

تفکیک طیفی داده‌های لرزه‌ای با استفاده از طیف‌نگاشت واهمامیختی بهبودیافته

یوسف محمدی^۱ و حمیدرضا سیاه‌کوهی^{۲*}

^۱دانش‌آموخته کارشناسی ارشد ژئوفیزیک، دانشگاه تحصیلات تکمیلی صنعتی کرمان، ایران
^۲استاد، گروه فیزیک زمین، مؤسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران، ایران

(دریافت: ۹۲/۳/۸، پذیرش نهایی: ۹۲/۱/۱۵)

چکیده

تفکیک طیفی ابزاری قوی برای تحلیل ماهیت متغیر با زمان سیگنال‌های ناپایا است. با توجه به ماهیت ناپایای داده‌های لرزه‌ای، این ابزار به‌طور گسترده در تحلیل، پردازش و تفسیر داده‌های لرزه‌ای به کار می‌رود. دست یافتن به روشی با قدرت تفکیک زیاد و حجم محاسبات کم از اهداف بنیادی در زمینه تفکیک طیفی است. روش تبدیل فوریه زمان کوتاه و طیف‌نگاشت آن اولین و سریع‌ترین روشی است که در این زمینه عرضه شده است، اما در قدرت تفکیک محدودیت دارد. توزیع ویگنر- وایل غیرخطی نگرشی دیگر در تفکیک طیفی است که قدرت تفکیک برتری در صفحه زمان- بسامد دارد اما به علت ماهیت غیرخطی، عملکردش با مشکل جملات متقاطع مواجه است. روش‌های متعددی برای بهبود قدرت تفکیک نمایش زمان- بسامد سیگنال‌های ناپایا معرفی شده است که طیف‌نگاشت واهمامیختی و طیف‌نگاشت بازچینی شده از جمله این روش‌ها هستند. برای افزایش قدرت تفکیک، هر دو روش تلاش می‌کنند که قدرت تفکیک طیف‌نگاشت به‌دست آمده را به قدرت تفکیک توزیع ویگنر- وایل نزدیک کنند. در این مقاله ابتدا شکل اصلاح شده روش طیف‌نگاشت واهمامیختی را معرفی و سپس عملکرد آن را با روش طیف‌نگاشت بازچینی شده مقایسه می‌کنیم. نتایج اعمال روش‌ها روی داده‌های مصنوعی و واقعی برتری روش معرفی شده را نشان می‌دهد. این روش با وجود افزایش قدرت تفکیک، عاری از اثرات ناخواسته و غیر واقعی روی داده‌های لرزه‌ای است. هرچند اندکی حجم محاسباتی بیشتری نسبت به روش بازچینی شده دارد.

واژه‌های کلیدی: تفکیک طیفی، طیف‌نگاشت واهمامیختی بهبودیافته، الگوریتم لوسی- ریچاردسون، طیف‌نگاشت بازچینی شده

Spectral decomposition of seismic data using modified deconvolutive spectrogram

Mohammadi, Y.¹ and Siahkoochi, H. R.²

¹M.Sc. in Geophysics, Kerman Graduate University of Technology, Kerman, Iran
²Professor, Earth Physics Department, Institute of Geophysics, University of Tehran, Iran

(Received: 29 May 2013, Accepted: 04 Feb 2014)

Summary

Spectral decomposition or time-frequency representation (TFR) is a powerful tool for analyzing time varying nature of seismic data. Mapping of a one dimensional seismic time trace to a two dimensional function of time and frequency reveals some characteristics of seismic signals that are not available in only time or frequency representations. This approach has been widely used in seismic exploration applications such as: denoising, direct hydrocarbon detection, seismic sequence analysis, reservoir characterization, and resolution enhancement. Obtaining a method with higher resolution in TFR and less computational cost is of fundamental significant in this field. Among different methods for spectral decomposition, the short time Fourier transform (STFT) or its squared modulus (the spectrogram), is the fastest one. However, it has limited resolution because of the uncertainty principle. The Wigner-Ville distribution (WVD) is another method that has superior TFR resolution, but its practical application is limited by undesirable cross terms because of its bilinear nature. The spectrogram obtained by the STFT method is related to

the WVD via a 2-D deconvolution. The Deconvolutive Short Time Fourier Transform Spectrogram (DSTFTS) is another method that has been introduced recently to increase the TFR resolution of the spectrogram by applying the Lucy-Richardson algorithm for 2-D deconvolution operation. However, as expected theoretically, the resolution of the DSTFTS is not very close to the resolution of the WVD.

In this paper, we first explain why the resolution of the deconvolutive spectrogram, introduced by Lu and Zhang (2009), is not as close as to that of the WVD, and then we introduce its modified version which effectively improves the TFR resolution. In the 2-D deconvolution process, the sampling interval of the input data must agree in both time and frequency. We have shown that the sampling interval of the WVD of the window function in the frequency direction is not equal to that of the spectrogram of the signal. A simple technique is proposed here to overcome this problem. The proposed modified deconvolutive spectrogram provides better results compared to those of Lu and Zhang (2009). The TFR resolution is very close to that of the WVD because of the correct implementation of the deconvolution process. As we performed deconvolution by the Lucy-Richardson algorithm which is not an ideal and perfect process, our TFR is not the same as that of the WVD.

We have evaluated the performance of the modified deconvolutive spectrogram in spectral decomposition of a chirp signal; a synthetic signal consists of four Morlet wavelets and a real seismic trace. In comparison with the popular reassigned spectrogram method (Auger and Flandrin, 1995), the modified deconvolutive spectrogram effectively improves the TFR resolution and has no artifact and undesirable effects on TFR of any type of input signal. However, the reassigned spectrogram eliminates some components and disturbs the shape of the TFR of the complex input signals. These issues can make a method completely unusable.

We have shown that both the reassigned and the modified deconvolutive spectrograms have the same nature. The aim of the reassigned spectrogram is to improve the degree of the localization of the signal components by reallocating them over the time-frequency plane and applying a weighted integration. On the other hand, the aim of the modified deconvolutive spectrogram is to directly remove and compensate the damping effect of the window function by applying the 2-D deconvolution operation. From the utilized mathematical tools point of view, the 2-D deconvolution algorithms are more advanced and more reliable than the weighted integration (especially in case of signals with a complicated TFR such as seismic data).

Finally, we applied the method to detect low frequency shadow associated with a possible thin gas reservoir on a seismic section. The low frequency shadow has been used as a seismic indicator of a hydrocarbon accumulation. Several reasons have been proposed for this shadow, such as abnormally high attenuation in gas filled reservoir and some other mechanism in data processing. By spectral decomposition of all traces, a cube of data has been obtained from the seismic section. We have used single frequency seismic sections, extracted from the cube, for interpretation. According to the results, high amplitude energy on the 20 Hz single frequency seismic section has been disappeared on the 50 Hz single frequency seismic section. This high amplitude energy is a hydrocarbon indicator that exists beneath the reservoir. The superior resolution of the modified deconvolutive spectrogram resulted in a remarkably better localization of the reservoir. Therefore, the modified deconvolutive spectrogram is a fast and effective method for spectral decomposition of seismic data, especially when it is used for seismic attributes extraction.

Keywords: Spectral decomposition, Modified Deconvolutive Spectrogram, Lucy-Richardson algorithm, Reassigned Spectrogram.

