

روشی برای تعیین اختلاف صفر ارتفاعی نسبت به ژئوئید

علیرضا آزموده اردلان* و عبدالرضا صفری*

*قطب مهندسی نقشه برداری و مقابله با سوانح طبیعی، گروه مهندسی نقشه برداری، دانشکده فنی دانشگاه تهران صندوق پستی ۴۵۶۳-۱۱۳۴۵

(دریافت مقاله: ۱۳۹۱/۱۴، پذیرش مقاله: ۱۴/۸/۲۴)

چکیده

در این مقاله روشی برای محاسبه صفر ارتفاعی بر مبنای حل مسئله مرزی ثابت-آزاد دو مرزی بر اساس مشاهدات از انواع: الف) جاذبه‌های شامل: پتانسیل ثقل، قدرمطلق شتاب ثقل، طول نجومی، عرض نجومی و ب) ارتفاع‌سنجی ماهواره‌ای ارائه و در مورد تعیین وضعیت صفر ارتفاعی ایران نسبت به ژئوئید به کار برده شده است. براساس نتایج حاصل، صفر ارتفاعی ایران ۰/۰۹۴ متر زیر ژئوئید قرار دارد و لازم است این مقدار از کلیه ارتفاع‌های شبکه ارتفاعی کم شود. از آنجایی که در این روش وضعیت صفر ارتفاعی نسبت به ژئوئید تعیین می‌شود می‌توان از آن به مثابه ابزاری برای یکسان‌سازی ارتفاعی در کل جهان استفاده کرد. از آنجایی که مسئله مرزی طراحی شده در این‌جا امکان به‌کارگیری هر مشاهده مربوط با شتاب ثقل را در حکم مقدار مرزی فراهم آورده است، راه برای به‌کارگیری همه مشاهدات حال و آینده فراهم شده که این خود متضمن دستیابی به حداکثر دقت در تعیین وضعیت صفر ارتفاعی نسبت به ژئوئید و یا یکسان‌سازی مبنای ارتفاعی با کلیه امکانات مشاهداتی هر زمان و مکان است.

واژه‌های کلیدی: صفر ارتفاعی، انتگرال آیل-پواسون، سطح متوسط دریا، ارتفاع ارتومتریک، مسئله مقدار مرزی

۱ مقدمه

ترازیابی و ثقل سنجی (ترازیابی دقیق) صورت گرفته و ماحصل آن شبکه‌های گسترده ترازیابی دقیق در کلیه کشورهاست. در ایران نیز ترازیابی دقیق، سابقه ۶۰ ساله دارد و طول شبکه ترازیابی دقیق کشور تا سال ۱۳۸۲ حدود ۳۰،۰۰۰ کیلومتر و تعداد ۶۵ لوب و ۱۲،۰۰۰ بنج مارک بالغ شده است. مبنای صفر ارتفاعی، ژئوئید است. این صفر به صورت سنتی از راه مشاهده سطح آب دریا با کشتندماها (tide gage) در مدت زمانی محدود و با منطبق فرض کردن سطح متوسط دریا با ژئوئید تعیین شده است. این روش تعیین صفر ارتفاعی می‌تواند در حد رفع نیازهای روزمره اجرائی یک کشور قابل قبول باشد. با این حال در مناطق ساحلی، خطای صفر ارتفاعی می‌تواند موجب بروز مشکلاتی در تعیین خط ساحلی در صورت انتقال ارتفاع از شبکه ترازیابی شود. اما مشکل اساسی ناشی از خطای صفر ارتفاعی حاصل از مشاهدات کشتندما به صورتی که ذکر شد در اتصال نقشه‌ها و ارتفاعات

تحولات و توسعه کشورها و نیاز به مبادلات علمی، فرهنگی و صنعتی در سطح جهان مستلزم در اختیار داشتن نقش‌ها و اطلاعات مکانی از کل کره زمین در قالب GISهای یک‌پارچه ملی، منطقه‌ای و جهانی است. دستیابی به چنین خواسته‌ای مستلزم یکسان‌سازی مبنای مسطحاتی و ارتفاعی کلیه کشورهای جهان است. توسعه و به‌کارگیری سامانه‌های تعیین موقعیت ماهواره‌ای مانند GPS امکان یکسان‌سازی مبنای مسطحاتی را در سطح جهان فراهم آورده است. ITRS (International Terrestrial Reference System) تحقق عینی این موضوع است (IGN 2000). مؤلفه ارتفاعی حاصل از سامانه‌های تعیین موقعیت ماهواره‌ای کمیتی صرفاً هندسی است و نمی‌تواند نیاز ارتفاعی پروژه‌های ساختمانی مانند ساخت سدها، کانال‌ها، راه‌ها و غیره را تأمین کند. بدین خاطر از دیرباز تعیین مؤلفه ارتفاعی، در حکم کمیت مرتبط با هندسه و جاذبه زمین، از طریق

IUGG General Assembly Sapor,) در (Geodesy, Japan 2003) ژاپن تصویب شد که یک کار گروه تشکیل و این موضوع مورد مطالعه دقیق قرار گیرد (IAG 2003). در این مقاله، روشی برای یکسان‌سازی ارتفاعی ارائه شده و به کار رفته است که می‌تواند مشکل تعیین وضعیت صفر ارتفاعی کشورها را نسبت به ژئوئید تعیین و نهایتاً مشکل یکسان‌سازی ارتفاعی را در بالاترین حد دقت ممکن بر اساس مشاهدات گرانشی موجود فراهم کند. مزیت اصلی این روش نسبت به روش‌های قبلی در مسئله مرزی تعریف شده برای آن نهفته است که می‌تواند هر نوع کمیت مرتبط با شتاب گرانی را به صورت یک‌جا به کار برد.

به‌علاوه این روش می‌تواند به‌طور موفقیت‌آمیز در انتقال مبنای ارتفاعی از خشکی‌ها به جزایر به کار رود؛ مشکلی است که همواره در تهیه نقشه جزایر و اتصال نقشه‌های هیدروگرافی در نزدیکی جزایر مطرح بوده است. صفر ارتفاعی حاصل از مشاهدات کشندما در یک زمانی محدود دارای دو اشکال اساسی زیر است:

۱. مشاهده سطح آب دریا در زمانی کوتاه‌تر از ۱۸/۶ سال نمی‌تواند تعیین‌کننده سطح متوسط دریا (MSL)، (mean sea level) به معنای دقیق آن باشد. MSL بسامد صفر جزرومدی (کشندی) است و برای تعیین آن لازم است کلیه تغییرات تناوبی سطح آب دریا مدل‌سازی شوند. بلندترین مؤلفه جزرومدی دارای تناوب ۱۸/۶ سال است و بنابراین اعمال آنالیز جزرومدی به مشاهدات به‌طول نمونه ۱۸/۶ سال می‌تواند کلیه بسامدهای جزرومدی را آشکار، حذف و MSL را به‌مفهوم دقیق آن در اختیار قرار دهد.

