادیر RMSE که حاکی از زیاد بودن تفاوت بین مقادیر محاسباتی و مشاهداتی است، می‌توان چنین اظهار داشت که روش به کار رفته در این تحقیق، در برآورد ضریب پخشیدگی گرمایی در حالتی که عدم یخبندان کامل که در آن بخشی از خاک دچار یخبندان بوده و در بخشی دیگر یخبندان نبوده است، از مطلوبیت کافی برخوردار نبوده و مقادیر ضریب پخشیدگی گرمایی به دست آمده، اعتبار کافی ندارند. می‌توان چنین حکم کرد که الگوریتم به کار رفته در این تحقیق برای برآورد α در حالت نبود

یخبندان کامل منجر به حصول مقادیر قابل قبولی نشده است. همه منابع خطایی که در حالت اول ذکر شدند در حالت دوم نیز مصداق دارند اما دلیل وقوع خطاهای اضافی در حالت اخیر را می‌توان با نقض فرضیات مورد نیاز معادله یک‌بعدی پخش گرما در خاک مرتبط دانست. وجود یخبندان در بخشی از خاک و عدم وجود آن در بخشی دیگر از یک سو سبب ناهمگنی خاک می‌شود و از سوی دیگر با تبادل گرمای نهان به صورت انجماد یا ذوب به میزان قابل توجهی همراه است. همان‌طور که قبلاً نیز گفته شد همگن بودن خاک و نبود تبادل گرمای نهان در خاک جز فرضیات مورد لزوم به کارگیری معادله پخش گرما در خاک است که این فرضیات در حالت اخیر نقض و این امر موجب اعمال خطاهای نسبتاً زیادی در نتایج حاصل شده است.

۵ نتیجه‌گیری

نتایج حاصل از به کارگیری روش عددی در حل معادله پخش گرما در خاک برای برآورد ضریب پخشیدگی گرمایی خاک در دو حالت: ۱) وقوع یخبندان کامل در خاک و ۲) نبود یخبندان کامل (بخشی از خاک یخ‌زده و بخشی دیگر یخ‌نزده) روشن ساخت که مقادیر RMSE ایجاد شده بین مقادیر محاسباتی و مشاهداتی در حالت اول قابل قبول و توجیه‌پذیر است و می‌توان کارایی روش

جدول ۲. مقادیر α و RMSE در رطوبت‌های متفاوت در بافت سیلت رسی در حالت نبود یخبندان کامل خاک.

بافت خاک	درصد رطوبت وزنی	ضریب پخشیدگی گرمایی خاک (α) ($m^2/s \times 10^{-4}$)	RMSE ($^{\circ}C$)
سیلت رسی	۵	۰/۰۰۵۴	۱/۵۸
	۱۰	۰/۰۰۵۸	۱/۷۴
	۱۵	۰/۰۰۷	۲/۷۶
	۲۰	۰/۰۱	۲/۱۹

- Sariyev, A., Ergin, C., and Metin, M. 2001, The measurement of the soil temperature in soil columns with AD/DA convertor card-sensors and its simulation along with the determination of the thermal conductivity. University of Cukurova. Turkey.
- Van Wijk, W. R., 1963, Physics of plant environment. North Holland Publishing Co., Amsterdam, HOLLAND.
- Wierenga, P. J., Nielsen D. R., and Hagan R. M., 1969, Thermal properties of a soil based upon field and laboratory measurements. Soil. Sci. Soc. Am. Proc., **33**, 354-360.
- Zhang, T., and Osterkamp, T. E., 1995, Considerations in determining thermal diffusivity from temperature time series using finite difference methods: Cold Reg. Sci. Technol., **23**, 333-341.

به کار رفته در این تحقیق برای برآورد ضریب پخشیدگی گرمایی خاک در حالت یخبندان کامل را مطلوب ارزیابی کرد. اما در حالت دوم نقض فرضیات مورد نیاز معادله پخش گرما در خاک به لحاظ عدم همگن نبودن خاک و ایجاد گرما به طریق گرمای نهان، سبب ایجاد مجموعه خطاهای اضافی شد. با توجه به بالا بودن مقادیر RMSE چنین نتیجه‌گیری شد که الگوریتم به کار رفته در این تحقیق برای برآورد ضریب پخشیدگی گرمایی خاک در حالت نبود یخبندان خاک، دارای کاربرد نیست و منجر به حصول نتایج غیرمنطقی خواهد شد.

منابع

- Asrar, G., and Kanemasu, E. T., 1983, Estimating thermal diffusivity near the soil surface using Laplace Transform: uniform initial conditions. Soil. Sci. Soc. Am. J., **47**, 397-401.
- Bachmann, J., Horton, R., Ren, T., and van der Ploeg R., 2001, Comparison of the thermal properties of four wettable and four water-repellent soils, Soil Sci. Soc. Am. J., **65**, 1675-1679.
- Cichota, R., Elias, E. A., and Quirijn de Jong van Lier. 2004, Testing a finite-difference model for soil heat transfer by comparing numerical and analytical solutions. Environ. Modell. Softw., **19**, 495-506.
- Gerald, C. F., and Wheatley, P. O., 1989, Applied Numerical Analysis. Publisher: Addison-Wesley, USA.
- Hillel, D., 1980, Fundamental of Soil Physics: Academic Press, INC. PP. 287-317. USA.
- Horton, R., Wierenga, P. J., and Nielsen, D. R., 1983, Evaluation of methods for determining the apparent thermal diffusivity of soil near the surface. Soil Sci. Am. J., **47**, 25-32.
- Jury, W., and Horton, R., 2004, Soil Physics. Pp. 167-200. John Wiley and Sons, INC. Sixth edition. USA.
- Lipiec, J., Usowicz, B., and Ferrero, A., 2007, Impact of soil compaction and wetness on thermal properties of sloping vineyard soil. Int. J. Heat Mass Tran., **50**, 3837-3847.
- Nerpin, S. V., and Chudnovskii, A. F., 1967, Physics of the soil. Keter Press, Jerusalem, ISRAEL.