

## بررسی اثرات کوانتمی گرانش بر یک مدل برداری

\*سید داود ساداتیان\*

دانشیار، گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه نیشابور، نیشابور، ایران

(دریافت: ۱۴۰۰/۳/۱۱، پذیرش نهایی: ۱۴۰۰/۱۰/۲۰)

### چکیده

یکی از نتایج مهم نظریه گرانش کوانتمی اصلاح قوانین فیزیک در فواصل کوتاه است. مثلاً روابط جابه‌جایی مکانیک کوانتمی استاندارد در مقیاس‌هایی از طول (به نام طول پلانک) تغییر می‌یابند. البته باید توجه داشت که این تغییرات در انرژی‌های پایین قابل صرف‌نظر کردن است و فقط در حد انرژی‌های بالا همچون جهان اولیه این تصحیحات قابل توجه می‌شوند. در این راستا اصل عدم قطعیت استاندارد مکانیک کوانتمی کوانتوم با روابط اصلاح شده عدم قطعیت که شامل یک طول کمینه قابل مشاهده از مرتبه طول پلانک است تغییر می‌یابند. از طرفی لحظات ابتدایی پیدایش عالم که شامل دوره تورم بوده دوره‌ای است که بدلیل سطح بالای انرژی، اثرات کوانتمی گرانش در آن قابل توجه و لذا می‌توان در این دوره به بررسی این اثرات پرداخت. برای این کار می‌توان ویژگی‌های دوره تورمی را از روی پارامترهای اولیه عالم همچون افت و خیزهای اولیه تشکیل ساختار عالم و نمایه طیفی مورد بررسی قرار داد. در این پژوهش اثرات کوانتمی گرانش را در یک مدل برداری گرانش تعمیم‌یافته مورد بررسی قرار داده‌ایم. به این صورت که با استفاده از اصل عدم قطعیت اصلاح شده از طریق هندسه ناجابه‌جایی (که بر اساس اصلاحات گرانش کوانتمی به دست آمده)، دینامیک تورمی جهان اولیه را مورد مطالعه قرار داده و سپس اثرات کوانتمی گرانش ناشی از تعمیم اصل عدم قطعیت را در پارامتر نمایه طیفی را بررسی می‌کنیم. همچنین چگالی اختلالات اسکالار متأثر از این اثرات مورد محاسبه قرار گرفته است.

**واژه‌های کلیدی:** گرانش تعمیم‌یافته، مدل برداری کیهان‌شناسی، تورم، نمایه طیفی، عدم قطعیت تعمیم‌یافته.

### ۱. مقدمه

ابتدای پیدایش عالم که شامل دوره تورم است عصری بوده که بدلیل سطح بالای انرژی، اثرات کوانتمی گرانش در آن چشم‌گیر می‌شوند و می‌توان در این دوره به بررسی اثرات کوانتمی گرانش پرداخت. برای این کار می‌توان ویژگی‌های دوره تورمی را از روی پارامترهای اولیه عالم همچون افت و خیزهای اولیه تشکیل ساختار عالم و نمایه طیفی مورد بررسی قرار داد (برندربرگ و همکاران، ۲۰۱۶؛ آشوریان و همکاران، ۲۰۰۵؛ لیدسی و همکاران، ۱۹۹۷).

اخیراً مدل‌های برداری کیهان‌شناسی موردن توجه محققان قرار گرفته است (نوذری و ساداتیان، ۲۰۰۹؛ ساداتیان، ۲۰۱۵؛ ساداتیان، ۲۰۱۶). این مدل‌ها شامل کنشی به شکل  $S_{Brane} \equiv S_{EH} + S_\phi + S_u$  بوده که در یک میدان برداری (علاوه بر میدان اسکالار) وارد شده تا اثرات نقض ناوردایی لورنتس را که شواهدی از آن در مشاهدات رصدی دیده

در نظریه گرانش کوانتمی اصلاح قوانین فیزیک در فواصل کوتاه مورد توجه قرار گرفته است (راولی، ۱۹۸۸؛ داگلاس و نگراسوف، ۲۰۰۱؛ تیمان، ۲۰۰۳؛ پرز، ۲۰۰۳؛ اشتکار و لواندووسکی، ۲۰۰۴). به طور مثال روابط جابه‌جایی مکانیک کوانتمی استاندارد در مقیاس‌هایی از طول (به نام طول پلانک) اصلاح شده است (کمپف و منگانو، ۱۹۹۷؛ برو و بوسیرت، ۲۰۰۶). البته این تغییرات در انرژی‌های پایین قابل صرف‌نظر کردن است و فقط در حد انرژی‌های بالا همچون جهان اولیه و سیاه‌چاله‌ها این تعمیمات قابل توجه می‌شوند (کمپف و منگانو، ۱۹۹۷؛ بامی، ۲۰۰۸). با توجه به تغییر روابط جابه‌جایی در مکانیک کوانتمی اصل عدم قطعیت استاندارد مکانیک کوانتمی نیز با روابط اصلاح شده عدم قطعیت که شامل یک طول کمینه قابل مشاهده از مرتبه طول پلانک است، تعمیم می‌یابند (بامی، ۲۰۰۸). می‌دانیم لحظات

