فیزیک زمین و فضا، دوره ۴۸، شماره ۱، بهار ۱۴۰۱، صفحهٔ ۴۹- ۶۲ (مقاله پژوهشی) DOI: 10.22059/JESPHYS.2021.325108.1007329

بازسازی دو بعدی آنومالی‌های گرانی‌سنجی با استفاده از روش تنظیم سطح (level set)

ایوب حمید[1] و سیدهانی متولی عنبران[2]*

۱. دانش‌آموخته کارشناسی ارشد، گروه فیزیک زمین، مؤسسه ژئوفیزیک، دانشگاه تهران، تهران، ایران
۲. استادیار، گروه فیزیک زمین، مؤسسه ژئوفیزیک، دانشگاه تهران، تهران، ایران

(دریافت: ۱۴۰۰/۴/۵، پذیرش نهایی: ۱۴۰۰/۶/۲۹)

چکیده

در این پژوهش روش تنظیم سطح برای بازسازی شکل آنومالی گرانی‌سنجی استفاده شده است. با توجه به این‌که در مسائل بازسازی شکل آنومالی گرانی‌سنجی همواره با عدم‌یکتایی روبه‌رو هستیم، روش تنظیم سطح کمک می‌کند تا با منظم‌سازی مسئله به کاهش در عدم‌یکتایی جواب نزدیک‌تر شویم. این روش دارای یک الگوریتم مناسب است که حساسیت مطلوبی در تعیین دقیق مرزها در مقطع جانبی دارد. همچنین برای بهینه‌سازی و کاهش ابعاد پارامترهای مسئله، توابع پایه شعاعی برای نشان دادن عملکرد تابع تنظیم سطح انتخاب می‌شود. در این پژوهش الگوریتم مذکور برای بررسی نقاط ضعف و قوت آن و به منظور اعمال بردادهای ژئوفیزیکی گرانی‌سنجی، کدنویسی و برنامه‌نویسی صورت گرفته است. در نتیجه با اعمال بر مدل‌های مصنوعی مشابه گنبد نمکی و مکعب ساده و نیز اعمال نویز تصادفی مختلف، موردآزمایش قرار گرفت و نهایتاً برای تست واقعی از داده‌های معدن موبرون کانادا استفاده شده است.

واژه‌های کلیدی: تنظیم سطح، بازسازی شکل آنومالی، داده‌های گرانی‌سنجی، مدل مصنوعی، توابع پایه شعاعی.

۱. مقدمه

در سال‌های اخیر مطالعات بسیاری در حوزه‌های مختلف مهندسی، پزشکی، ریاضی و ژئوفیزیکی به‌منظور بازسازی شکل، تصویرسازی و وارون‌سازی انجام‌شده است. اکثر این موارد برای تعیین مرز و محدوده هندسی منبع، استفاده‌شده است. در این بخش به‌طور مختصر به مطالعات اخیر که روش تنظیم سطح با موفقیت در خصوص دانش پردازش تصویر و همچنین در سایر زمینه‌های علمی ظاهر شده است؛ مورد بررسی و ارائه می‌شود.

اگرچه روش‌های تقریب عددی برای روش تنظیم سطح توجهات زیادی را به خود جلب کرده ولی آنالیز نظری این روش جایگاه ویژه و مهم خود را دارد. از جمله می‌توان به مطالعه گیج (۱۹۸۳) اشاره کرد که خم بسته‌ای که در حال جمع شدن انحنایش، به‌طور هموار به یک نقطه تبدیل می‌شود. پاریگسو (۲۰۰۵) مسائل ابررویه‌های متحرک را مورد بررسی قرار داد و نشان دادکه دامنه وسیعی از خم و مرزهای متحرک در مسائل را در بر می‌گیرد. اشر و سانتوسا (۲۰۰۱) با استفاده از روش تنظیم سطح و روش گرادیان به تجزیه‌وتحلیل حساسیت شکل برای نمایش یک میدان سرعت پرداخت. آلیر و همکاران (۲۰۰۲؛ ۲۰۰۴) با استفاده از روش متغیر الحاقی، روشی را ارائه دادند که میدان سرعت، از تجزیه‌وتحلیل حساسیت شکل، حاصل شد. وانگ و وانگ (۲۰۰۴) با مشتق مواد در مکانیک محیط‌های پیوسته و ارتباط بین بهینه‌سازی ساختاری (structural optimization) و روش تنظیم سطح، یک میدان سرعت طراحی و برقرار ساختند. بلیتکوا و همکاران (۲۰۰۳) با استفاده از تابع ضمنی و منظم‌سازی، ارزیابی حساسیت را بررسی کردند. ژانگ و همکاران (۲۰۱۵) با استفاده از روش تنظیم سطح مبتنی‌بر تعیین لبه و همچنین از ترکیب اطلاعات منطقه‌ای و محلی برای تقسیم‌بندی و پردازش تصاویر با سطح نویز بالا استفاده کردند (ژانگ و همکاران، ۲۰۱۵). ناگو و همکاران (۲۰۱۷) از به‌کارگیری روش تنظیم سطح و ترکیبی از یادگیری عمیق و داده‌های رزونانس مغناطیسی (magnetic resonance)، برای تقسیم‌بندی و نمایش بطن

*نگارنده رابط: motavalli@ut.ac.ir

چپ قلب استفاده کردند.

۲. روش پژوهش

۲-۱. مسئله پیش‌رو

در ابتدا به‌منظور ساخت و تشکیل ماتریس کرنل، لازم است سطح زیرین ناحیه برداشت داده، به‌صورت گسسته مدل شده و یک سطح مقطع مربع با چگالی ناشناخته ایجاد شود. این پارامترسازی یک نوع از مدل‌سازی دوبعدی گرانی‌سنجی است که زیر پروفیل برداشت گرانی قرارگرفته است.

مؤلفه قائم میدان گرانش سلول‌ها در نقاط مشاهده‌ای با استفاده از رابطه زیر حاصل می‌شود (بلیکلی، ۱۹۹۶).

$$g_i = 2\gamma\rho \iint \frac{z' dx' dz'}{x'^2 + z'^2} \tag{۱}$$

در اینجا γ ثابت جهانی و ρ چگالی سلول که ثابت فرض می‌شود. برای حل انتگرال معادله (۲) برای L ضلعی می‌توان نوشت (بلیکلی، ۱۹۹۶).

$$\frac{g_i}{\rho} = 2\gamma \sum_{n=1}^{L} \frac{\beta_n}{1+\alpha_n^2}\left[\log\frac{r_{n+1}}{r_n} - \alpha_n(\theta_{n+1} - \theta_n)\right] \tag{۲}$$

در اینجا $\alpha_n = \frac{x_{n+1}-x_x}{z_{n+1}-z_n}$ و $\beta_n = x_n - \alpha_n z_n$ تعریف می‌شود. برای تعریف کل پاسخ‌ها در هر یک از ایستگاه i، پاسخ‌های گرانی M بلوک در یک شبکه N نقطه‌ای به‌صورت زیر فرض می‌شود:

$$\begin{gathered} \mathrm{m} = \ , \\ \mathrm{G} = 2\gamma \sum_{n=1}^{L} \frac{\beta_n}{1+\alpha_n^2}\left[\log\frac{r_{n+1}}{r_n} - \alpha_n(\theta_{n+1} - \theta_n)\right] , \\ \mathrm{d} = g_i \\ \boldsymbol{d} = \boldsymbol{Gm} \end{gathered} \tag{۳}$$

که در این فرمول d برابر با داده گرانی‌سنجی، G ماتریس کرنل و **m** بردار مدل هست.

۲-۲. مسئله وارون

هدف از یک مسئله وارون، بازیابی اطلاعات مربوط به بردار **m** بر اساس داده‌های d است. در روش وارون تنظیم سطح، مرز آنومالی موردنظر، با سطح صفر نشان داده می‌شود. در اینجا کمینه مربعات به‌عنوان تابع هزینه تعریف می‌شود.

$$\min_m\{g(m) = \tfrac{1}{2}\|G(m) - d\|_2^2\} \tag{۴}$$

۲-۲-۱. کمینه کردن تابع هزینه

در این بخش مسئله کمینه‌سازی بر مبنای معادله (۴)، فرمول ساده کمترین مربعات توسعه داده می‌شود. اغلب روش‌ها معمولاً از حساسیت‌های مرتبه اول و دوم تابع هزینه و با توجه به پارامتر ناشناخته برای انجام حداقل‌سازی استفاده می‌کنند (برنارد و همکاران، ۲۰۰۹).

۲-۲-۲. تغییرات تابع هزینه ناشی از مدل نامعلوم

در این روش با فرض وجود مشتقات فرشه (Frechet) مرتبه اول و دوم شروع می‌شود. اولین مشتق از یک تابع (در صورت وجود) یک عملگر محدود و خطی است. مشتق از مرتبه دوم نیز محدود است اما دارای دو خط هست، به این معنی که اپراتور بر اساس دو آرگومان عمل می‌کند و نسبت به هر یک‌خطی است (برگر، ۱۹۷۷).