۱ مقدمه

در لرزه‌شناسی، یک ردلرزه ترکیبی است از اولین رسیدها، بازتاب‌ها، تداخل‌ها، نوفه‌ها و اثراتی که محیط انتشار و گیرنده روی تپ (پالس) لرزه‌ای می‌گذارند. داده‌های لرزه‌ای ناپایا هستند چراکه محتوای بسامدی یک ردلرزه در ابتدا همان پهنای باند بسامدی موجک لرزه‌ای فرستاده شده به درون زمین است، ولی این موجک لرزه‌ای در گستره زمان ثبت، باند بسامدی ثابتی ندارد. معمولاً زمین مانند یک فیلتر پایین‌گذر روی این موجک عمل می‌کند و پاسخ لرزه‌ای ساختارهای زمین‌شناسی نیز اثر معینی روی طیف بسامدی موجک لرزه‌ای دارد. یکی از اهداف لرزه‌نگاری، مشخص کردن ساختارهای زیرسطحی با استفاده از پاسخ لرزه‌ای آنها است. اما این پاسخ‌های لرزه‌ای عمدتاً در گستره طیفی خاصی بیان می‌شوند که در پهنای باند بسامدی داده‌های لرزه‌ای پنهان و نهفته هستند و نمی‌توان آنها را با روش‌های تفسیر زمانی مرسوم پیدا کرد. تفکیک طیفی یا نمایش زمان-بسامد، یک سیگنال زمانی و یک بُعدی را به یک تابع دوبعدی از زمان و بسامد تبدیل می‌کند و تمرکز و نحوه تغییر مؤلفه‌های بسامدی با زمان و خصوصیتی از سیگنال را که در نمایش زمانی تنها و یا بسامدی تنها قابل مشاهده نیستند، آشکار می‌کند. به همین علت تفکیک طیفی ابزاری قوی در شناخت، اندازه‌گیری و تحلیل ماهیت متغیر با زمان داده‌های لرزه‌ای است و به‌طور گسترده در کاربردهایی نظیر حذف نوفه (لین و همکاران، ۲۰۰۷)، شناسایی مستقیم هیدروکربور (کاستاگنا و همکاران، ۲۰۰۳)، تحلیل رخساره‌های لرزه‌ای (استیگز و دریجکونینجن، ۲۰۰۱)، توصیف مخازن هیدروکربور (پارتیکا و همکاران، ۱۹۹۹) و مانند آن مورد استفاده قرار می‌گیرد.

روش‌های مختلفی برای تفکیک طیفی وجود دارد و با توجه به نوع داده ورودی و هدف موردنظر می‌توان روش مناسب را انتخاب کرد، که در آن دو عامل

قدرت تفکیک و حجم محاسبات، نقش اساسی دارند. تبدیل فوریه زمان کوتاه (گابور، ۱۹۴۶) و قدرمطلق مربعش (طیف‌نگاشت) اولین روش‌هایی هستند که در این زمینه عرضه شده‌اند و هنوز هم به‌طور گسترده مورد استفاده قرار می‌گیرند. اما این روش‌ها به‌خاطر استفاده از یک تابع پنجره که سیگنال را در خارج از محدوده پنجره صفر می‌کند، و بنابر اصل عدم قطعیت، دارای محدودیت در قدرت تفکیک زمانی و بسامدی هستند. توزیع ویگنر-وایل غیرخطی (کوهن، ۱۹۹۵) نگرشی دیگر در تفکیک طیفی است که قدرت تفکیک برتری در صفحه زمان-بسامد دارد، اما عملکردش به علت ماهیت غیرخطی با مشکل جملات متقاطع مواجه است. روش‌های دیگری نیز وجود دارد مانند روش تجزیه با تعقیب تطابق (Matching Pursuit Decomposition) (مالات و ژانگ، ۱۹۹۳) که با استفاده از توزیع ویگنر-وایل سیگنال را به مؤلفه‌های اولیه‌اش تجزیه می‌کند و ترکیب بهینه‌ای از این مؤلفه‌ها را به‌منزله نمایش زمان-بسامد سیگنال انتخاب می‌کند. روش‌های تبدیل فوریه زمان کوتاه تطبیقی (Adaptive Short Time Fourier Transform) (جونز و بارانیوک، ۱۹۹۴) و یا آنتروپی متقاطع میانه کمینه (Minimum Mean Cross - Entropy) (لاگالین و همکاران، ۱۹۹۴) که در گستره‌ای از طول پنجره‌های متفاوت تبدیل فوریه زمان کوتاه و یا طیف‌نگاشت را محاسبه می‌کنند و بر مبنای متفاوت خودشان ترکیب بهینه‌ای از آنها را برای نمایش زمان-بسامد انتخاب می‌کنند. اما این روش‌ها با وجود قدرت تفکیک بسیار خوب حجم محاسبات بسیار بزرگی دارند و با توجه به بزرگ‌مقیاس بودن داده‌های لرزه‌ای، کمتر مورد استفاده قرار می‌گیرند.

طیف‌نگاشت که نشان‌دهنده انرژی سیگنال در

می‌کند و به زمان موردنظر نسبت می‌دهد. به کار بردن پنجره و محدود کردن سیگنال باعث به وجود آمدن محدودیت در قدرت تفکیک زمانی و قدرت تفکیک بسامدی می‌شود. با به توان دو رساندن ضرایب تبدیل فوریه زمان کوتاه، کمیتی به دست می‌آید که نشان‌دهنده انرژی سیگنال در صفحه زمان- بسامد است. این کمیت طیف‌نگاشت تبدیل فوریه زمان کوتاه نام دارد و سالیان زیادی اولین گزینه برای تفکیک طیفی سیگنال‌های ناپایا بوده است و هنوز هم کارایی فراوانی در زمینه تحلیل سیگنال دارد.

$$S_x(t, f) = \left| \int_{-\infty}^{+\infty} x(u) h^*(u-t) e^{-j2\pi fu} du \right|^2 \quad (2)$$

توزیع ویگنر- وایل نگرشی دیگر به تفکیک طیفی دارد. این توزیع براساس تابع چگالی انرژی دوبعدی زمانی و بسامدی سیگنال در صفحه زمان- بسامد بنا شده است و با رابطه (۳) بیان می‌شود:

$$WVD_x(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) x^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (3)$$

که در آن، τ متغیر تاخیر زمانی است. از آنجا که در رابطه (۳) سیگنال دوبار وارد انتگرال می‌شود، این توزیع درجه دوم یا دوسویه (bilinear) نامیده می‌شود. در این توزیع هیچ‌گونه تابع پنجره‌ای به کار نرفته است و محدودیت قدرت تفکیک ناشی از به کار بردن پنجره‌ها را ندارد و از قدرت تفکیک برتری برخوردار است. اما به خاطر ماهیت غیرخطی‌اش، برای تحلیل سیگنال‌های چند مؤلفه‌ای با مشکل جملات متقاطع مواجه است. فرض کنیم $x(t)$ یک سیگنال چند مؤلفه‌ای است که از جمع دو سیگنال دیگر به وجود می‌آید:

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t) \quad (4)$$

با جای گذاری آن در رابطه (۳) خواهیم داشت:

صفحه زمان- بسامد است، اگرچه از روش خطی حاصل می‌شود اما می‌توان آن را به توزیع ویگنر- وایل مرتبط کرد. این نکته مبنای افزایش قدرت تفکیک طیف‌نگاشت با دو روش عرضه شده در این مقاله است. روش اول یا روش طیف‌نگاشت واهمامیختی بهبودیافته، با استفاده از یک واهمامیخت دوبعدی برآوردی از توزیع ویگنر- وایل را از طیف‌نگاشت استخراج می‌کند که جملات متقاطع کمتری نسبت به توزیع ویگنر- وایل و قدرت تفکیک بهتری نسبت به طیف‌نگاشت دارد (لو و ژانگ، ۲۰۰۹). روش دوم یا روش بازچینی کردن، انرژی به دست آمده در هر نقطه از صفحه زمان- بسامد را به نقطه‌ای که در آن محاسبه شده یعنی مرکز جرم انرژی نسبت می‌دهد و قدرت تفکیک را افزایش می‌دهد (آگر و فلاندرین، ۱۹۹۵). در این مقاله ابتدا نحوه بهبود روش طیف‌نگاشت واهمامیختی را بیان می‌کنیم، سپس به گونه‌ای تحلیلی، به بررسی عملکرد آن در مقایسه با طیف‌نگاشت بازچینی شده می‌پردازیم و در پایان از آن برای شناسایی مخازن گازی یک مقطع لرزه‌ای با کمک پدیده سایه بسامد کم استفاده می‌کنیم.

