مجلهٔ فیزیک زمین و فضا، دوره ۳۸، شماره ۱، ۱۳۹۱، صفحهٔ ۲۳- ۴۰

پراکندگی امواج لرزه‌ای در محیط‌های همگن سه‌بُعدی با استفاده از روش اجزای مرزی در حوزهٔ زمان

عبداله سهرابی‌بیدار[۱*]، محسن کمالیان[۲] و محمد کاظم جعفری[۳]

[۱] استادیار، دانشکده زمین‌شناسی، دانشگاه تهران، ایران
[۲] دانشیار، پژوهشکده مهندسی ژئوتکنیک، پژوهشگاه بین‌المللی زلزله شناسی و مهندسی زلزله، تهران، ایران
[۳] استاد، پژوهشکده مهندسی ژئوتکنیک، پژوهشگاه بین‌المللی زلزله شناسی و مهندسی زلزله، تهران، ایران

(دریافت: ۸۷/۱۲/۲۴ ، پذیرش نهایی: ۹۰/۷/۱۹)

چکیده

در این مقاله، الگوریتم تحلیل مستقیم حل پراکندگی امواج لرزه‌ای در محیط‌های همگن سه‌بُعدی با روش اجزای مرزی در حوزهٔ زمان عرضه شده است. هسته‌های الاستودینامیک سه‌بُعدی – حل تحلیلی انتگرال‌های کانولوشن – تنش سطحی به ازای تغییر مکان ثابت و خطی طی یک گام زمانی عرضه و در حل عددی به روش اجزای مرزی حوزهٔ زمان، به جای انتگرال‌گیری زمانی از این هسته‌ها استفاده شده است. هسته‌های عرضه شده به‌منظور نشان دادن دقت آنها به‌صورت عددی مورد بررسی قرار گرفته و سپس پراکندگی امواج لرزه‌ای با یک عارضه توپوگرافی واقع در یک نیم‌فضای همگن محاسبه شده است. هسته‌های الاستودینامیک سه‌بُعدی داده شده، دارای خاصیت انتقال زمانی و علیت است که استفاده از این دو مشخصه، امکان بهبود الگوریتم برنامه اجزای مرزی و افزایش سرعت تحلیل‌های رایانه‌ای را فراهم کرده است. همچنین نتایج حاصل از پراکندگی امواج لرزه‌ای با عارضه توپوگرافی و مقایسه آن با نتایج حاصل از روش‌های فضای تبدیل یافته، کارایی الگوریتم اجزای مرزی و دقت هسته‌های الاستودینامیک سه‌بُعدی را نشان داده است.

واژه‌های کلیدی: روش اجزای مرزی، حوزهٔ زمان، هسته‌های الاستودینامیک، محیط‌های همگن، توپوگرافی

Seismic waves scattering in three-dimensional homogeneous media using time-domain boundary element method

Sohrabi-Bidar, A.[1], Kamalian, M.[2] and Jafari, M. K.[3]

[1]*Assistant Professor, School of Geology, University of Tehran, Tehran, Iran*
[2]*Associate Professor, Geotechnical Engineering Research Center, IIEES, Tehran, Iran*
[3]*Professor, Geotechnical Engineering Research Center, IIEES, Tehran, Iran*

(Received: 14 March 2009 , Accepted: 11 Oct 2011)

Abstract

It is well established that the seismic ground response of surface topographies may differ from those of free field motion during earthquakes. Complex nature of seismic wave scattering by topographical structures can only be solved accurately and economically using advanced numerical methods under realistic conditions.

Among the numerical methods, the boundary element is a powerful numerical technique for analyses of linear and homogeneous materials for both bounded and unbounded domains. In this paper, the algorithm of seismic wave scattering by homogeneous media using time-domain three-dimensional boundary element method has been presented. Three-dimensional traction elastodynamic kernels for both cases of constant and linear variation of displacement have been presented. The convoluted kernel for constant time variation contains apparent singularities in the wave fronts, while in the

E-mail: sohrabi@khayam.ut.ac.ir دورنگار: ۶۶۴۹۱۶۲۳-۰۲۱ تلفن: ۶۱۱۱۲۹۸۵-۰۲۱ *نگارنده رابط:

linear time-convoluted elastodynamic traction kernel, apparent singularities in the wave's front disappear and a well-behaved kernel is resulted. Behavior of the constant and linear time-convoluted elastodynamic traction kernel have been investigated numerically. Kernel values were calculated at the central point of the three boundary elements considering different time steps. The boundary elements are in different condition of symmetry with respect to the source point. The kernel values in the case of constant time-convoluted elastodynamic traction kernel tend to the elatstostatic fundamental solution as expected, Whereas the kernel values in the case of linear time-convoluted elastodynamic traction kernel is equal to the elastostatic fundamental solution if the time step would be greater than time required to shear waves passed the receiver point on the element. Presented constant and linear time-convoluted elastodynamic traction kernels are casaul and have time-translation property which could be used for optimization of numerical algoritms.

The presented elastodynamic kernels have been used instead of temporal integration for wave scattering analyses of homogeneous medium using BE algorithm. Seismic wave scattering by a semi-spherical canyon subjected to incident compressional and shear waves has been analyzed. The semi-spherical canyon has a radius of 200m, shear wave velocity of 800m/s, Poisson's ratio of 0.25, and mass density of 2.00gr/cm^3. The incident wave of the Ricker type has the predominant frequency of 3.0Hz. Calculated results in time-domain are presented as well as comparison of results with other transformed-domain methods in term of dimensionless frequency, which shows the efficiency of the presented boundary element algorithm for solution of seismic wave scattering by homogeneous media in time domain as well as the accuracy of elastodynamic kernels.

Key words: Boundary Element Method, Elastodynamic kernels, Time domain, homogeneous media, Topography

۱ مقدمه

روش اجزای مرزی (BE) ابزار عددی موثری برای تحلیل دینامیکی محیط‌های محدود و نامحدود کشسان خطی است، که در حل مسائل انتشار امواج، کاربرد فراوانی دارد. چراکه از یک سو تعداد درجات آزادی مسئله و ابعاد دستگاه معادلات را کاهش می دهد و از سوی دیگر برخلاف روش‌های رایجی چون اجزای محدود (FE) و تفاضل محدود (FD) با تامین ذاتی شرط مرزی تابش در بی‌نهایت، نیاز به مش‌بندی حوزهٔ دور را به حداقل ممکن کاهش می‌دهد. بدیهی است که فرمول‌بندی هریک از این روش‌ها در فضای زمان، به فرمول‌بندی آن در فضای تبدیل‌یافته ارجحیت دارد. چراکه نه فقط امکان آن فراهم خواهد شد تا تاریخچه زمانی پاسخ‌ها به شکلی طبیعی و مستقیم برآورد شوند، بلکه زمینه‌ای پدید خواهد آمد تا بتوان مسائل غیرخطی را نیز مورد تجزیه و تحلیل قرار داد.

در خصوص کاربرد روش اجزای مرزی حوزهٔ زمان در حل مسائل انتشار امواج و پراکندگی امواج لرزه‌ای برخلاف حوزه‌های تبدیل یافته، تحقیقات کمی صورت گرفته است. به نظر می‌رسد آنتس و فون‌استورف (۱۹۸۸) اولین کسانی بودند که با استفاده از یک الگوریتم مرکب از اجزای مرزی و اجزای محدود انتشار امواج در حضور عوارض توپوگرافی دوبُعدی را بررسی کردند. تاکمیا و فوجیوارا (۱۹۹۴) پراکندگی امواج لرزه‌ای خارج از صفحه با عوارض توپوگرافی همگن دوبُعدی را با استفاده از روش اجزای مرزی و آدام و تاکمیا (۱۹۹۶) و تاکمیا و آدام (۱۹۹۸ و ۱۹۹۷) پاسخ لرزه‌ای عوارض توپوگرافی و ناهمگنی‌های زمین‌شناسی دره کوبه در برابر امواج درون صفحه را با استفاده از الگوریتم مرکب از روش‌های اجزای مرزی و اجزای محدود بررسی کردند. خوشدل و

همکاران (۲۰۰۳) برای حل پراکندگی امواج لرزه‌ای با عوارض توپوگرافی دوبُعدی، روش اجزای مرزی غیر مستقیم را مورد استفاده قرار دادند. کمالیان و همکاران (۲۰۰۳) هسته‌های الاستودینامیک، حل تحلیلی انتگرال‌های کانولوشن دوبُعدی را اصلاح کردند و کمالیان و سهرابی‌بیدار(۱۳۸۴) و کمالیان و همکاران (۱۳۸۵ و ۲۰۰۶) روش اجزای مرزی مستقیم و نیز ترکیب روش‌های اجزای مرزی و اجزای محدود را برای بررسی پراکنش امواج درون صفحه با عوارض توپوگرافی دوبُعدی همگن و ناهمگن استفاده کردند. اخیرا کمالیان و همکاران (۲۰۰۸ a و b) نتایج حاصل از مطالعات خود را در غالب جداول و نمودارهایی به منظور برآورد ضرایب بزرگ‌نمایی طیف طراحی و ریزپهنه‌بندی لرزه‌ای بر روی تپه‌های دوبُعدی ارائه کرده‌اند.