$$[x_i, p_j] = i\hbar(\delta_{ij} + \beta p^2 \delta_{ij} + \beta' p_i p_j) \quad (1)$$

$$[p_i, p_j] = 0 \quad (2)$$

و

(3)

$$[x_i, x_j] = i\hbar \frac{(2\beta - \beta') + (2\beta + \beta')\beta p^2}{(1 + \beta p^2)} (p_i x_j - p_j x_i)$$

و در صورتی که  $\beta' = 0$  (یعنی صرف نظر از جملات کوچک از مرتبه اول بسط) در نظر گرفته شود، برآکت‌های پواسون به صورت زیر نوشته می‌شوند.

$$\{x_i, p_j\} = \delta_{ij}(1 + \beta p^2) \quad (4)$$

$$\{p_i, p_j\} = 0$$

$$\{x_i, x_j\} = 2\beta(p_i x_j - p_j x_i)$$

در اینجا پارامتر  $\beta$  مربوط به وجود طول کمینه ناشی از اثرات کوانتومی گرانش است (یعنی  $x_{min} \approx \sqrt{\beta}$ ). همچنین با توجه به مرجع (برو و بوسیرت، ۲۰۰۶) بعد روابط با انتخاب  $1 = c = \hbar$  قابل بررسی است. برای بررسی پدیده شناختی بیشتر روابط بالا می‌توان مرجع (برو و بوسیرت، ۲۰۰۶) و مراجع ذکر شده در آن را مورد مطالعه قرار داد.

## ۱-۲. مدل استاندارد و اصلاحات گرانش کوانتومی در پارامترهای دوره تورم

اکنون با در نظر گرفتن یک مدل استاندارد تورمی که در آن فقط یک میدان اسکالار باعث راندن تورم کیهانی می‌شود، اثرات وجود طول کمینه (که منشاً گرانش کوانتومی دارد) را مطالعه می‌کنیم. بر این اساس چگالی انرژی و فشار این میدان اسکالار  $\phi$  به شکل ذیل نوشته می‌شود.

$$\rho = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V$$

$$p = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V \quad (5)$$

که  $(\phi) V$  پتانسیل تورمی است.

می‌توان پارامترهای غلتیش آرام را به شکل معمول زیر بیان کرد (لیدل و لیس، ۲۰۰۰).

شده است مورد بررسی قرار گیرد، به این صورت که با استفاده از مکانیزم انتقالی یک مدل هیبریدی ایجاد شده که میدان اسکالار در آن نقش راننده تورم را دارد و میدان برداری در آن باعث تحول عالم بعد از تورم می‌شود. از آنجاکه در لحظات اولیه عالم نقض ناوردایی لورنس و شکست تقارن مشهود بوده است، پس از این لحظه نیز این مدل برداری (که البته میدان برداری اثر ناچیزی در تحول لحظات اولیه عالم دارد) قابل توجه است. به هر حال همان‌طور که در مرجع (نذری و ساداتیان، ۲۰۰۹) نشان داده شده است، می‌توان پارامترهای کیهان‌شناسی مثل معادله حالت، پارامتر واشتاب و برخی دیگر از پارامترهای کیهان‌شناختی را به طوری که با مشاهدات رصدی تطابق داشته باشند، از این مدل به دست آورد.

بر این اساس ساختار مباحث این مقاله به شرح زیر ترتیب یافته است: ابتدا به بررسی اثر اصل عدم قطعیت تعیین یافته بر روی پارامترهای تورمی در مدل استاندارد و مدل برداری می‌پردازیم. سپس اثرات کوانتومی گرانش در دوره تورم را با مطالعه دامنه طیف اختلالات اسکالار و نمایه طیفی مورد تحقیق قرار داده و اصلاحات مربوط به این موارد را که قابل‌شناسایی در تابش زمینه کیهانی هستند (لی و هونگ، ۲۰۱۸؛ الگروی و هانستد، ۲۰۰۳) به دست می‌آوریم.

## ۲. تورم و گرانش کوانتومی

در این بخش ابتدا با توجه به اثرات کوانتومی گرانش که باعث اصلاح اصل عدم قطعیت می‌شود، نخست تورم کیهانی را در یک مدل استاندارد و سپس در یک مدل برداری بررسی کرده و تغییرات پارامترهای دوره تورم مثل نمایه طیفی را که از این طریق به دست می‌آیند، محاسبه می‌کنیم.