۲. MSL بر ژئوئید منطبق نیست. چرا که ژئوئید سطح هم پتانسیلی از میدان ثقل زمین است که به صورت کمترین مربعات سطح متوسط دریا (MSL) را تقریب می‌کند. اثر نیروهای غیرجاذبه‌ای بر سطح آب باعث

کشورهای همسایه ظاهر خواهد شد. برای مثال در احداث سد روی رودخانه‌ای مرزی، یکسان‌سازی مبنای ارتفاعی دو کشور همسایه برای تعیین محل مناسب احداث سد و نیز تعیین محدوده دریاچه سد و مناطقی که زیر پوشش آب سد قرار خواهند گرفت، از اهمیت بسیار زیادی برخوردار است. به علاوه در مطالعه اثرات طغیان رودخانه‌های مرزی و تعیین محل‌هایی که بر اثر طغیان رودخانه‌ها در زیر آب قرار می‌گیرند از دیگر مثال‌هایی است که در آن به یکسان‌سازی ارتفاعی نیاز داریم.

با توجه به نیازهای یادشده تعیین وضعیت صفر ارتفاعی نسبت به ژئوئید و نیز یکسان‌سازی مبنای ارتفاعی، مورد توجه زمین‌سنج‌ها (ژئودزین‌ها) قرار دارد و درخصوص نمونه‌هایی از فعالیت‌های صورت گرفته در این زمینه می‌توان به منابع ذیل اشاره کرد: (اموس و فدرستون، ۲۰۰۲؛ اردلان و همکاران، ۲۰۰۲؛ بلاسایرمانیا، ۱۹۹۴؛ بوشا و همکاران، ۲۰۰۲؛ بوشا و همکاران، ۲۰۰۱؛ بوشا و همکاران، ۱۹۹۹a، ۱۹۹۹b، ۲۰۰۰a، ۲۰۰۰b و c و ۲۰۰۰؛ کلمبو، ۱۹۸۰؛ دنیس و فدرستون، ۲۰۰۲؛ دروس و همکاران، ۱۹۹۹؛ اکمن، ۱۹۸۹ و ۱۹۹۹؛ فدرستون، ۲۰۰۲؛ گرافارند و اردلان، ۱۹۹۷ و ۲۰۰۲؛ گروتن، ۱۹۸۲ و ۲۰۰۲؛ هک و رومتل، ۱۹۹۱؛ هیپکین، ۲۰۰۲؛ ایده و اوگات، ۲۰۰۲؛ کانپوت و همکاران، ۱۹۹۹؛ لگمان، ۱۹۷۷؛ مارتی و همکاران، ۲۰۰۲؛ مارتی، ۲۰۰۲؛ مادر و همکاران، ۱۹۷۸؛ میلر و همکاران، ۱۹۹۹؛ نهایندچی و شوبرگ، ۱۹۹۸؛ پن و شوبرگ، ۱۹۹۸؛ پوتانن، ۱۹۹۹ و ۲۰۰۰؛ رپ، ۱۹۹۴ و ۱۹۹۵؛ رپ و بلاسایرمانیا، ۱۹۹۲؛ رومتل و توینسن، ۱۹۸۸؛ رومتل و ایلک، ۱۹۹۵؛ سانچز، ۲۰۰۲؛ ساکردات و سانسو، ۲۰۰۱؛ سانسو و یوسای، ۱۹۹۵؛ وان انسلن، ۱۹۹۷؛ زیلکفسکی و فیوری، ۱۹۹۸؛ زیلکفسکی، ۱۹۹۹)

با توجه به اهمیت موضوع یکسان‌سازی ارتفاعی در سطح جهان در مجمع عمومی اخیر مؤسسه بین‌المللی زمین‌سنجی (International Association of, IAG)

خلاصه کرد:

۱. تعیین مدل گرانشی با جزئیات محلی
 ۲. تعیین مختصات دقیق GPS پنج مارک مبنا
 ۳. استفاده از مختصات GPS و ارتفاع ارتومتریک پنج مارک مبنا جهت تعیین مختصات صفر ارتفاعی
 ۴. تعیین اختلاف پتانسیل صفر ارتفاعی از ژئوئید
 ۵. تبدیل اختلاف پتانسیل حاصل به اختلاف ارتفاع
- تعیین میدان گرانشی با جزئیات محلی از راه حل مسئله مرزی

در این مقاله جهت تعیین میدان گرانشی زمین با استفاده از مقادیر مرزی از انواع زیر:

الف- مشاهدات جاذبه‌ای شامل:

۱. نرم شتاب گرانشی (حاصل از گرانی سنجی زمینی)
۲. پتانسیل گرانشی (حاصل از ترازیبی دقیق)
۳. طول و عرض نجومی (حاصل از مشاهدات نجوم ژئودزی و یا ترکیب مشاهدات GPS با مشاهدات توتال استیشن)

۴. بردار شتاب گرانشی (حاصل از گرانی سنجی هوایی)

ب- مشاهدات ارتفاع سنجی

از مسئله دو مرزی ثابت و آزاد (fixed free two boundary value problem) تعریف شده در مجموع روابط ۱ استفاده شده است. در مجموع روابط ۱ تا ۳ $\{\lambda, \varphi, \eta\}$ مختصات ژاکوبی است که با مختصات کارتزین $\{x, y, z\}$ دارای رابطه زیر است:

$$x = \varepsilon \cosh \eta \cos \phi \cos \lambda$$

$$y = \varepsilon \cosh \eta \cos \phi \sin \lambda$$

$$z = \varepsilon \sinh \eta \sin \phi$$

مجموع روابط ۱: مسئله مرزی تعیین میدان ثقل با جزئیات محلی بر اساس (الف) مشاهدات جاذبه‌ای از انواع (۱) نرم شتاب گرانشی (۲) پتانسیل گرانشی (۳) طول و عرض نجومی (ب) مشاهدات ارتفاع سنجی (ج) مشاهدات گرانی سنجی هوایی.

تطابق نیافتن ژئوئید بر سطح متوسط دریا می‌شود. تفاوت ژئوئید از سطح متوسط دریا را توپوگرافی سطح دریا (sea surface topography, SST) می‌نامند.