بررسی نوشتارهای فنی در زمینه کاربرد روش اجزای مرزی حوزهٔ زمان در حل مسائل انتشار امواج و پراکندگی امواج لرزه‌ای، بیانگر آن است که اکثر تحقیقات صورت گرفته در این زمینه منحصر به تحلیل‌های دوبُعدی بوده و روش اجزای مرزی در حل پراکندگی امواج لرزه‌ای در محیط‌های سه‌بُعدی کمتر مورد بررسی قرار گرفته است. جیند و کوتان (۲۰۰۰)، اگرچه روش اجزای مرزی حوزهٔ زمان را برای حل مسئله انتشار امواج لرزه‌ای در محیط‌های سه‌بُعدی به کار بردند، ولی به‌جای استفاده از روش‌های متداول برای مجزاسازی مرز از دیسک‌های صاف با اندازه یکسان استفاده کردند. اخیراً سهرابی بیدار و همکاران (۲۰۰۹) با تهیه و تدوین یک الگوریتم کارا، روش اجزای مرزی حوزهٔ زمان را برای حل مسئله انتشار امواج لرزه‌ای و پاسخ لرزه‌ای عوارض توپوگرافی سه‌بُعدی استفاده کردند. مقاله حاضر ضمن معرفی الگوریتم اجزای مرزی حوزهٔ زمان برای حل پراکندگی امواج لرزه‌ای در محیط‌های همگن سه‌بُعدی، هسته‌های الاستودینامیک به ازای تغییر مکان ثابت و خطی طی یک گام زمانی را عرضه کرده است. به‌منظور کنترل هسته‌های الاستودینامیک عرضه شده، رفتار آنها مورد بررسی عددی قرار گرفته است. همچنین برای نشان دادن کارایی الگوریتم یادشده و دقت هسته‌های الاستودینامیک سه‌بُعدی، پراکندگی امواج لرزه‌ای توسط یک دره نیم‌کروی واقع در یک محیط همگن بررسی شده است.

۲ معادلات اساسی

معادله دیفرانسیل حاکم بر تعادل دینامیکی محیط‌های کشسان، همگن و همسانگرد، در محدوده تغییرشکل‌های کوچک، با رابطه زیر بیان می‌شود:

$$\left(c_L^2 - c_T^2\right)\frac{\partial^2 u_j}{\partial x_i \partial x_j} + c_T^2 \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + b_i = \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \qquad (۱)$$

که در آن u بیانگر تغییر مکان و b بیانگر نیروی پیکری خارجی است. c_L و c_T سرعت‌های امواج طولی و عرضی محیط را نشان می‌دهند که به‌ترتیب از روابط $c_L^2 = c_1^2 = (\lambda + 2\mu)/\rho$ و $c_T^2 = c_2^2 = \mu/\rho$ به‌دست می‌آیند. λ و μ ضرایب لامه و ρ چگالی جرمی محیط هستند.

معادله انتگرال مرزی حاکم بر محیط‌های کشسان خطی همگن و همسانگرد، با اِعمال روش باقی‌مانده‌های وزنی (بربیا و دمینگوئز، ۱۹۸۹) بر معادله دیفرانسیل (۱)، مطابق زیر به‌دست می‌آید:

$$c_{ij}(\xi)u_j(\xi,t) = \int_\Gamma \left\{u_{ij}^*(x,\xi,t) * p_j(x,t)\right\}d\Gamma - \int_\Gamma \left\{p_{ij}^*(x,\xi,t) * u_j(x,t)\right\}d\Gamma \qquad (۲)$$

که در آن p تنش سطحی روی سطح مماس بر مرز Γ را بیان می‌دارد. u_{ij}^* و p_{ij}^* جواب‌های اساسی معادله دیفرانسیل (۱) و به‌ترتیب بیانگر مولفه‌های j اُم تغییر مکان

و تنش سطحی نقطه x در لحظه t هستند که به‌واسطه اِعمال یک بار متمرکز واحد موازی محور i، در نقطه ξ و در لحظه $\tau \le t$ پدید آمده‌اند. جواب اساسی تغییر مکان برای محیط الاستودینامیک و در حالت سه‌بُعدی به‌صورت معادله (۳) است (ولر و استرنبرگ، ۱۹۶۸؛ اریـنگن و سوهوبی، ۱۹۷۵ و اکی و ریچارد، ۲۰۰۲):

که در آن $r=|\xi - x|$ است. جواب اساسی تنش سطحی بر اساس جواب اساسی تغییر مکان و با استفاده از روابط تغییر مکان - کرنش و تنش - کرنش به‌دست می‌آیند. جواب اساسی تنش سطحی برای حالت سه‌بُعدی به‌صورت معادله (۴) به‌دست می‌آید:

$$u_{ij}^{*}=\frac{1}{4\cdot\pi\cdot\rho}\cdot\left\{\begin{array}{l}\dfrac{t\cdot\left(3\cdot r_{,i}\cdot r_{,j}-\delta_{ij}\right)}{r^{3}}\\ \qquad\cdot\left[H\left(t-r/c_{L}\right)-H\left(t-r/c_{T}\right)\right]\\ +\dfrac{r_{,i}\cdot r_{,j}}{r\cdot c_{L}^{2}}\cdot\delta\left(t-r/c_{L}\right)\\ +\dfrac{\delta_{ij}-r_{,i}\cdot r_{,j}}{r\cdot c_{T}^{2}}\cdot\delta\left(t-r/c_{T}\right)\end{array}\right\} \qquad (۳)$$

$$p_{ij}^{*}=\frac{1}{4\cdot\pi\cdot r^{2}}\cdot\left\{\begin{array}{l}\dfrac{6\cdot c_{2}^{2}\cdot t}{r^{2}}\cdot\left[5\cdot r_{,i}\cdot r_{,j}\cdot r_{,n}-r_{,i}\cdot n_{j}-\delta_{ij}\cdot r_{,n}-r_{,j}\cdot n_{i}\right]\cdot\left[H\left(t-r/c_{T}\right)-H\left(t-r/c_{L}\right)\right]\\ +2\cdot\left[6\cdot r_{,i}\cdot r_{,j}\cdot r_{,n}-r_{,i}\cdot n_{j}-\delta_{ji}\cdot r_{,n}-r_{,j}\cdot n_{i}\right]\cdot\left[\delta\left(t-r/c_{T}\right)-\dfrac{c_{T}^{2}}{c_{L}^{2}}\cdot\delta\left(t-r/c_{L}\right)\right]\\ +\dfrac{2\cdot r}{c_{T}}\cdot\left[r_{,i}\cdot r_{,j}\cdot r_{,n}\right]\cdot\left[\dot{\delta}\left(t-r/c_{T}\right)-\dfrac{c_{2}^{3}}{c_{1}^{3}}\cdot\dot{\delta}\left(t-r/c_{L}\right)\right]\\ -\left[r_{,i}\cdot n_{j}\right]\cdot\left[1-2\cdot\dfrac{c_{T}^{2}}{c_{L}^{2}}\right]\cdot\left[\delta\left(t-r/c_{L}\right)+\dfrac{r}{c_{L}}\cdot\dot{\delta}\left(t-r/c_{L}\right)\right]\\ -\left[\delta_{ij}\cdot r_{,n}+r_{,j}\cdot n_{i}\right]\cdot\left[\delta\left(t-r/c_{T}\right)+\dfrac{r}{c_{T}}\cdot\dot{\delta}\left(t-r/c_{T}\right)\right]\end{array}\right\} \qquad (۴)$$

همچنین در رابطه (۲) $c_{ij}(\xi)$ ضریب شناخته شده ناپیوستگی در نقطه ξ است که از تکینگی جواب اساسی p_{ij}^{*} ناشی می‌شود. این ضریب فقط تابع هندسه مرز است و در هر دو بارگذاری استاتیکی و دینامیکی مقدار یکسانی دارد. برای محیط‌های انتشار امواج لرزه‌ای معادله انتگرال مرزی حاکم به شرح زیر اصلاح و بهینه شده است (کاواسه، ۱۹۸۸؛ کاواسه و اکی، ۱۹۸۹؛ هادلی و همکاران، ۱۹۸۹):

$$c_{ij}(\xi)u_{j}(\xi,t)=\int_{\Gamma}\left\{u_{ij}^{*}(x,\xi,t)*p_{j}(x,t)\right\}d\Gamma-\int_{\Gamma}\left\{p_{ij}^{*}(x,\xi,t)*u_{j}(x,t)\right\}d\Gamma+u_{i}^{inc.}(\xi,t) \qquad (۵)$$

که در آن $u_i^{inc.}$ تغییر مکان حاصل از موج لرزه‌ای تابشی را بیان می‌دارد. در حل مسائل پراکندگی امواج لرزه‌ای در محیط‌های همگن، مرز شامل سطح آزاد زمین و تنش‌های سطحی همواره برابر صفر است، بنابراین معادله فوق به‌صورت زیر قابل بازنویسی است:

$$c_{ij}(\xi)u_j(\xi,t) = -\int_{\Gamma} \left\{p_{ij}^*(x,\xi,t) * u_j(x,t)\right\} d\Gamma + u_i^{inc.}(\xi,t) \quad (۶)$$

۳ هسته‌های الاستودینامیک

حل معادله انتگرال مرزی (۶) مستلزم آن است که متغیرهای مسئله در هر دو حوزهٔ زمان و مکان جداسازی شوند. در جداسازی مکانی، از اِلمان‌های ایزوپارامتریک درجه دو استفاده شده است. بدین‌ترتیب هندسه مرز و تغییر مکان برحسب مقادیر گرهی آنها به شرح زیر خواهند بود:

$$\begin{aligned} x_j &= \Phi_\alpha(\eta_1,\eta_2)\cdot X_{j\alpha} \\ u_j &= \Phi_\alpha(\eta_1,\eta_2)\cdot U_{j\alpha} \\ &\text{where} \quad j=1 \text{ to } 3 \text{ and } \alpha = 1 \text{ to } 8 \end{aligned} \quad (۷)$$

که در آن $\Phi_\alpha(\eta_1,\eta_2)$ توابع شکل در دستگاه مختصات کمکی اِلمان مرزی است. با این تعریف می توان معادله (۶) را به‌صورت زیر جداسازی کرد:

$$c_{ij}(\xi)\cdot u_j^N(\xi) = -\sum_{n=1}^{N}\sum_{q=1}^{Q} U_{j\alpha}^n \cdot \int_{\Gamma_q} F_{ij}^{N+1-n}(x(\eta_1,\eta_2),\xi)\cdot\Phi_\alpha(\eta_1,\eta_2)\cdot|J|\cdot d\eta_1 d\eta_2 + u_i^{inc.N}(\xi) \quad (۸)$$

که در آن Q بیانگر تعداد کل اِلمان‌های مرزی و $|J|$ بیانگر ژاکوبین تبدیل است:

$$J_j = \frac{\partial x_j}{\partial n} = \frac{\partial \Phi_\alpha(\eta_1,\eta_2)}{\partial n}\cdot X_{j\alpha} \quad (۹)$$