با توجه به اثرات کوانتومی گرانش در حد طول‌های کوچک روابط جابه‌جایی استاندارد به شکل زیر تغییر می‌یابند (برو و بوسیرت، ۲۰۰۶).

اسکالر در حضور طول کمینه به صورت زیر تعریف می‌شود (لیدل و لیس، ۲۰۰۰).

$$n_s - 1 = \frac{d \ln P_s}{d \ln k (1 + \beta k^2)} \quad (12)$$

که در اینجا  $P_s$  دامنه اختلالات اسکالر است. بنابراین می‌توان رابطه (۱۲) را به شکل زیر بازنویسی کرد.

$$n_s = \frac{1 + \beta k^2}{1 + 3\beta k^2} \frac{d \ln P_s}{d \ln k} + 1 \approx (1 - 2\beta k^2) \frac{d \ln P_s}{d \ln k} + 1 \quad (13)$$

به عنوان یک نتیجه مهم نمایه طیفی رابطه (۱۳) در این حالت مقیاس ناوردا است (لیدل و لیس، ۲۰۰۰).

حال با توجه به این که در دوره گذار از افق رابطه زیر برقرار است (لیدل و لیس، ۱۹۹۳)

$$\frac{dH}{dk} = -\frac{\varepsilon H}{k} \quad (14)$$

با استفاده از رابطه تکانه همراه تعیین یافته و رابطه (۱) پارامتر هابل را به دست می‌آوریم.

$$H \cong k^{-\varepsilon} e^{-\beta sk^2} \quad (15)$$

در اینجا اگر از معادله (۱۱) استفاده کنیم چگالی تانسوری افت و خیزها به شکل زیر به دست می‌آید.

$$P_t(k) = \frac{1}{a^2} \langle |\mu_k(\tau)|^2 \rangle \quad (16)$$

همچنین می‌توان با توجه به مرجع (دانیلسون، ۲۰۰۲) افت و خیزهای چگالی تانسوری در این حالت را به صورت زیر به دست آورد.

$$P_t(k) = \left( \frac{H}{2\pi} \right)^2 \left( 1 - \frac{H}{\Lambda} \sin \left( \frac{2\Lambda}{H} \right) \right) \quad (17)$$

آنچنان که در رابطه بالا مشاهده می‌شود، جمله دوم سمت راست به اثرات کوانتومی گرانش مربوط است. به همین ترتیب رابطه مربوط به افت و خیزهای چگالی اسکالر نیز به صورت زیر به دست می‌آید

$$P_s(k) = \left( \frac{H}{\dot{\phi}} \right)^2 \left( \frac{H}{2\pi} \right)^2 \left( 1 - \frac{H}{\Lambda} \sin \left( \frac{2\Lambda}{H} \right) \right) \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{M_4^2}{2} \left( \frac{V'}{V} \right)^2 \\ \eta &= \frac{M_4^2}{2} \frac{V''}{V} \end{aligned} \quad (6)$$

که  $M_4$  مقیاس بنیادی ۴ بعدی است. از طرفی می‌دانیم در حد غلتش آرام روابط حدی زیر نیز برقرار است.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 &\ll V(\phi) \\ 3H\dot{\phi} &\cong -V'(\phi) \end{aligned} \quad (7)$$

اکنون تصحیحات ناشی از اثرات کوانتومی گرانش را که از روابط (۱) تا (۳) داده می‌شوند، در سناریوی تورمی وارد می‌کنیم. بر این اساس در ادامه یک مقیاس انرژی پلانک  $\Lambda$  در نظر می‌گیریم که تصحیحات ایجادشده مدل در آن مقیاس از انرژی مهم می‌شوند.

با تعریف یک زمان همدیس به شکل زیر (دانیلسون، ۲۰۰۲)

$$\tau = -\frac{1}{aH} \quad (8)$$

که  $a$  فاکتور مقیاس است، ارتباط بین تکانه فیزیکی  $p$  و تکانه همراه  $k$  را از طریق رابطه زیر تعیین می‌کنیم.

$$k = ap = -\frac{p}{\tau H} \quad (9)$$

زمان همدیس اولیه به شکل زیر تعیین می‌شود:

$$\tau_0 = -\frac{\Lambda}{Hk} \quad (10)$$

که در اینجا  $\Lambda$  مقیاس انرژی پلانک است. حال با استفاده از معادله (۱) پارامتر تکانه همراه  $k$  قبل از زمان  $\tau_0$  را به مقدار  $(1 + \beta k^2)$  تغییر می‌دهیم (علت تغییر  $k$  در اینجا تصحیحات ایجادشده در رابطه پاشندگی تعیین یافته با توجه به اثرات کوانتومی گرانش و هندسه ناجابه جایی است). همچنین معادله‌ای که تحول اختلالات در دوره تورم را نشان می‌دهد، به شکل زیر نوشته می‌شود (لیدل و لیس، ۲۰۰۰).