۲-۲-۳. کمینه‌سازی بر اساس پیکسل

درمسائل مبتنی‌بر شکل، حساسیت مرتبه اول و دوم تابع هزینه با توجه به توابع تعریف‌شده m(x) در معادله (۸)، یعنی m_1، m_0 و $\emptyset(x)$ در فرایند کمینه‌سازی وارد می‌شود. بر اساس ترتیب حساسیت‌های موجود، می‌توان روش‌های بهینه‌سازی مرتبه اول مانند گرادیان کاهشی و روش‌های مرتبه دوم مانند تکنیک‌های نیوتن یا شبه‌نیوتن را اجرا کرد. برای سادگی در بررسی روش، فرض می‌شود که m_1 و m_0 از پیش شناخته و فقط شکل و مرزها ناشناخته است (فنگ و همکاران، ۲۰۰۳؛ دورن و لسلیر، ۲۰۰۶؛ ویلگاس و همکاران، ۲۰۰۶). در این رویکرد تکاملی با یک فرآیند مقداردهی اولیه تابع سطح، تکامل تابع $\emptyset(x)$ از کمینه‌سازی تابع $g(m)$ حاصل می‌شود. روش گرادیان کاهشی معمولاً به تکرارهای زیادی برای همگرایی نیاز دارد و عملکردها برای مسائلی با حساسیت

کم ضعیف می‌شوند (بن‌میلد و میلر، ۲۰۰۷). اگرچه استفاده از روش‌های نیوتن و شبه‌نیوتن برای به‌روزرسانی تابع تنظیم سطح میزان همگرایی را افزایش می‌دهد، ولی ازنظر محاسباتی چالش‌برانگیز هستند و برای مسائل بزرگ و شبکه‌های نسبت ظریف، یک سیستم بزرگ معادلات باید در هر تکرار حل شود. همچنین برای هر دو نوع روش، معمولاً تنظیم مجدد تابع تنظیم سطح و گسترش تابع سرعت وجود دارد؛ و عملکرد مجموعه سطح ما از طریق روند تکامل مربوطه به خوبی رفتار می‌کند.

۳. اندازه‌گیری و محاسبه

۳-۱. روش پارامترسازی تنظیم سطح (Parametric level-set)

همان‌طور که قبلاً بحث شد، در روش‌های مبتنی‌بر شکل، تابع $\varphi(x)$ به‌عنوان بخشی از گسسته‌سازی تکاملی یا الگوریتم نوع نیوتن، در فضای گسسته‌سازی متراکم x نشان داده می‌شود؛ بنابراین تنظیم سطح را می‌توان تابعی از x و بردار پارامتر $\mu = (\mu_1.\mu_2 \dots .\mu_n)$ در نظر گرفت. در حالت عمومی‌تر با فرض تابع پیوسته $\varphi: \Omega \times \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ به‌عنوان تنظیم سطح پارامتری می‌توان به‌صورت زیر نشان داد:

$$\begin{cases} \varphi(x.\mu) > c & \forall x \in D. \\ \varphi(x.\mu) = c & \forall x \in \partial D. \\ \varphi(x.\mu) < c & \forall x \in \Omega \setminus D \end{cases} \quad (۵)$$

درروش پارامترسازی فرض می‌شود شکل کلی $\varphi(x.\mu)$ شناخته‌شده باشد و مشخصات μ صریحاً عملکرد تنظیم سطح را در کل دامنه Ω تعریف کند. به‌عبارت‌دیگر، تکامل φ موردنیاز برای حل مسئله وارون از طریق تکامل μ انجام می‌شود. به‌عنوان نمونه پارامترسازی تابع تنظیم سطح با توابع پایه شعاعی در این تحقیق استفاده می‌شود. همچنین به‌منظور تنظیم مسئله با استفاده از روش پارامترسازی تنظیم سطح می‌توان نوشت:

$$m(x.\mu) = m_i H(\varphi(x.\mu) - c)) + m_0\big(1 - H(\varphi(x.\mu) - c)\big) \quad (۶)$$

واضح است که m(x) متشکل از دو نوع پارامتر پس‌زمینه و مدل در نظر گرفته شود. این مسئله به تعیین مرز جداکننده این کلاس‌ها و همچنین مشخصات مقادیر خاصیت در هر ناحیه عمل می‌کند. در ساده‌ترین حالت، m(x) به‌صورت ثابت است. درحالی‌که در برخی موارد خاص، m(x) ممکن است تصادفی بوده و با مدل‌های احتمالی مختلف دو منطقه مشخص شود.

$$m(x) = \begin{cases} m_1 & if \in \Omega \\ m_0(x) & otherwise \end{cases} \quad (۷)$$

در اینجا m_1 مقدار ثابت درون پارامتر مدل و $m_0(x)$ نشانگر پارامترهای مختلف فضای بیرون مدل یا به‌عبارتی زمینه دربرگیرنده توده هست. بر این اساس، ویژگی نامعلوم m(x) را می‌توان در کل دامنه Ω تعریف کرد:

$$\text{m(x)}=[1 - \chi_\Omega(x)]m_0(x) + \chi_\Omega(\text{x})m_1 \quad (۸)$$

در اینجا χ_Ω شاخص تابع Ω و دامنه به‌صورت $\Omega = \{x|\phi(x) \geq 0\}$ قابل‌تعریف است (مولدر و همکاران، ۱۹۹۲؛ اشر و فدیک، ۲۰۰۱). درروش مبتنی‌بر شکل، هدف اصلی یافتن تغییرات مرز (∂D) است. در این راستا با توجه به روابط (۷) و (۸)، ایده استفاده از یک تابع تنظیم سطح، بسیار کارآمد هست.

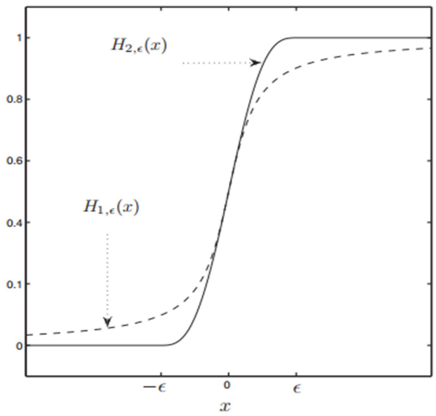
۳-۲. تقریب تابع هویساید

در یک معادله مبتنی‌بر شکل مانند رابطه (۸)، حل مسئله وارون به‌صورت عددی و امکان‌پذیر ساختن تکامل تابع تنظیم سطح مستلزم استفاده از تابع هموارساز هویساید است. این تابع معمولاً در برنامه‌های مبتنی‌بر شکل و به‌طور خاص در نمایش‌های پارامتری تابع تنظیم سطح استفاده می‌شود (تیلارد و همکاران، ۲۰۱۳؛ ژادانو، ۲۰۰۲).
به‌طور مشابه برای این‌که بتوان از تقریب هموارشدگی تابع هویساید استفاده کرد می‌توان نوشت:

$$H_\epsilon(s) = \frac{1}{1+e^{-s/\varepsilon}} \quad (۹)$$

در اینجا وقتی $\varepsilon \to 0$ درنتیجه $h_s \to h$ میل خواهد کرد. ویژگی خوب و بارز این تابع این هست که مشتق آن در

همه‌جا غیر صفر است. یک نقطه‌ضعف این است که برای نشان دادن عملکرد دقیق تابع شاخص، تابع تنظیم سطح $\emptyset$ باید به $\pm\infty$ تمایل داشته باشد؛ که باعث ایجاد گرادیان بسیار سریع در اطراف مرز تنظیم سطح $\emptyset$ می‌شود. از این‌رو لازم است اندازه بزرگ ε را انتخاب کنیم تا نسبت به تغییرات سطح حساسیت داشته باشد. دو نمونه از توابع هویساید به‌صورت شکل ۱ تعریف می‌شود (چان و وسا، ۲۰۰۱).



شکل ۱. عملکرد دو نسخه از توابع هویساید.

با توجه به شکل ۱، مشاهده می‌شود که وقتی از $H_{1.\epsilon}(x)$ به‌منظور منظم‌سازی استفاده می‌شود. با مقادیر $H_{1.\epsilon}\approx 1$ تابع تنظیم سطح باید مقادیر مثبت نسبت زیادی را در این منطقه به‌دست آورد. این محدودیت به‌طور ضمنی بر عملکرد تنظیم سطح و به‌طور خاص با استفاده از CSRBF(Compactly Support Radial Basis Functionها) اعمال می‌شود. انتظار می‌رود که توابع در کل Ω توزیع شوند تا یک تابع تنظیم سطح ایجاد شود که مقادیر مثبت (یا منفی) نسبت زیادی را در داخل (یا خارج) در برگیرد. با بهره‌برداری از رفتار شبه‌منطقی، استفاده از $H_{2.\epsilon}$ می‌تواند یک مزیت دیگر را فراهم کند که ابعاد مسئله را در هر تکرار کاهش می‌دهد. به‌عنوان مثال، در هر مرحله از فرایند تکامل، تابع هزینه به یک گروه خاص از پارامترهای PaLS حساس خواهد بود.

$$H_{1.\epsilon}(x)=\frac{1}{2}\left(1+\frac{2}{\pi}\arctan\left(\frac{\pi x}{\epsilon}\right)\right) \qquad (۱۰)$$

بنابراین یک تابع هموار هویساید به‌صورت زیر به کار گرفته می‌شود (ژائو و همکاران، ۱۹۹۶):

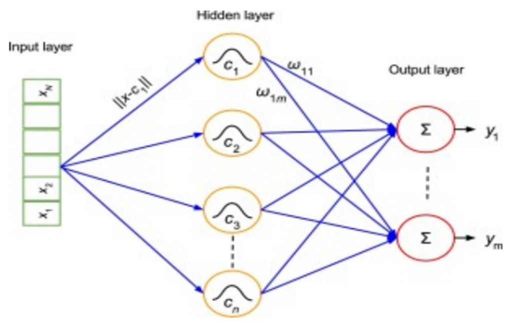
$$H_{2.\epsilon}(x)=\begin{cases}0 & if\ \ s<-\varepsilon\\ \frac{1}{2}\left[1+\frac{x}{\varepsilon}+\frac{1}{\pi}\sin\left(\frac{\pi x}{\varepsilon}\right)\right] & if\ -\varepsilon\le s\le\varepsilon\\ 1 & if\ \ s>\varepsilon\end{cases} \qquad (۱۱)$$

همچنین برای جلوگیری از روبه‌رو شدن با عبارت $h'_\varepsilon=0$، باید ε را مطابق با شیب (حداکثر) $\emptyset$ انتخاب کنیم.