روش ارائه شده در این طرح مبتنی بر استفاده از اطلاعات زیر است:

۱. کلیه مشاهدات جاذبه‌ای زمینی مانند نرم (norm) شتاب گرانی (حاصل از گرانی سنجی)، پتانسیل گرانشی (حاصل از ترازیبی دقیق)، طول و عرض نجومی (حاصل از مشاهدات نجومی و یا تلفیق مشاهدات GPS با توتال استیشن (total station)).
۲. مشاهدات ارتفاع سنجی ماهواره‌ای در مناطق دریائی
۳. DTM‌های (digital terrain model) با تفکیک پذیری زیاد
۴. مدل‌های ژئوپتانسیلی حاصل از مشاهدات زمینی و ماهواره‌ای
۵. مشاهدات GPS
۶. گرانی سنجی هوایی (airborne gravimetry)

این اطلاعات در مسئله مرزی با یکدیگر ترکیب و بر اساس آن مدلی برای تعیین میدان گرانشی با جزئیات محلی محاسبه شده است. شکل ۱ دربرگیرنده سازوکار به کارگیری اطلاعات یادشده است. همان‌گونه که در این شکل ملاحظه می‌شود، مختصات نقطه صفر ارتفاعی $(\lambda, \varphi, h-H)$ بوده که می‌تواند در محاسبه پتانسیل نقطه صفر ارتفاعی $W(\lambda, \varphi, h-H)$ از راه مدل گرانشی حاصل به کار رود. با دانستن پتانسیل ژئوئید W_0 ، درحکم یکی از پارامترهای بنیادی ژئودزی، می‌توان اختلاف پتانسیل صفر ارتفاعی از پتانسیل ژئوئید را به دست آورد. این اختلاف $\Delta W = W(\lambda, \varphi, h-H) - W_0$ از راه فرمول برونز قابل تبدیل به مقیاس ارتفاعی است. از این راه فاصله صفر ارتفاعی از ژئوئید تعیین می‌شود. روش ارائه شده در این مقاله را می‌توان در پنج مرحله زیر

1. $\text{div grad } w(x) = 2\omega^2$ $\forall x \in \mathbb{R}^3/D \cup \partial\mathcal{G}_e^+$
(outside the Earth's masses)
2. $\text{div grad } w(x) = -4\pi G\sigma + 2\omega^2$ $\forall x \in D \cup \partial\mathcal{G}_e^-$
(inside the surface of the Earth)
3. $E\{\|\text{grad } w\|\} = \mu_\gamma$ $\forall x \in \partial\mathcal{G}_e = M_h^2$
(boundary value data of the type modulus of gravity)
4. $E\{w\} = \mu_w$ $\forall x \in \partial\mathcal{G}_e = M_h^2$
(boundary value data of the type gravity potential)
5. $E\{h\} = \mu_h$ $\forall x \in \partial\mathcal{G}_e = M_s^2$
(boundary value data of the type satellite altimetry)
6. $E\{\Phi\} = \mu_\Phi$ $\forall x \in \partial\mathcal{G}_e = M_h^2$
(boundary value data of the type astronomical latitude)
7. $E\{\Lambda\} = \mu_\Lambda$ $\forall x \in \partial\mathcal{G}_e = M_h^2$
(boundary value data of the type astronomical longitude)
8. $E\{\text{grad } w\} = \mu_\gamma$ $\forall x \in \partial\mathcal{G}_e = M_a^2$
(boundary value data of the type vectory of gravity from airborne gravimetry)
9. $w(x) = w_0$ $\forall x \in \partial\mathcal{G}_e = M_g^2$
(equipotential value at the level of the geoid close to mean sea level)
10. $w(x) = \frac{1}{2} \omega^2 \|x - \langle x | e_\omega \rangle e_\omega\|_2^2 + \frac{gm}{\|x\|_2} + \mathcal{O}_w\left(\frac{1}{\|x\|_2^3}\right) \|x\|_2 \rightarrow \infty$
(regularity condition at infinity)

مجموعه روابط ۳: معادلات انتگرالی از نوع اول برای کمیت‌های تفاضلی معرفی شده در مجموعه روابط ۲، ۱. انتگرال آبل-پواسون بیضوی برای پتانسیل ثقل δw .

$$\begin{aligned} \delta w(\lambda, \phi, u) &= \int_{E_{a,b}^2} dS' \left[\frac{w(\phi')}{S} \right. \\ &\times \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \frac{Q_{n|m}(i \sinh \eta)}{Q_{n|m}(i \sinh \eta_0)} \\ &\times e_{nm}(\lambda', \phi') e_{nm}(\lambda, \phi) \left. \right] \delta w(\lambda', \phi') \\ &= \frac{1}{S} \int_{E_{a,b}^2} dS' w(\phi') K(\lambda, \phi, \eta, \lambda', \phi', \eta_0) \\ &\delta w(\lambda', \phi') \end{aligned}$$

مجموع روابط ۲: ایجاد کمیت‌های تفاضلی (δ) با حذف اثرات اجرام جهانی و اجرام در فاصله نزدیک و بالای بیضوی (نشان داده شده با حروف بزرگ) از روی نرم شتاب گرانشی γ ، پتانسیل گرانشی W ، طول نجومی Λ ، عرض نجومی Φ ، بردار شتاب گرانشی γ .

$$\delta \gamma = \gamma - \Gamma \tag{11}$$

$$\delta w = w - W \tag{12}$$

$$\delta \lambda = \Lambda - \lambda_\gamma \tag{13}$$

$$\delta \phi = \Phi - \phi_\gamma \tag{14}$$

$$\delta \gamma = \gamma - \Gamma \tag{15}$$

$$w(\phi') := \frac{a}{\sqrt{b^2 + \varepsilon^2 \sin^2 \phi}} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \frac{b^2}{a\varepsilon} \ln \frac{a + \varepsilon}{a - \varepsilon} \right)$$

$$S = \text{area}(E_{a,b}^2) = 4\pi a \cdot \left\{ \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \frac{b^2}{a\varepsilon} \ln \frac{a + \varepsilon}{a - \varepsilon} \right\}$$