$$\mu_k'' + \left( k^2 - \frac{a''}{a} \right) \mu_k = 0 \quad (11)$$

که در اینجا  $\mu = a\delta\phi$  و پریم دلالت بر مشتق گیری نسبت به  $\tau$  دارد. از طرفی رابطه مربوط به نمایه طیفی

آن تقارن لورنتسی شکسته می‌شود (نوذری و ساداتیان، ۲۰۰۹). باید خاطرنشان کرد که علت استفاده از شاخه مثبت پارامتر هابل در این مدل آن است که این شاخه با مقادیر رصدی مربوط به پارامترهای بعد از تورم عالم مطابقت بیشتری دارد (نوذری و ساداتیان، ۲۰۰۹). در واقع در مدلی که رابطه (۲۰) از آن در اینجا آورده شده است، پس از حل معادلات میدان برای پارامتر هابل دو شاخه مثبت و منفی به دست می‌آید که در هر شاخه با بررسی پارامترهای معادله میزان تطابق نتایج با داده‌های رصدی تعیین می‌شود. از طرفی با توجه به این که پارامتر  $\gamma$  مربوط به میدان برداری برای تحول بعد از تورم بوده و در زمان تورم نقش ناچیزی دارد؛ بنابراین آن را از رابطه (۲۰) حذف کرده و معادله (۲۰) را به شکل زیر بازنویسی می‌کنیم.

$$H^2 = \frac{1}{3} \frac{\rho_\varphi m_3^2 + 6m_4^6 + 2\sqrt{3m_4^6 \rho_\varphi m_3^2 + 9m_4^{12}}}{m_3^4} \quad (21)$$

در دوره تورم تنها محتوی قابل ملاحظه میدان اسکالر است که چگالی انرژی آن با رابطه (۵) بیان شده و می‌توان با استفاده از رابطه (۵) و (۲۱) پارامتر غلتش آرام را به صورت زیر به دست آورد.

$$\varepsilon = -\frac{1}{2} \left( -\frac{2}{3} m_3^2 V'^2 - 2 \frac{m_3^2 m_4^6 V'^2}{\sqrt{9m_4^{12} + 3Vm_3^2 m_4^6}} \right) \quad (22)$$

اکنون می‌توان چگالی اختلالات اسکالر را با استفاده از رابطه زیر تعیین کرد (دانیلسون، ۲۰۰۲؛ لیدل و لیس، ۱۹۹۳؛ لیدل و لیس، ۲۰۰۰). لازم به ذکر است که با استفاده از مرجع لیدل و لیس (۱۹۹۳) به خصوص صفحه ۲۹ به بعد بحث مفصلی برای تعیین رابطه (۲۳)، یعنی دامنه طیف اسکالر انجام شده است. در آن مرجع با در نظر گرفتن محتوی مواد مختلف برای عالم دامنه اسکالری و

لازم به ذکر است که در رابطه (۱۸)، پارامتر هابل از طریق معادله (۱۵) داده می‌شود. با توجه به روابط به دست آمده متوجه می‌شویم که با تغییرات  $\beta$  (که عامل طول کمینه در روابط است) می‌توان تأثیر اصلاحات گرانش کوانتمی را کنترل کرد.

همچنین می‌توان نسبت اختلالات تانسوری به اسکالر را با رابطه زیر محاسبه کرد:

$$\frac{P_t}{P_s} = \left( \frac{\dot{\varphi}}{H} \right)^2 = \left( \frac{16\pi\sqrt{\varepsilon}V}{M_4 k^{-\varepsilon} e^{-\beta\varepsilon k^2}} \right)^2 \quad (19)$$

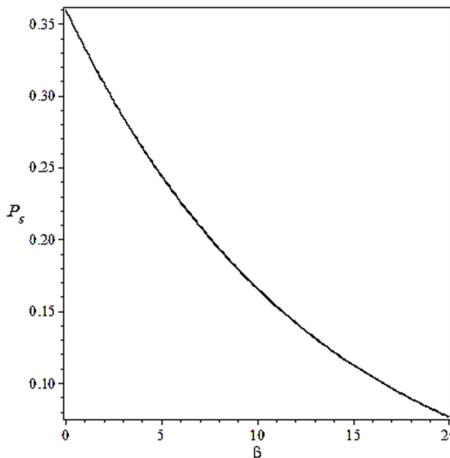
نتیجه مهمی که از روی رابطه (۱۹) می‌گیریم این است که نسبت اختلالات تانسور به اسکالر با اضافه کردن اثرات کوانتمی گرانش (یعنی فاکتور  $e^{-\beta\varepsilon k^2}$ ) افزایش می‌یابد.