در معادله مجزاسازی شده فوق F_{ij}^{N+1-n} هسته‌های الاستودینامیک تنش سطحی است. این هسته‌ها با فرض تغییر مکان ثابت طی یک گام زمانی با رابطه انتگرالی زیر تعریف می‌شود:

$$F_{ijC}^{N-n+1} = \int_{(n-1)\cdot\Delta t}^{n\cdot\Delta t} p_{ij}^*(x,\xi,N\cdot\Delta t-\tau)\,d\tau \quad (۱۰)$$

با فرض تغییرات خطی در هر بازه زمانی، می‌توان تغییر مکان را به‌صورت زیر بیان کرد:

$$u_j(x,\tau) = \varphi_1(\tau)\cdot u_j^n(x) + \varphi_2(\tau)\cdot u_j^{n-1}(x) \quad (۱۱)$$

که در آن $\varphi_1(\tau)$ و $\varphi_2(\tau)$ توابع خطی درون‌یابی (انترپولاسیون) زمان هستند که به‌صورت زیر تعریف شده‌اند:

$$\varphi_1(\tau) = \frac{\tau - T_{n-1}}{\Delta t} \text{ and } \varphi_2(\tau) = \frac{T_n - \tau}{\Delta t} \quad \text{where } T_{n-1} \prec \tau \prec T_n \quad (۱۲)$$

هسته‌های الاستودینامیک برای تغییر مکان خطی طی یک گام زمانی به‌صورت زیر خواهد بود:

$$F_{ijL}^{N-n+1}(x,\xi) = F_{ij1}^{N+1-n}(x,\xi) + F_{ij2}^{N-n}(x,\xi) \quad (۱۳)$$

که در آن:

$$\begin{aligned} F_{ij1}^{N-n+1} &= \int_{(n-1)\cdot\Delta t}^{n\cdot\Delta t} P_{ij}^*(x,\xi,N\cdot\Delta t-\tau)\cdot\varphi_1(\tau)d\tau \\ F_{ij2}^{N-n+1} &= \int_{(n-1)\cdot\Delta t}^{n\cdot\Delta t} P_{ij}^*(x,\xi,N\cdot\Delta t-\tau)\cdot\varphi_2(\tau)d\tau \end{aligned} \quad (۱۴)$$

مقادیر تحلیلی هسته‌های الاستودینامیک ثابت به شرح زیر هستند (سهرابی بیدار، ۱۳۸۷):

$$F_{ijC}^{N-n+1} = \frac{1}{4\cdot\pi\cdot r^2}\cdot\sum_{K=1}^{2}$$
$$\left\{\begin{array}{l} h_1\cdot(-1)^K\cdot\dfrac{\Delta t^2}{2}\cdot\left[\left\{(N-n+1)^2-\dfrac{r^2}{c_K^2\cdot\Delta t^2}\right\}\cdot H1_K-\left\{(N-n)^2-\dfrac{r^2}{c_K^2\cdot\Delta t^2}\right\}\cdot H2_K\right] \\ +h_2\cdot\left[\delta_{2K}-\dfrac{c_2^2}{c_1^2}\cdot\delta_{1K}\right]\cdot\left[H1_K-H2_K\right] \\ +h_3\cdot\dfrac{1}{\Delta t}\cdot\left[\delta_{2K}-\dfrac{c_2^3}{c_1^3}\cdot\delta_{1K}\right]\cdot\left[\delta1_K-\delta2_K\right] \\ +\left[h_{41}\cdot\delta_{1K}+h_{42}\cdot\delta_{2K}\right]\cdot\left[H1_K-H2_K+\dfrac{r}{c_K\cdot\Delta t}\cdot\left\{\delta1_K-\delta2_K\right\}\right] \end{array}\right\} \tag{۱۵}$$

که در آن :

$$h_1 = +\frac{6\cdot c_2^2}{r^2}\cdot$$
$$\left[5\cdot r_{,i}\cdot r_{,j}\cdot r_{,n}-r_{,i}\cdot n_j-\delta_{ij}\cdot r_{,n}-r_{,j}\cdot n_i\right]$$
$$h_2 = +2\cdot$$
$$\left[6\cdot r_{,i}\cdot r_{,j}\cdot r_{,n}-r_{,i}\cdot n_j-\delta_{ji}\cdot r_{,n}-r_{,j}\cdot n_i\right]$$
$$h_3 = +\frac{2\cdot r}{c_2}\cdot\left[r_{,i}\cdot r_{,j}\cdot r_{,n}\right]$$
$$h_{41} = -\left[r_{,i}\cdot n_j\right]\cdot\left[1-2\cdot\frac{c_2^2}{c_1^2}\right]$$
$$h_{42} = -\left[\delta_{ij}\cdot r_{,n}+r_{,j}\cdot n_i\right] \tag{۱۶}$$

$$H1_K = H\left[(N-n+1)-\frac{r}{c_K\cdot\Delta t}\right]$$
$$H2_K = H\left[(N-n)-\frac{r}{c_K\cdot\Delta t}\right]$$
$$\delta1_K = \delta\left[(N-n+1)-\frac{r}{c_K\cdot\Delta t}\right]$$
$$\delta2_K = \delta\left[(N-n)-\frac{r}{c_K\cdot\Delta t}\right] \tag{۱۷}$$

مقادیر تحلیلی هسته‌های الاستودینامیک خطی نیز به شرح زیرند (سهرابی بیدار، ۱۳۸۷):

$$F_{ijL}^{N-n+1} = \frac{1}{4\cdot\pi\cdot r^2}\cdot\sum_{K=1}^{2}$$
$$\left\{\begin{array}{l} h_1\cdot(-1)^K\cdot\dfrac{\Delta t^2}{6}\cdot\left\{\begin{array}{l}\left[+3(N-n+1)\cdot\left((N-n+1)^2-\dfrac{r^2}{c_K^2\cdot\Delta t^2}\right)-2\cdot\left((N-n+1)^3-\dfrac{r^3}{c_K^3\cdot\Delta t^3}\right)\right]\cdot H1_K \\ +\left[-6(N-n)\cdot\left((N-n)^2-\dfrac{r^2}{c_K^2\cdot\Delta t^2}\right)+4\cdot\left((N-n)^3-\dfrac{r^3}{c_K^3\cdot\Delta t^3}\right)\right]\cdot H2_K \\ +\left[+3(N-n-1)\cdot\left((N-n-1)^2-\dfrac{r^2}{c_K^2\cdot\Delta t^2}\right)-2\cdot\left((N-n-1)^3-\dfrac{r^3}{c_K^3\cdot\Delta t^3}\right)\right]\cdot H3_K \end{array}\right\} \\ +h_2\cdot\left[\delta_{2K}-\dfrac{c_2^2}{c_1^2}\cdot\delta_{1K}\right]\cdot\left\{\begin{array}{l}\left[(N-n+1)-\dfrac{r}{c_K\cdot\Delta t}\right]\cdot H1_K \\ +\left[-(2N-2n)+2\dfrac{r}{c_K\cdot\Delta t}\right]\cdot H2_K \\ +\left[+(N-n-1)-\dfrac{r}{c_K\cdot\Delta t}\right]\cdot H3_K\end{array}\right\} \\ +h_3\cdot\dfrac{1}{\Delta t}\cdot\left[\delta_{2K}-\dfrac{c_2^3}{c_1^3}\cdot\delta_{1K}\right]\cdot\left\{H1_K-2H2_K+H3_K\right\} \\ +\left[h_{41}\cdot\delta_{1K}+h_{42}\cdot\delta_{2K}\right]\cdot\left\{\begin{array}{l}(N-n+1)\cdot H1_K \\ -(2N-2n)\cdot H2_K+(N-n-1)\cdot H3_K\end{array}\right\} \end{array}\right\} \tag{۱۸}$$

که در آن:

$$H3_K = H\left[\left(N-n-1\right)-\frac{r}{c_K \cdot \Delta t}\right] \tag{۱۹}$$

مزیت اصلی هسته‌های الاستودینامیک خطی بر هسته‌های الاستودینامیک ثابت حذف جمله‌های دارای تکینگی در جبهه موج (جملات $\delta 1_K$ و $\delta 2_K$) است که رفتار مناسب‌تر هسته‌های خطی را نتیجه می‌دهد.

۴ بررسی رفتار هسته‌های الاستودینامیک سه‌بُعدی

بررسی رفتار هسته‌های دینامیکی در گام‌های زمانی بزرگ، برای کنترل صحت و دقت هسته‌های عرضه شده دارای اهمیت ویژه‌ای است (اسرائیل و بانرجی، ۱۹۹۰ a وb؛ کمالیان و همکاران ۲۰۰۳). درصورتی‌که طول گام زمانی در بارگذاری دینامیکی به سمت بی‌نهایت میل کند، پاسخ دستگاه به جواب استاتیکی ناشی از همان بارگذاری تبدیل خواهد شد. در خصوص هسته‌های الاستودینامیک تنش سطحی که پاسخ محیط به بار یکه را در بردارد، با افزایش طول گام زمانی، جواب‌های بارگذاری در حالت استاتیک یا همان جواب‌های اساسی الاستواستاتیک به شرح زیر حاصل خواهد شد (بربیا و دمینگوئز، ۱۹۸۹):

$$P_{ij}^{*Static} = \frac{-1}{8\cdot\pi\cdot(1-\upsilon)\cdot r^2}\cdot \left[\begin{array}{l}\dfrac{\partial r}{\partial n}\cdot\left[(1-2\cdot\upsilon)\cdot\delta_{ij}+3\cdot r_{,i}\cdot r_{,j}\right]\\ +\left(1-2\cdot\upsilon\right)\cdot\left(n_i\cdot r_{,j}-n_j\cdot r_{,i}\right)\end{array}\right] \tag{۲۰}$$

که در آن υ بیانگر ضریب پواسون است.

