

بهبود مدل‌سازی محلی میدان گرانی به روش تبدیل همجایی از راه چگالی پوسته، مدل‌های ژئوپتانسیل جهانی و تلفیق مشاهدات ژئودتیک منطقه تحقیقاتی: پارس ساحلی

عبدالرضا صفری^۱، صباح راموز^{۲*} و عباسعلی جمعه‌گی^۳

^۱ دانشیار، گروه مهندسی نقشه‌برداری، دانشکده فنی دانشگاه تهران، ایران

^۲ دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی نقشه‌برداری، گروه مهندسی نقشه‌برداری، دانشکده فنی دانشگاه تهران، ایران
^۳ فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی نقشه‌برداری، گروه مهندسی نقشه‌برداری، دانشکده فنی دانشگاه تهران، ایران

(دریافت: ۹۲/۸/۲۰، پذیرش نهایی: ۹۳/۷/۱)

چکیده

یکی از روش‌های مرسوم در مدل‌سازی میدان گرانی (ثقل) زمین استفاده از تبدیل همجایی (کالوکیشن) کمترین مربعات است. یکی از مزایای روش تبدیل همجایی کمترین مربعات، امکان استفاده هم‌زمان از مشاهدات ژئودتیک برای مدل‌سازی میدان گرانی زمین است. در مدل‌سازی میدان گرانی با استفاده از تبدیل همجایی کمترین مربعات از روش حذف و بازگشت استفاده می‌شود. برای این منظور پس از حذف اثر مدل جهانی و اثر توپوگرافی از مشاهدات، و پس از حل مسئله، این اثرات بازگردانده می‌شود. چگالی پوسته در مرحله حذف اثر توپوگرافی از روی مشاهدات (2.67 g/cm^3) در نظر گرفته می‌شود. در این مقاله بهبود مدل‌سازی محلی میدان گرانی زمین با استفاده از تبدیل همجایی کمترین مربعات با در نظر گرفتن چگالی واقعی و مدل جهانی و استفاده هم‌زمان از مشاهدات بی‌هنجاری جاذبه و GPS/Leveling مورد تحقیق قرار گرفته است. برای بررسی روش پیشنهادی میدان گرانی زمین در منطقه پارس ساحلی با در نظر گرفتن چگالی واقعی آن منطقه (2.30 g/cm^3) و داده‌های بی‌هنجاری جاذبه و GPS/Leveling مدل‌سازی شد. نتایج تحقیق نشان‌دهنده بهبود مدل‌سازی میدان گرانی براساس روش پیشنهادی است، به نحوی که از دست‌یابی به دقت نسبی 0.05 متر در تعیین زمین‌وار (ژئوئید) در نقاط کنترل در منطقه تحقیقاتی حکایت دارد.

واژه‌های کلیدی: مدل‌سازی میدان گرانی، تبدیل همجایی (کالوکیشن) کمترین مربعات (LSC)، نظریه حذف و بازگشت، مدل‌سازی

تابع کوواریانس، مدل وریانس‌های درجه، چگالی، مدل ژئوپتانسیل جهانی، تعیین زمین‌وار (ژئوئید)

Improvement in gravity field modeling using collocation by means of crust density, global geopotential models and combination of heterogeneous observations

Safari, A.¹, Ramouz, S.² and Jomegi, A. A.³

¹Associate Professor, Department of Geomatics, Faculty of Engineering, University of Tehran, Iran

²M.Sc. Student in Geodesy, Department of Geomatics, Faculty of Engineering, University of Tehran, Iran

³M.Sc. in Survey, Department of Survey, Exploration Directorate, National Iranian Oil Company, Tehran, Iran

(Received: 11 Nov 2013, Accepted: 23 Sep 2014)

Summary

In this paper we use the Least Squares Collocation (LSC) method for the "Geoid Determination" and the "Earth Gravity Field Modeling" in the Coastal Pars region in southern Iran. The LSC is one of the Earth Gravity Field Modeling methods which does not need regularization, opposite to the Geodetic Boundary Value Problem (GBVP) solutions, such as Stokes. Also, unlike statistical methods, the LSC has the ability to

account for the systematic effects in the data (trend), it predicts quantities between the data points (interpolation), and estimates the quantity at the data point (filtering). The main advantage of LCS methods is their capability of incorporating heterogeneous data, for which gravimetric or geometric data can be used as inputs of the target function.

In the first Section, we briefly introduce the LSC. In Section 2, we describe fundamentals of the LSC in a geometric space, and the way it connects the statistical concept of the covariance function and error least squares constrain in order to reproduce the kernel function in the Hilbert space which leads to the "Least Squares Collocation". Furthermore, the Wiener-Kolmogorov formula (Equation 7) is introduced as a solution for the LSC. Further in Section 2, we explain our approach to use the LSC with random errors to adapt its theory to the noisy data (Equation 28).