۲ طیف‌نگاشت تبدیل فوریه زمان کوتاه و توزیع ویگنر- وایل

تبدیل فوریه زمان کوتاه سیگنال $x(t)$ با رابطه زیر داده می‌شود:

$$STFT_x(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(u) h^*(u-t) e^{-j2\pi fu} du \quad (1)$$

که در آن، $h(u-t)$ تابع پنجره است و * نشان‌دهنده مزدوج مختلط است. این تبدیل برای به دست آوردن طیف بسامدی سیگنال در یک زمان خاص، پنجره‌ای متقارن حول آن زمان را در سیگنال ضرب می‌کند و سپس طیف بسامدی بخشی از سیگنال که در داخل پنجره است را محاسبه

مبنای روش‌های طیف‌نگاشت بازچینی شده و طیف‌نگاشت واهمامیختی.

۳ طیف‌نگاشت بازچینی شده

هرچند به کاربردن تابع‌های کرنل هموارکننده جملات متقاطع در توزیع ویگنر- وایل را حذف می‌کند اما باعث کاهش قدرت تفکیک نیز می‌شود. به‌طور کلی یک رابطه معکوس میان حذف جملات متقاطع و حفظ قدرت تفکیک زیاد وجود دارد. رابطه (۷) را به‌صورت رابطه (۹) نیز می‌توان بیان کرد:

$$TFD_x(t, f) = \iint \gamma(t', f') WVD_x(t-t', f-f') dt' df' \quad (۹)$$

که در آن، $\gamma(t', f')$ تابع پنجره در حوزه زمان- بسامد است. رابطه بالا نشان می‌دهد که در دسته کوهن توزیع‌های زمان- بسامد برای هر نقطه دلخواه (t, f) ، تابع فیلتر دو بُعدی در توزیع ویگنر- وایل ضرب می‌شود و انتگرال گیری روی همه نقاط صورت می‌گیرد. این بدین معنی است که نقاط همسایه (t, f) سهمی در توزیع زمان- بسامد مربوط خواهند داشت که باعث پهن شدگی مؤلفه‌ها و کاهش قدرت تفکیک می‌شود. آگر و فلاندرین (۱۹۹۵) برای افزایش تیزی مؤلفه‌ها و بهبود قدرت تفکیک، محل نقطه‌ای که انتگرال گیری روی آن صورت می‌گیرد را تغییر دادند. یعنی حاصل انتگرال را به جای (t, f) به نقطه دیگری که مرکز گرانی این انرژی است، نسبت دادند و روش خود را با عنوان بازچینی کردن (The reassignment method) معرفی کردند. مختصات نقطه بازچینی شده برای طیف‌نگاشت عبارت است از:

$$\hat{t} = t - \Re \left\{ \frac{STFT_{Th}(t, f) \cdot STFT_h^*(t, f)}{|STFT_x(t, f)|^2} \right\} \quad (۱۰-الف)$$

$$\hat{f} = f + \Im \left\{ \frac{STFT_{Dh}(t, f) \cdot STFT_h^*(t, f)}{|STFT_x(t, f)|^2} \right\} \quad (۱۰-ب)$$

که در آن، $Dh = t \cdot h(t)$ ، $Th = \frac{dh(t)}{dt}$

$$WVD_x(t, f) = WVD_{x_1}(t, f) + WVD_{x_2}(t, f) + 2 \operatorname{Re} \{ WVD_{x_1, x_2}(t, f) \} \quad (۵)$$

که در آن، $WVD_{x_1, x_2}(t, f)$ از جنس توزیع ویگنر- وایل متقاطع است و به‌صورت:

$$WVD_{x_1, x_2}(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x_1(t + \frac{\tau}{2}) x_2^*(t - \frac{\tau}{2}) e^{-j2\pi f \tau} d\tau \quad (۶)$$

همان‌گونه که در رابطه (۶) مشاهده می‌شود در توزیع ویگنر- وایل مجموع دو سیگنال، علاوه بر توزیع ویگنر- وایل هر کدام از سیگنال‌ها، جمله سوم از توزیع ویگنر- وایل شامل هر دو سیگنال است که به آن جمله متقاطع یا تداخلی می‌گویند. جملات متقاطع غیر واقعی هستند، هم در زمان و هم در بسامد در وسط مؤلفه‌های واقعی سیگنال به وجود می‌آیند و تفسیر بصری توزیع ویگنر- وایل را دچار مشکل می‌کنند. برای حذف جملات متقاطع، با استفاده از فیلترهای دو بُعدی توزیع‌های گوناگونی طراحی شده است (کوهن، ۱۹۶۶) که دسته کوهن توزیع‌های زمان- بسامد را تشکیل می‌دهند. دسته کوهن توزیع‌های زمان- بسامد را می‌توان با رابطه زیر تعریف کرد:

$$TFD_x(t, f) = \iiint x(t + \frac{\tau}{2}) x^*(t - \frac{\tau}{2}) g(v, \tau) e^{-j2\pi v t - j2\pi f \tau + j2\pi v \tau} du d\tau dv \quad (۷)$$

که در آن، v پارامتر تاخیر بسامدی و $g(v, \tau)$ تابع کرنل دو بُعدی هموار کننده است. نکته‌ای که حائز اهمیت است و باید به آن اشاره کنیم این است که اگرچه طیف‌نگاشت از تبدیل خطی به‌روش تبدیل فوریه زمان کوتاه به‌دست می‌آید اما یک توزیع زمان بسامد نیز محسوب می‌شود. اگر تابع کرنل انتخاب شده در رابطه (۷) به‌صورت رابطه (۸) انتخاب شود؛

$$g(v, \tau) = \int h(u - \frac{\tau}{2}) h^*(u + \frac{\tau}{2}) e^{-j2\pi v u} du \quad (۸)$$

توزیع موردنظر طیف‌نگاشت خواهد بود. این نکته، یعنی بیان کردن طیف‌نگاشت به‌منزله نوعی توزیع زمان- بسامد

۴ طیف نگاشت واهمامیختی بهبود یافته

روش طیف نگاشت واهمامیختی (لو و ژانگ، ۲۰۰۹) بر مبنای رابطه (۱۱) است؛

$$S_x(t, f) = WVD_x(t, f) **_{t, f} WVD_h(t, f) \quad (11)$$

که نشان می دهد طیف نگاشت $S_x(t, f)$ برابر است با همامیخت دو بُعدی توزیع ویگنر- وایل سیگنال $WVD_x(t, f)$ در توزیع ویگنر- وایل تابع پنجره $WVD_h(t, f)$. از منظر پردازش تصویر می توان گفت طیف نگاشت یک ویرایش تار شده از توزیع ویگنر- وایل است و توزیع ویگنر- وایل تابع پنجره، عامل این تار شدن است که آن را تابع گسترش نقطه ای (Point Spread function) می نامند. حال با اعمال یک عملگر واهمامیخت دو بُعدی روی رابطه (۱۱)، می توانیم توزیع ویگنر- وایل را از طیف نگاشت استخراج کنیم. با توجه به اینکه طیف نگاشت جملات متقاطع ندارد، پس به برآوردی از توزیع ویگنر- وایل خواهیم رسید که جملات متقاطع حذف شده است. برای واهمامیخت دو بُعدی روش های متفاوتی وجود دارد. برخی مانند فیلتر کردن معکوس، علی رغم سادگی در اجرا، نتیجه خیلی خوبی ندارند. برخی دیگر مانند واهمامیخت به روش اسپایک های پراکنده، علی رغم نتیجه نهایی بسیار خوب، حجم محاسبات بسیار زیادی دارند. روش های وینر و الگوریتم لوسی- ریچاردسون (بیگز و اندروز، ۱۹۹۷) از هر دو نظر قابل قبول و دو گزینه مناسب هستند. با توجه به شرایط رابطه (۱۱) که در آن تابع گسترش نقطه ای کاملاً مشخص است و نوفه ای در سمت راست رابطه وجود ندارد الگوریتم لوسی ریچاردسون نتیجه بهتری نسبت به روش وینر در پی خواهد داشت (ژائو و بلاهوت، ۲۰۰۵). الگوریتم لوسی ریچاردسون یک الگوریتم تکراری است که از قضیه بیز در احتمال شرطی حاصل و به صورت رابطه (۱۲) بیان می شود:

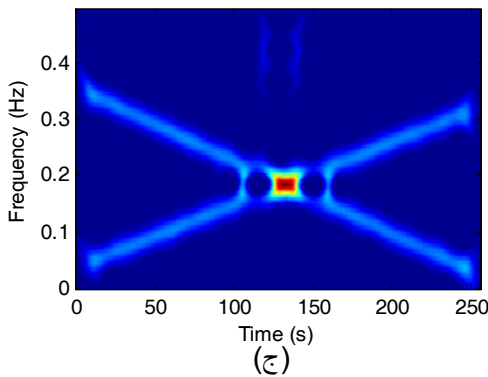
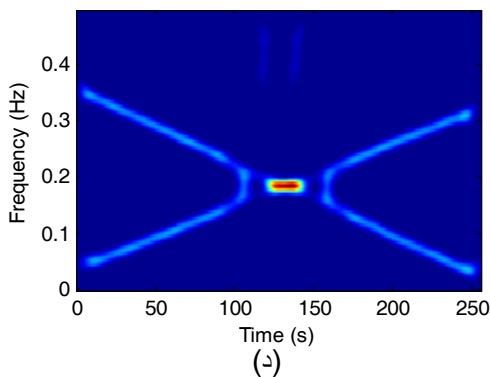
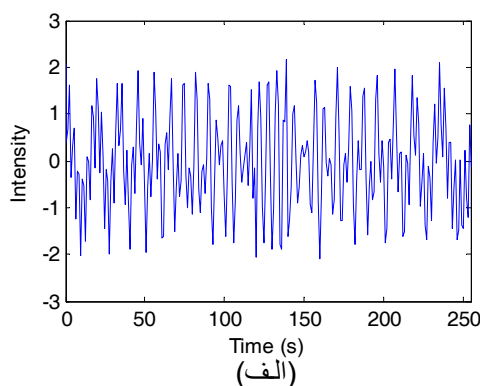
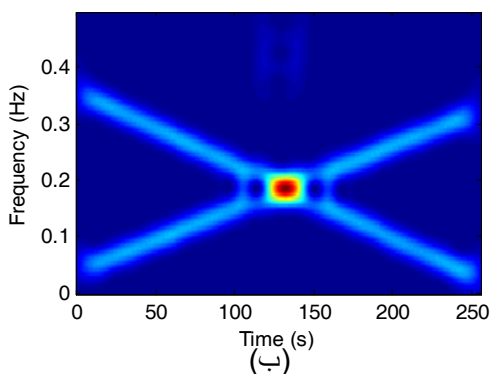
$$WVD_x^-(k+1) = WVD_x^-(k) \left(WVD_x^-(k) \otimes \frac{S_x}{WVD_h ** WVD_x^-(k)} \right) \quad (12)$$

که در آن، WVD_x^- برآوردی از توزیع ویگنر- وایل سیگنال، $k+1$ شماره تکرار الگوریتم و علامت \otimes نشان دهنده همبستگی دو بُعدی و علامت $**$ نشان دهنده همامیخت دو بُعدی است. شایان ذکر است که طیف نگاشت واهمامیختی معرفی شده لو و ژانگ (۲۰۰۹) قدرت تفکیک بهتری از روش طیف نگاشت دارد ولی به خروجی توزیع ویگنر- وایل نزدیک نیست. هر چند به لحاظ نظری واهمامیخت فرایند ایدئالی نیست و نتیجه نهایی آن (همچون واهمامیخت وینر) به اسپایک نمی رسد ولی تا حد بسیار زیادی به آن نزدیک می شود اما این نزدیکی در این روش مشاهده نشده است.

نکته بسیار ظریفی در پیاده سازی این روش وجود دارد که از طرف عرضه کنندگان روش (لو و ژانگ، ۲۰۰۹) مورد توجه قرار نگرفته است. تفکیک طیفی در حکم یک تبدیل که یک سیگنال یک بُعدی زمانی با N نمونه را به یک فضای دو بُعدی با $N \times N$ نمونه می برد نیز شناخته شده است. یعنی اگر سیگنال دارای N نمونه و پنجره دارای H نمونه باشند، به طور معمول در نمایش زمان بسامد به ترتیب دارای $N \times N$ و $H \times H$ نمونه خواهند بود. در عمل همامیخت دو بُعدی باید فاصله نمونه برداری دو سری زمانی یا ماتریس ورودی یکسان باشد و این نکته باید هنگامی که می خواهیم عمل واهمامیخت دو بُعدی را انجام بدهیم هم مورد توجه قرار گیرد. فاصله نمونه برداری زمانی سیگنال و تابع پنجره برابر T_s و بسامد نمونه برداری آنها برابر $F_s = 1/T_s$ است. فرض کنیم طیف نگاشت سیگنال و تابع پنجره، که ورودی های الگوریتم واهمامیخت هستند به ترتیب دارای $N \times N$ و $H \times H$ نمونه باشند. بنابراین در صفحه زمان- بسامد، فاصله نمونه برداری در امتداد محور زمان برای نمایش های زمان بسامد سیگنال و تابع پنجره برابر

برای نشان دادن این نکته ما از سیگنال مصنوعی شکل ۱-الف استفاده می‌کنیم که عرضه‌کنندگان روش طیف‌نگاشت واهمامیختی (لو و ژانگ، ۲۰۰۹) نیز آن را به کار برده‌اند. این سیگنال مصنوعی شامل ۲۵۶ نمونه زمانی با فاصله نمونه‌برداری ۱ ثانیه، متشکل از دو مؤلفه چیرپ خطی متقاطع در سراسر طول سیگنال و دو مؤلفه بسامد زیاد در ۱۱۴ و ۱۳۶ ثانیه است. مولفه‌های بسامد زیاد هرکدام در گستره ۹ نمونه زمانی وجود دارند. همان‌گونه که در شکل ۱-د مشاهده می‌شود با اصلاح روش واهمامیختی، قدرت تفکیک به‌طور موثری افزایش یافته است.

است. اما فاصله نمونه‌برداری در امتداد محور بسامد برای نمایش زمان-بسامد سیگنال برابر F_s/N و برای تابع پنجره برابر F_s/H خواهد بود. در نتیجه فاصله نمونه‌برداری در امتداد محور بسامد برای طیف‌نگاشت سیگنال و توزیع ویگنر-وایل تابع پنجره برابر نخواهد بود و در نتیجه عمل واهمامیخت به درستی صورت نخواهد پذیرفت. باید تعداد نمونه تابع پنجره در نمایش زمان-بسامد به $H \times N$ افزایش داده شود تا فاصله نمونه‌برداری در محور بسامد برابر شود و واهمامیخت به درستی صورت پذیرد؛ که این امر می‌تواند به سادگی در الگوریتم تبدیل فوریه سریع تحقق پیدا کند.



شکل ۱. الف) سیگنال مصنوعی، نمایش زمان-بسامد با استفاده از: (ب) طیف‌نگاشت، (ج) طیف‌نگاشت واهمامیختی (لو و ژانگ، ۲۰۰۹) و (د) طیف‌نگاشت واهمامیختی بهبودیافته نگارندگان.