برای بررسی عددی این مسئله مولفه‌های گوناگون هسته‌های الاستودینامیک روی نقطه مرکزی سه اِلمان هشت‌گرهی محاسبه شده است. مختصات نقاط گرهی اِلمان‌های مورد بررسی در جدول (۱) داده شده است. اِلمان‌های شماره یک و دو روی کره‌هایی به مرکزیت مبدا مختصات واقع شده‌اند. اِلمان شماره یک روی کره‌ای با شعاع ۸۶/۶ متر قرار گرفته است. مرکز اِلمان که همان نقطه محاسبه هسته‌های الاستودینامیک است، در مرکز مختصات محلی اِلمان ($\eta_1 = \eta_2 = 0.0$) با مختصات ($+50.0, +50.0, +50.0$) قرار دارد. اِلمان شماره دو روی کره‌ای با شعاع ۸۰/۶ متر قرار گرفته است. نقطه محاسبه هسته‌های الاستودینامیک در اِلمان شماره دو نیز نقطه مرکز مختصات محلی اِلمان ($\eta_1 = \eta_2 = 0.0$) با مختصات ($-50.0, +60.0, -20.0$) است. اِلمان شماره سه یک اِلمان در فضای اختیاری است. در این اِلمان نیز هسته‌های الاستودینامیک برای مرکز مختصات محلی اِلمان ($\eta_1 = \eta_2 = 0.0$) با مختصات ($-25.0, +60.0, +20.0$) محاسبه شده‌اند که در فاصله ۶۸/۰ متر از مرکز مختصات قرار گرفته است. برای هر سه اِلمان نقطه تحریک در مبدا مختصات قرار دارد. سرعت موج بُرشی در محیط ۶۷۰/۸ متر بر ثانیه، ضریب پواسون ۰/۳۳ و چگالی جرمی ۲/۰ تن بر متر مکعب می‌باشد. مولفه‌های مختلف جواب‌های اساسی الاستواستاتیک برای هر سه نقطه مورد بررسی در جدول (۲) داده شده است.

شکل‌های ۱ و ۲ هسته‌های الاستودینامیک در نقطه مرکزی اِلمان شماره یک را به ازای مقادیر متفاوت طول گام زمانی نشان می‌دهند. چنان‌که دیده می‌شود، هسته‌های الاستودینامیک به ازای گام‌های زمانی بزرگ معادل مقدار استاتیک نظیر خواهند بود. هسته‌های الاستودینامیک ثابت با افزایش طول گام زمانی به تدریج به مقدار الاستواستاتیک میل می‌کنند؛ درحالی‌که هسته‌های الاستودینامیک خطی به ازای گام‌های زمانی کوچک‌تر از زمان رسید امواج فشاری دارای مقدار صفر و به ازای گام‌های زمانی بزرگ‌تر از زمان رسید امواج بُرشی برابر مقدار الاستواستاتیک هستند. علاوه‌براین با توجه به تقارن محوری محورهای مختصات و مشتقات بردار نرمال بر سطح اِلمان نسبت به بردار شعاع به‌ترتیب همهٔ مولفه‌های قطری و غیر قطری با یکدیگر برابرند. شکل‌های ۳ و ۴

هسته‌های الاستودینامیک در نقطه مرکزی اِلمان شماره دو را به ازای مقادیر متفاوت طول گام زمانی نشان می‌دهند. در این اِلمان نیز چنان که دیده می‌شود هسته‌های الاستودینامیک با افزایش گام زمانی به مقدار الاستواستاتیک نظیر میل می‌کنند. در این اِلمان صرفاً تقارن محوری مشتقات بردار نرمال بر سطح اِلمان نسبت به بردار شعاع وجود دارد که در نتیجه آن مولفه‌های غیرقطری دوبه‌دو با یکدیگر برابرند.

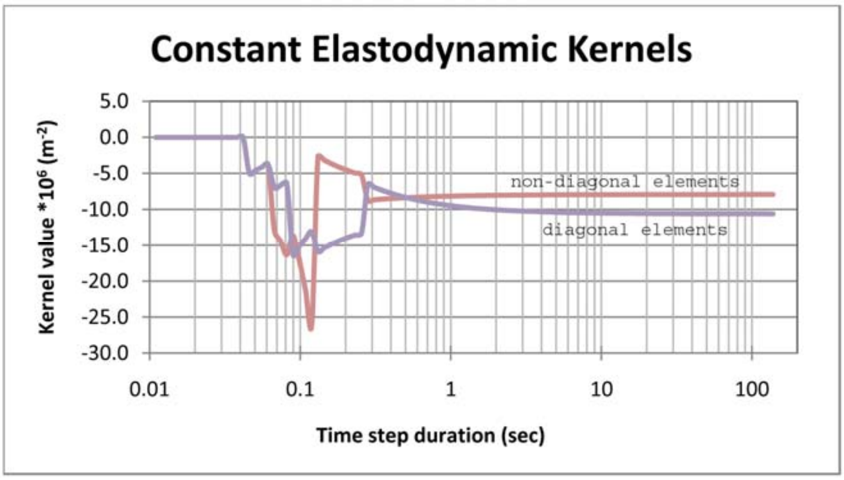
شکل‌های ۵ و ۶ هسته‌های الاستودینامیک در نقطه مرکزی اِلمان شماره سه را به ازای مقادیر متفاوت طول گام زمانی نشان می‌دهند. در اِلمان شماره سه نیز هسته‌های الاستودینامیک با افزایش گام زمانی به مقدار الاستواستاتیک نظیر میل می‌کند. با توجه به مختصات غیر وابسته نقاط گرهی اِلمان و فقدان تقارن، همهٔ مولفه‌های هسته‌های الاستودینامیک دارای مقادیر مستقل هستند.

جدول ۱. مختصات گرهی اِلمان‌های مورد بررسی.

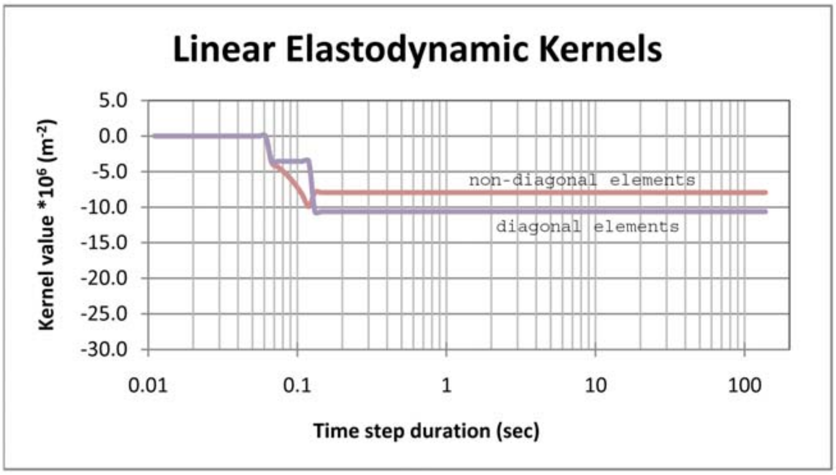
شماره گره	مختصات گرهی								
	اِلمان شماره یک			اِلمان شماره دو			اِلمان شماره سه		
	x	y	z	x	Y	z	x	y	z
1	50.5	45.7	53.5	-47.5	63.1	-16.1	-25.0	60.0	20.0
2	54.2	49.1	46.4	-46.3	61.5	-23.9	-23.0	62.0	20.0
3	49.1	54.2	46.4	-52.2	56.6	-23.9	-27.0	62.0	18.0
4	45.7	50.5	53.5	-53.5	58.1	-16.1	-27.0	58.0	20.0
5	52.4	47.4	50.0	-46.9	62.4	-20.0	-23.0	58.0	22.0
6	51.7	51.7	46.4	-49.3	59.2	-23.9	-25.0	62.0	19.0
7	47.4	52.4	50.0	-52.9	57.4	-20.0	-27.0	60.0	19.0
8	48.2	48.2	53.5	-50.6	60.7	-16.1	-25.0	58.0	21.0

جدول۲. جواب‌های اساسی الاستواستاتیک برای نقاط مرکزی اِلمان مورد بررسی ($\times 10^6\ m^{-2}$).

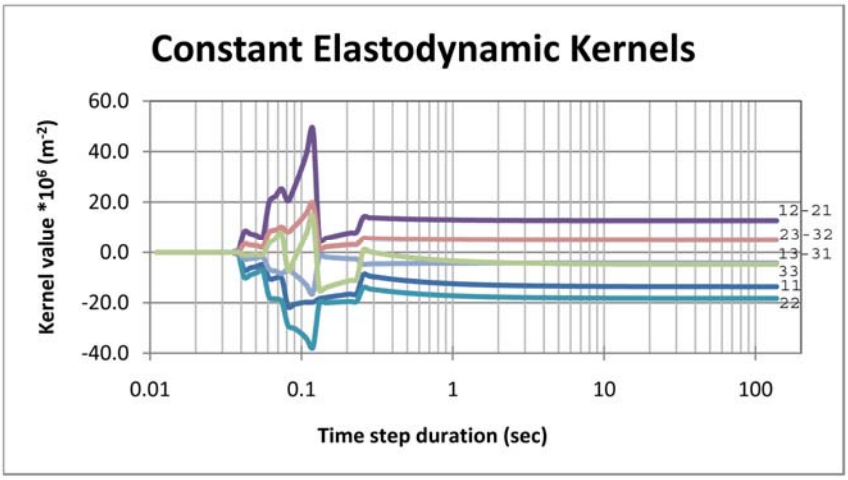
اِلمان / مولفه تنش	P_{11}^*	P_{12}^*	P_{13}^*	P_{21}^*	P_{22}^*	P_{23}^*	P_{31}^*	P_{32}^*	P_{33}^*
شماره یک	-10.61	-7.92	-7.92	-7.92	-10.61	-7.92	-7.92	-7.92	-10.61
شماره دو	-13.65	12.65	-4.22	12.65	-18.29	5.06	-4.22	5.06	-4.79
شماره سه	-7.18	8.46	3.91	10.29	-25.78	-10.12	2.34	-4.88	-5.78