In Section 3, the concept of "True Covariance Function"(Equation 12), and the procedure of estimating its "Empirical Covariance Function"(Equation 34) based on two essential assumptions: "Non Stationarity" and "Ergodicity", are described. We divide the covariance function into global and local subclasses and individually explain their structures. Also, we describe the covariance function modeling in the LSC by fitting an analytical covariance model (derived from a true covariance function) to an empirical covariance function (obtained from local gravity data) (Equation 63). We demonstrate that an analytical covariance model can be generated by determining the covariance model parameters using the least squares inverse (Equation 65).

In Section 4, we use gravity anomaly data for determining Geoid by applying the LSC. Tscherning's algorithm (Figure 5) is used for the purpose of implementing the LSC theory. As in the collocation theory, the function that was used in the Hilbert space must be harmonic, In our observational space (a sphere that represents the Earth), we assume that there is no mass above the Geoid surface. In order to guarantee this, the "Remove-Compute-Restore" method is used. Based on the field operation conducted the Department of Geophysics, (Exploration Directorate of National Iranian Oil Company, 2004) in our case study, the value of the topographic density has estimated about 2.3 g cm^{-3} .

Finally in the Section 5, we evaluate the results with 15 GPS/Leveling control points in the region and the root mean squared (RMS) value of 0.052544 meters is achieved. In another experiment we use the LSC for determination of the geoid, using the same data, but having topographic density of 2.67 g cm^{-3} . The achieved RMS in this experiment is 0.06695 meters. Comparing these two experiments indicates that, in the Coastal Pars region, the topographic density value (2.3 g cm^{-3}) determined by the Department of Geophysics, (Exploration Directorate of National Iranian Oil Company, 2004), provides a better estimation compared to the global value (2.67 g cm^{-3}). The Section is wrapped by further analysis between the Geoid results of the LSC and Geoid derived from the Earth Gravity Model released (EGM1) 1996 and the EGM 2008 Geopotential models in the region. Our analysis demonstrates that the Geoids obtained from the EGM's models have about 20 centimeters shift compared to those obtained by the LSC.

Keywords: Geoid determination, Gravity field modelling, Least squares collocation (LSC), Covariance function modelling, Degree variances model, Density, Remove-restore theory, Global geopotential model

۱ مقدمه

مدل سازی میدان گرانی، استفاده می کنند. یکی از روش های پردازشی مورد استفاده، روش تبدیل همجایی کمترین مربعات

سالها است که ژئودزی شناسان و دانشمندان علوم زمین، از روش ها و مشاهدات گوناگونی برای تعیین زمین وار و

تبدیلات فوریه سریع (FFT)، انتگرال‌گیری عددی و مانند آن صورت گرفته است. این تحقیقات حاکی از کارایی روش LSC برای مدل‌سازی میدان گرانی در مقیاس‌های محلی و جهانی است. برای مطالعه بیشتر به منابع (سانکل، ۱۹۸۴) (عبدالمتعال، ۱۹۹۸) (فور سبرگ، ۲۰۰۳) (دروژ و هیدباخ، ۲۰۰۵) (جکلی و همکاران، ۲۰۰۷) (زو، ۲۰۰۷) مراجعه شود.

یک روش متداول برای اجرای LSC، استفاده از نظریه حذف و بازگشت است (شرنینگ، ۱۹۹۴؛ صدیق و همکاران، ۲۰۰۹). در این روش و در مرحله حذف، اثرات جرم توپوگرافی منطقه‌ای تا شعاع معینی از روی مشاهدات گرانی برداشته می‌شود. برای حذف توپوگرافی، معمولاً چگالی آن را برابر $2,67 \text{ g/cm}^3$ ، که مقدار میانگین تقریبی و جهانی است، در نظر می‌گیرند. در صورتی که چگالی توده‌های توپوگرافی در مقیاس محلی مقادیر متفاوتی دارد. در منطقه پارس ساحلی گزارش عملیات گرانی‌سنجی و مغناطیس‌سنجی صورت گرفته از سوی مدیریت اکتشافات شرکت نفت ایران در سال ۱۳۸۴ نشان می‌دهد که چگالی واقعی توده‌های توپوگرافی برابر $2,30 \text{ g/cm}^3$ است.

در این مقاله از روش LSC و از مشاهدات شتاب گرانی برای تعیین ارتفاع زمین‌وار استفاده شده است. الگوریتم به کار رفته در این روش، مشابه روش مورد استفاده شرنینگ و با استفاده از بسته محاسباتی گراوسافت است (شرنینگ، ۱۹۹۴). در مرحله حذف و ترمیم مقدار $2,30 \text{ g/cm}^3$ برای چگالی توده‌های توپوگرافی به کار رفته است.