"۲. انتگرال آبل - پواسون بیضوی برای نرم شتاب گرانشی تفاضلی $\delta\Gamma$ "

$$\begin{aligned} \delta\Gamma(x) &= \gamma(x) - \Gamma(x) = \langle e_\Gamma | \delta\Gamma \rangle \\ &= \frac{1}{\sqrt{g_{\lambda\lambda}}} \frac{\Gamma_\lambda}{\|\Gamma\|} \frac{1}{S} \int_{E_{a,b}^2} dS' \omega(\phi') \frac{\partial K(\lambda, \phi, \eta, \lambda', \phi', \eta_0)}{\partial \lambda} \delta W(\lambda', \phi') \\ &+ \frac{1}{\sqrt{g_{\phi\phi}}} \frac{\Gamma_\phi}{\|\Gamma\|} \frac{1}{S} \int_{E_{a,b}^2} dS' \omega(\phi') \frac{\partial K(\lambda, \phi, \eta, \lambda', \phi', \eta_0)}{\partial \phi} \delta W(\lambda', \phi') \\ &+ \frac{1}{\sqrt{g_{\eta\eta}}} \frac{\Gamma_\eta}{\|\Gamma\|} \frac{1}{S} \int_{E_{a,b}^2} dS' \omega(\phi') \frac{\partial K(\lambda, \phi, \eta, \lambda', \phi', \eta_0)}{\partial \eta} \delta W(\lambda', \phi') \end{aligned}$$

"۳. انتگرال آبل - پواسون بیضوی برای مشاهدات نجومی $\delta\phi, \delta\Lambda$ "

$$\begin{aligned} \delta\Lambda &= -\frac{1}{\Gamma \cos \phi_\Gamma} \left[\frac{1}{\sqrt{g_{\lambda\lambda}}} \int_{E_{a,b}^2} dS' \frac{\omega(\phi')}{S} \frac{\partial K(\lambda, \phi, \eta, \lambda', \phi', \eta_0)}{\partial \lambda} \delta W(\lambda', \phi') \right. \\ &+ \sin \phi \delta\lambda \frac{1}{\sqrt{g_{\phi\phi}}} \int_{E_{a,b}^2} dS' \frac{\omega(\phi')}{S} \frac{\partial K(\lambda, \phi, \eta, \lambda', \phi', \eta_0)}{\partial \phi} \delta W(\lambda', \phi') \\ &\left. - \cos \phi \delta\lambda \frac{1}{\sqrt{g_{\eta\eta}}} \int_{E_{a,b}^2} dS' \frac{\omega(\phi')}{S} \frac{\partial K(\lambda, \phi, \eta, \lambda', \phi', \eta_0)}{\partial \eta} \delta W(\lambda', \phi') \right] \end{aligned}$$

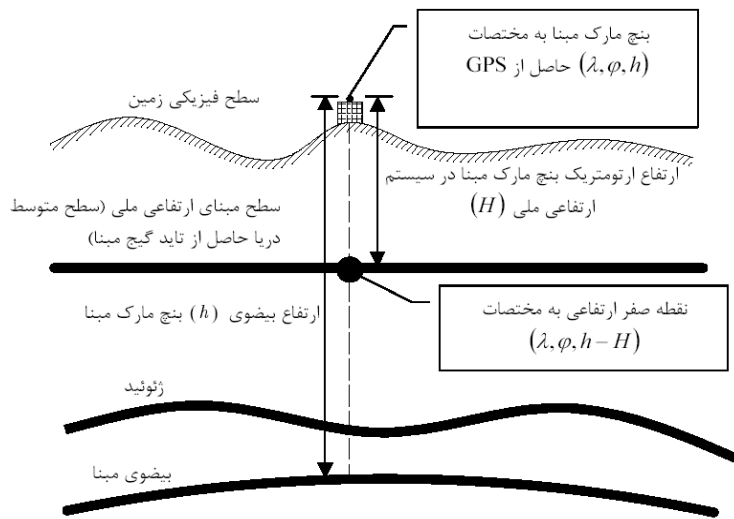
مقدار مرزی معلوم روی مرز مجهول (ژئوئید) است. این مسئله همچنین نیازمند شرط رگولاریتی (regularity-condition) در بی‌نهایت است که با رابطه (۱۰) تأمین شده است. در حل این مسئله مرزی، انتگرال آبل - پواسون بیضوی (حاصل از حل مسئله دیریکله بیضوی) نقش کلیدی دارد و پس از هارمونیک‌سازی مشاهدات (با

همان‌گونه که در این مجموعه روابط ملاحظه می‌شود در این مسئله مرزی معادلات میدان از راه معادله دیفرانسیل پواسون قابل ارائه است و مشاهدات (الف) و (ب) بالا با فرض معلوم بودن موقعیت نقاط مشاهده، مقادیر مرزی روی مرز ثابت (زمین یا نقاط واقع در فضای اطراف آن) را تشکیل می‌دهند و پتانسیل ژئوئید W_0

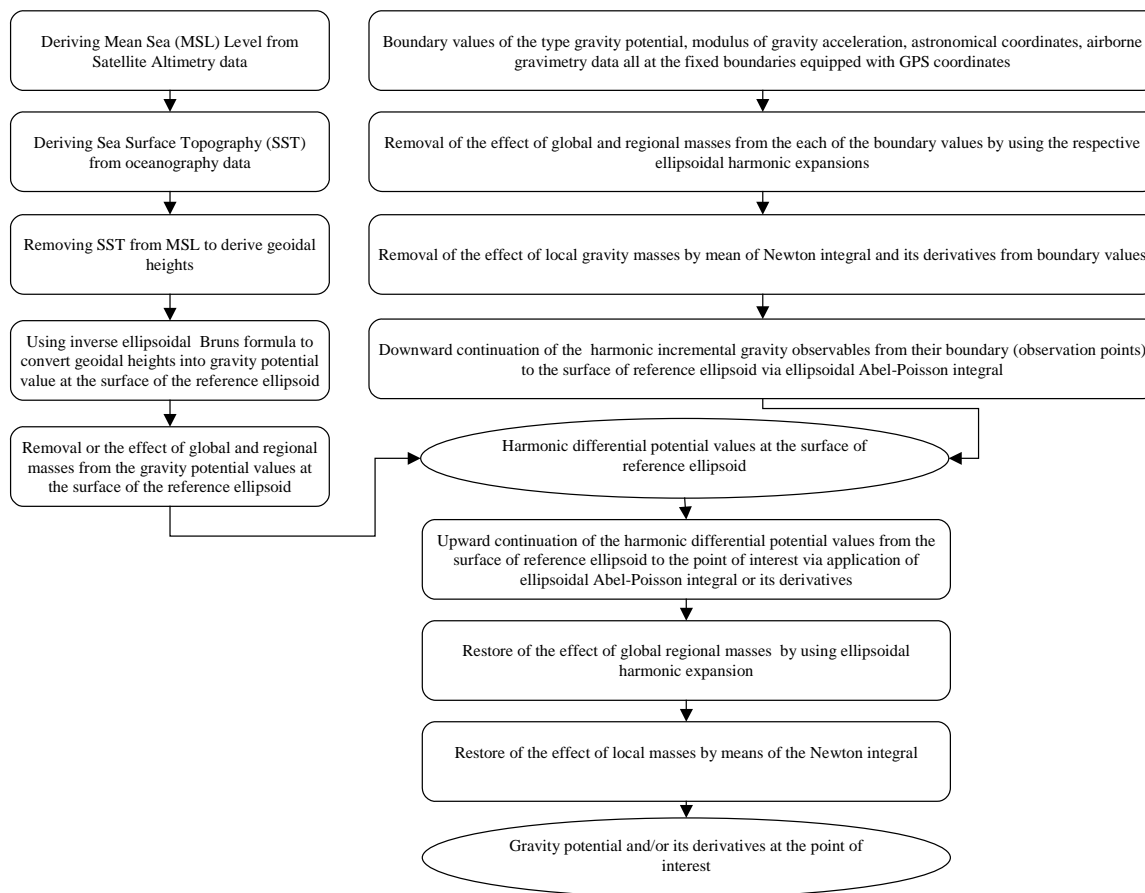
حذف اثرات جهانی جاذبه، و اثر اجرام در فاصله نزدیک و بالای بیضوی رفرنس) می‌تواند کمیت‌های تفاضلی حاصل را به پتانسیل تفاضلی روی سطح بیضوی رفرنس تبدیل کند. نحوه تبدیل مشاهدات تفاضلی در مجموعه روابط ۲ آورده شده است. برای هر کدام از کمیت‌های تفاضلی مندرج در مجموعه روابط ۲ می‌توان معادله‌ای انتگرالی از نوع انتگرال نوع اول تشکیل داد. این معادلات برای کمیت‌های تفاضلی متفاوت نشان داده شده در مجموعه روابط ۲، در مجموعه روابط ۳ آورده شده است. برای جزئیات بیشتر در خصوص تشکیل معادلات انتگرالی مندرج در مجموعه روابط ۱ می‌توانید به اردلان (۱۹۹۹)، صفری (۲۰۰۴) و بیکر (۱۹۷۷) مراجعه کنید.