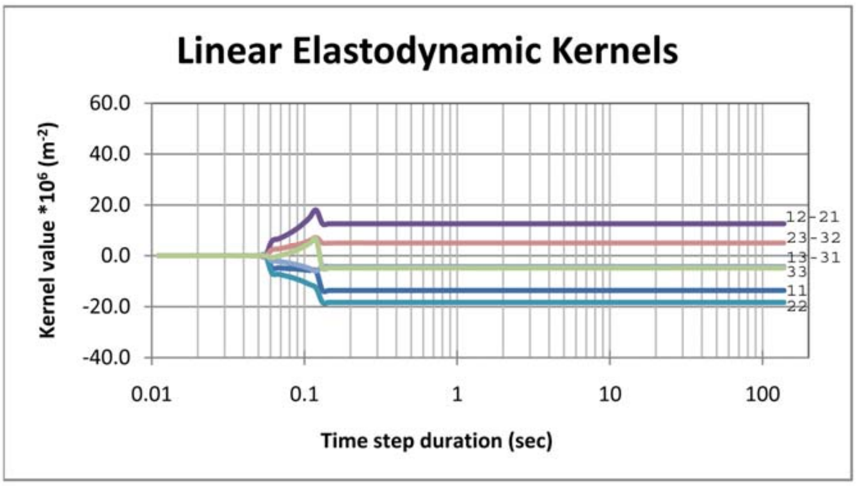
شکل ۱. مولفه‌های متفاوت هسته‌های الاستودینامیک ثابت به ازای طول گام زمانی در نقطه مرکزی اِلمان شماره یک.



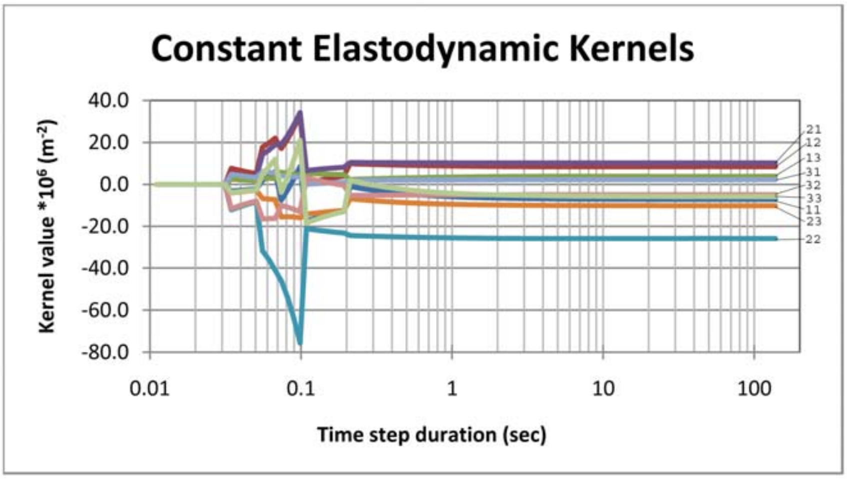
شکل۲. مولفه‌های متفاوت هسته‌های الاستودینامیک خطی به ازای طول گام زمانی در نقطه مرکزی اِلمان شماره یک.



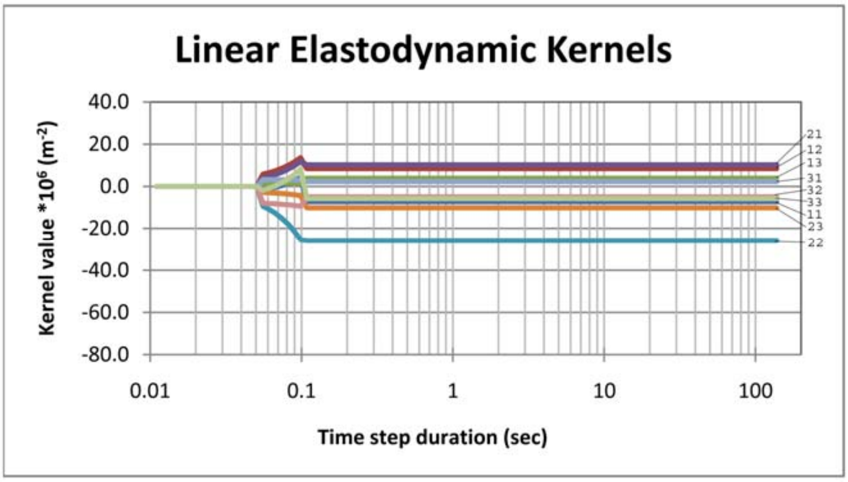
شکل۳. مولفه‌های متفاوت هسته‌های الاستودینامیک ثابت به ازای طول گام زمانی در نقطه مرکزی اِلمان شماره دو.



شکل٤. مولفه‌های متفاوت هسته‌های الاستودینامیک خطی به ازای طول گام زمانی در نقطه مرکزی اِلمان شماره دو.



شکل۵. مولفه‌های متفاوت هسته‌های الاستودینامیک ثابت به ازای طول گام زمانی در نقطه مرکزی اِلمان شماره سه.



شکل٦. مولفه‌های متفاوت هسته‌های الاستودینامیک خطی به ازای طول گام زمانی در نقطه مرکزی اِلمان شماره سه.

یکی دیگر از خواص اساسی جواب‌های اساسی محیط‌های الاستودینامیک، خاصیت انتقال زمانی است (ولف، ۱۹۸۵) که در هسته‌های الاستودینامیک نیز وجود دارد. هسته‌های الاستودینامیک داده شده به‌جای وابستگی به شماره گام زمانی N، به اختلاف زمان $N-n$ وابسته‌اند. علاوه بر این علیت نیز از جمله خواص اساسی جواب‌های اساسی محیط‌های الاستودینامیک است (ولف، ۱۹۸۵) که در هسته‌های دینامیکی داده شده نیز وجود دارد؛ بدین‌معنی که قبل از رسیدن موج منتشر شده از نقطه تحریک به نقطه گیرنده، جواب‌های اساسی و همچنین هسته‌های داده شده، دارای مقدار صفر هستند. همچنین پس از گذر همه امواج از نقطه گیرنده جواب‌های اساسی و هسته‌های داده شده دارای مقدار صفر خواهند بود. با استفاده از این دو خاصیت امکان بهبود الگوریتم برنامه اجزای مرزی و افزایش سرعت تحلیل‌های رایانه‌ای فراهم می‌شود.

۵ مثال عددی

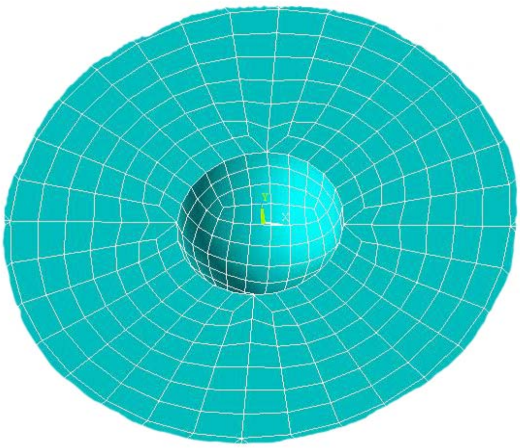
معادله (۸) به‌منظور تحلیل پراکندگی امواج لرزه‌ای در محیط‌های همگن برنامه رایانه‌ای بمسا

(BEM for Seismic Analyses) مورد استفاده قرار گرفته است. با استفاده از این نرم‌افزار، تغییر شکل‌ها در اثر پراکنش امواج لرزه‌ای با سطح آزاد زمین محاسبه می‌شوند. برای مجزاسازی مرز از اِلمان‌های هشت‌گرهی استفاده شده و هر دو وضعیت تغییر مکان ثابت در طول گام زمانی (با استفاده از هسته‌های الاستودینامیک ثابت) و تغییرات خطی تغییر مکان در طول گام زمانی (با استفاده از هسته‌های الاستودینامیک خطی) قابل حصول است.

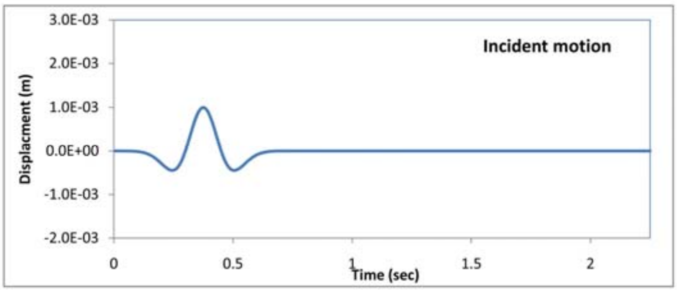
در این بخش با استفاده از یک مثال مرجع دقت الگوریتم داده شده در حل مسئله پراکنش امواج لرزه‌ای در محیط‌های همگن سه‌بُعدی نشان داده شده است. شکل ۷ هندسه مش‌بندی شده یک دره نیم‌کروی به قطر ۴۰۰ متر واقع در یک نیم‌فضای همگن را نشان می‌دهد که مورد تابش امواج لرزه‌ای قائم قرار گرفته است. سرعت امواج بُرشی در نیم‌فضا ۸۰۰ متر بر ثانیه، ضریب پواسون ۰/۲۵ و چگالی جرمی ۲/۰ گرم بر سانتی‌متر مکعب است. دره نیم‌کروی در معرض تابش امواج لرزه‌ای فشاری، بُرشی قطبیده در راستای محور x و بُرشی قطبیده در راستای محور y قرار گرفته است. امواج تابشی از نوع ریکر است که معادله‌ای به شرح زیر دارد:

$$f(t) = A_{\max} \cdot \left[1 - 2 \cdot \left(\pi \cdot f_p \cdot (t - t_0)\right)^2\right] \cdot e^{-\left(\pi \cdot f_p \cdot (t - t_0)\right)^2} \qquad (۲۱)$$

که در آن f_p، t_0 و $A_{\max}$ به‌ترتیب بسامد غالب، پارامتر انتقال زمانی (زمان نظیر بیشینه دامنه) و بیشینه دامنه را بیان می‌دارند. $f(t)$ دامنه حرکت لرزه‌ای ناشی از موج تابشی است. بسامد غالب، پارامتر انتقال زمانی و بیشینه دامنه امواج تابشی به‌ترتیب ۳/۰ هرتز، ۰/۳۷۵ ثانیه و ۰/۰۰۱ متر در نظر گرفته شده‌اند. تاریخچه زمانی تغییر مکان موج لرزه‌ای تابشی در شکل ۸ نشان داده شده است.