با این مقدمه به معرفی مختصری از مبانی روش LSC، تابع کوواریانس، نحوه برازش تابع‌های کوواریانس تجربی و تعیین زمین‌وار به روش LSC، پرداخته می‌شود. در نهایت، نتایج به دست آمده با مقدار چگالی جدید، بررسی و تحلیل می‌شود.

(Least Squares Collocation) (LSC) است. پیشنهاد مدل‌سازی میدان گرانی زمین به روش LSC، در ۱۹۶۳ را کائولا مطرح کرد (کائولا، ۱۹۶۳) (کائولا، ۱۹۶۶). کراروپ در ۱۹۶۹ این روش را فرمول‌بندی کرد و زمینه لازم برای کاربرد مدل تبدیل همجایی عمومی در ژئودزی فیزیکی فراهم شد. در مدل سرشکنی کراروپ، موقعیت مشاهدات روی سطح زمین، تابع‌های مشاهداتی میدان گرانی و پتانسیل گرانی برآورد شده روی سطح زمین در یک مرحله تعیین می‌شوند. کراروپ برای حل مسائل گوناگون ژئودزی، با استفاده از تلفیق مشاهدات نامتجانس ژئودزی و برآورد همبستگی مشاهدات با مشاهدات و مجهولات با یکدیگر، فلسفه ژئودزی یکپارچه (Integrated Geodesy) را معرفی کرد. در ۱۹۸۰، موریتز نظریه LSC را در ژئودزی فیزیکی به صورت کاربردی توسعه داد و از آن برای برآورد بی‌هنجاری چگالی، تعیین ارتفاع زمین‌وار، و دیگر کاربردهای ژئودزی استفاده کرد (موریتز، ۱۹۸۰).

شرنینگ از پیشگامان نظریه LSC است که از ۱۹۷۰ تاکنون کارهای متعدد و متنوعی در زمینه کاربرد روش LSC در ژئودزی فیزیکی عرضه کرده است (شرنینگ، ۱۹۷۲؛ شرنینگ، ۱۹۷۴؛ شرنینگ، ۱۹۷۶؛ شرنینگ، ۱۹۸۴). وی بسته محاسباتی گراوسافت (GRAVSOFT) را با زبان برنامه نویسی فورترن ۷۷ معرفی کرد که نقطه عطفی در کاربری روش LSC است (شرنینگ، ۱۹۹۴). این بسته نرم‌افزاری از ۱۹۹۴ تاکنون به طور منظم در حال توسعه است و دارای ماژول‌های گوناگونی است که قابلیت برآورد ارتفاع زمین‌وار، برآورد شتاب گرانی باقی‌مانده یا بی‌هنجاری گرانی، محاسبه تصحیح توپوگرافی، تعیین زمین‌وار به روش استوکس و مانند آن را دارد.

تحقیقات گسترده‌ای از سوی ژئودزی‌شناسان در ارتباط با کارایی روش LSC نسبت به روش‌هایی نظیر

$$\text{COV}(\mathcal{L}_i, \mathcal{L}_k) = \mathbf{C}_{ik} \quad (۸)$$

اگر یکی از تابعک‌ها، برآوردگر T در نقطه P باشد، آن‌گاه کوواریانس به صورت رابطه (۹) در خواهد آمد (صدیق و همکاران، ۲۰۰۹).

$$\text{COV}(P, \mathcal{L}_k) = \mathbf{C}_{Pk} \quad (۹)$$

پس از تقریب تابع T با استفاده از مشاهدات ژئودتیک، به راحتی می‌توان ζ را درحکم کمیتی از میدان گرانی تفاضلی زمین تعیین کرد.

۲-۱ تابع‌های کوواریانس

براساس رابطه (۷) ملاحظه می‌شود که محاسبه T از مشاهدات I در صورتی امکان‌پذیر است که تابع کوواریانس معلوم باشد. تابع کوواریانس پایه به صورت رابطه (۱۰) است؛

$$\mathbf{K}(P, Q) = \sum_{n=2}^{\infty} \mathbf{k}_n \left(\frac{R_E^2}{r_P r_Q} \right)^{n+1} \mathbf{P}_n(\cos\psi) \quad (۱۰)$$

که در آن، \mathbf{k}_n وریانس درجه مولفه n م پتانسیل گرانی، r_P بردار وضعیت نقطه P در سطح زمین T_Q ، بردار وضعیت نقطه Q در سطح زمین و R_E شعاع متوسط زمین است (موریتز، ۱۹۷۸). این تابع کوواریانس براساس دو فرض محاسبه می‌شود. اول اینکه، میدان تصادفی T روی فضا (کره زمین) ایستا (Stationary) است، به عبارت دیگر:

$$\mathbf{E}[T(P)] = \mu \quad (۱۱)$$

تعبیر فیزیکی فرض رابطه (۱۱) این است که کوواریانس T بین هر دو نقطه P و Q با فاصله ψ از هم، مستقل از موقعیت نقاط P و Q و فقط تابع فاصله ψ بین دو نقطه است.