هدف در این مسئله بازسازی شکل آنومالی، یافتن مجموعه سطح Ω و مدل‌های m_1 و m_0 هست.

۳-۳. توابع پایه شعاعی

در حالت کلی مطابق با شکل ۲ شبکه RBF به‌صورت چند بخش مجزا تقسیم می‌شود. لایه اول مربوط به ورودی‌های شبکه است، لایه دوم یک‌لایه مخفی است که از تعدادی واحد فعال‌سازی غیرخطی RBF تشکیل‌شده است و لایه آخر مربوط به خروجی نهایی شبکه است. ورودی‌های این شبکه (x_n) به‌وسیله لایه پنهان (فضا ویژگی) با توابع کرنل‌های (Kernel Function) مختلف محاسبه‌شده و با وزن‌دهی با ضرایب مشخص به‌صورت خروجی نمایش داده می‌شود. درنتیجه طی یک محاسبات، لایه پنهان این شبکه از فضای ورودی و فضای خروجی اسکالر (y_m) حاصل می‌شود.



شکل ۲. اجزاء و لایه‌های مختلف شبکه RBF (تینوس و جنیور، ۲۰۰۹).

شکل ماتریس مربوط به شکل ۲ را می‌توان به‌صورت زیر نوشت.

$$\begin{bmatrix}\varphi_{11} & \cdots & \varphi_{1N}\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ \varphi_{N1} & \cdots & \varphi_{NN}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\alpha_1\\ \vdots\\ \alpha_n\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}y_1\\ \vdots\\ y_m\end{bmatrix} \qquad (۱۲)$$

بنابراین بر اساس پارامترسازی تنظیم سطح پیشنهادشده توسط (آقاسی و همکاران، ۲۰۱۱)، شبکه (RBF) تعریف می‌شود.

$$\phi(x) = \sum_{i=1}^{L} \alpha_i \Psi(\beta\|x - \xi_i\|2) \quad (۱۳)$$

در اینجا $\Psi(r)$ نشان‌دهنده توابع پایه شعاعی(RBF)، ξ_i تعداد گره‌ها و β مقیاس پارامتر مقیاس گذاری هست.

$$k_{ij} = \Psi(\beta\|x - \xi_i\|2) \quad (۱۴)$$

$$\phi(x) = k\alpha \quad (۱۵)$$

$$\varepsilon = \mathcal{K}[\max(k\alpha) - \min(k\alpha)] \quad (۱۶)$$

بنابراین با ترکیب روابط (۸)، (۱۴) و (۱۵) می‌توان نوشت:

$$m(m_0.m_1.\alpha) = m_0(1 - h_\varepsilon(k\alpha)) + m_1 h_\varepsilon(k\alpha) \quad (۱۷)$$

اکنون می‌توان تابع هزینه را برای روش تنظیم سطح با استفاده از مدل (m) تعریف کرد:

$$\tilde{f}(\alpha) = \frac{1}{2}\left\|\left(g\left(m(\alpha)\right) - d\right)\right\|_2^2 \quad (۱۸)$$

و گرادیان این تابع به‌صورت زیر بیان کرد:

$$\nabla\tilde{f}(\alpha) = \left(\frac{\partial m}{\partial \alpha}\right)^T \nabla f\left(m(\alpha)\right) \quad (۱۹)$$

به‌طورکلی توابع پایه شعاعی(RBF) به دو نوع طبقه‌بندی می‌شوند که در ادامه به آنها پرداخته می‌شود.

۳-۳-۱. توابع پایه شعاعی جهانی(Global RBF)

این توابع دارای پشتیبانی بی‌نهایت و ماتریس کرنل RBF به‌صورت متراکم است. ازجمله مزیت‌های استفاده از توابع جهانی الف) بسیار دقیق و اغلب نمایی همگرا، ب) آسان برای مسائل با ابعاد بالا، ج) بدون نیاز به شبکه‌بندی (چارلس، ۱۹۸۴) در تقریب داده‌های پراکنده چند متغیره و د) دقت عددی با افزودن مرحله در مناطق با شیب تند به‌راحتی قابل‌بهبود است؛ اما ماتریس درون‌یابی متراکم و بد وضع است و به شکل پارامترها حساس است. برخی از توابع به‌صورت جدول ۱ در حالت جهانی مورداستفاده قرار می‌گیرد.

جدول۱. توابع پایه شعاعی جهانی (کارلس، ۱۹۸۶).

$\Psi(r)$	Name
$\exp(-r^2)$	**Gaussian**
$\sqrt{1+r^2}$	**Multiquadric**
$\frac{1}{\sqrt{1+r^2}}$	**Inverse multiquadic**

۳-۳-۲. پشتیبانی فشرده تابع پایه شعاعی (Compactly RBF)

در این حالت نتایج به‌صورت تنک، مثبت و به‌طورکلی شرایط ماتریس کرنل، بهتر ظاهر می‌شود. بااین‌حال، مرتبه تقریب آنها معمولاً کمتر از توابع جهانی است.

از ویژگی این توابع این‌که با حفظ حالت هموار و پس از یک شعاع مشخص دقیقاً صفر خواهند شد. ازنظر عددی، پشتیبانی فشرده از RBF ها، باعث ایجاد پراکندگی در ماتریس‌های حاصله در اجرای این روش‌ها می‌شود؛ بنابراین هزینه محاسبه را کاهش می‌دهد. درنتیجه انگیزه استفاده از این توابع در ساده‌سازی روش‌های تنظیم سطح شده است. علاوه‌بر مزایای ذکرشده، علاقه ما به این دسته از RBF ها از پتانسیل آنها در بازسازی اشکال با گوشه‌ها و مناطق انحنای نسبتاً زیاد، باوجود تعداد بسیار کمی عبارت در نمایش PaLS ناشی می‌شود.

جدول ۲، بیشترین توابع مورداستفاده حالت پایه فشرده آمده است که توابع وندلند (Wendland's) نامیده می‌شوند (وندلند، ۱۹۹۵). در این پژوهش از مرتبه k=۶ استفاده‌شده است.

جدول۲. توابع پایه شعاعی فشرده.

k	$\Psi(r)$	Name
0	$(1-r)^2$	Wendland-1
2	$(1-r)^2 + (4r+1)$	Wendland-2
4	$(1-r)^6 + (35r^2 + 18r + 3)$	Wendland-3
6	$(1-r)^8 + (32r^3 + 25r^2 + 8r + 1)$	Wendland-4

۳-۴. استراتژی منظم‌سازی

در حالت کلی پارامتر منظم‌سازی به دو دسته تقسیم می‌شود: ۱- منظم‌سازی صریح ۲- منظم‌سازی ضمنی، در منظم‌سازی صریح، بردار مدل (**m**) بر اساس ویژگی مسئله، به‌صورت بهینه گسترش داده می‌شود. وجود ناپایداری جواب به دلیل وجود نوفه و غیر همواری روش مجددسازی در فرایند وارون، لازم است حالت مجازات به تابع هدف تحمیل می‌شود تا ویژگی‌های ناخواسته منظم شود.

در روش پیشنهادی تنظیم سطح، حالت‌های منظم‌سازی ضمنی استفاده می‌شود. ازآنجاکه در روش مجددسازی عملکرد تابع سطح صاف در نظر گرفته می‌شود، می‌توان آن را به‌عنوان یک قاعده منظم‌سازی در پارامتر مدل مشاهده کرد. همچنین کاربردهای این فن محاسباتی را می‌توان در مطالعات مشاهده کرد. اگرچه محاسبه با استفاده از روش بهینه‌سازی است؛ اما چگالی بازیابی‌شده در یک چارچوب مداوم با استفاده از رابطه (۱۱) به‌صورت یک ساختار دودویی (باینری) که در مرز بی‌هنجاری با محیط اطرافش به‌صورت واضح حاصل می‌شود (ایساکو و همکاران، ۲۰۱۱؛ ۲۰۱۳؛ لی و لونگ، ۲۰۱۳؛ لی و همکاران، ۲۰۱۴). انتخاب تابع هویساید در منظم‌سازی مسئله اهمیت ویژه دارد؛ عملکرد این تابع به این صورت است که با ایجاد مقادیر محدود مدل و شبکه عصبی بین مقادیر ۰ و ۱ مطابق با شکل ۱ توانایی منظم‌سازی داشته و از تغییرات غیرعادی جلوگیری کند. بنابراین با توجه به مزایای تابع هویساید، در این پژوهش از رابطه (۱۱) استفاده خواهد شد.