**۲-۲. مدل میدان برداری و تصحیحات گرانش کوانتمی**  
در این بخش توجه خود را به مدل میدان برداری (نوذری و ساداتیان، ۲۰۰۹) معطوف کرده و پارامترهای دوره تورم را با در نظر گرفتن اصل عدم قطعیت اصلاح شده با طول کمینه (که متأثر از اثرات کوانتمی گرانش است) موردمطالعه قرار می‌دهیم (برای پرهیز از فاصله گرفتن از موضوع اصلی جزئیات این مدل در اینجا نیامده است ولی می‌توان برای بررسی دقیق این مدل مرجع (نوذری و ساداتیان، ۲۰۰۹) را بررسی کرد، به طور خلاصه این مدل یک مدل جهان شامه‌ای است که در آن نقض ناورداری لورنتس با اضافه کردن یک چاربند سرعت و ایجاد یک راستای مشخص نقض شده است). بر این اساس معادله فریدمن توصیف شده در (نوذری و ساداتیان، ۲۰۰۹) به شکل زیر داده می‌شود.

$$H^2 = \frac{1}{3} \frac{\rho_\varphi m_3^2 + \gamma\rho_\varphi + 6m_4^6 + 2\sqrt{3m_4^6 \rho_\varphi m_3^2 + 3m_4^6 \gamma\rho_\varphi + 9m_4^{12}}}{2\gamma m_3^2 + \gamma^2 + m_3^4} \quad (20)$$

در اینجا  $m_4$  و  $m_3$  به ترتیب مقیاس بنیادی در توده و شامه هستند. از طرفی  $\sqrt{\gamma}$  مقیاس جرمی است که در

گرانش کوانتمی (یعنی  $\beta$ ) در شکل (۱) رسم شده است. همچنان که در این شکل دیده می‌شود چگالی اختلالات اسکالر در مدل برداری با توجه به اثرات کوانتمی گرانش کاهش می‌یابد. سوالی که در اینجا مطرح می‌شود این است که آیا این کاهش از نظر فیزیکی قابل قبول است؟ پاسخ این سوال مثبت است چون در مجموع اختلالات برداری خیلی زود با انساط عالم مستهلك می‌شود.



شکل ۱. تغییرات چگالی اختلالات اسکالر وابسته به اثرات کوانتمی  $\beta$  (در اینجا  $\varphi = 10m_3$ ،  $m_3 = 1$ ،  $k = 1$ ،  $m = 0.1m_3$  در نظر گرفته شده است).

در ادامه نمایه طیفی اسکالر را مورد بررسی قرار می‌دهیم، اگر از رابطه نمایه طیفی به شکل زیر استفاده کنیم (لیدل و لیس، ۲۰۰۰)

$$n_s - 1 \equiv \frac{d \ln P_s}{dk} \quad (25)$$

با استفاده از رابطه (۲۴) تغییرات پارامتر نمایه طیفی اسکالر قابل محاسبه بوده و نمودارهای شکل (۲) حاصل می‌شود. باید خاطرنشان کنیم که نمایه طیفی در این سیستم ابعادی  $\hbar=c=1$  یک کمیت بی بعد است و از طرفی در مراجع مهمی مانند (لیدل و لیس، ۲۰۰۰) و بسیاری از مراجع مرتبط دیگر تعریف این کمیت به همین صورت بیان شده است.

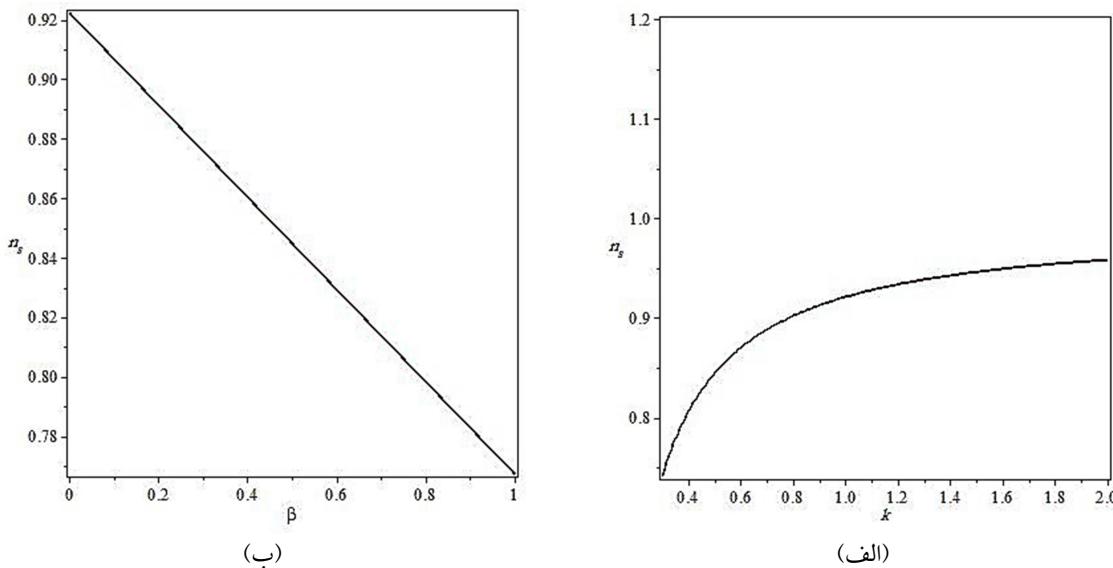
تانسوری به دست آمده است.