$$\mathbf{K}(P, Q) = \mathbf{K}(\psi) \quad (۱۲)$$

فرض دوم، برقراری شرط ارگودیسیت (Ergodicity) است. بنابر شرط ارگودیسیت، عملگر امید ریاضی \mathbf{E} (یک

۲ مبانی روش LSC

بر طبق کراووپ (۱۹۶۹)، هدف از LSC برآورد بی‌هنجاری پتانسیل T درحکم تابعی هماهنگ در فضای بیرونی زمین، از اندازه‌گیری‌های I_i صورت گرفته در نقاط P_i روی سطح زمین است. مشاهدات I_i دارای رابطه زیر با T هستند:

$$I_i = \mathcal{L}_i T + e_i \quad (۱)$$

که در آن، T بی‌هنجاری پتانسیل، e_i خطای مشاهده I_i و \mathcal{L}_i تابعک خطی مرتبط‌کننده کمیت‌های تفاضلی میدان گرانی به بی‌هنجاری پتانسیل T است. مشاهدات ژئودتیک که در این مقاله برای مدل‌سازی میدان گرانی زمین به کار می‌رود به صورت بی‌هنجاری جاذبه و بی‌هنجاری ارتفاعی (۷) حاصل از مشاهدات GPS/Leveling و دارای روابط (۲) و (۳) با T هستند:

$$\Delta g = -\frac{\partial T}{\partial r} - \frac{2}{r} T \quad (۲)$$

$$\zeta = \frac{1}{\gamma_{P'}} T \quad (۳)$$

که در آن، $\gamma_{P'}$ قدار پتانسیل نرمال روی سطح تلوروئید است. بنابراین در رابطه (۱) تابعک‌های خطی مورد استفاده عبارت‌اند از روابط:

$$\mathcal{L}_{\Delta g} = -\frac{\partial}{\partial r} - \frac{2}{r} \quad (۴)$$

$$\mathcal{L}_{\zeta} = \frac{1}{\gamma_{P'}} \quad (۵)$$

براساس LSC برآورد تابع T که در رابطه (۶) صدق می‌کند، به صورت رابطه (۷) بیان می‌شود:

$$\|T\| = \min \quad (۶)$$

$$T(P) = \mathbf{C}_{Pk} \mathbf{C}_{ik}^{-1} I_i \quad (۷)$$

رابطه (۷) به رابطه برآورد وینر-کولموگوروف (Wiener-Kolmogorov) معروف است (موریتز، ۱۹۸۰).

در رابطه (۶) کوواریانس بین دو کمیت به صورت رابطه (۸) بیان می‌شود.

$$\Delta g^{EGM} = \frac{GM}{R_E} \sum_{n=2}^{N_0} \frac{n-1}{R_E} \left(\frac{R}{r}\right)^{n+1} \sum_{m=0}^n (a_{nm} \cos(m\lambda) + b_{nm} \sin(m\lambda)) P_{nm}(\cos(\theta)) \quad (17)$$

اثر جهانی بی‌هنجاری جاذبه تا درجه و مرتبه N_0 و Δg_{EGM} مشاهدات بی‌هنجاری جاذبه هوای آزاد پس از حذف اثر جهانی است (ولنهوف و موریتز، ۲۰۰۵). در رابطه (۱۷)، GM ثابت گرانشی زمین، a_{nm} و b_{nm} ضرایب هماهنگی کروی از درجه n و مرتبه m ، (r, θ, λ) مختصات کروی نقاط و P_{nm} تابع‌های لژاندر وابسته از درجه n و مرتبه m است. در این مقاله از مدل جهانی EGM2008 برای محاسبه اثر جهانی استفاده شد.

۲-۲-۲ حذف اثر توپوگرافی

مرحله بعد در روش حذف -بازگشت، حذف اثر توپوگرافی از روی مشاهدات بی‌هنجاری جاذبه است. این اثر از رابطه (۱۸) به دست می‌آید (فورسبرگ، ۱۹۸۴).

$$\Delta g_{topography} = 2\pi G \rho (h - h_{ref}) - G \iint_E \int_{z=h_{ref}}^h \rho \frac{z-h_p}{r^3} dz dE \quad (18)$$