۳-۵. الگوریتم تنظیم سطح

این الگوریتم با استفاده از تابع پایه شعاعی، تابع تنظیم سطح و همگرایی با الگوریتم شبه‌نیوتون طراحی و پیاده‌سازی شده است. به‌منظور استفاده بهینه از توابع پایه شعاعی لازم است بر اساس حالت و شکل مسئله، ضرایب موردنیاز تعیین شوند. جدول ۳ روند بهینه‌سازی کلی را نشان می‌دهد: مرحله اول این الگوریتم به‌صورت مقدار اولیه و عمدتاً مقابله با غیرخطی شدن مسئله، مدل طراحی می‌شود. بر این اساس متغیر مقدار اولیه، به وزن‌دهی در توابع پایه شعاعی (RBF) اختصاص داده می‌شود. برتری RBF ها منجر به عملکرد تنظیم سطح می‌شود که تنظیم سطح صفر ($\varphi = 0$)، مرز توده را تعریف می‌کند. با توجه به رابط، طراحی ارزیابی می‌شود و تجزیه‌وتحلیل حساسیت انجام می‌شود. بر اساس نتایج حاصل از مرحله تجزیه‌وتحلیل و حساسیت، متغیرهای طراحی بهینه‌شده و منجر به وزن‌دهی جدید برای RBF می‌شوند. اگر معیارهای همگرایی حاصل شود، الگوریتم خاتمه می‌یابد.

جدول۳. الگوریتم بازسازی آنومالی با روش تنظیم سطح.

الگوریتم بازسازی آنومالی تنظیم سطح
ورودی: داده گرانی‌سنجی (data)، تخمین مدل زمینه (m_0)، تخمین چگالی توده (m_1)، حدس اولیه برای بهینه‌سازی مسئله (α_0)، ضریب γ
فرایند بهینه‌سازی: ۱–محاسبه ماتریس شبکه عصبی (RBF) به‌منظور درون‌یابی و کاهش ابعاد مسئله. ۲–محاسبه جواب (α) از بهینه‌سازی روش شبه‌نیوتون ۳–محاسبه data misfit از فرمول کمینه مربعات ٤– تکرار به‌منظور همگرایی مسئله
خروجی: محاسبه بردار (**m**) از معادله(۸).

۴. نتایج و بحث

۴-۱. مدل‌سازی مصنوعی

در این بخش با استفاده از پارامترسازی روش تنظیم سطح (PaLS) ارائه‌شده توسط مطالعه (کدا و همکاران، ۲۰۱۷)، کدنویسی را در محیط متلب (MATLAB) برای روش گرانی توسعه می‌دهیم. به‌منظور معرفی هر چه بهتر الگوریتم تنظیم سطح و نمایش نقاط قوت و ضعف روش، سناریوهای مختلف مورد بررسی قرار می‌گیرد. مسئله برای مدل‌سازی دوبعدی شبیه‌سازی‌شده و نتایج ارائه می‌شوند. هدف مسئله تصویرسازی و بازسازی مدل مصنوعی بر اساس اندازه‌گیری‌های آنومالی گرانی انجام‌شده هست.

در تمام مدل‌های پیشنهادی، منطقه موردنظر به‌صورت $\Omega = ۲۰۰۰\times۶۰۰$ متر در جهت $x - z$ تعبیه‌شده است. اندازه طول و ارتفاع سلول‌های گسسته‌بندی به‌صورت ۱۰ متر در نظر گرفته‌شده و درمجموع به‌صورت $N = ۶۰\times۲۰۰$ یعنی N= ۱۲۰۰۰ سلول حاصل می‌شود. ایستگاه‌های نقاط مشاهده‌ای گرانی به‌صورت $M = ۲۰۰$ وسط هر سلول در نظر گرفته‌شده است. در فرایند این مسئله داده‌ها d با نویز گوسی ۱ درصد به حالت واقعی نزدیک می‌شود. برای نمایش شکل از تابع هموار $H_{2.\epsilon}$ استفاده می‌شود.

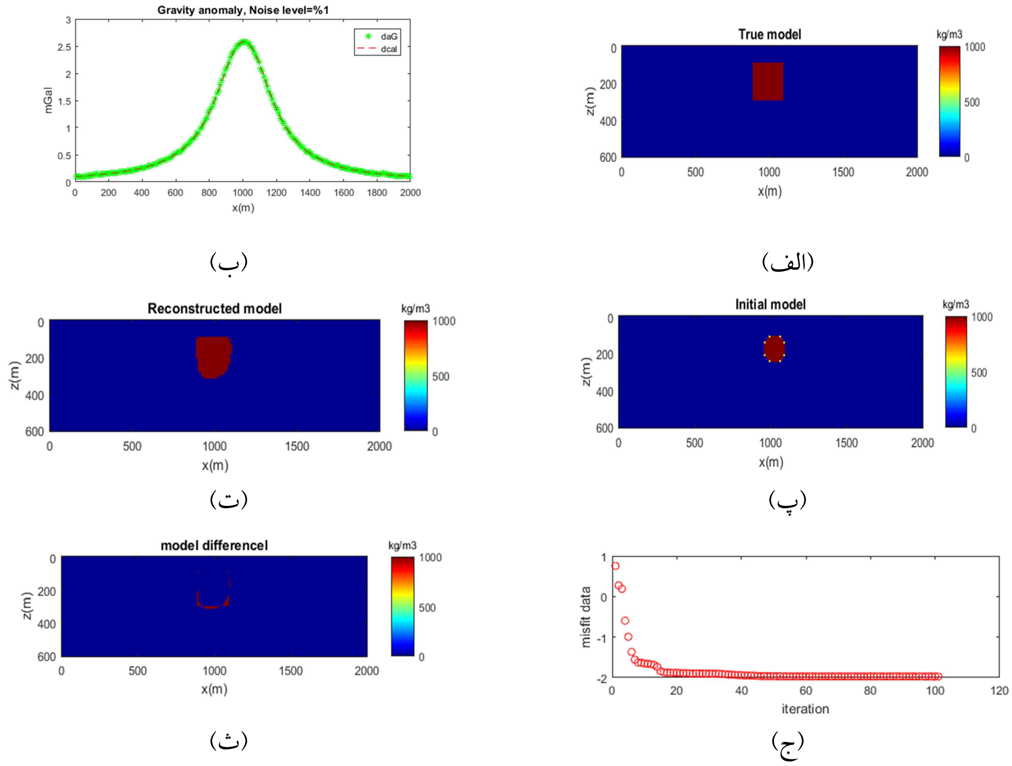
برای پارامترسازی در بخش(۳-۳-۲)، تابع ولندند پایه شعاعی مرتبه ($k =$۶) با $\gamma = ۵$ و انتخاب تطبیقی ϵ از رابطه (۱۶) ارائه‌شده است. ضرایب وزنی به‌صورت $\alpha = ۱ \pm$ به‌صورت اولیه شروع می‌شود. هدف از این مقداردهی اولیه پارامترهای PaLS تهیه یک مقداردهی اولیه نسبت ساده، قابل‌تکرار و عمومی است. تعیین و حدس مدل اولیه در فرایند وارون اهمیت ویژه‌ای دارد. درنتیجه برحسب شکل و شرایط توده موردنظر حدس اولیه تخمین زده می‌شود. حدس اولیه هرچه دقیق و به مدل واقعی نزدیک تر باشد طبیعتاً نتیجه بهتر و دقیق‌تر حاصل می‌شود و مسئله به‌سرعت همگرا می‌شود. از طرفی حدس غیرمنطقی و غیرقابل‌قبول در مسئله، نه‌تنها مدل را بازسازی نکرده بلکه مسئله را به‌شدت واگرا کرده و عملاً حل مسئله پیچیده خواهد بود. درنتیجه مسئله با استفاده از رویکرد نیوتن با تابع تنظیم سطح تعریف‌شده به‌عنوان یک تابع فاصله بر روی سلول‌ها و یک قاعده‌سازی صاف تحمیل‌شده، نشان داده می‌شود. همان‌طور که نتایج تحقیق نشان می‌دهد رویکر پارامترسازی تنظیم سطح در بازسازی خصوصیات اصلی شکل، عملکرد خوبی دارد.