از حل معکوس انتگرال‌های نوع اول (integral

equation of the first kind differential) می‌توان به پتانسیل تفاضلی (potential) روی بیضوی دست یافت. حل معکوس انتگرال‌های نوع اول اساساً ناپایدار و نیازمند پایدارسازی از راه یکی از فنون پایدارسازی است (هانسن ۱۹۹۶، صفری ۲۰۰۴، تیخونوف و آرسنین ۱۹۷۷ و استک گولد ۱۹۷۹). با در اختیار داشتن پتانسیل تفاضلی روی بیضوی می‌توان از حل مستقیم انتگرال آبل-پواسون (انتقال به سمت بالا) استفاده کرده و مقدار پتانسیل تفاضلی در هر نقطه در فضای خارج بیضوی را به دست آورد. بدین ترتیب با افزودن پتانسیل حاصل از اثرات جهانی و اثر جرم‌های در فاصله نزدیک و بالای بیضوی به پتانسیل تفاضلی حاصل از انتقال به سمت بالا، مدل شتاب گرانشی با جزئیات محلی حاصل می‌شود.



شکل ۱. بیضوی مینا، ژئوئید، سطح مینای ارتفاعی ملی و بنج مارک مینا. مختصات سه‌بعدی نقطه صفر ارتفاعی $(\lambda, \phi, h - H)$ حاصل از ارتفاع ارتومتریک بنج مارک مینا (H) و مختصات سه‌بعدی این نقطه (λ, ϕ, h) .



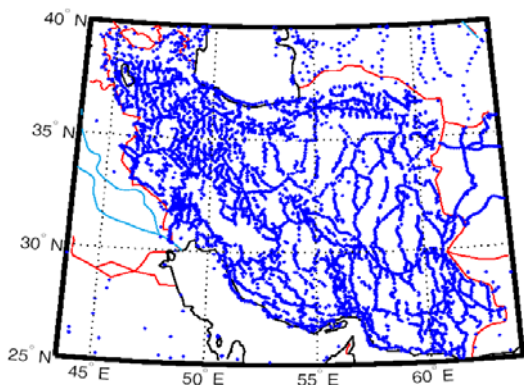
شکل ۲. نمودار گردش کار مسئله مرزی تعیین میدان گرانشی با جزئیات محلی براساس (الف) مشاهدات جاذبه‌ای از انواع (۱) نرم شتاب گرانشی (۲) پتانسیل گرانشی (۳) طول و عرض نجومی (ب) مشاهدات ارتفاع‌سنجی (ج) مشاهدات گرانشی سنجی هوایی.

هارمونیک‌های کروی EGM96 استفاده شد (اردلان، ۱۹۹۹). برای حذف اثرات میدان اجرام در فاصله نزدیک (تا شعاع ۵۵ کیلومتر) اطراف نقطه محاسبه از DTM با تراکم $1\text{km} \times 1\text{km}$ تأمین شده از سایت NIMA (National Imagery and Mapping Agency) و فرض چگالی ثابت $2/67\text{ gr.cm}^{-3}$ استفاده شد. برای حذف تقریب بیضوی در محاسبه اجرام در فاصله نزدیک و بالای بیضوی از فن ارائه شده مؤلفین (اردلان و صفری ۲۰۰۴) استفاده شد. شکل‌های ۳ و ۴ نشان دهنده توزیع مشاهدات و نقاط لاپلاس مورد استفاده و شکل ۵

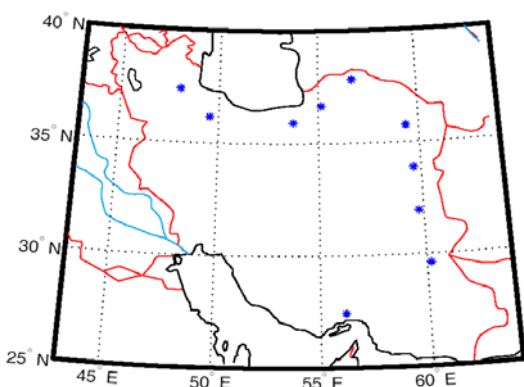
۲ مدل‌سازی شتاب ثقل برای منطقه جغرافیایی ایران با جزئیات محلی