که در آن، h_{ref} ارتفاع سطح مرجع حاصل از مدل ارتفاعی DTM2006 می‌باشد، h ارتفاع حاصل از مدل ارتفاعی SRTM (Shuttle RADAR Topography Mission) (مدل ارتفاعی حاصل از مشاهدات ماهواره‌ای با دقت مسطحاتی ۳ ثانیه کمانی) و h_p ارتفاع نقطه مورد محاسبه (P) می‌باشد (<http://srtm.csi.cgiar.org>). برای محاسبه h_{ref} از مدل ارتفاعی DTM2006 استفاده می‌شود. این مدل بصورت رابطه (۱۹) تعریف می‌شود.

$$H_{DTM2006} = \sum_{n=0}^{n_{max}} \sum_{m=0}^n (\overline{HC}_{nm} \cos(m\lambda) + \overline{HS}_{nm} \sin(m\lambda)) \overline{P}_{nm}(\cos\theta) \quad (19)$$

که در آن، n_{max} درجه بیشینه بسط مدل جهانی در مرحله حذف اثر جهانی و \overline{HC}_{nm} و \overline{HS}_{nm} ضرایب بسط مدل ارتفاعی است (پاولیس و همکاران، ۲۰۰۷).

عملگر آماری) بر عملگر مکانی M (که عملگر متوسط‌گیری روی فضای دامنه است) منطبق خواهد بود (موریتز، ۱۹۸۰؛ میخائیل، ۱۹۷۶). این فرض با توجه به وضعیت فیزیکی مسئله مدل‌سازی میدان گرانی زمین و مشاهدات موجود، چندان دور از واقعیت نیست. بنابراین شرط کمینه‌سازی مربعات خطا برابر خواهد بود با:

$$m_p = M\{\epsilon_p^2\} \rightarrow \text{Min} \quad (13)$$

مشاهدات مورد استفاده در این مقاله به صورت بی‌هنجاری جاذبه است. بنابراین لازم است تابع کوواریانس بی‌هنجاری جاذبه نیز محاسبه شود. تابع کوواریانس بی‌هنجاری جاذبه به صورت

$$C(P, Q) = \sum_{n=2}^{\infty} c_n \left(\frac{R_E^2}{r_P r_Q}\right)^{n+2} P_n(\cos\psi) \quad (14)$$

تعریف می‌شود که در آن c_n واریانس درجه (Degree Variance) مولفه n م بی‌هنجاری جاذبه است. ارتباط c_n با k_n به صورت رابطه (۱۵) برقرار می‌شود:

$$k_n = \frac{R_E^2}{(n-1)^2} c_n \quad (15)$$

۲-۲-۲ محاسبه LSC بر اساس روش حذف-بازیابی

همان‌طور که در بخش مقدمه اشاره شد، برای اجرای روش LSC از روند حذف -بازیابی استفاده می‌شود. برای انجام این کار اثرات جهانی و توپوگرافی از روی مشاهدات بی‌هنجاری جاذبه هوای آزاد حذف می‌شود.

۱-۲-۲ حذف اثر مدل جهانی

در این مرحله اثر بی‌هنجاری جاذبه حاصل از یک میدان جهانی تا درجه و مرتبه N_0 از روی مشاهدات حذف می‌شود:

$$\Delta g_{EGM} = \Delta g - \Delta g^{EGM} \quad (16)$$

که در آن

مشاهدات گرانی منطقه مورد بررسی سازگاری دارد. مدل تحلیلی مورد استفاده، مدل کوواریانس شرنینگ و رپ (۱۹۷۴) است که برای بی‌هنجاری جاذبه به صورت رابطه (۲۲) تعریف می‌شود.

$$C(P, Q) = \alpha \sum_{n=0}^{N_0} c_n^E \left(\frac{R_B^2}{R_E^2} \right)^{n+1} P_n(\cos\psi) + \sum_{n=N_0+1}^{\infty} \frac{A(n-1)}{(n-2)(n+B)} \left(\frac{R_B^2}{R_E^2} \right)^{n+1} P_n(\cos\psi) \quad (22)$$

که در آن، R_B شعاع کره بیاهامر، R_E شعاع زمین متوسط، α ضریب مقیاس برای واریانس درجه خطا (بیانگر دقت تقریب مجموعه ضرایب مدل ژئوپتانسیل در منطقه محلی و دستگاه مرجع محلی)، N_0 بیشینه درجه مدل جهانی (در این مقاله N_0 برابر ۷۲۰ است)، c_n^E واریانس‌های درجه خطای مربوط به مجموعه ضرایب مدل جهانی برای کمیت بی‌هنجاری ارتفاعی، A ثابتی است با واحد $(m/s)^4$ (بجای ضریب A از واریانس بی‌هنجاری جاذبه C_0 در ارتفاع صفر استفاده می‌شود) و B عدد صحیحی (در تعیین کوواریانس محلی، ثابت B برابر ۲۴ انتخاب می‌گردد) است (نادسون، ۱۹۸۷؛ شرنینگ، ۱۹۹۴). کمیت $R_E - R_B$ نشان‌دهنده عمق کره بیاهامر است. مدل کوواریانس تحلیلی برای بی‌هنجاری پتانسیل دارای نقش اساسی است. با در اختیار داشتن مدل کوواریانس تحلیلی برای بی‌هنجاری پتانسیل می‌توان مدل کوواریانس برای سایر تابعک‌های میدان گرانی مثل بی‌هنجاری جاذبه، بی‌هنجاری ارتفاعی، مولفه‌های انحراف قائم را تعیین کرد. برای این منظور، از مدل کوواریانس محلی شرنینگ و رپ (۱۹۷۴) برای بی‌هنجاری پتانسیل استفاده می‌شود (شرنینگ، ۱۹۷۴):