لازم به ذکر است که این روش برای همه توزیع‌های زمان- بسامد قابل تعمیم است و به‌منزله یک روش کاملاً موثر برای افزایش قدرت تفکیک آنها معرفی شده است (محمدی و همکاران، ۲۰۱۲). محمدی و همکاران (۲۰۱۲) به‌جای این استدلال که روش طیف‌نگاشت واهمامیختی برآوردی از توزیع ویگنر- وایل را از طیف‌نگاشت استخراج می‌کند که جملات متقاطع کمتری دارد، نشان دادند که این روش با حذف اثر تابع پنجره روی طیف‌نگاشت قدرت تفکیک را افزایش می‌دهد و به قدرت تفکیک توزیع ویگنر- وایل نزدیک می‌کند. ما در ادامه این مقاله از استدلال آنها برای توجیه نحوه عملکرد طیف‌نگاشت واهمامیختی بهبودیافته استفاده خواهیم کرد.

۵ اعمال روش روی داده‌های مصنوعی و واقعی

از نظر نمایش زمان- بسامد می‌توان گفت دو مدل سیگنال وجود دارد: سیگنال‌هایی مانند چیرپ‌های خطی و درجه دوم که در صفحه زمان- بسامد به‌صورت خطی و اسپایک هستند و سیگنال‌هایی مانند موجک مورلت که دامنه‌هایی در یک گستره زمانی و بسامدی دارند. روش‌های معرفی شده در تحلیل سیگنال معمولاً فقط روی سیگنال‌های نوع اول مورد ارزیابی قرار می‌گیرند. دو روش ذکر شده را روی هر دو نوع سیگنال اعمال می‌کنیم. در مثال اول همان سیگنال شکل ۱ مورد استفاده قرار می‌گیرد. شکل ۲ نمایش‌های زمان- بسامد این سیگنال را به‌ترتیب با توزیع ویگنر- وایل، طیف‌نگاشت، طیف‌نگاشت بازچینی شده، و طیف‌نگاشت واهمامیختی بهبودیافته نشان می‌دهد. جملات متقاطع توزیع ویگنر- وایل و قدرت تفکیک کم طیف‌نگاشت به‌خوبی در شکل مشاهده می‌شود. در مورد دو مؤلفه چیرپ خطی متقاطع طیف‌نگاشت بازچینی شده عملکرد

بسیارخوبی از خود نشان می‌دهد و قدرت تفکیک بسیار زیادی در حد توزیع ویگنر- وایل دارد. طیف‌نگاشت واهمامیختی بهبودیافته نیز قدرت تفکیک را تا حد بسیار زیادی افزایش داده اما به خروجی توزیع ویگنر- وایل نرسیده است. علت آن ایده‌آل نبودن فرایند واهمامیخت (همچون واهمامیخت وینر) است. اما در مورد دو مؤلفه بسامد زیاد با وجود اینکه این مؤلفه‌ها در ۹ نمونه زمانی گسترش دارند ولی خروجی طیف‌نگاشت بازچینی شده فقط در یک تا دو نمونه زمانی قرار دارد که این یک اثر غیر واقعی و نامطلوب محسوب می‌شود و این مسئله در خروجی طیف‌نگاشت واهمامیختی بهبودیافته مشاهده نمی‌شود.

برای سیگنال‌های نوع دوم نمایش زمان- بسامد از موجک مورلت استفاده می‌کنیم. موجک بهبودیافته مورلت را گائو و همکاران (۱۹۹۸) به‌صورت رابطه (۱۳) معرفی کردند:

$$\psi(t) = \pi^{-\frac{1}{4}} e^{j2\pi f_0 t} e^{-\frac{(ct)^2}{2}} \quad (13)$$

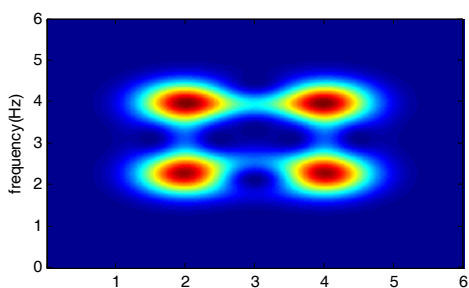
که در آن، f_0 بسامد تلفیق و c فاکتور دامنه مدوله است و پهنای موجک را کنترل می‌کند. به‌صورت تحلیلی توزیع ویگنر- وایل این موجک با رابطه (۱۴) به‌دست می‌آید (کوهن، ۱۹۹۵):

$$WVD_{\psi}(t, f) = \frac{c}{\pi} e^{-\frac{1}{2}c^2 t^2} e^{-\left(\frac{2\pi(f-f_0)}{c}\right)^2} \quad (14)$$

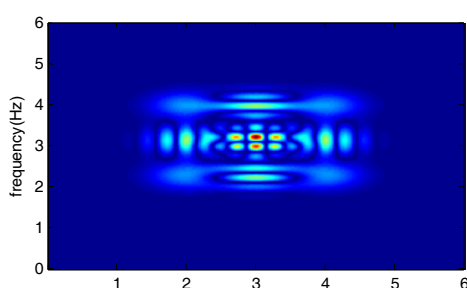
رابطه (۱۴) نشان می‌دهد که توزیع ویگنر- وایل موجک مورلت به‌صورت یک تابع گاوسی دوبعدی است که در مرکز بیشترین دامنه را دارد و هر چقدر که از مرکز دور می‌شویم دامنه‌اش به‌صورت نمایی کاهش پیدا می‌کند، و در دو جهت زمان و بسامد متقارن است. کاهش نمایی دامنه و شکل متقارن داده شده در رابطه (۱۴) می‌تواند مبنایی برای قضاوت در مورد نحوه عملکرد روش‌های

باشد؟ آیا می‌توان این موجک را فقط با یک اسپایک در مرکزش نمایش داد؟ به‌طور قطع خیر. قدرت تفکیک نباید از توزیع ویگنر- وایل بهتر شود چرا که در این صورت مؤلفه‌هایی از نمایش زمان- بسامد سیگنال از بین رفته‌اند و این اثر غیر واقعی و نامطلوبی است. برای درک بهتر می‌توان افزایش قدرت تفکیک را با حذف نوفه مقایسه کرد. می‌دانیم که حذف نوفه باید تا آنجایی صورت پذیرد که به سیگنال اصلی آسیبی نزند. افزایش قدرت تفکیک هم باید تا آنجا صورت پذیرد که مؤلفه‌های نمایش زمان- بسامد سیگنال را حذف نکند و شکل اصلی نمایش را نیز حفظ کند. اما در شکل بازچینی شده به هیچ عنوان شکل گاوسی دوبعدی پیش‌بینی شده مشاهده نمی‌شود و بخش‌هایی از سیگنال نیز حذف شده است.