برای تعیین میدان گرانی در منطقه جغرافیایی ایران با جزئیات محلی از تعداد ۸۹۴۵ مشاهده گرانشی از نوع نرم شتاب گرانی موجود در بانک جهانی ثقل BGI، ۱۰ نقطه لاپلاس با مختصات نجومی Λ و Φ محاسبه و اطلاعات ارتفاع‌سنجی ماهواره‌ای Topex-Poseidon استفاده شد. برای حذف اثرات میدان جهانی از ضرایب بیضوی تا درجه و مرتبه ۳۶۰ محاسبه شده مؤلف اول، از راه ضرائب

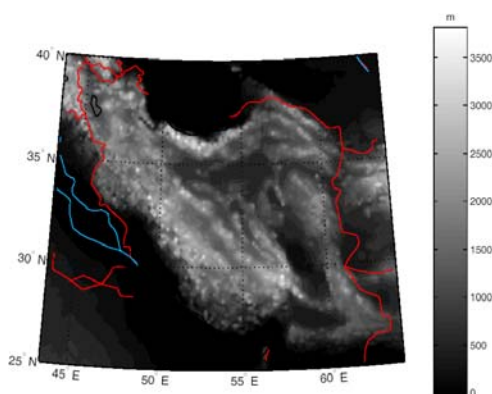
در حکم ابزاری برای یکسان‌سازی ارتفاعی در کل جهان به کار برد.



شکل ۳. توزیع مشاهدات مورد استفاده در این تحقیق.



شکل ۴. توزیع نقاط لاپلاس مورد استفاده در این تحقیق.

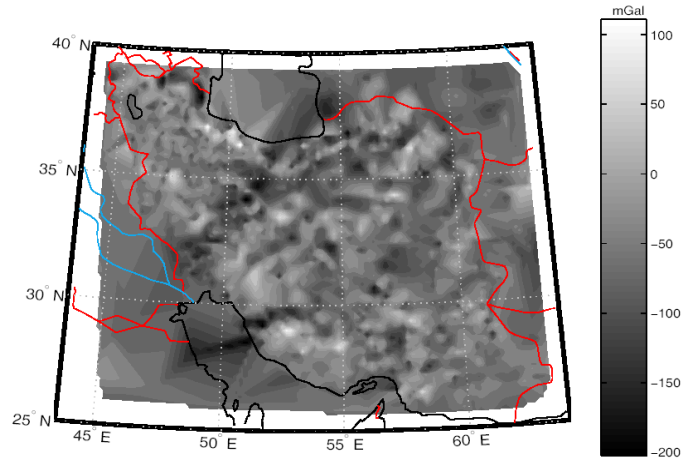


شکل ۵. ناهمواری‌های ایران بر اساس DTM مورد استفاده.

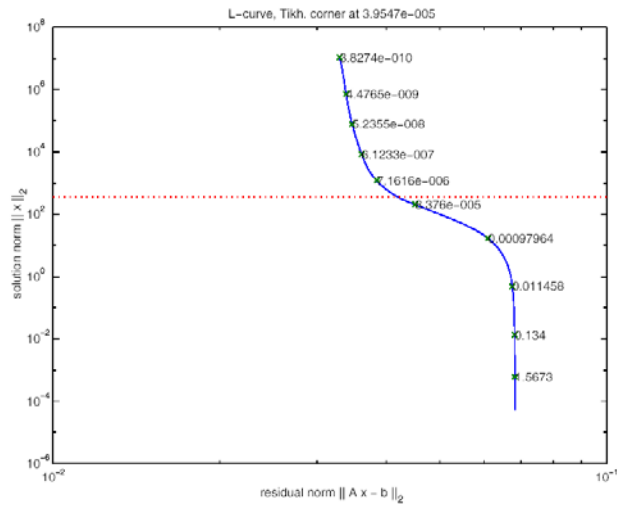
نشان‌دهنده ناهمواری‌های ایران بر اساس DTM مورد استفاده است. مشاهدات تفاضلی پس از حذف اثرات جرم‌های جهانی و اجرام در فاصله نزدیک و بالای بیضوی در شکل ۶ آورده شده است. شکل ۷ نشان دهنده ضریب بهینه مرتب‌سازی تیخونف برای انتقال به سمت به پائین و نهایتاً شکل ۸ نشان دهنده پتانسیل تفاضلی بر روی بیضوی حاصل از حل معکوس انتگرال آبل-پواسون مرتب شده به روش تیخونف است. حال از این مقادیر برای تعیین میدان گرانشی در هر نقطه‌ای در خارج بیضوی رفرانس یا در فاصله دیفرانسیلی داخل آن می‌توان استفاده کرد. افزودن اثر اجرام جهانی و اجرام در فاصله نزدیک به پتانسیل تفاضلی حاصل از حل مستقیم انتگرال آبل-پواسون مدل میدان گرانشی مورد استفاده در این طرح برای تعیین میدان ثقل با جزئیات محلی در کشندنا مبنا بوده است.

۳ نتیجه‌گیری

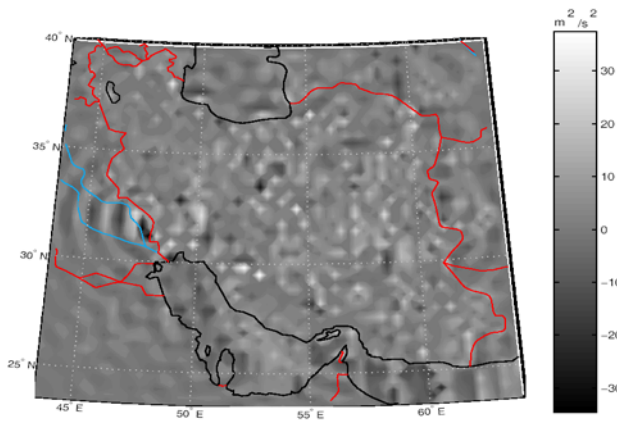
پس از مدل‌سازی میدان گرانشی در منطقه جغرافیایی ایران می‌توان از راه مشاهدات GPS و ارتفاع ارتومتریک پنج مارک رفرانس پتانسیل صفر ارتفاعی را به دست آورد. در مورد صفر ارتفاعی ایران این محاسبات برای پنج مارک DNG1001 صورت گرفت که نتایج آن بدین شرح است: اختلاف پتانسیل صفر ارتفاعی ایران از پتانسیل ژئوئید بر مبنای مقدار $W_0 = 62636855.8 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$ به مثابه پتانسیل ژئوئید، $0.92026 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$ است. با تبدیل این مقدار به واحد ارتفاعی از راه فرمول برونز به عدد 0.094 متر می‌رسیم. بنابراین براساس محاسبات صورت گرفته، صفر ارتفاعی ایران 0.094 متر زیر ژئوئید و لازم است مقدار 0.094 متر از کلیه ارتفاعات ارتومتریک محاسبه شده نسبت به صفر ارتفاعی موجود کم شود. از آنجا که در این روش وضعیت صفر ارتفاعی نسبت به ژئوئید تعیین می‌شود می‌توان آن را



شکل ۶. مشاهدات تفاضلی پس از حذف اثرات جرم‌های جهانی و اجرام در فاصله نزدیک و بالای بیضوی.