۴-۱-۱. مدل شماره ۱: یک مکعب ساده

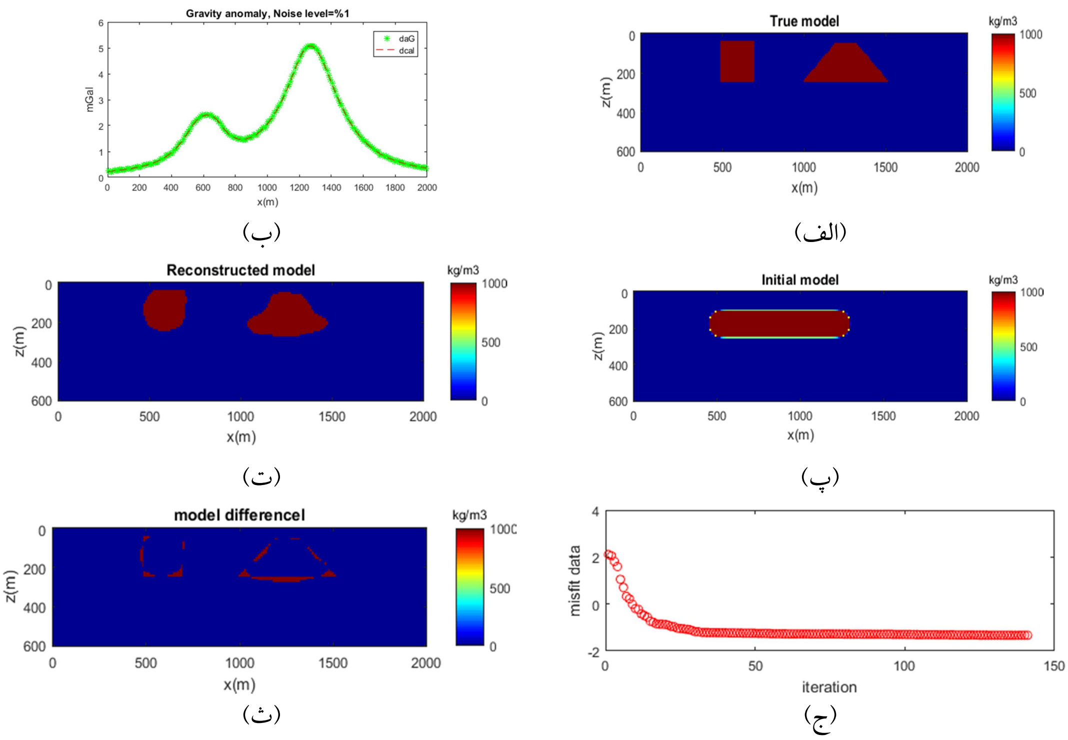
در این مدل یک مکعب ساده با ابعاد ۲۰۰×۲۰۰ متر و چگالی $۱۰۰۰ kg/m^3$ شبیه‌سازی می‌شود. شکل ۳ آنومالی گرانی حاصل از مکعب با مقدار نوفه ۱ درصد، مدل اولیه و مدل بازسازی‌شده حاصل از مدل واقعی را نشان می‌دهد. انتخاب مدل اولیه مناسب در این الگوریتم، باعث همگرایی هر چه‌بهتر شده و با توجه به شکل ۳ الگوریتم بازسازی شکل آنومالی، بعد از ۱۰۰ تکرار اختلاف مدل اولیه و مدل واقعی مناسب بوده است.

۴-۱-۲. مدل شماره ۲. دو مدل به صورت مکعب و ذوزنقه

در این حالت دو مدل در کنار هم قرارگرفته و عملکرد الگوریتم بازسازی تنظیم سطح بررسی می‌شود. یک مدل به شکل مکعب و مدل دیگر به‌صورت ذوزنقه با چگالی $۱۰۰۰\ kg/m^3$ شبیه‌سازی می‌شود. همان‌طور که در شکل ۴ نشان داده می‌شود برای همگرایی و بازسازی قابل‌قبول دو مدل، حدس اولیه به‌صورت مناسب داده می‌شود؛ و عملکرد و اهمیت حدس اولیه نشان داده شده است. بنابراین با توجه به شکل ۶ بعد از ۱۴۰ تکرار و Rms= ۰/۰۰۲ دو مدل به‌صورت قابل‌قبول و نزدیک به مدل واقعی بازسازی خواهند شد.



شکل ۳. شکل بازسازی‌شده حاصل از مدل مصنوعی مکعب ساده با سطح نویز ۱ درصد با استفاده از الگوریتم تنظیم سطح، الف) مدل واقعی، ب) آنومالی گرانی حاصل از شکل واقعی و بازسازی‌شده پ) مقدار اولیه ت) شکل بازسازی‌شده ج) همگرایی الگوریتم بر حسب تکرار و شکل لگاریتمی misfit data ث) تفاوت حاصل از مدل مصنوعی و مدل بازسازی‌شده.



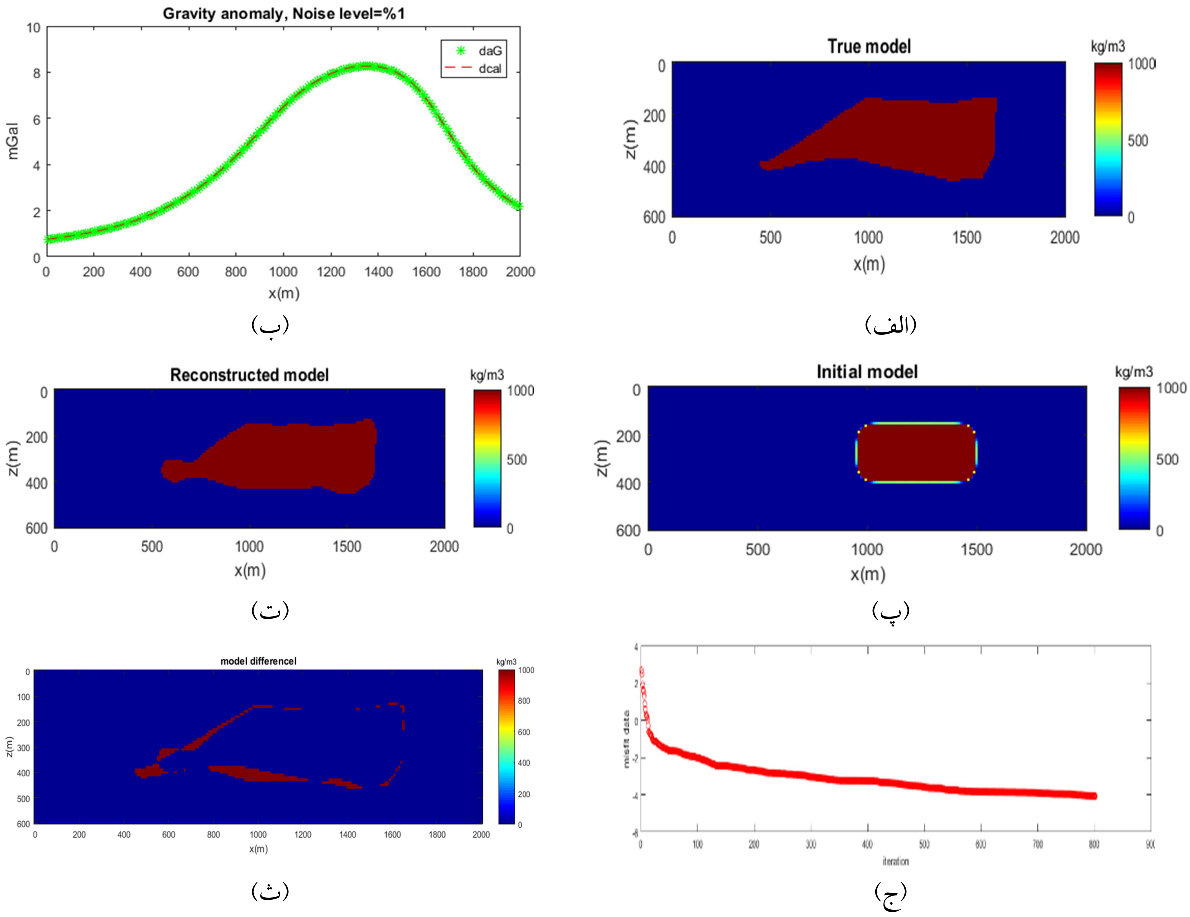
شکل ٤. شکل بازسازی‌شده حاصل از دو مدل مکعب و ذوزنقه با سطح نوفه ۱ درصد با استفاده از الگوریتم تنظیم سطح الف) مدل واقعی، ب) آنومالی گرانی حاصل از شکل واقعی و بازسازی‌شده پ) مقدار اولیه ت) شکل بازسازی‌شده ج)همگرایی الگوریتم بر حسب تکرار و شکل لگاریتمی misfit data ث) تفاوت حاصل از مدل مصنوعی و مدل بازسازی‌شده.

۴-۱-۳. مدل شماره ۳: شکل گنبد نمک

در این حالت یک مدل یک گنبد نمک برای مدل‌سازی انتخاب می‌شود. مدل با گستردگی حدود ۱ کیلومتری و در عمق ۱۷۰ متر قرارگرفته است. با توجه به شکل ۵ با انتخاب یک حدس اولیه مناسب، الگوریتم بازسازی آنومالی بعد از ۸۰۰ تکرار به مدت‌زمان ۴۲ ثانیه همگرا شده و مدل واقعی به‌صورت قابل‌قبول بازسازی می‌شود.