$$P_s = \frac{9}{25} \frac{H^6}{V'^2} \quad (23)$$

به هر ترتیب اگر بخواهیم در اینجا اثرات کوانتمی گرانش را که در اصل عدم قطعیت تعیین یافته قرار دارد مورد بررسی قرار دهیم کافی است که رابطه (۱۵) را با استفاده از رابطه (۲۲) بازنویسی کرده و در رابطه (۲۳) قرار دهیم، البته در اینجا برای سادگی نوع پتانسیل تورمی که در روابط جایگذاری می‌شود به شکل  $V(\varphi) = \frac{1}{2} m^2 \varphi^2$  انتخاب کرده ایم، بنابراین چگالی اختلالات اسکالر را با توجه به اصلاحات کوانتمی گرانش (که از طریق  $\beta$  وارد معادلات می‌شود) به شکل زیر به دست می‌آید.

$$P_s = \frac{9}{25m^4\varphi^4} \left( \frac{\frac{1}{k} \left[ \frac{-\frac{2}{3}m_3^2m^4\varphi^4 - 2\sqrt{9m_4^{12} + 3/2m\varphi^2m_3^2m_4^6}}{12m_4^6 + m_3^2m\varphi^2 + 4\sqrt{9m_4^{12} + 3/2m\varphi^2m_3^2m_4^6}} \right]^6}{e^{\frac{\beta k^2}{2} \left[ \frac{-\frac{2}{3}m_3^2m^4\varphi^4 - 2\sqrt{9m_4^{12} + 3/2m\varphi^2m_3^2m_4^6}}{12m_4^6 + m_3^2m\varphi^2 + 4\sqrt{9m_4^{12} + 3/2m\varphi^2m_3^2m_4^6}} \right]^6}} \right) \quad (24)$$

در اینجا باید تأکید نماییم که نقش اصلاحات ناشی از گرانش کوانتمی در ضربه دوم وجود دارد. در ادامه نسبت تغییرات چگالی اختلالات اسکالر به پارامتر اثر



شکل ۲. (الف) تغییرات نمایه طیفی  $n_s$  بر حسب  $k$  (در اینجا  $k = 1$  یا  $m_4 = 1$ ،  $m = 0.1m_3$ ،  $\varphi = 10m_3$ ،  $m_3 = 1$ ،  $\beta = 0.01$ ) یا (ب) تغییرات نمایه طیفی  $n_s$  بر حسب  $\beta$  (در اینجا  $k = 1$  یا  $m_4 = 1$ ،  $m = 0.1m_3$ ،  $\varphi = 10m_3$ ،  $m_3 = 1$ ،  $\beta = 0.01$ ). در نظر گرفته شده است.

این پژوهش توانستیم با توجه به اثرات کوانتومی گرانش، این مدل برداری را برای تعیین پارامترهای دوره تورم نیز بررسی کنیم. به هر ترتیب با توجه به محاسباتی که در این مقاله انجام گرفت به این نتیجه رسیدیم که اولاً چگالی اختلالات اسکالار در مدل برداری با توجه به اثرات کوانتومی گرانش کاهش می‌یابد (این کاهش از مدل استاندارد چشم‌گیرتر است) و ثانیاً با چشم‌پوشی از اثرات کوانتومی گرانش پارامتر نمایه طیفی اسکالار همچنان که مشاهدات رصدی نشان می‌دهد، مقیاس ناوردا باقی می‌ماند؛ ولی با توجه به اثرات گرانشی به اندازه کافی بزرگ (با توجه به مقدار  $\beta$ ) پارامتر نمایه طیفی مقیاس ناوردایی خود را حفظ نخواهد کرد. با توجه به اصلاحات به دست آمده در این پژوهش برای چگالی اختلالات اسکالار (که از روی مشاهدات طیف تابش زمینه کیهانی قابل اندازه‌گیری هستند)، گرانش کوانتومی را می‌توان مورد آزمون قرار داد.