شکل ۷. ضریب بهینه رگولاسیون تیخونوف برای انتقال به سمت به پایین.



شکل ۸. پتانسیل تفاضلی روی بیضوی حاصل از حل معکوس انتگرال آبل - پواسون رگولار شده به روش تیخونوف.

منابع

- Bursa, M., Kouba, J., Muller, A., Radej, K., True, S. A., Vatrt, V., and Vojtiskova, M., 2000b, Determination of geopotential differences between local vertical datums and realization of a world height system. Presented at the World Height System Workshop, Geographic Service of the Czech Armed Forces, November 7-9, 2000, Prague.
- Bursa, M., Kouba, J., Muller, A., Radej, K., True, S. A., Vatrt, V., and Vojtiskova, M., 2001, Determination of geopotential differences between local vertical datums and realization of a world height system. *Studia geoph. et geod.*, **45**, 127-132.
- Bursa, M., Kouba, J., Radej, K. and True S. A., 1999a, Determination of the geopotential at the tide gauge defining the North America Vertical Datum (NAVD88): *Geomatica*, **53**, 291-296.
- Bursa, M., Kouba, J., Radej, K., Vatrt, V. and Vojtiskova, M., 2000c, Geopotential at tide gauge stations used for specifying a world height system. Presented at the World Height System Workshop, Geographic Service of the Czech Armed Forces, November 7-9, 2000, Prague.
- Cartwright, D. E., and Crease, J., 1963, A comparison of the geodetic reference levels of England and France by means of mean sea surface. *Proc. Roy. Soc.*, **A273**, 558-580.
- Colombo, O. L., 1980, A world vertical network. Report NO. 196, Department of Geodetic Science and Surveying, Ohio State University, Columbus, Ohio.
- de Freitas, S.R.C., Schwab, S.H.S., Marone, E., Pires, A.O. and Dalazoana, R. 2002, Local effects in the Brazilian Vertical Datum. *Proceedings of IAG Symposium*, vol. 125, *Vistas for Geodesy in the New Millennium*, 2-7 September 2001, Budapest, Hungary, pp.102-107, Springer Verlag, Berlin, Germany.
- Dennis, M. L., and Featherstone, W. E., 2002, Evaluation of orthometric and related height systems using a simulated mountain gravity field. *Proceedings of Third Meeting of the International Gravity and Geoid Commission*, Thessaloniki, Greece, August 26-30.
- Drewes, H., Bosch, W., Kaniuth, K., Hernandez, J. N., Hoyer, M., and Wildermann, E., 1999, Realization of the vertical reference system in Venezuela. Poster, XXII IUGG Gen. Ass., Birmingham, UK, England.
- Ekman, M., 1989, Impacts of geodynamic phenomena on systems for height and gravity. *Bull. Géodés.*, **63**, 281-296.
- Amos, M. J., and Featherstone, W. E., 2002, Development of a gravimetric geoid for New-Zealand and a single national vertical datum. *Proceedings of Third Meeting of the International Gravity and Geoid Commission*, Thessaloniki, Greece, August 26-30.
- Ardalan, A. A., 1999, High resolution regional geoid computation in the world geodetic datum 2000, based upon collocation of linearized observational functionals of the type GPS, gravity potential and gravity intensity: Ph. D. thesis, Stuttgart University Germany.
- Ardalan, A. A., Grafarend, E. W., and Kakkuri, J., 2002, National height datum, the Gauss-Listing geoid level value W_0 and its time variation $W_0^{\&}$. *J. Geodesy*, **76**, 1-28.
- Ardalan, A. A., and Safari, A., 2004, Terrain correction on the multi-cylindrical equal area map projection of the surface of the reference ellipsoid: *J. Geodesy*, **78**, 114-123.
- Baker, C., 1977, *The numerical treatment of integral equations*. Oxford University press.
- Balasubramania, N., 1994, Definition and realization of a global vertical datum. Report no.427, Department of Geodetic Science and Surveying, Ohio State University, Columbus, Ohio, U.S.A.
- Bursa, M., Kenyon, S., Kouba, J., Radej, K., Vatrt, V., Vojtiskova, M., and Simek, J., 2002, World height system specified by geopotential at tide gauge stations. *Proceedings of IAG Symposium, Vertical Reference System*, 20-23 February 2001, Cartagena, Columbia, pp.291-296, Springer Verlag, Berlin, Germany.
- Bursa, M., Kouba, J., Kumar, M., Muller, A., Radej, K., True, S. A., Vatrt, V., and Vojtiskova, M., 1999b, Geoidal geopotential and world height system. Presented at the XXIIth Gen. Assem., I.U.G.G., IAG Symposium G1, 18-30 July 1999, Birmingham, U.K. Also in *Studia geophys. et geod.*, **43**, 327-337.
- Bursa, M., Kouba, J., Muller, A., Radej, K., True, S. A., Vatrt, V., and Vojtiskova, M., 2000a, Methodology of establishing vertical datum based on GPS positioning, EGM96 and geoid potential. Presented at the World Height System Workshop, Geographic Service of the Czech Armed Forces, November 7-9, 2000, Prague.