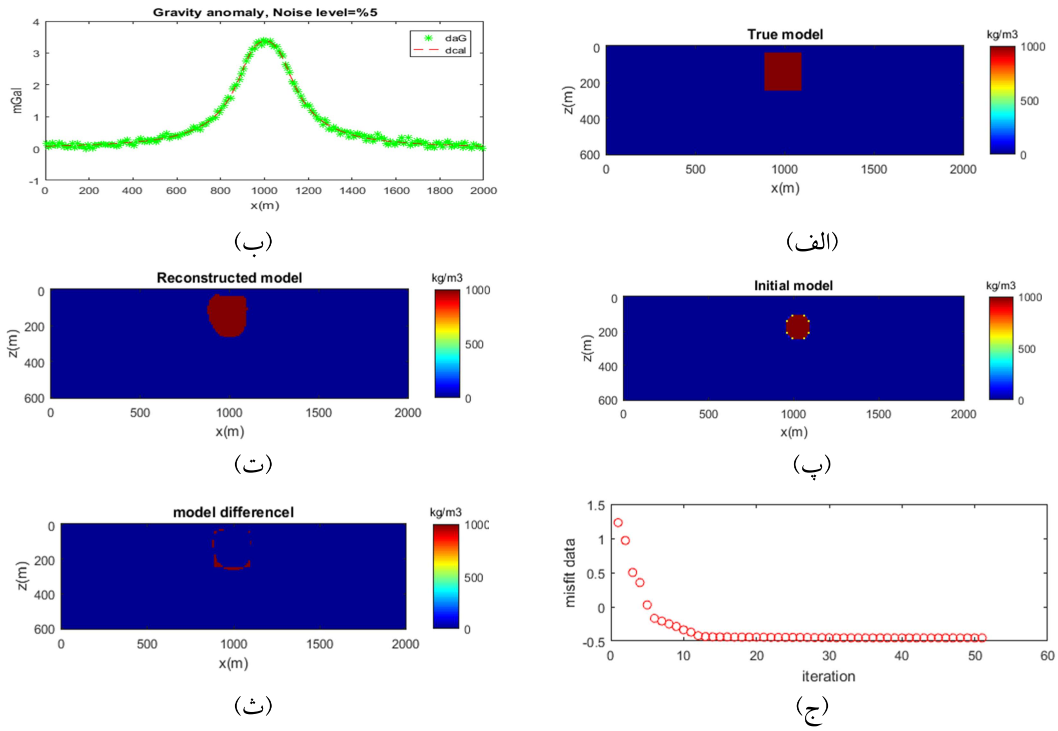
۴-۱-۴. مدل شماره ۴: مدل مکعب آغشته به نویزهای گوسی ۵، ۱۰ و ۳۰ درصد

در این مورد از مدل‌سازی، مکعب به عمق ۵۰ متر و ابعاد ۲۰۰ متر با چگالی ۱۰۰۰ kg/m^3 نشان داده می‌شود. به منظور ارزیابی الگوریتم، با توجه به سطح نویز مختلف داده‌ها آغشته می‌شوند. شکل‌های (۶ تا ۸) به ترتیب مدل بازسازی‌شده به همراه همگرایی و مرتبه تکرار را برای سطح نویزهای مختلف را نشان می‌دهند. همان‌طور که نشان داده می‌شود توزیع سطح نویز ۵ و ۱۰ درصد الگوریتم توانایی بازسازی مدل قابل قبول را داشته است. اما با افزایش توزیع سطح نویز به ۳۰ درصد، مدل با وجود همگرایی مناسب توانایی برگردان مدل مصنوعی را نداشته است.

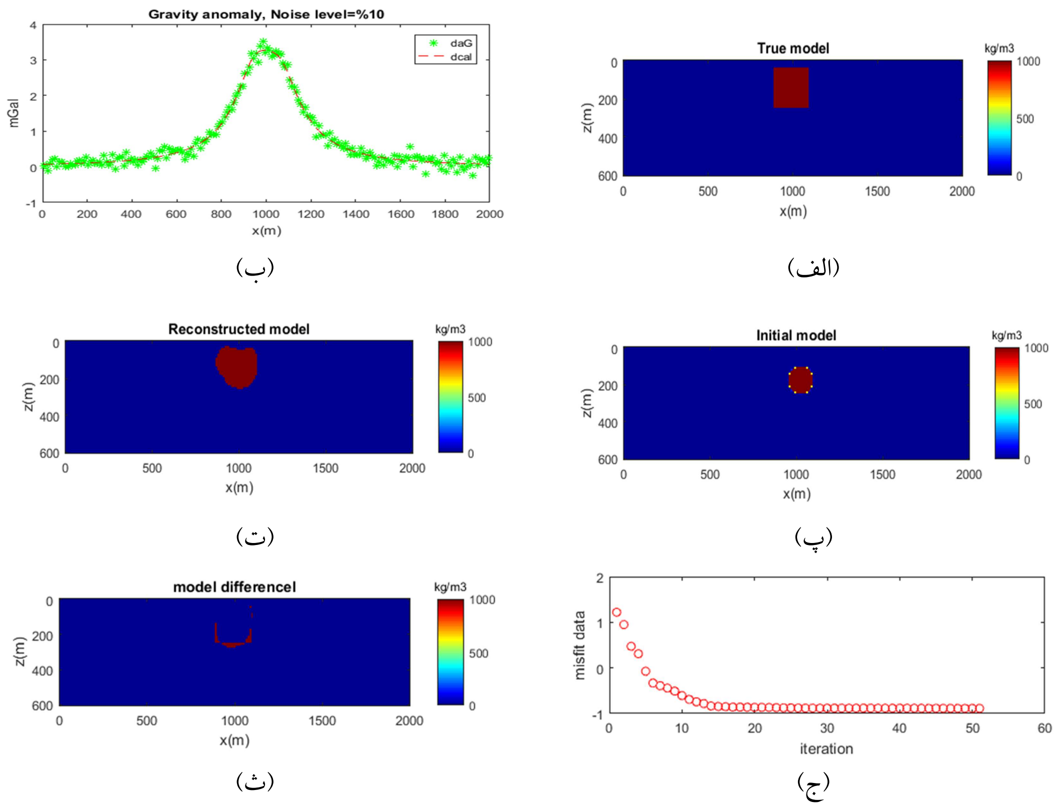


(الف) (ب) (پ) (ت) (ج) (ث)

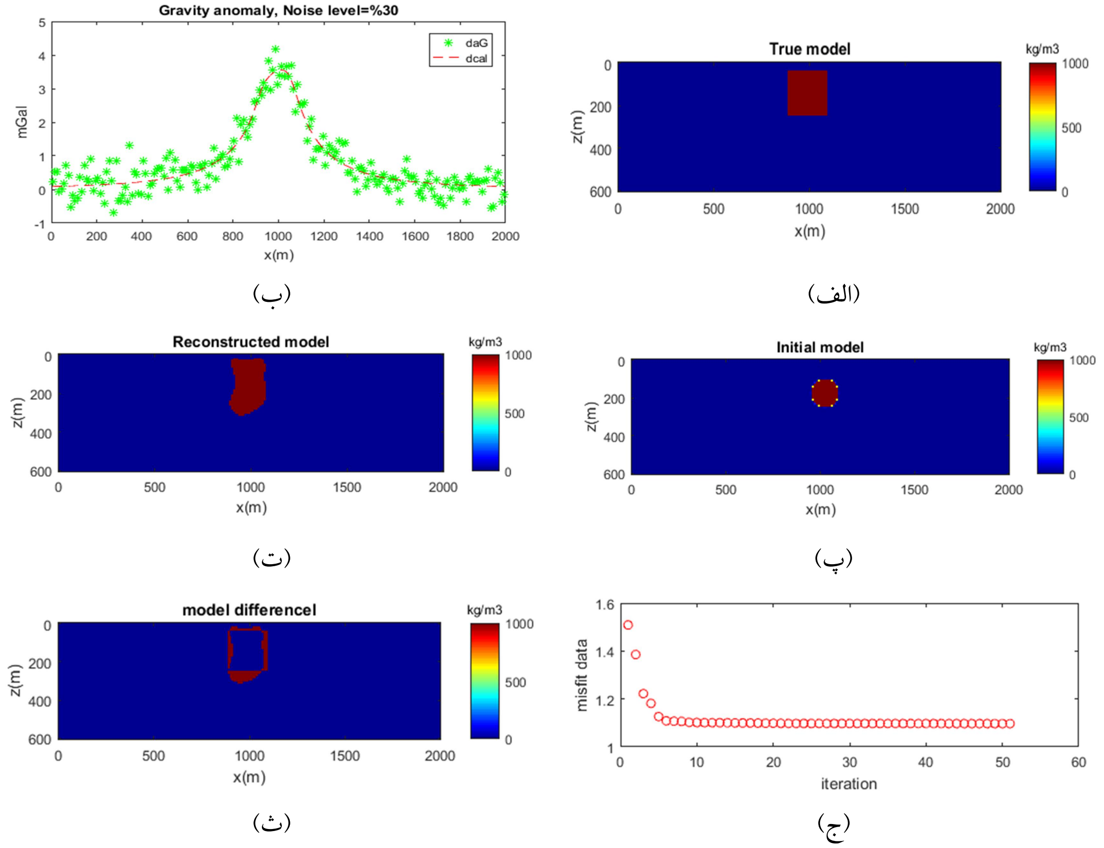
شکل ۵. شکل بازسازی‌شده حاصل از مدل مصنوعی گنبد نمک با نوفه ۱ درصد با استفاده از الگوریتم تنظیم سطح، الف) مدل واقعی، ب) آنومالی گرانی حاصل از شکل واقعی و بازسازی‌شده پ) مقدار اولیه ت) شکل بازسازی‌شده ج)همگرایی الگوریتم بر حسب تکرار و شکل لگاریتمی misfit data ث) تفاوت حاصل از مدل مصنوعی و مدل بازسازی‌شده.



شکل٦. شکل بازسازی‌شده حاصل از الگوریتم تنظیم سطح همراه با سطح نوفه ۵ درصد، الف) مدل واقعی، ب) آنومالی گرانی حاصل از شکل واقعی و بازسازی‌شده پ) مقدار اولیه ت) شکل بازسازی‌شده ج)همگرایی الگوریتم بر حسب تکرار و شکل لگاریتمی misfit data ث) تفاوت حاصل از مدل مصنوعی و مدل بازسازی‌شده.