شکل۷. هندسه مش‌بندی شده دره نیم‌کروی.



شکل۸. تاریخچه زمانی تغییر مکان موج لرزه‌ای تابشی.

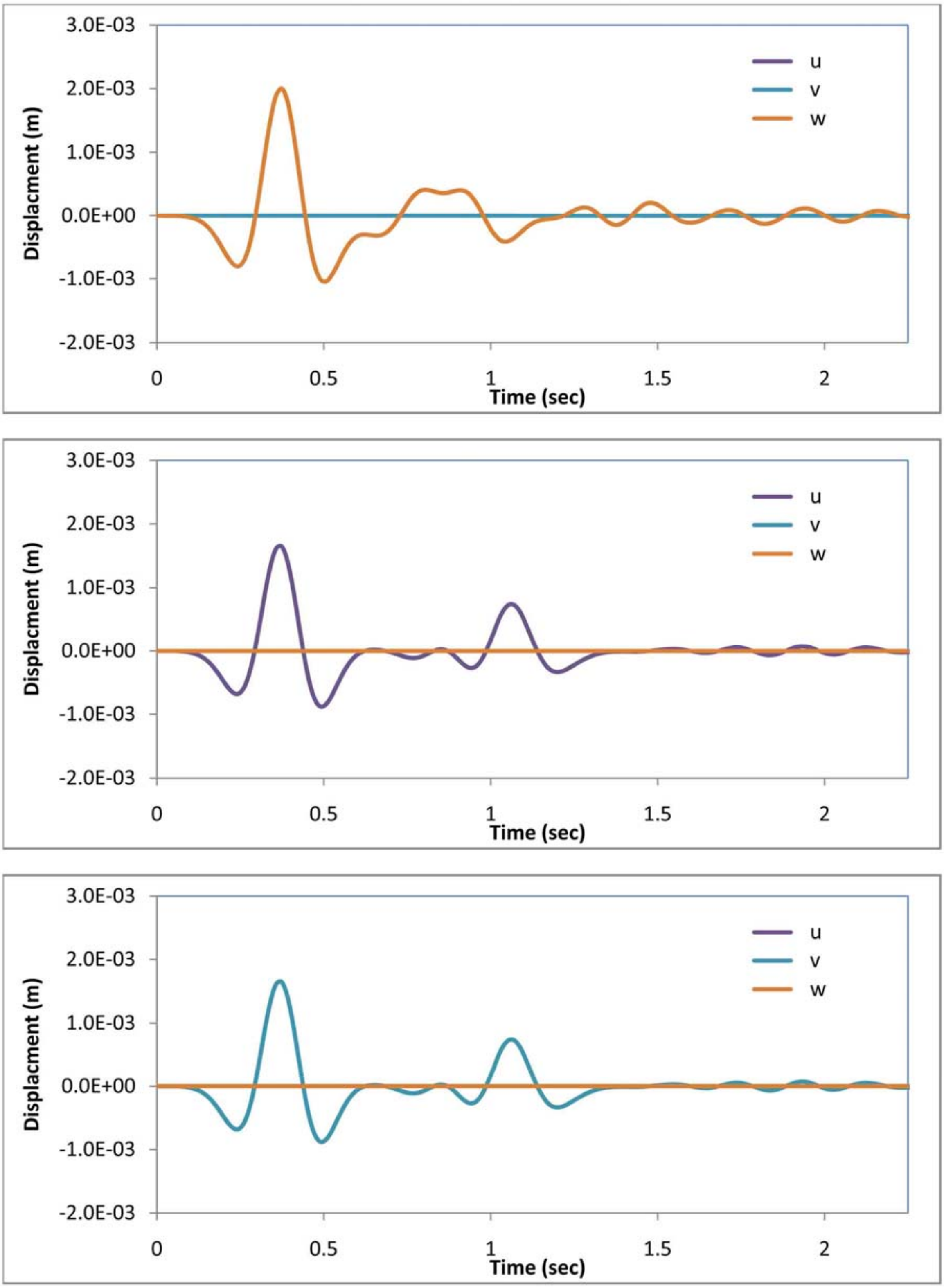
شکل ۹ تاریخچه زمانی پاسخ لرزه‌ای نقطه قعردره نیم‌کروی با مختصات $(0.0, 0.0, -200.0)$ را نشان داده است. پاسخ لرزه‌ای برای هر سه نوع موج تابشی فشاری، بُرشی قطبیده در راستای محور x و بُرشی قطبیده در راستای محور y نشان داده شده است. همان‌گونه که انتظار می‌رود، برای موج فشاری، تغییر مکان هردو مولفه افقی برابر صفر است. در حالت امواج بُرشی، تغییر مکان مولفه قائم و مولفه افقی خارج از صفحه قطبیدگی موج تابشی برابر صفر و تغییر مکان مولفه افقی واقع در صفحه قطبیدگی در هر دو حالت قطبیدگی موج بُرشی یکسان است.

شکل ۱۰ تاریخچه زمانی پاسخ لرزه‌ای نقطه گوشه دره نیم‌کروی روی محور x با مختصات $(200.0, 0.0, 0.0)$ را نشان داده است. پاسخ لرزه‌ای برای هر سه نوع موج فشاری، بُرشی قطبیده در راستای محور x و بُرشی قطبیده در راستای محور y نشان داده شده است. همان‌گونه که انتظار می‌رود، در حالت موج تابشی فشاری و موج تابشی بُرشی قطبیده در راستای محور x، تغییر مکان مولفه افقی در راستای محور y برابر صفر است. همچنین در حالت موج تابشی بُرشی قطبیده در راستای محور y، تغییر مکان هر دو مولفه قائم و مولفه افقی در راستای محور x برابر صفر است.

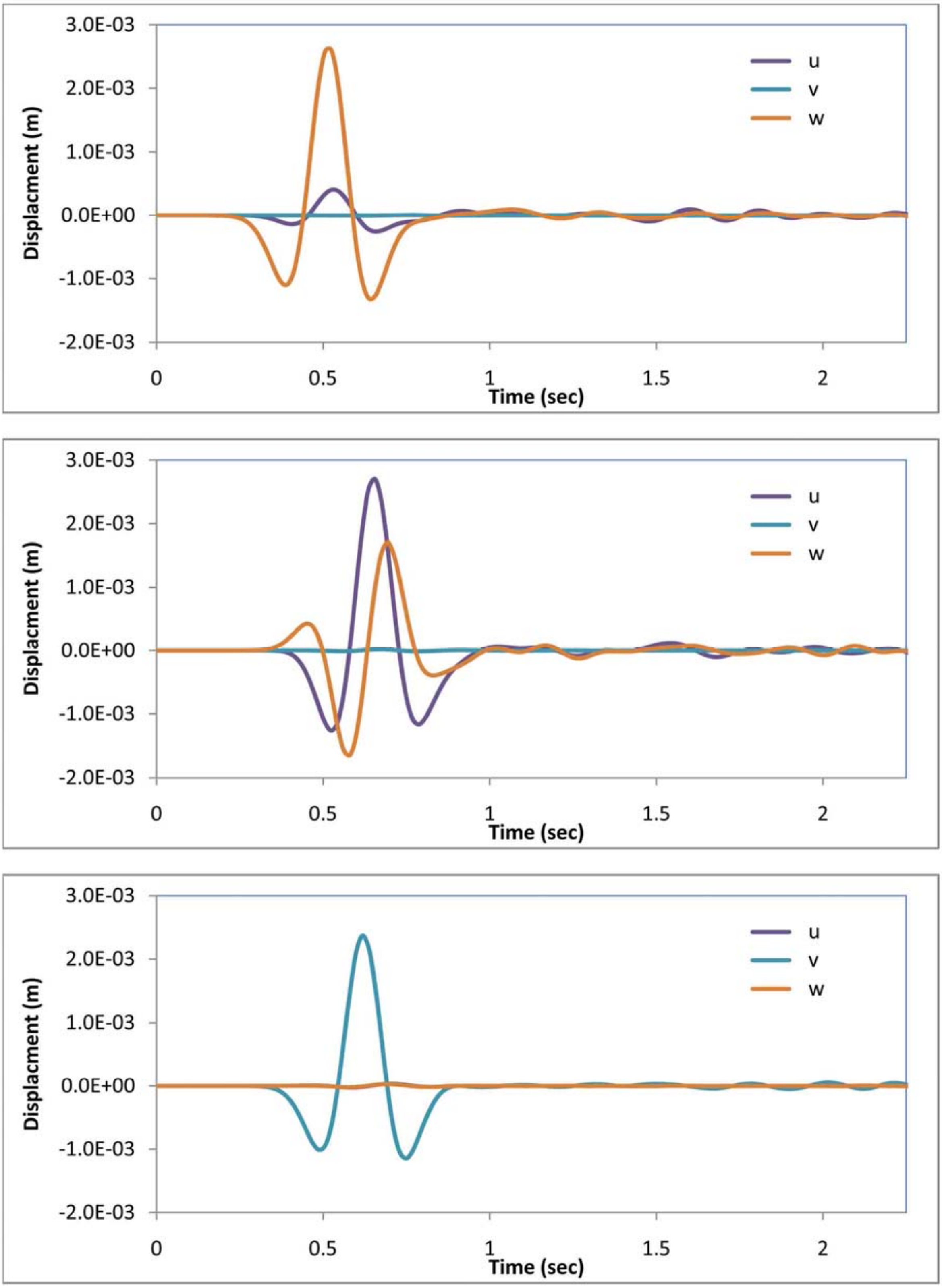
مسئله امواج پراکنده شده با دره نیم‌کروی را سانچزسسما (۱۹۸۳)، اشراقی و دراوینسکی (۱۹۸۹)، رینوسو و همکاران (۱۹۹۷) و لوژن و همکاران (۱۹۹۷) با استفاده از روش‌های فضای تبدیل یافته بررسی کرده‌اند. آنها برای نشان دادن نتایج خود، از پارامتر بسامد بدون بُعد زیر استفاده کرده‌اند:

$$\Omega = \omega \cdot r / \pi \cdot c_2 \tag{۲۲}$$

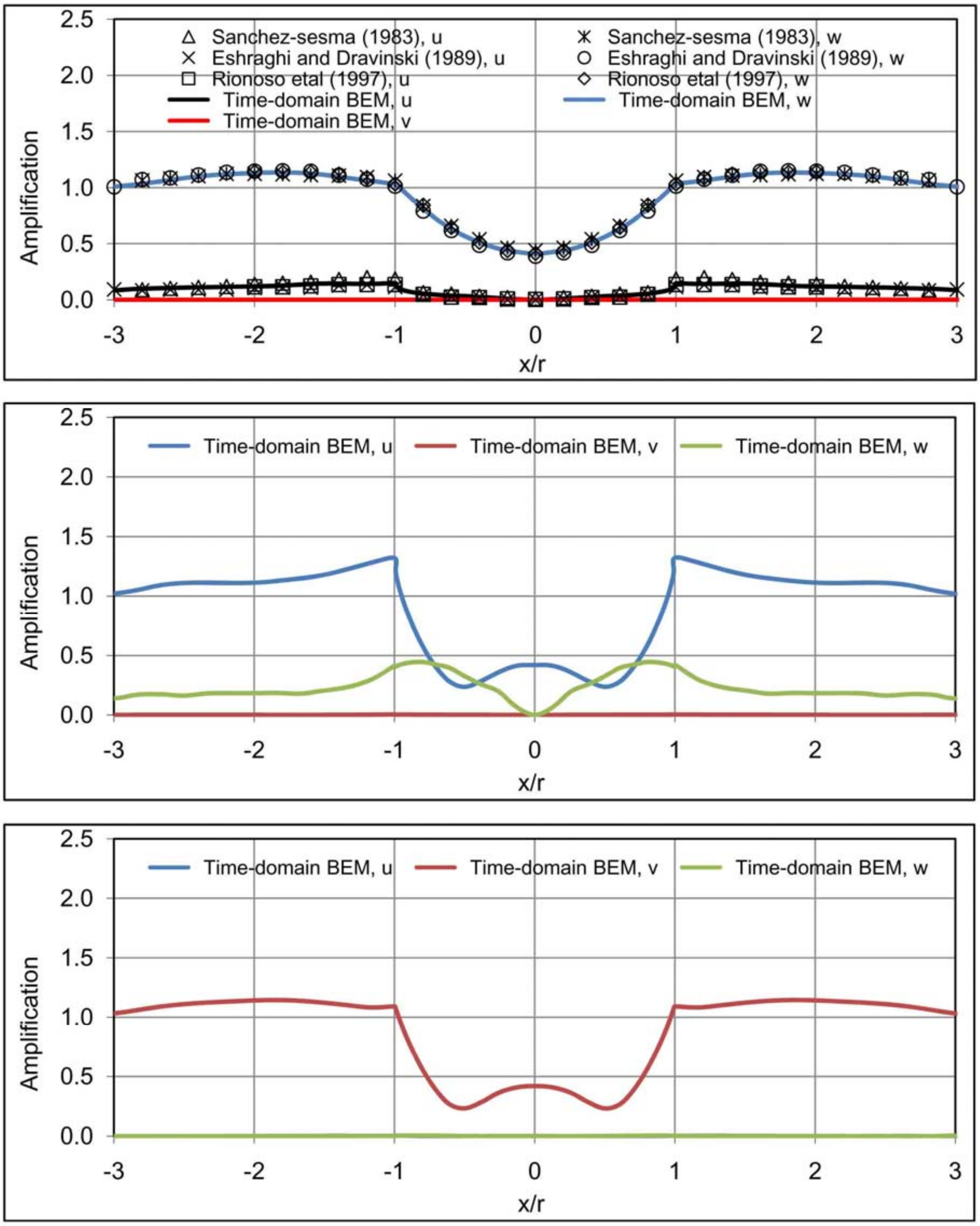
که در آن ω بسامد زاویه‌ای موج تابشی، r شعاع دره نیم‌کروی و c_2 سرعت موج بُرشی محیط است. شکل ۱۱ بزرگ‌نمایی طیفی حرکت سطحی نسبت به حرکت میدان آزاد به ازای بسامد بدون‌بُعد ۰/۴۳۳ را در راستای محور x نشان می‌دهد. بزرگ‌نمایی برای هر سه حالت امواج فشاری، بُرشی قطبیده در راستای محور x و بُرشی قطبیده در راستای محور y نشان داده شده و نتایج برای موج تابشی فشاری با جواب‌های عرضه شده قبلی مقایسه شده است. شکل ۱۲ نیز بزرگ‌نمایی طیفی حرکت سطحی نسبت به حرکت میدان آزاد به ازای بسامد بدون‌بُعد ۰/۸۶۶ را در راستای محور x نشان می‌دهد. بزرگ‌نمایی برای هر سه حالت امواج فشاری، بُرشی قطبیده در راستای محور x و بُرشی قطبیده در راستای محور y نشان داده شده و نتایج برای موج فشاری با جواب‌های عرضه شده قبلی مقایسه شده است. در رابطه با امواج فشاری، همان‌گونه که دیده می‌شود، به ازای هر دو بسامد داده شده، تطابق بسیار خوبی بین جواب‌های به‌دست آمده از الگوریتم اجزای مرزی حوزهٔ زمان و جواب‌های عرضه شده با روش‌های فضای تبدیل یافته وجود دارد. در رابطه با امواج بُرشی، چنان‌که دیده می‌شود به ازای هر دو بسامد داده شده، حرکت سطحی در داخل دره برای هر دو جهت قطبیدگی، تقریباً یکسان است اما در نقاط گوشه خارج دره حرکت لرزه‌ای متفاوت است. در این نقطه در هر دو بسامد داده شده، موج بُرشی قطبیده در راستای محور x حرکت سطحی بزرگتری نسبت به موج بُرشی قطبیده در راستای محور y دارد.



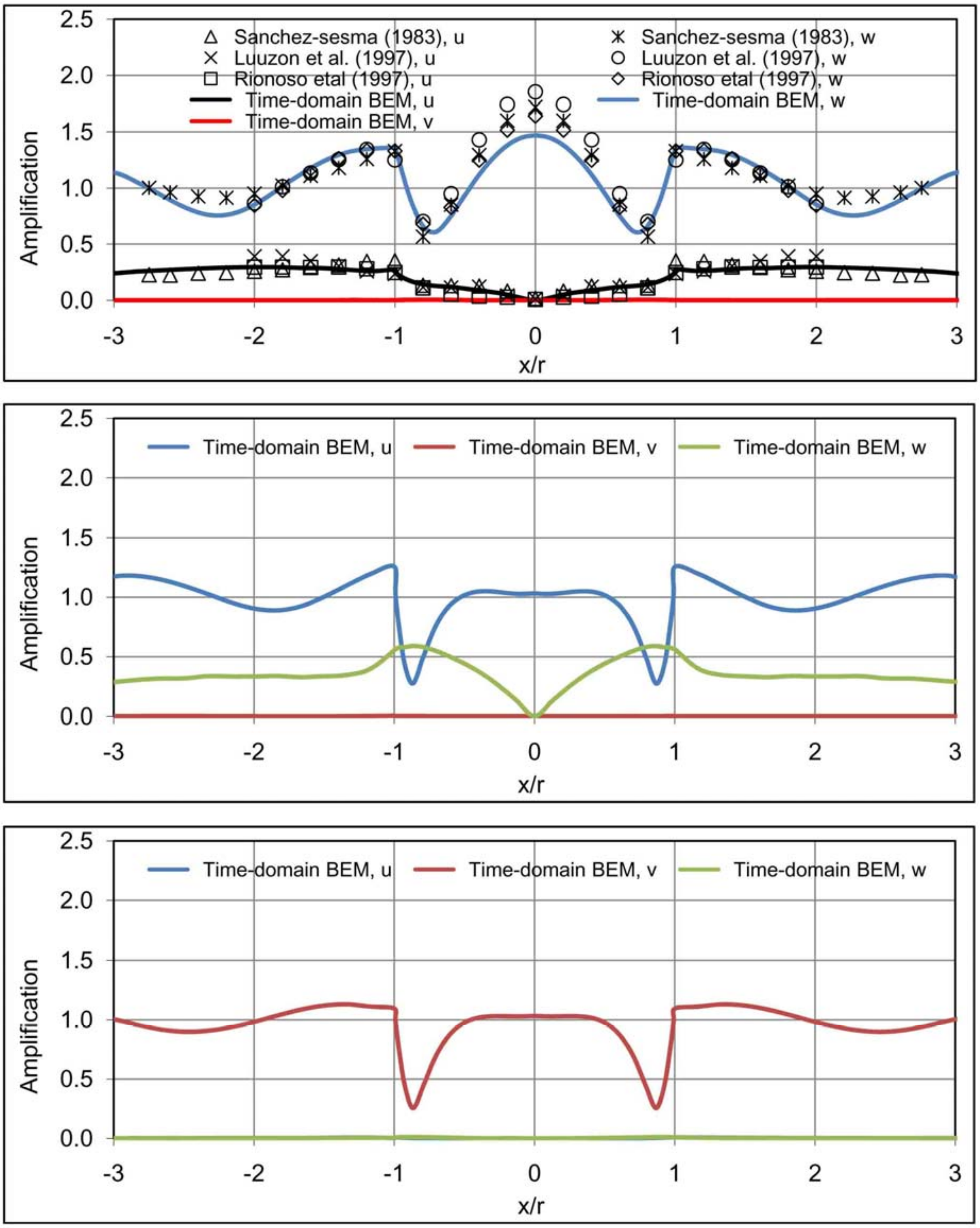
شکل۹. تاریخچه زمانی تغییر مکان در قعر دره نیم‌کروی $(0.0, 0.0, -200.0)$، u، v و w به‌ترتیب تغییر مکان در جهت محورهای x، y و z را بیان می‌دارند. به‌ترتیب از بالا به پایین نتایج برای موج فشاری، بُرشی قطبیده در راستای محور x و بُرشی قطبیده در راستای محور y نشان داده شده است.