از طرفی برای مقایسه نتایج خود با سایر مطالعات در این زمینه می‌توان به مرجع (زوو و همکاران، ۲۰۱۴) اشاره داشت که در آنجا به مطالعه نمایه طیفی با توجه به مکانیزم تصحیحات مرتبه بالا پرداخته شده است. در آن مقاله نشان

در شکل ۲-الف مشخص است که در صورتی که اثرات کوانتومی گرانش کوچک باشد، نمایه طیفی مقیاس ناوردا باقی می‌ماند. ولی اگر اثرات کوانتومی گرانش به اندازه کافی زیاد باشد نمایه طیفی (شکل ۲-ب) از حالت مقیاس ناوردا خارج می‌شود یعنی نمایه طیفی  $n_s$  از مقدار یک فاصله می‌گیرد. همچنین در شکل ۲-ب نیز ملاحظه می‌شود که با افزایش پارامتر  $\beta$  پارامتر نمایه طیفی از حالت مقیاس ناوردایی فاصله می‌گیرد؛ بنابراین در روابط باید مقدار این پارامتر را طوری انتخاب کرد که نتایج با شواهد رصدی تطابق داشته باشد.

### ۳. نتیجه‌گیری

در این مقاله اثرات کوانتومی گرانش (که تأثیر آن در هندسه ناجابه‌جایی و تعمیم اصل عدم‌قطعیت با افزودن جملات اضافی نسبت به روابط عدم‌قطعیت استاندارد دیده می‌شود) برای اصلاح پارامترهای یک مدل کیهان‌شناسی برداری مورد مطالعه قرار گرفت. علت استفاده از مدل برداری این بود که این مدل انطباق قابل قبولی با پارامترهای کیهان‌شناسی بعد از تورم دارد (مثل گذار از مرز فاتوم و...) (نوذری و ساداتیان، ۲۰۰۹)؛ بنابراین در

در نهایت به این نکته مهم اشاره می‌کنیم که هر چند تحقیقات زیادی بر روی اثرات کوانتومی گرانش صورت پذیرفته است ولی در مدل بررسی شده این مقاله حالتی در نظر گرفته شده که می‌توان این اثرات را در تمام مراحل تحول عالم یعنی از تورم تا کنون مورد بررسی قرار داد.

#### مراجع

- Ashtekar, A. and Lewandowski, J., 2004, Background independent quantum gravity: a status report, *Classical and Quantum Gravity*, 21, R5-R152.
- Ashoorioon, A, Hovdebo, J. L. and Mann, R. B., 2005, Running of the spectral index and violation of the consistency relation between tensor and scalar spectra from trans-Planckian physics *Nuclear Physics B*. 727: 63-76.
- Bambi, C., 2008, A revision of the generalized uncertainty principle, *Classical and Quantum Gravity*, 25, 105003.
- Brau, F. and Buisseret, F., 2006, Minimal Length Uncertainty Relation and gravitational quantum well, *Phys. Rev. D*, 74, 036002.
- Brandenberger, R. H., Cai, Y. F., Das, S. R., Ferreira, E. G.M., Morrison, I. A. and Wang, Y., 2016, Fluctuations in a cosmology with a spacelike singularity and their gauge theory dual description, *Phys. Rev. D* 94, 083508.
- Danielsson, U. H., 2002, Note on inflation and trans-Planckian physics, *Physical Review D*, 66, 023511.
- Douglas, M. R. and Nekrasov, N. A., 2001, Noncommutative field theory, *Reviews of Modern Physics*, 73, 977-1029.
- Elgaroy, O. and Hannestad, S., 2003, Can Planck-scale physics be seen in the cosmic microwave background?, *Physical Review D*, 68, 123513.
- Hamber, H. W. and Sunny Yu, L. H., 2019, Gravitational Fluctuations as an Alternative to Inflation, *Universe*, 5, 31.
- Kempf, A. and Mangano, G., 1997, Minimal length uncertainty relation and ultraviolet regularization, *Phys. Rev. D* 55, 7909.
- Li, J. and Huang, Q. G., 2018, Measuring the spectral running from cosmic microwave background and primordial black holes. *Eur. Phys. J. C* 78, 980.
- Liddle, A. R. and Lyth, D. H., 1993, The Cold Dark Matter Density Perturbation, *Physics Report*, 231, 1-105.
- Liddle, A. R. and Lyth, D. H., 2000, *Cosmological Inflation and Large-Scale Structure*, Cambridge University Press.
- Lidsey, J. E., Liddle, A. R., Kolb, E. W., Copeland, E. J. Barreiro, T. and Abney, M., 1997, Reconstructing the inflaton potentialan overview, *Review Modern Physics*, 69, 373–410.
- Nozari, K. and Sadatian, S. D., 2009, A Lorentz invariance violating cosmology on the DGP Brane, *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 0901, 005.
- Perez, A., 2003, Spin foam models for quantum gravity, *Classical and Quantum Gravity*, 20, R43-R104.
- Rovelli, C., 1988, Loop Quantum Gravity, *Living Reviews in Relativity*, 1, 1-75.
- Sadatian, S. D., 2015, Holographic dark energy in a vector field cosmology, *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics*, 12, 1550119–1550125.
- Sadatian, S. D., 2016, Generalized entropy of the universe in a vector field cosmological model, *General Relativity and Gravitation*, 47, 149–156.
- Thiemann, T., 2003, Lectures on Loop Quantum Gravity, *Lecture Notes in Physics*, 631, 41-135.
- Zhu, T., Wang, A., Cleaver, G., Kirsten, K. and Sheng, Q., 2014, Gravitational quantum effects on power spectra and spectral indices with higher-order corrections, *Phys. Rev. D*, 90, 063503.