$$K(P, Q) = \alpha \sum_{n=0}^{N_0} k_n^E \left(\frac{R_B^2}{R_E^2} \right)^{n+1} P_n(\cos\psi) + \sum_{n=N_0+1}^{\infty} \frac{A}{(n-1)(n-2)(n+B)} \left(\frac{R_B^2}{R_E^2} \right)^{n+1} P_n(\cos\psi) \quad (23)$$

که در آن، k_n^E واریانس‌های درجه خطای مربوط به مجموعه ضرایب مدل جهانی برای کمیت بی‌هنجاری

تفاضل مدل SRTM بعنوان سطح ارتفاعی واقعی و مدل ارتفاعی DTM2006 به منزله سطح مرجع، مدل زمینی باقی‌مانده (Residual Terrain Model (RTM)) نامیده شده و هدف از حذف توپوگرافی، محاسبه اثر RTM بر مشاهدات بی‌هنجاری جاذبه و حذف آن از روی مشاهدات است. با محاسبه $\Delta g_{\text{topography}}$ و حذف مقدار آن از روی مشاهدات، طبق رابطه (۲۰) به بی‌هنجاری جاذبه باقی‌مانده می‌رسیم:

$$\Delta g_{\text{residual}} = \Delta g_{\text{EGM}} - \Delta g_{\text{topography}} \quad (20)$$

۳-۲-۲ تولید تابع کوواریانس تجربی از روی داده‌ها بعد از محاسبه بی‌هنجاری جاذبه باقی‌مانده، تابع کوواریانس برای این داده‌ها محاسبه می‌شود. برای این کار ابتدا یک تابع کوواریانس تجربی براساس این داده‌ها تولید می‌شود. این تابع کوواریانس به صورت رابطه (۲۱) محاسبه می‌شود:

$$\Gamma_{\Delta g}(\psi) = \frac{\sum \bar{\Delta g}_i \bar{\Delta g}_j}{n} \quad (21)$$

که در آن، n تعداد ضرب‌ها بین جفت مقادیر $\bar{\Delta g}_i$ و $\bar{\Delta g}_j$ موجود در هر بازه $\Delta\psi$ (گام نمونه‌برداری تابع کوواریانس) است. خروجی این مرحله دو پارامتر واریانس C_0 و طول همبستگی ξ (فاصله‌ای که مقدار کوواریانس نصف مقدار واریانس C_0 می‌شود) برای تحلیل ساختار محلی تابع و مقادیر تابع کوواریانس تجربی به ازای فواصل نمونه‌برداری $\Delta\psi$ است.

۴-۲-۲ برازش مدل کوواریانس تحلیلی به تابع کوواریانس تجربی

تابع کوواریانس تجربی از روی رابطه (۲۰) تولید می‌شود. تابع کوواریانس تحلیلی از برازش یک مدل تحلیلی روی تابع کوواریانس تجربی حاصل از مشاهدات محلی به دست می‌آید. بدین ترتیب تابع کوواریانس مورد استفاده در محاسبات LSC یک تابع کوواریانس محلی است که با

کوواریانس تجربی است.

در تلفیق هم‌زمان مشاهدات ژئودتیک متفاوت در مدل‌سازی میدان گرانی، مشاهدات ورودی LSC می‌تواند علاوه بر بی‌هنجاری جاذبه کمیت‌های دیگری مانند بی‌هنجاری ارتفاعی باشد. برای استفاده از مشاهدات بی‌هنجاری ارتفاعی در LSC باید مطابق روند حذف-بازیابی، اثرات جهانی و توپوگرافی از روی مشاهدات بی‌هنجاری ارتفاعی برداشته و داده‌ها به فضای باقی‌مانده $\zeta_{residual}$ منتقل شود.