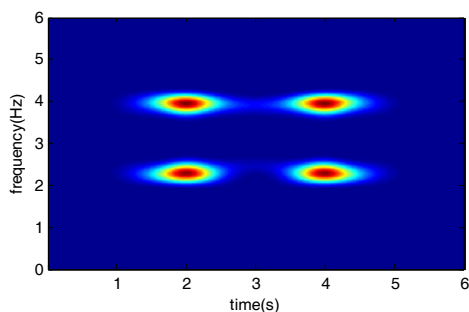
گوناگون نمایش زمان- بسامد باشد. شکل ۳ یک سیگنال تشکیل شده از دو موجک مورلت مختلط با بسامد تلفیق متفاوت را که در دو زمان ۲ و ۴ ثانیه تکرار شده‌اند نشان می‌دهد. نتایج حاصل از شبیه‌سازی رایانه‌ای روش‌های گوناگون در شکل‌های ۴-الف تا ۴-ج نشان داده شده است. همان‌گونه که در شکل مشاهده می‌شود طیف‌نگاشت واهمامیختی بهبودیافته عملکرد بسیار خوبی داشته است، به نحوی که علاوه بر افزایش قدرت تفکیک به‌صورت بسیار مطلوب، شکل گاوسی مورد انتظار را نیز حفظ کرده و هیچ‌گونه اثرات نامطلوب و غیر واقعی را نیز موجب نشده است. شاید در نگاه اول خروجی روش بازچینی شده برترین قدرت تفکیک را داشته باشد ولی پرسشی که مطرح می‌شود این است که قدرت تفکیک تا چه حد باید



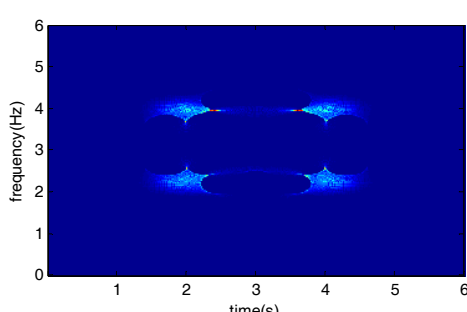
(ب)



(الف)



(د)

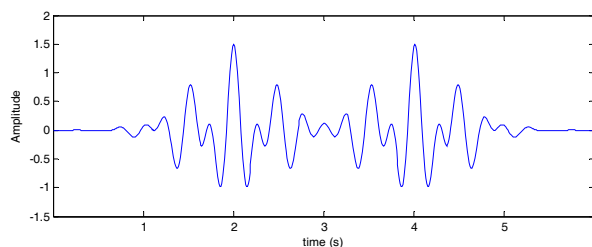


(ج)

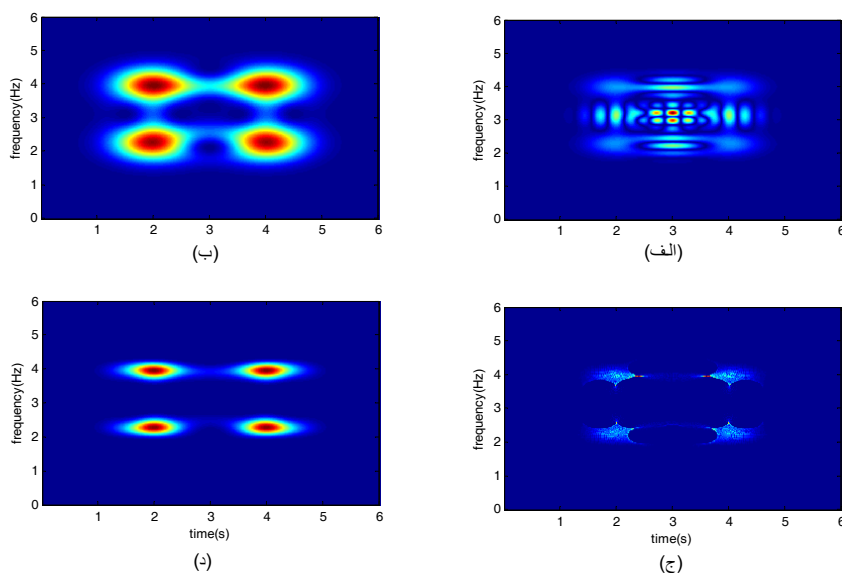
شکل ۲. نمایش‌های گوناگون زمان- بسامد سیگنال شکل ۱: (الف) توزیع ویگنر- وایل، (ب) طیف‌نگاشت (پنجره گاوسی با ۵۱ نمونه مورد استفاده قرار گرفته است)، (ج) شکل بازچینی شده و (د) شکل واهمامیختی بهبودیافته.

ردلرزه و نمایش‌های گوناگون زمان- بسامد آن در شکل‌های ۵-الف تا ۵-ه نشان داده شده است. مشکل جملات متقاطع توزیع ویگنر- وایل و قدرت تفکیک کم طیف‌نگاشت، به وضوح مشاهده می‌شود. در مورد خروجی روش بازچینی شده همان مشکلی که در مورد مثال دوم و مؤلفه‌های بسامد زیاد مثال اول وجود داشت به صورت حادثه‌تری دیده می‌شود و بخش اعظم طیف ردلرزه از بین رفته است. باین حال شکل واهمامیختی بهبودیافته عملکرد بسیار خوبی در افزایش قدرت تفکیک دارد و عاری از اثر جانبی ناخواسته است.

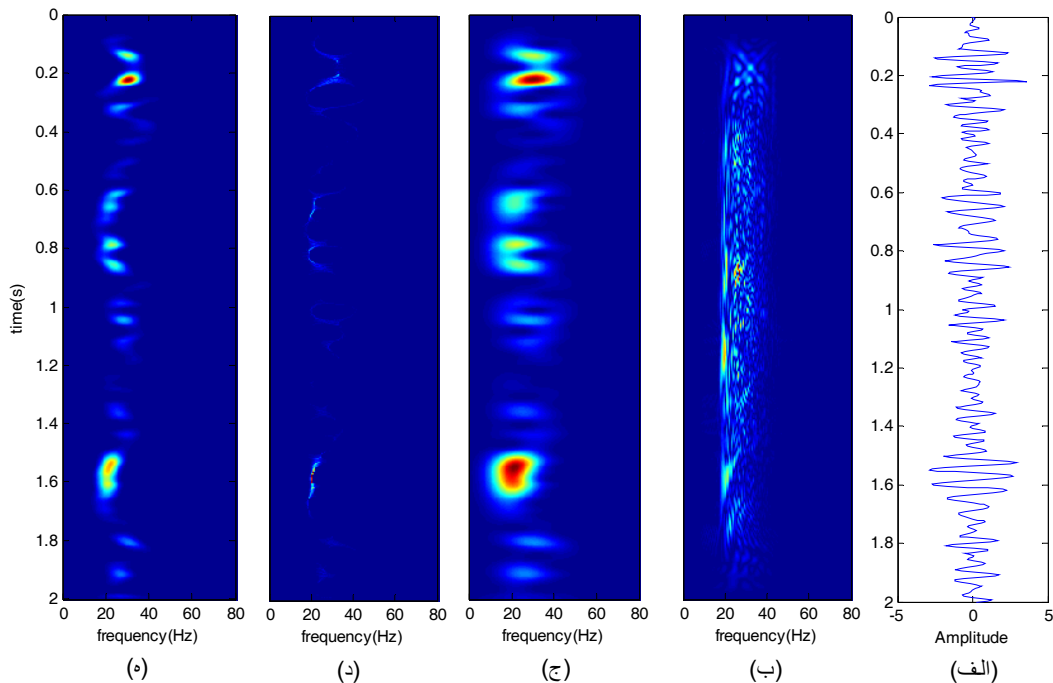
موجک لرزه‌ای که به درون زمین فرستاده می‌شود دارای یک باند بسامدی است و داده‌های لرزه‌ای از دیدگاه نوع نمایش زمان- بسامد همانند سیگنال در مثال دوم هستند. با توجه به مقایسه‌ای که در دو مثال قبل صورت گرفت می‌توان پیش‌بینی کرد که عملکرد روش واهمامیختی بهبودیافته بهتر خواهد بود و شکل بازچینی شده در مورد حفظ شکل واقعی مانند نمایش زمان- بسامد موجک مورلت و در تحلیل ساختارهای پیچیده مانند دو مؤلفه بسامد زیاد مثال اول ضعیف عمل می‌کند. اما برای آزمودن هر دو روش، یک ردلرزه واقعی را نیز مورد بررسی قرار می‌دهیم.



شکل ۳. سیگنال مصنوعی متشکل از چهار موجک مورلت: دو بسامد متفاوت در دو زمان ۲ و ۴ ثانیه، ایده شکل از روشندل کاهو و سیاه‌کوهی (۱۳۸۸).