شکل۱۰. تاریخچه زمانی تغییر مکان در گوشه دره نیم‌کروی $(200.0, 0.0, 0.0)$، u، v و w به‌ترتیب تغییر مکان در جهت محورهای x، y و z را بیان می‌دارند. به‌ترتیب از بالا به پایین نتایج برای موج فشاری، بُرشی قطبیده در راستای محور x و بُرشی قطبیده در راستای محور y نشان داده شده است.



شکل ۱۱. بزرگ‌نمایی طیفی حرکت سطحی نسبت به حرکت میدان آزاد به ازای بسامد بدون بُعد ۰/۸۶۶ روی محور x؛ u، v و w به‌ترتیب بزرگ‌نمایی حرکت سطحی در جهت محورهای x، y و z را بیان می‌دارند. به‌ترتیب از بالا به پایین نتایج برای موج فشاری، بُرشی قطبیده در راستای محور x و بُرشی قطبیده در راستای محور y نشان داده شده است.



شکل۱۲. بزرگ‌نمایی طیفی حرکت سطحی نسبت به حرکت میدان آزاد به ازای بسامد بدون بُعد ۰/٤۳۳ روی محور x؛ u، v و w به‌ترتیب بزرگ‌نمایی حرکت سطحی در جهت محورهای x، y و z را بیان می‌دارند. به‌ترتیب از بالا به پایین نتایج برای موج فشاری، بُرشی قطبیده در راستای محور x و بُرشی قطبیده در راستای محور y نشان داده شده است.

۶ نتیجه

در این مقاله، الگوریتم حل پراکندگی امواج لرزه‌ای در محیط‌های همگن سه‌بُعدی به روش اجزای مرزی حوزهٔ زمان و هسته‌های الاستودینامیک سه‌بُعدی تنش سطحی به ازای تغییر مکان ثابت و خطی طی یک گام زمانی عرضه شد. در الگوریتم داده شده، هر دو حالت تغییر مکان ثابت در طول گام زمانی (با استفاده از هسته‌های الاستودینامیک ثابت) و تغییرات خطی تغییر مکان در طول گام زمانی (با استفاده از هسته‌های الاستودینامیک خطی) قابل حصول است. دقت هسته‌های الاستودینامیک عرضه شده با محاسبه عددی هسته‌ها در شرایط متفاوت مورد بررسی قرار گرفت. پراکندگی امواج لرزه‌ای در یک دره نیم‌کروی واقع در یک نیم‌فضای همگن مورد بررسی قرار گرفت که کارایی الگوریتم اجزای مرزی و دقت هسته‌های الاستودینامیک عرضه شده را نشان می‌دهد. ازآنجاکه الگوریتم اجزای مرزی حاضر به‌طور کامل در فضای زمان داده شده است، امکان توسعه آن برای عملی ساختن تحلیل‌های غیرخطی وجود دارد.

منابع

سهرابی‌بیدار، ع.، ۱۳۸۷، بررسی رفتار لرزه‌ای عوارض توپوگرافی سطحی با استفاده از روش اجزای مرزی سه‌بُعدی در حوزهٔ زمان، پایان‌نامهٔ دکتری ژئوفیزیک- زلزله‌شناسی، پژوهشگاه بین‌المللی زلزله‌شناسی و مهندسی زلزله.

کمالیان، م. و سهرابی‌بیدار، ع.، ۱۳۸۴، تحلیل دینامیکی عوارض توپوگرافی دوبُعدی ناهمگن در حوزهٔ زمان با استفاده از روش اجزای مرزی، نشریه علمی پژوهشی استقلال؛ سال ۲۴، شماره ۲، صفحه ۶۸-۵۱.

کمالیان، م.، گتمیری، ب.، سهرابی‌بیدار، ع. و رزم‌خواه، آ.، ۱۳۸۵، حل مسائل انتشار امواج در محیط‌های خطی دوبُعدی در فضای زمان با استفاده از ترکیب روش‌های اجزای محدود و اجزای مرزی، نشریه علمی و فناوری امیرکبیر، سال ۱۷، شماره ج-۶۴، صفحه ۱- ۱۱.

Adam, M. and Takemiya, H., 1996, Seismic wave amplification in Kobe during Hyogo-ken Nanbu Earthquake, Proceedings of the 11th World Conference on Earthquake Engineering, Paper No.1885, Acapulco, Mexico.

Aki, K. and Richards, P., 2002, Quantitative Seismology, 2nd Edition, University Science Books.

Antes, H. and Von-Estorff, O. V., 1988, Seismic response amplification due to topographic influences, Proceedings of the Ninth World Conference on Earthquake Engineering Vol III, pp 411-416, Tokyo-Kyoto, Japan.

Brebbia, C. A. and Dominguez, J., 1989, Boundary Elements, An Introductory Course, Computational Mechanics Publications, Southampton, Boston.

Eringen, A. C. and Suhubi, E. S., 1975, Elastodynamics, New York: Academic Press.

Eshraghi, H. and Dravinski, M., 1989, Scattering of plane harmonic SH, SV, P and Rayleigh waves by non-axisymmetric three-dimensional canyons: a wave function expansion approach, Earth. Eng. and Struc. Dyn., 18, 983-998.

Hadely, P. K., Askar, A., Cakmak, A. S., 1989, Scattering of Waves by Inclusions in A Nonhomogeneous Elastic Half Space Solved By Boundary Element Methods, Technical Report NCEER-89-0027.

Israil, A. S. M. and Banerjee, P. K., 1990a, Advanced development of time-domain BEM for two-dimensional scalar wave propagation, Int. Jour. for Num. Meth. in Eng., 29, 1003-1020.

Israil, A. S. M. and Banerjee, P. K., 1990b, Advanced time domain formulation of BEM for two-dimensional transient elastodynamics, Int. Jour. for Num. Meth. in Eng., 29, 1421-1440.

Janod, F. and Coutant, O., 2000, Seismic response of three-dimensional topographies using a time-domain boundary element method, Geophys. J. Int., **142**(2), 603-614.

Kamalian, M., Gatmiri, B. and Sohrabi, A., 2003, On Time-Domain Two-Dimensional Site Response Analysis of Topographic Structures by BEM, Journal of seismology and earthquake engineering, **5**(2), 35-45.

Kamalian, M., Jafari, M. K., Sohrabi-Bidar, A., Earthquake Engineering, **14**(2), 129s-138s.

Takemiya, H. and Adam, M., 1998, 2D nonlinear seismic ground analysis by FEM-BEM: the case of Kobe in the Hyogo-ken Nanbu earthquake. Structural Engineering/ Earthquake Engineering, **15**(1), 19s-27s.

Takemiya, H. and Fujiwara, A., 1994, SH-wave scattering and propagation analysis at irregular sites by time domain BEM, Bull. Seism. Soc. Am., **84**, 1443-1455.

Wheeler, L. T., Sternberg, E., 1968, Some theorems in classical elastodynamics, Archive for Rational Mechanics and Analysis, **31**, 87-90.

Wolf, J. P., 1985, Dynamic Soil-Structure Interaction, Prentice Hall.

Razmkhah, A. and Gatmiri, B., 2006, Time-Domain Two-Dimensional Site Response Analysis of Non-Homogeneous Topographic Structures by a Hybrid FE / BE Method, Soil Dyn. Earthq. Eng., **26**, 753-765.

Kamalian, M., Sohrabi-Bidar, A., Razmkhah, A., Taghavi, A. and rahmani, I., 2008a, Considerations on Seismic Microzonation in Areas with Two-Dimensional Hills, Journal of Earth System Science, **117**(S2), 783–796.

Kamalian, M., Jafari, M. K., Sohrabi-Bidar, A. and Razmkhah, A., 2008b, Seismic Response of 2D Semi-Sine Shaped Hills to Vertically Propagating Incident Waves: Amplification Patterns and Engineering Applications, Earthquake Spectra, **24**(2), 405-430.

Kawase, H. and Aki, K., 1989, A study on the response of a soft basin for incident S, P and Rayleigh waves with special reference to the long duration observed in Mexico City, Bull. Seism. Soc. Am., **79**, 1361-1382.

Kawase, H., 1988, Time-domain response of a semi-circular canyon for incident P, SV and Rayleigh waves calculated by the discrete wavenumber boundary element method, Bull. Seism. Soc. Am., **78**, 1415-1437.

Khoshdel, S. H., Bargi, K. and Noorzad, A., 2003, Wave Propagation analysis in semi-infinite domain using an indirect boundary element method, Bull. Of Earthquake Resistant Structure Research Center, **36**, 45-56.

Luzon, F., Sanchez-Sesma, F. J., Rodrguez-Zuiga, J. L., Posadas, A. M., Garca, J. M., Martn, J., Romacho, M. D. and Navarro, M., 1997, Diffraction of P, S and Rayleigh waves by three-dimensional topographies, Geophys. J. Int., **129**, 571-578.

Reinoso, E., Wrobel, L. C. and Power, H., 1997, Three-dimensional scattering of seismic waves from topographical structures, Soil Dyn. Earthq. Eng., **16**(1), 41-61.

Sánchez-Sesma, F. J., 1983, Diffraction of Elastic Waves by Three-Dimensional Surface Irregularities, Bull. Seism. Soc. Am., **73**, 1621-1636.

Sohrabi-Bidar, A., Kamalian, M. and Jafari, M. K., 2009, Time-domain BEM for three-dimensional site response analysis of topographic structures, International Journal for Numerical Methods in Engineering, **79**, 1467-1492.

Takemiya, H. and Adam, M., 1997, Seismic wave amplification due to topography and geology in Kobe during Hyogo-Ken Nanbu earthquake, Structural Engineering/