۲-۲-۶ مرحله بازیابی

بعد از اعمال LSC روی مشاهدات بی‌هنجاری گرانی باقی‌مانده $\Delta g_{residual}$ و بی‌هنجاری ارتفاعی باقی‌مانده $\zeta_{residual}$ ، نتایج $\zeta_{residual}^{com}$ بنابر نظریه حذف-بازیابی، در فضای باقی‌مانده محاسبه می‌شوند. در نتیجه در مرحله بازیابی باید اثرات حذف شده، طبق رابطه (۲۵) روی نتایج $\zeta_{residual}^{com}$ بازیابی شود.

$$\zeta = \zeta_{residual}^{com} + \zeta_{topography} + \zeta_{EGM} \quad (25)$$

در رابطه (۲۵) اثرات جهانی ζ_{EGM} از رابطه (۲۶) و اثرات توپوگرافی $\zeta_{topography}$ با ترکیب روابط (۲)، (۳) و (۱۸) محاسبه می‌شود.

$$\zeta_{EGM} = \frac{GM}{\gamma_{QR}} \sum_{n=2}^N \left(\frac{R}{r}\right)^{n+1} \sum_{m=0}^n (a_{nm} \cos(m\lambda) + b_{nm} \sin(m\lambda)) P_{nm}(\cos(\theta)) \quad (26)$$

در نهایت، برای تبدیل مقادیر بی‌هنجاری ارتفاعی به ارتفاع زمین‌وار از رابطه (۲۷) استفاده می‌شود.

$$\zeta(\varphi, \lambda) - N(\varphi, \lambda) = \frac{T(r_p, \varphi, \lambda)}{\gamma_Q(\varphi)} - \frac{T(r_g, \varphi, \lambda)}{\gamma_0(\varphi)} + \frac{V_{bias}^t(r_p, \varphi, \lambda)}{\bar{\gamma}(\varphi, \lambda)} \quad (27)$$

که در آن، $\gamma_Q(\varphi)$ مقدار γ روی سطح تلورویید در عرض جغرافیایی φ ، $\gamma_0(\varphi)$ مقدار γ روی سطح بیضوی مرجع

پتانسیل است. پارامترهای مجهول R_B ، α و A مدل کواریانس تحلیلی با استفاده از برازش روی مقادیر تابع کواریانس تجربی و در طی یک فرایند سرشکنی تعیین می‌شوند. به علت رابطه غیرخطی بین پارامترها و مدل تحلیلی، سرشکنی از راه خطی‌سازی مدل و با استفاده از مقادیر اولیه برای پارامترها و در یک فرایند تکراری اعمال می‌شود. در واقع مقادیر مدل تحلیلی کواریانس در فواصل منظم Δ محاسبه شده و با مقادیر به‌دست آمده از تابع کواریانس تجربی مقایسه می‌شود تا مرحله‌ای که مقدار اختلاف بین مدل تحلیلی و تابع تجربی به حداقل ممکن برسد. بدین ترتیب، پارامترهای مجهول مدل تحلیلی تعیین می‌شوند.

۲-۲-۵ برآورد مقادیر بی‌هنجاری ارتفاعی به روش LSC

قبل از اجرای LSC، ابتدا یک شبکه نقاط منظم و سه‌بعدی در منطقه تهیه می‌شود تا نتایج خروجی LSC در این نقاط به‌دست آید. سپس رابطه وینر-کولموگوروف عملیاتی می‌شود و نتایج $\zeta_{residual}^{com}$ را روی شبکه خروجی به‌دست می‌دهد. به علت وجود پارامتر C_{ik}^{-1} ، رابطه (۶) دارای ماهیت محاسباتی ناپایداری است. به همین سبب، انتخاب صحیح شبکه نقاط خروجی LSC اهمیت زیادی پیدا می‌کند. در معکوس‌گیری ماتریس اتو کوواریانس C_{ik}^{-1} رابطه (۶)، اگر فاصله نقاط شبکه بیش از اندازه لازم کوچک باشد، نتایج خروجی دچار خطای سامان‌مند خواهد کرد (شرنینگ، ۱۹۹۴). قانونی که برای محاسبه تراکم استاندارد داده‌ها استفاده می‌شود، قاعده انگشتان (Rule of Thumb) نامیده می‌شود و متناسب با دقت تعریف شده e_d برای نتایج خروجی است. طبق قاعده انگشتان به‌صورت رابطه (۲۴)، فاصله d بین داده‌ها به‌دست می‌آید (شرنینگ، ۱۹۸۴):