شکل ۴. نمایش‌های گوناگون زمان- بسامد سیگنال شکل ۳: (الف) توزیع ویگنر- وایل، (ب) طیف‌نگاشت، (ج) شکل بازچینی شده و (د) شکل واهمامیختی بهبودیافته.



شکل ۵. (الف) ردلرزه واقعی، نمایش‌های زمان-بسامد گوناگون آن با استفاده از (ب) توزیع ویگنر-وایل، (ج) طیف‌نگاشت (پنجره گاوسی با ۳۱ نمونه مورد استفاده قرار گرفته است)، (د) شکل بازچینی شده و (ه) شکل واهمامیختی بهبودیافته.

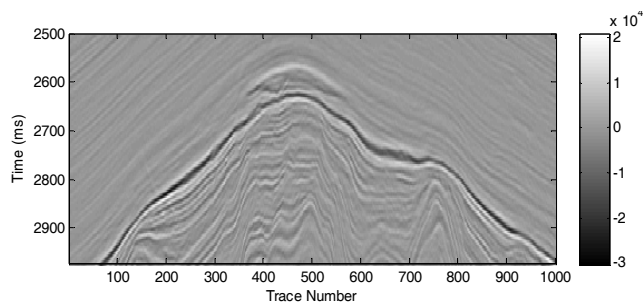
۶ شناسایی سایه بسامد کم با استفاده از طیف‌نگاشت واهمامیختی بهبودیافته

از زمان به کارگیری نشانگر نقاط روشن در دهه ۱۹۶۰، سایه بسامد کم زیر نقاط روشن نیز در حکم یک نشانگر مهم هیدروکربن به کار گرفته شده است (کاستاگنا و همکاران، ۲۰۰۳). این سایه‌ها را مفسران به مثابه تضعیف‌های شدید و غیرعادی در مخازن گازی در نظر می‌گیرند. با وجود این، اغلب نمی‌توان این سایه‌ها را در زیر مخازن نازک توضیح داد، جایی که مسیر عبور موج از میان مخزن گازی به اندازه‌ای نیست که بتواند این همه تضعیف را موجب شود و طیف بسامدی تپ لرزه‌ای را تا این حد به سمت بسامدهای کم سوق دهد (کاستاگنا و همکاران، ۲۰۰۳). این موضوع موجب شده است که محققان علاوه بر تضعیف بالا، موارد پردازشی دیگری را نیز مطرح کنند که می‌توانند

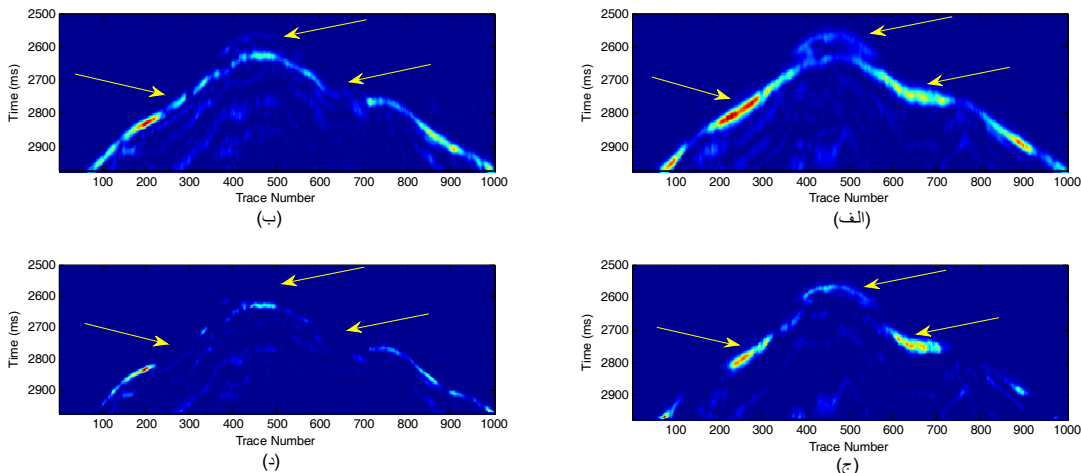
موجب سایه بسامد کم شوند (ابروم، ۲۰۰۴). قدرت تفکیک و دقت بهتر در روشی که برای تفکیک طیفی و استخراج نشانگرهایی مانند نشانگر لرزه‌ای تک بسامد مورد استفاده قرار می‌گیرد می‌تواند منجر به بهتر شدن نتایج شود. روشندل و نجاتی کلاته (۱۳۹۱) این مهم را در مقایسه نتایج به دست آمده از طیف‌نگاشت و طیف‌نگاشت واهمامیختی نشان داده‌اند. شکل ۶ بخشی از یک مقطع لرزه‌ای حاوی بی‌هنجاری بسامدی را در دریای خزر نشان می‌دهد. این بی‌هنجاری می‌تواند ناشی از حضور گاز یا هر عامل دیگری باشد (منشا به وجود آورنده در این بررسی خیلی اهمیت ندارد ولی با توجه به حضور سایه بسامد کم در داده، وجود هیدروکربن احتمال زیادی دارد). شکل‌های ۷-الف و ۷-ج مقاطع لرزه‌ای تک بسامد ۲۰ هرتز به دست آمده از تفکیک طیفی مقطع پیش‌گفته به ترتیب با استفاده از

می‌توان به عملکرد و کارایی بسیار خوب این روش پی برد. در نتایج حاصل از این روش دقیقاً در همان مکان‌هایی که سایه‌های بسامد کم در مقطع ۲۰ هرتز شکل ۷-ج دیده می‌شوند هیچ دامنه‌ای در مقطع ۵۰ هرتز شکل ۷-د به چشم نمی‌رسد. این امر ناشی از قدرت تفکیک زیاد طیف‌نگاشت واهمامیختی بهبودیافته است و کمک شایانی در تعیین محل دقیق بی‌هنجاری می‌کند. اما به علت قدرت تفکیک کم طیف‌نگاشت، این دقت و قطعیت در تعیین محل بی‌هنجاری در نتایج حاصل از آن دیده نمی‌شود.

طیف‌نگاشت و طیف‌نگاشت واهمامیختی بهبودیافته را نمایش می‌دهند. در هر دو مقطع تک‌بسامد در سه محل دامنه‌های انرژی بزرگی دیده می‌شود که با پیکان‌های زردرنگ نشانه‌گذاری شده‌اند. با این حال این دامنه‌های بزرگ در مقاطع لرزه‌ای تک‌بسامد ۵۰ هرتز در شکل‌های ۷-ب و ۷-د ناپدید شده‌اند. بنابراین با درصد احتمال زیاد می‌توان هر سه محل را درحکم مکان‌های بی‌هنجاری بسامدی در نظر گرفت. با مقایسه مقاطع لرزه‌ای تک‌بسامد حاصل از طیف‌نگاشت واهمامیختی بهبودیافته با مقاطع لرزه‌ای تک‌بسامد حاصل از طیف‌نگاشت،



شکل ۶. بخشی از یک مقطع لرزه‌ای حاوی مخازن گازی در دریای خزر.



شکل ۷. مقاطع‌های لرزه‌ای تک‌بسامد حاصل از تفکیک طیفی مقطع لرزه‌ای شکل ۶، (الف) ۲۰ هرتز با استفاده از طیف‌نگاشت، (ب) ۵۰ هرتز با استفاده از طیف‌نگاشت، (ج) ۲۰ هرتز با استفاده از طیف‌نگاشت واهمامیختی بهبودیافته و (د) ۵۰ هرتز با استفاده از طیف‌نگاشت واهمامیختی بهبودیافته.