شکل٧. شکل بازسازی‌شده حاصل از الگوریتم تنظیم سطح همراه با سطح نوفه ١٠ درصد، الف) مدل واقعی، ب) آنومالی گرانی حاصل از شکل واقعی و بازسازی‌شده پ) مقدار اولیه ت) شکل بازسازی‌شده ج) همگرایی الگوریتم بر حسب تکرار و شکل لگاریتمی misfit data ث) تفاوت حاصل از مدل مصنوعی و مدل بازسازی‌شده.



شکل۸. شکل بازسازی‌شده حاصل از الگوریتم تنظیم سطح همراه با سطح نوفه ۳۰ درصد، الف) مدل واقعی، ب) آنومالی گرانی حاصل از شکل واقعی و بازسازی‌شده پ) مقدار اولیه ت) شکل بازسازی‌شده ج)همگرایی الگوریتم بر حسب تکرار و شکل لگاریتمی misfit data ث) تفاوت حاصل از مدل مصنوعی و مدل بازسازی‌شده.

۴-۲. داده واقعی

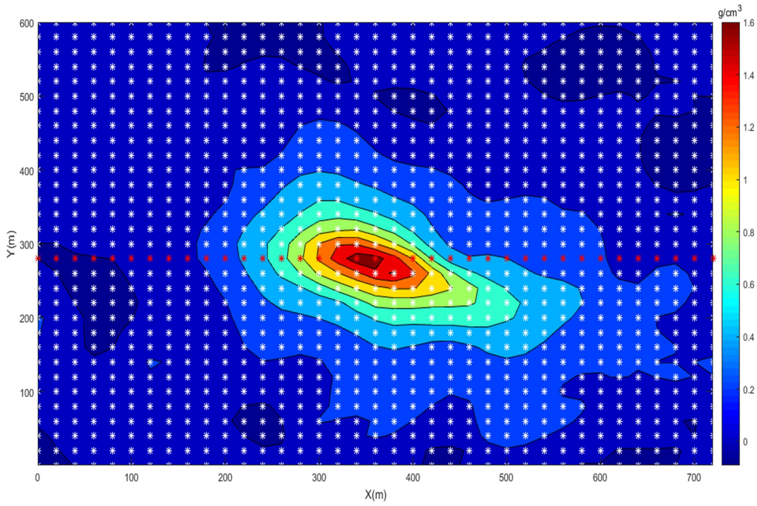
۴-۲-۱. موقعیت و زمین‌شناسی منطقه

معدن مشهور و بزرگ موبرون، در شمال شرقی نوراندا، کبک قرارگرفته است. این معدن سولفیدی آغشته به فلزات طلا و نقره به‌صورت توده‌ای و پراکنده قرارگرفته است. محیط و سنگ میزبان این توده از سنگ‌های آتش‌فشانی متعلق به دوره پرکامبرین هست. با توجه به تحقیقات انجام‌شده توسط (گرنت و وست، ۱۹۶۵)، ابعاد و شکل این ماده معدنی گسترشی حدود ۳۰۰ متر، عرض ۳۰ متر و گسترش عمقی حدود ۱۸۰ متر را برآورد کردند. چگالی این توده معدنی در حدود $^{g}/_{cm^3}$ ۴/۶، سنگ میزبان که متشکل از سنگ‌های آتش‌فشانی با چگالی ۲/۷ $^{g}/_{cm^3}$ و تباین چگالی این توده معدنی با سنگ میزبان ۱/۹ $^{g}/_{cm^3}$ برآورد شده است.

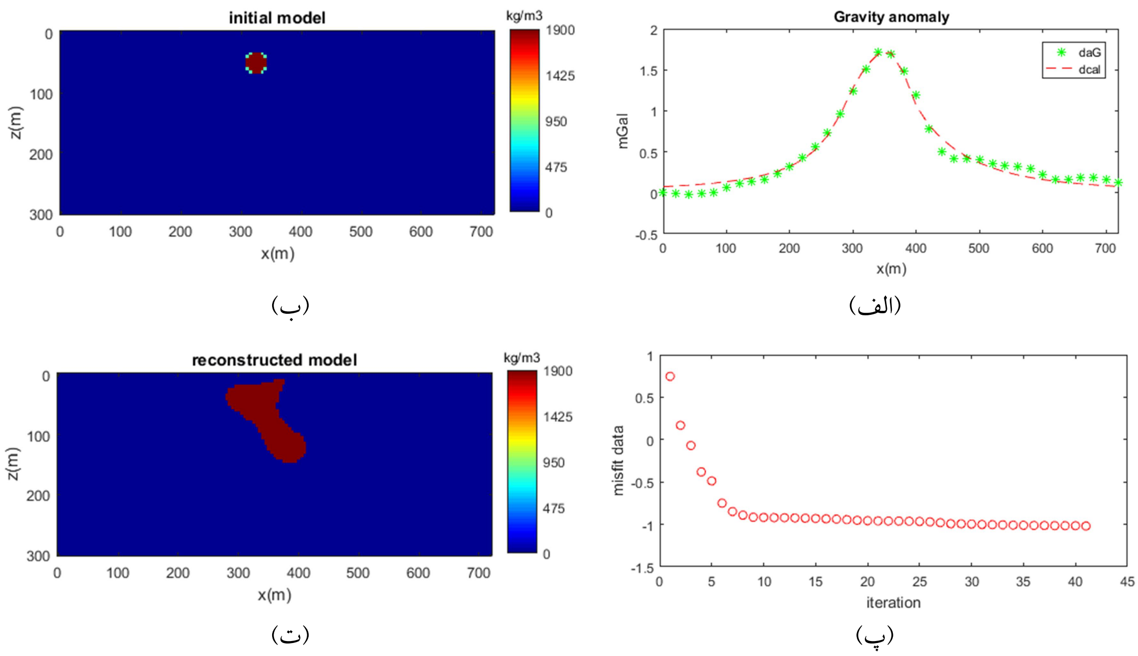
۴-۲-۲. تعیین محدوده توده معدنی در ذیل پروفیل

همان‌طور که در شکل ۹ نشان داده‌شده آنومالی داده‌های گرانی معدن موبرون با پروفیلی در جهت X و Y ترسیم‌شده است. ستاره‌های سفید مختصات ایستگاه برداشت داده و ستاره‌های قرمز به‌منظور استفاده در الگوریتم بازسازی آنومالی تنظیم سطح، مورد بررسی قرارگرفته است. از سطح مقطع ایجادشده توسط پروفیل مدل به دو بخش X و Z به ترتیب نمایانگر جهت شرق و عمق مدل است، تقسیم می‌شود. تعداد نقاط داده ۳۷ عدد به فاصله ۲۰ متری برداشت‌شده است. گسسته‌سازی زمین توسط مکعب‌های به ابعاد ۱۰ متر در نظر گرفته می‌شود که ۷۳ سلول در جهت X، تعداد ۳۱ سلول در جهت عمق و

درمجموع تعداد N=۲۲۶۳ خواهیم داشت؛ بنابراین با یک حدس اولیه و بعد از ۴۰ تکرار، شکل ۱۰ توده بازسازی‌شده از داده واقعی نشان داده می‌شود. این الگوریتم به‌صورت باینری توده را بازسازی می‌کند. این توده در عمق ۱۰ متر شروع‌شده و تا عمق ۱۶۰ متری کشیدگی دارد.



شکل ۹. نمایش پروفیل برداشت داده گرانی‌سنجی حاصل از توده معدنی موبرون کانادا. ایستگاه‌های برداشت داده به‌صورت نقاط سفید و پروفیل انتخابی به منظور استفاده از داده دوبعدی به‌صورت قرمزرنگ مشخص‌شده است.



شکل ۱۰. الگوریتم بازسازی تنظیم سطح داده واقعی حاصل از پروفیل الف) داده واقعی و محاسبه‌ای ب) مقداردهی اولیه پ) همگرایی الگوریتم بر حسب تکرار و شکل لگاریتمی misfit data ت) شکل بازسازی حاصل از داده‌های واقعی.

۵. نتیجه‌گیری

در این پژوهش یک روش پارامتری تنظیم سطح در فرایند بازسازی آنومالی داده‌های گرانی‌سنجی ارائه‌شده است. با استفاده از توابع پایه شعاعی، فرمول اساسی مسئله به صورت کلی حفظ می‌شود؛ که از نظر عددی، یک پارامتر مناسب از تابع تنظیم سطح قادر به کاهش ابعاد مسئله است و به طور ذاتی مسئله را منظم می‌کند. در بهینه‌سازی مسئله بر اساس این واقعیت که تعداد پارامترهای اساسی در یک رویکرد پارامتری معمولاً بسیار کمتر از تعداد سلول‌ها (پیکسل) ناشی از گسسته‌سازی عملکرد تنظیم سطح است، از یک روش نوع نیوتن برای حل استفاده شده است. به‌منظور ارائه هندسه توده، مرز توده از تابع تنظیم سطح به‌صورت صفر تعریف شد؛ بنابراین به شکل دودیی محیط میزبان صفر و توده موردنظر برابر یک قرار داده شد. این فرمول شامل برخی پارامترها مانند همواری تابع هویساید است؛ که در کنترل تغییرات هندسه توده از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. این الگوریتم توانایی بالایی در شناسایی و بازسازی مرز توده ایفا کرده و مرز توده را باکیفیت بالا بازگردانی می‌کند؛ اما در برابر سطح نویز بالا عملکرد ضعیف خواهد داشت. می‌توان نتیجه گرفت این الگوریتم بر حسب درصد نوفه‌های مختلف، ضعف در برگردان مدل مصنوعی خواهد داشت. در این مطالعه برای سادگی، فقط مسائل دوبعدی در نظر گرفته شده است. در حالی که کارایی یک رویکرد پارامتریک برای بازسازی شکل سه بعدی که تباین چگالی بین تعداد سلول‌ها بارزتر است، نتایج بهتری حاصل خواهد شد.