- Ekman, M., 1999, Using mean sea surface topography for determination of height system differences across the Baltic Sea. *Marine Geodesy*, **22**, 31-35.
- Featherstone, W. E., 2002, Prospects for the Australian Height Datum and geoid model. *Proceedings of IAG Symposium*, vol. 125, *Vistas for Geodesy in the New Millennium*, 2-7 September 2001, Budapest, Hungary, pp.96-101, Springer Verlag, Berlin, Germany.
- Grafarend, E., and Ardalan, A. A., 1997, W0: an estimate of the Finnish Height Datum N60, epoch 1993.4, from twenty-five GPS points of the Baltic Sea Level Project. *Journal of Geodesy*, **71**, 673-679.
- Grafarend, E., and Ardalan, A. A., 2002, Time evolution of a world geodetic datum. *Proceedings of IAG Symposium*, vol. 125, *Vistas for Geodesy in the New Millennium*, 2-7 September 2001, Budapest, Hungary, pp.114-123, Springer Verlag, Berlin.
- Groten, E., 1982, A precise definition and implementation of the geoid and related problems. *Zeitschrift für Vermessungswesen*, **107/1**:26-32.
- Groten, E., 2002, Do we need a new reference system? *Proceedings of IAG Symposium*, vol. **125**, *Vistas for Geodesy in the New Millennium*, 2-7 September 2001, Budapest, Hungary, pp.108-113, Springer Verlag, Berlin.
- Hansen, P. C., 1996, Rank-deficient and discrete Ill-Posed problems. *Polyteknisk Forlag*, Lyngby, Denmark. Doctoral Dissertation.
- Heck, B., and Rummel, R., 1991, Strategies for solving the vertical datum problem using terrestrial and satellite geodetic data. In: *Sea Surface Topography and the Geoid*, *Proceedings of the IAG Symposia*, **104** (ed. H. Sünkel, T. Baker), pp. 116-127, Springer Verlag, Germany.
- Hipkin, R. G., 2002, Vertical Datum Defined by $W_0 = U_0$: Theory and Practice of a Modern Height System. *Proceedings of Third Meeting of the International Gravity and Geoid Commission*, Thessaloniki, Greece, August 26-30.
- IAG 2003, <http://iag.dgfi.badw.de/index.php?id=60&type=3>
- IGN 2000, <http://lareg.ensg.ign.fr/ITRF/ITRF2000/>
- Ihde, J., and Augath, W., 2002, The european vertical reference system (EVRS), its relation to a World height System and to the ITRS. *Proceedings of IAG Symposium*, vol. 125, *Vistas for Geodesy in the New Millennium*, 2-7 September 2001, Budapest, Hungary, pp.78-83. Springer Verlag, Berlin.
- Kaniuth, K., Bosch, W., Drewes, H., Moirano, J., and Natali, P., 1999, The vertical reference system of Argentina. *Poster, XXII IUGG Gen. Ass.*, Birmingham, U K, England.
- Lelgemann, D., 1977 On the definition of the Listing geoid taking into consideration different height systems. *Nachrichten Kartenu. Vermessungswesen*, Rh.II, **34**, 25-47.
- Marti, U., 2002., Modelling of differences of height systems in Switzerland. *Proceedings of Third Meeting of the International Gravity and Geoid Commission*, Thessaloniki, Greece, August 26-30.
- Marti, U., Schlater, A., Brockmann, E., and Wiget, A., 2002, The way to a consistent national height system for Switzerland. *Proceedings of IAG Symposium*, vol. 125, *Vistas for Geodesy in the New Millennium*, 2-7 September 2001, Budapest, Hungary, pp.90-95. Springer Verlag, Berlin.
- Mather, R. S., Rizos, C., and Morrison, T., 1978, On the unification of geodetic levelling datums using satellite altimetry. *NASA Tech. Memo. 79533*, Goddard Space Flight Center, Greenbelt, Maryland, U.S.A.
- Miller, M. M., Johnson, D. J., Weldon, R., and Meertens, C., 1999, Differential vertical motion estimation (DiVE): simultaneous GPS monitoring of crustal deformation and tidal gauge stability along the Cascadia convergent margin. Presented at AGU Spring 1999 Meeting, Boston, Mass., 31 May-4 June 1999.
- Nahavandchi, H., and Sjöberg, L. E., 1998, Unification of vertical datums by GPS and gravimetric geoid models using modified Stokes formula. *Marine Geodesy*, **21**, 261-273.
- Pan, M., and Sjöberg, L. E., 1998, Unification of vertical datums by GPS and gravimetric geoid models with application to Fennoscandia. *J. Geodesy*, **72**, 64-70.
- Poutanen, M., 1999, Use of GPS in unification of vertical datums and detection of levelling errors. In: *Geodesy and surveying in the future - the importance of heights*. *Proceedings of the seminar March 15-17, 1999*. (ed. M. Lilje) *Reports in geodesy and geographical information systems*, 1999:3. *Lantmä teriverket*, Gävle. 301-312.
- Poutanen, M., 2000, Sea surface topography and vertical datums using space geodetic techniques. *Dissertation and Report No.128*, *Publications of the Finnish Geodetic Institute*,

- Helsinki.
- Rapp, R. H., 1994, Separation between reference surfaces of selected vertical datums. *Bull. Géodés.*, **69(1)**, 26-31.
- Rapp, R.H. (1995) A world vertical datum proposal. *Allgemeine Vermessungs-Nachrichten*, 8-9/95, 297-304.
- Rapp, R. H. and Balasubramania, N., 1992, A conceptual formulation of a world height system, Report no.421, Department of Geodetic Science and Surveying, Ohio State University, Columbus, Ohio, U.S.A.
- Rummel, R., and Ilk K. H., 1995 Height datum connection-the ocean part. *Allgemeine Vermessungs-Nachrichten*, **102(8/9)**, 321-330.
- Rummel, R., and Teunissen, P., 1988, Height datum definition, height datum connection and the role of the geodetic boundary value problem. *Bulletin Géodésique*, **62**, 477-498.
- Sacerdote, F., and Sanso, F., 2001 W0, a story of the height datum problem. In volume in honour of W. Torge.
- Safari, A., 2004 Ellipsoidal boundary value problem for geoid computations via modulus of gravity, astronomical longitude, astronomical latitude, and satellite altimetry observations. Ph.D. thesis. Department of Surveying and Geomatics Engineering University of Tehran.
- Sanchez, L., 2002, A reference surface for the Unified Height System in the northern part of South America. *Proceedings of IAG Symposium*, vol. 125, *Vistas for Geodesy in the New Millennium*, 2-7 September 2001, Budapest, Hungary, pp.84-89, Springer Verlag, Berlin.
- Sanso, F., and Usai, S., 1995, Height datum and local geodetic datums in the theory of geodetic boundary value problems. *Allgemeine Vermessungs-Nachrichten*, **102(8/9)**, 343-355.
- Stakgold, I., 1979, *Green's Functions and Boundary Value Problems*, Wiley-Interscience Publications, New York, U.S.A.
- Tikhonov, A. N., and Arsenin, V. Y., 1977 *Solutions of Ill-posed Problems*. W.H. Winston, Washington, D.C.
- van Onselen, K., 1997, Quality investigation of vertical datum connection. DEOS report no.97.3, Delft University of Technology, Delft, The Netherlands.
- Zilkoski, D. B., 1999, Centimeter-Level Positioning of a U. S. Coast Guard Buoy Tender. *Journal of GPS Solutions*, in press.
- Zilkoski, D. B. and Fury R. J., 1998, Why Leveled Height Differences May Not Agree With NAVD 88 Height Differences. *Proceeding of 1998 Spring ACSM Conference*.