۷ بحث

ایدئالی نیست و هرگز به یک اسپایک نمی‌رسد. هرچند نگارندگان اعتقاد دارند که در صورت به کارگیری واهمامیخت به روش اسپایک‌های پراکنده مناسب به جای الگوریتم لوسی-ریچاردسون، این روش می‌تواند به جواب اسپایک نیز برسد، ولی حجم محاسبات بسیار بزرگ خواهد شد. با این حال هنگامی که شکل نمایش زمان-بسامد سیگنال پیچیده باشد این احتمال وجود دارد که میانگین‌گیری وزنی خروجی را به نقطه درستی نسبت ندهد و به خطا برود، ولی الگوریتم‌های واهمامیخت در این موارد احتمال به خطا رفتن بسیار کمتری دارند و به جواب‌های دقیق‌تری دست خواهند یافت. لازم به ذکر است که حجم محاسبات در روش واهمامیختی نسبت به روش بازچینی اندکی بیشتر است ولی در آن حد که بتوان بدون داشتن نگرانی از بابت بزرگ‌مقیاس بودن داده‌های لرزه‌ای از آن استفاده کرد. البته هر کس می‌تواند بسته به نوع و حجم داده ورودی و نتیجه مورد انتظارش، از روش‌های واهمامیخت دو بُعدی پیشرفته‌تر با حجم محاسبات بیشتر نیز استفاده کند که به‌طور قطع به جواب‌های دقیق‌تری دست پیدا خواهد کرد.

۷ نتیجه‌گیری

بررسی عملکرد طیف‌نگاشت واهمامیختی بهبودیافته روی سیگنال‌های مصنوعی و واقعی نشان داد که این روش به‌طور موثری قدرت تفکیک را افزایش می‌دهد. این روش ضمن آنکه قدرت تفکیک را به نتایج توزیع ویگنر-وایل نزدیک می‌کند، عاری از هرگونه اثرات غیر واقعی و ناخواسته در نمایش زمان-بسامد سیگنال‌های لرزه‌ای است. با چنین عملکردی، همان‌طور که نشان داده شد، این روش می‌تواند در اکتشافات لرزه‌ای و به‌ویژه در استخراج نشانگرهای لرزه‌ای به کار گرفته شود و به بهتر کردن تفسیر نتایج کمک کند.

با توجه به مثال‌هایی که عرضه شد به‌طور کلی می‌توان گفت که طیف‌نگاشت واهمامیختی نسبت به طیف‌نگاشت بازچینی شده روش بهتر و مؤثرتری برای بهبود قدرت تفکیک در تفکیک طیفی و نمایش زمان-بسامد داده‌های لرزه‌ای است. این روش قدرت تفکیک را به‌خوبی افزایش می‌دهد و تا حد زیادی به حالت ایده‌آل نزدیک می‌کند و عاری از اثرات غیر واقعی است. با این حال هنگام کار کردن با شکل بازچینی شده توزیع ویگنر-وایل، به‌ویژه اگر با سیگنال پیچیده‌ای سر و کار داریم، باید با احتیاط برخورد کنیم چرا که ممکن است شاهد اثرات غیر واقعی باشیم و شکل اصلی سیگنال به هم بخورد و بخش‌هایی از مؤلفه‌های سیگنال در نمایش زمان-بسامد حذف شود. روابط (۹) و (۱۱) نمایش‌های گوناگون یک رابطه واحد هستند که نشان می‌دهد مبنای هر دو روش یکی است. تفاوت در نتایج دو روش را می‌توان در نوع استدلال آنها برای افزایش قدرت تفکیک و ماهیت ابزارهای ریاضی که دو روش برای رسیدن به آن به کار می‌گیرند جست‌وجو کرد. استدلال روش بازچینی، نسبت دادن انرژی به دست آمده در یک نقطه از صفحه زمان-بسامد به نقطه مرکز گرانی انرژی و ابزار ریاضی به کار گرفته شده یک میانگین‌گیری وزنی ساده است، در حالی که استدلال در روش واهمامیختی بهبودیافته حذف مستقیم اثر فیلترها به کمک ابزار ریاضی واهمامیخت دو بُعدی است. پر واضح است که استدلال روش واهمامیختی بهبودیافته برای افزایش قدرت تفکیک، بهتر و قوی‌تر است. در مثال اول چون نمایش زمان-بسامد به‌صورت یک خط بود، میانگین‌گیری وزنی ساده در حکم یک ابزار ریاضی بهتر از الگوریتم لوسی-ریچاردسون عمل کرده است؛ چرا که می‌دانیم میانگین‌گیری وزنی در این موارد به جواب دقیق خواهد رسید ولی واهمامیخت لوسی-ریچاردسون فرایند

- Gao, J., Li, Y. and Chen, W., 1998, on the instantaneous attributes analysis of seismic data via wavelet transform, 68th Annual International Meeting, SEG, Expanded Abstracts, 1084-1087.
- Lin, H., Li, Y. and Yang, B., 2007, Recovery of seismic events by time-frequency peak filtering, IEEE International Conference on Image Processing, 441-444.
- Loughlin, P., Pitton, J. and B. Hannaford, 1994, Approximating time-frequency density functions via optimal combinations of spectrograms, IEEE Signal Processing Letters, **1**(12), 79-85.
- Lu, W. K. and Zhang, Q., 2009, Deconvolutive short-time fourier transform spectrogram, IEEE Signal Processing Letters, **16**(7), 576-579.
- Mallat, S. and Zhang, Z., 1993, Matching pursuits with time-frequency dictionaries, IEEE Transactions on Signal Processing, **41**, 3397-3415.
- Mohammadi, Y., Siahkoobi, H. R. and Rezaeefar, M., 2012, Deconvolutive time-frequency distribution, 74th EAGE Conference and Exhibition, Extended Abstracts.
- Partyka, G., Gridley, J. and Lopez, J., 1999, Interpretational applications of spectral decomposition in reservoir characterization, The Leading Edge, **18**(3), 353-360.
- Steeghs, P. and Drijkoningen, G., 2001, Seismic sequence analysis and attribute extraction using quadratic time frequency representations, Geophysics, **66**(6), 1947-1959.
- Zhao, Z. and Blahut, R. E., 2005, The Richardson-Lucy algorithm based demodulation algorithms for the two dimensional inter-symbol interference channel, Conference on Information Sciences and Systems, The Johns Hopkins University.
- مراجع
 روشندل کاهو، ا. و سیاه کوهی، ح.، ۱۳۸۸، تعیین فاکتور کیفیت با استفاده از تبدیل‌های زمان-مقیاس و زمان-فرکانس، م. ژئوفیزیک ایران، **۳**(۱)، ۱۹-۳۲.
- روشندل کاهو، ا. و نجاتی کلاته، ع.، ۱۳۹۱، تجزیه طیفی با قدرت تفکیک زیاد و کاربرد آن در آشکارسازی سایه‌های بسامد کم ناشی از مخازن گازی، م. ژئوفیزیک ایران، **۶**(۱)، ۶۱-۶۸.
- Auger, F. and Flandrin, P., 1995, Improving the readability of time-frequency and time-scale representations by the method of reassignment, IEEE Trans, Signal Processing., **43**(5), 1068-1089.
- Biggs, D. S. C. and Andrews, M., 1997, Acceleration of iterative image restoration algorithms, Appl. Opt., **36**(8), 1766-1775.
- Castagna, J. P., Sun, S. and Siegfried, R. W., 2003, Instantaneous spectral analysis, The Leading Edge, **22**(2), 120-127.
- Cohen, L., 1995, Time-frequency analysis, Prentice Hall PTR.
- Cohen, L., 1966, Generalized phase-space distribution functions, Journal of Mathematical Physics, **7**, 781-786.
- Jones, D. L., and Baraniuk, R. G., 1994, A simple scheme for adapting time-frequency representation, IEEE Transaction on Signal Processing, **42**(12), 3530-3535.
- Ebrom, D., 2004, The low-frequency gas shadow on seismic sections, The Leading Edge, **23**(8), 772-779.
- Gabor, D., 1946, Theory of communication, Journal of the Institution of Electrical Engineers, **93**(26) 429-441.