مراجع

Allaire, G., Jouve, F. and Toader, A.-M., 2002, A level-set method for shape optimization. C R Acad Sci., Paris Ser I, 334, 1–6.

Allaire, G., Jouve, F. and Toader, A.-M., 2004, Structural optimization using sensitivity analysis and a level-set method. J Comput Phys; 194, 363–93.

Aghasi, A., Kilmer, M. and Miller, E. L., 2011 Parametric level set methods for inverse problems. SIAM Journal on Imaging Sciences, 4(2), 618–650.

Belytschko, T., Xiao, SP. and Parimi, C., 2003, Topology optimization with implicitly function and regularization. Int J Numer Method Eng; 57, 1177–96.

Ben Hadj Miled, M. K. and Miller, E.L., 2007, A projection-based level-set approach to enhance conductivity anomaly reconstruction in electrical resistance tomography, Inverse Problems, 23, 2375–2400.

Berger, M.S., 1977, Nonlinearity and Functional Analysis, Academic Press, New York, London.

Bernard, O., Friboulet, D., Th´ evenaz, P. and Unser, M., 2009, Variational B-spline level-set: A linear filtering approach for fast deformable model evolution, IEEE Trans. Image Process., 18, 1179–1191.

Blakely, R. J., 1996, Potential theory in gravity and magnetic applications. Cambridge university press.

Chan, T.F. and Vese, L.A., 2001, Active contours without edges, IEEE Trans. Image Process. 10, 266-277.

Charles, A., 1984, Micchelli. Interpolation of scattered data: distance matrices and conditionally positive definite functions. In Approximation theory and spline functions, pages 143–145.

Dorn, O. and Lesselier, D., 2006, Level set methods for inverse scattering, Inverse Problems, 22, R67–R131.

Feng, H., Karl, W.C. and Castanon, D., 2003, A curve evolution approach to object-based tomographic reconstruction, IEEE Trans. Image Process., 12, 44–57.

Gage, M. E., 1983, An isoperimetric inequality with applications to curve shortening. Duke Mathematical Journal, 50(4), 1225-1229.

Grant, F. S. and West, G. F., 1965, Interpretation theory in applied geophysics, McGraw, 70, 39-43.

Isakov, V., Leung, S. and Qian, J., 2011, A fast local level set method for inverse gravimetry: Communications in Computational Physics, 10, 1044–1070.

Isakov, V., Leung, S. and Qian, J. 2013, A three-dimensional inverse gravimetry problem for ice with snow caps: Inverse Problems and Imaging, 7, 523–544, doi: 10.3934/ipi.

Kadu, A., Van Leeuwen, T. and Mulder, W., 2017, Parametric level-set full-waveform inversion in the presence of salt bodies. In SEG Technical Program Expanded Abstracts 2017 (pp. 1518-1522). Society of Exploration Geophysicists.

Li, W. and Leung, S., 2013, A fast local level set adjoint state method for first arrival transmission traveltime tomography with discontinuous slowness: Geophysical Journal International, 195, 582–596, doi: 10.1093/gji/ggt244.

Li, W., Leung, S. and Qian, J., 2014, A level-set adjoint-state method for crosswell transmission-reflection traveltime tomography: Geophysical Journal International, 199, 348–367, doi: 10.1093/gji/ggu262.

Micchelli Charles, A., 1986, Interpolation of scattered data: distance matrices and conditionally positive definite functions. Constructive approximation 2.1, 11-22.

Mulder, W. A. , Osher, S. and Sethian, J. A., 1992, Computing interface motion in compressible gas dynamics. Journal of Computational Physics, 100(2), 209–228.

Ngo, T. A., Lu, Z. and Carneiro, G., 2017, Combining deep learning and level set for the automated segmentation of the left ventricle of the heart from cardiac cine magnetic resonance. Medical image analysis, 35, 159-171.

Osher, S. and Fedkiw, R. P. 2001, Level set methods: an overview and some recent results. Journal of Computational Physics, 169(2), 463–502.

Osher, S.J. and Santosa, F., 2001, Level set methods for optimization problems involving geometry and constraints. I. frequencies of a two-density inhomogeneous drum. J Comput Phys; 171, 272–88.

Paragios, N., Faugeras, O., Chan, T. and Schnoerr, C., (Eds.), 2005, Variational, Geometric, and Level Set Methods in Computer Vision: Third International Workshop, VLSM 2005, Beijing, China, October 16, 2005, Proceedings (Vol. 3752). Springer.

Theillard, M., Djodom, L. F., Vié, J. L. and Gibou, F., 2013, A second-order sharp numerical method for solving the linear elasticity equations on irregular domains and adaptive grids–application to shape optimization. Journal of Computational Physics, 233, 430-448.

Tinós, R. and Júnior, L. O. M., 2009, Use of the q-Gaussian function in radial basis function networks. In Foundations of Computational Intelligence Volume 5 (pp. 127-145). Springer, Berlin, Heidelberg.

Villegas, R., Dorn, O., Moscoso, M., Kindelan, M. and Mustieles, F., 2006 Simultaneous characterization of geological shapes and permeability distributions in reservoirs using the level set method, in Proceedings of the SPE Europec/EAGE Annual Conference and Exhibition.

Wang, M.Y. and Wang, X.M., 2004, PDE-driven level sets, shape sensitivity, and curvature flow for structural topology optimization. Comput Model Eng Sci; 6, 373–95.

Wendland, H., 1995, Piecewise polynomial, positive definite and compactly supported radial functions of minimal degree. Advances in Computational Mathematics, 4(1), 389–396.

Zhang, K., Zhang, L., Lam, K. M. and Zhang, D., 2015, A level set approach to image segmentation with intensity inhomogeneity. IEEE transactions on cybernetics, 46(2), 546-557.

Zhao, H.K., Chan, T., Merriman, B. and Osher, S., 1996, A variational level set approach to multiphase motion, J. Comput. Phys., 127, 179–195.

Zhdanov, M.S., 2002, Geophysical Inverse Theory and Regularization Problems, Elsevier Science, Amsterdam.

Journal of the Earth and Space Physics, Vol. 48, No. 1, Spring 2022, P. 4

2D reconstruction of gravity anomalies using the level set method

Hamid, A.[1] and Motavalli-Anbaran, S.-H.[2*]

1. M.Sc. Graduated, Department of Earth Physics, Institute of Geophysics, University of Tehran, Tehran, Iran
2. Assistant Professor, Department of Earth Physics, Institute of Geophysics, University of Tehran, Tehran, Iran

(Received: 26 June 2021, Accepted: 20 Sep 2021)

Summary

In order to properly understand the subsurface structures, the issue of inversion of geophysical data has received much attention from researchers. Since accurate reconstruction of the shape and boundaries of the mass using gravimetric data is very important in some issues, it is important to use an effective and efficient method that has a high ability to draw and reconstruct the boundaries of a mass. In recent years, the level set method introduced by Asher and Stein has been widely used to solve this problem. From the expansion of the level set function in some bases of the problem, the effective number of parameters is greatly reduced and an optimization problem is created which its behavior is better than the least squares problem. As a result, the level set parameterization method will be presented for the reconstruction of inversion models. A common advantage of the parametric level set method is the careful examination of the boundary for optimum sensitivities, which significantly reduces the dimensional problem, and many of the difficulties of traditional level set methods, such as regularization, reconstruction, and basis function. Level set parameterization is performed by radial basis functions (RBF); which causes an optimal problem with an average number of parameters and high flexibility; and the computational and optimization process for Newton's method is more accurate and smooth. The model is described by the zero contour of a level-set function, which in turn is represented by a relatively small number of radial basis functions. This formulation includes some additional parameters such as the width of the radial basis functions and the smoothness of the Heaviside function. The latter is of particular importance as it controls the sensitivity to changes in the model. In this algorithm adaptively chooses the required smoothness parameter and tests the method on a suite of idealized Earth models.

In this evolutionary approach, the reduction gradient method usually requires many iterations for convergence, and the functions are weakened for low-sensitivity problems. Although the use of Quasi- Newton methods to improve the level set function increases the degree of convergence, they are computationally challenging, and for large problems and relatively finer grids, a system of equations must be solved in each iteration. Moreover, based on the fact that the number of underlying parameters in a parametric approach is usually much less than the number of pixels resulting from the discretization of the level set function, we make a use of a Newton-type method to solve the underlying optimization problem.

In this research, the algorithm is used to investigate its strengths and weaknesses for applying geophysical gravity data, coding and programming, and it is tested using several two-dimensional synthetic models. Finally, the method is tested on gravity data from the Mobrun ore body, north east of Noranda, Quebec, Canada.

The results of this study show that the application of the optimization algorithm of the level set function will lead to a relatively more accurate and realistic detection of mass boundaries. It shows that the tested mass has spread from a depth of 10 meters to a depth of 160 meters.

Keywords: Level set, Reconstruction, Gravity data, Synthetic model, Radial Basis Functions (RFB).

* Corresponding author: motavalli@ut.ac.ir