داده شده است که با استفاده از تقریب نامتقارن یکتا، مقدار خطای به دست آمده برای نمایه طیفی چشم گیر نبوده و همچنان مقیاس ناوردایی برای این کمیت حفظ می‌شود . همچنین در مقاله (هامبر و سانی یو، ۲۰۱۹) با توجه به روش تحلیل بهنجارش ویلسون نتایج مشابهی برای مقیاس ناوردایی نمایه طیفی به دست آمده، و در این بررسی نیازی به انجام فرض‌های معمول در دوره تورم نبوده است.

## Effects of Quantum Gravity on a Vector Field Cosmological Model

Sadatian, S. D.\*

Associate Professor, Department of Physics, Faculty of Science, University of Neyshabur, Neyshabur, Iran

(Received: 1 June 2021, Accepted: 10 Jan 2022)

### Summary

The modification of laws of physics at short intervals is an important result of the theory of quantum gravity. For instance, commutative relations of standard quantum mechanics change on scales of length- called Planck length. It should be noted that these changes can be neglected at low energy levels but they are considerable only at high energy levels such as the initial universe. In this regard, the principle of uncertainty of standard quantum mechanics is changed with modified relations of uncertainty including a visible minimum of Planck order. Early moments of the universe, which included the inflation period, was a period with noticeable effects of quantum gravity due to the high energy level, and as such, the effects can be studied during this period. To do this, characteristics of the inflation period can be examined according to initial parameters of the universe such as the initial fluctuations in the formation of the universe structure and the spectral index. On the other hand, vector cosmology models have been taken into consideration by researchers. These models include an action in which a vector field (in addition to the scalar field) is included to investigate effects of violation of the Lorentz invariance in observations.

The present paper investigated effects of quantum gravity (with effects on non-commutative geometry and generalization of the uncertainty principle) on parameters of a vector cosmological model. The vector model was used as this scenario had acceptable adaptation to parameters of cosmology after inflation (e.g. the transition from the Phantom boundary, etc.) (Nozari and Sadatian, 2009). Furthermore, the present study could test this vector model for determining parameters of the inflation period based on effects of quantum gravity. According to calculations in the present paper, we concluded that, first: the density of scalar perturbations decreased in the vector model based on effects of quantum gravity (the reduction of standard model was more considerable), and second: due to the ignorance of effects quantum gravity, the scalar spectral index parameter remained invariant as observations indicate, but due to large enough gravitational effects (depending on amount of  $\beta$ ), the spectral index parameter is not maintained its invariance scale. According to obtained modification in the present study, the quantum gravity can be tested for the density of scalar perturbation (which can be measured by observing the spectrum of cosmic microwave background radiation).

In order to compare our results with other studies, we can refer to (Zhu et al, 2014) where they examined the spectral index in accordance with high-order correction mechanism. It also indicated that a single asymmetric approximation does not lead to a considerable error value for the spectral index, and the invariance scale is maintained. Furthermore, the paper (Hamber and Sunny Yu, 2019) found the same results for invariance scale of the spectral index according to the Wilson normalization analysis method. Therefore there was no need to have common assumptions in the inflation period.

Finally, it should be noted that despite a great number of studies on effects of quantum gravity, the reviewed model of this paper considers a state in which the effects can be investigated at all stages of the universe evolution from inflation till now.

**Keywords:** Quantum Gravity, Vector Field Model, Inflation, Spectral index, Modified uncertainty principle.

---

\* Corresponding author:

sd-sadatian@um.ac.ir