$$e_d^2 \approx C_0 \cdot (d * 0.3/\xi)^2 \quad (24)$$

که در این رابطه، ξ فاصله طول همبستگی و C_0 واریانس تابع

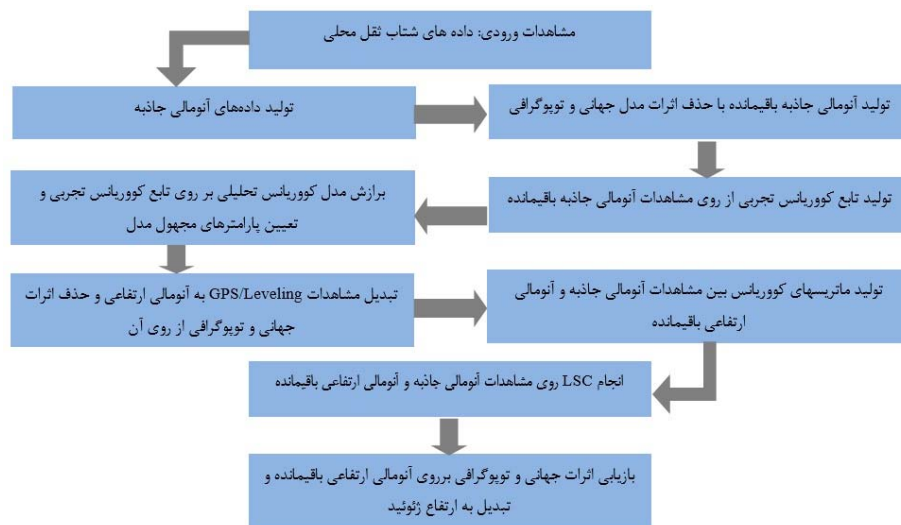
در عرض جغرافیایی φ ، $\bar{V}(\varphi, \lambda)$ میانگین انتگرال γ در امتداد نرمال از بیضوی مرجع تا تلوروئید، شعاع زمین مرکز (ژئوستریکن) از سطح زمین، شعاع زمین مرکز از سطح زمین وار V_{bias}^t اُربی ادامه تحلیلی به سمت پایین پتانسیل T درون جرم توپوگرافیک است، استفاده می شود (باقربندی و تنزیر، ۲۰۱۳). در شکل ۱ الگوریتم مورداستفاده برای مدل سازی محلی میدان گرانی به روش LSC آورده شده است.

۳ بررسی موردی

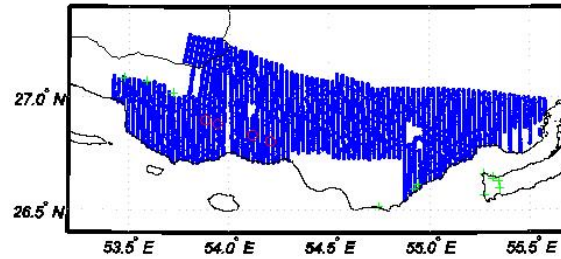
به منظور تعیین زمین وار به روش LSC، منطقه پارس ساحلی -واقع در محدوده جغرافیایی $26.54 < \phi < 27.28$ و $53.42 < \lambda < 55.58$ در جنوب کشور، که از شرق به بندر لنگه و از غرب به بندر عسلویه ختم می شود- انتخاب شد. در طی طرح پیش گفته در منطقه فارس ساحلی ۶۳۵۰ نقطه گرانی در فواصل ۵۰۰ متری در جهت عرض جغرافیایی و ۲۰۰۰ متری در جهت طول جغرافیایی برداشت شده است. موقعیت این نقاط با DGPS دوسامده به روش ایستایی تعیین موقعیت و اندازه شتاب گرانی با گرانی سنج دقیق LaCoste and Romber مدل G به دقت میکروگال،

به صورت نسبی اندازه گیری و به نقطه گرانی مطلق درجه یک کشور واقع در فرودگاه بندرعباس متصل شده است. توزیع این نقاط در شکل ۲ نمایان است. نقشه تغییرات ارتفاعی در شکل ۴ و نقشه تغییرات اندازه شتاب گرانی در پارس ساحلی بر مبنای مشاهدات صورت گرفته در شکل ۳ آورده شده است. در حین عملیات نیز برای تعیین چگالی سطحی و ضریب نفوذپذیری مغناطیسی، تعداد ۱۲۴ نمونه از سازندهای رخنمون دار محدوده از دوران پرکامبرین (قدیمی) تا جوان تر شامل سازندهای بختیاری، میشان، آغاچاری، بنگستان و گوری، آسماری، گچساران، خامی و نمک هرمز برداشت و با تجهیزات نوین، نفوذپذیری مغناطیسی و چگالی آنها محاسبه شد. در نتیجه چگالی سطحی مناسب برابر $2,30 g/cm^3$ انتخاب شد (جمعه گگی و صفری، ۱۳۹۲).

کمیت دیگری که از آن در حکم مشاهده در فرایند LSC استفاده می شود، مشاهدات GPS/Leveling است. تعداد آنها ۱۵ نقطه است. توزیع نقاط GPS/Leveling در شکل ۲ نشان داده شده است. از این ۱۵ نقطه، ۱۱ نقطه به منزله نقاط مشاهداتی (با نماد +) و ۴ نقطه در حکم نقاط کنترلی (با نماد O) در فرایند LSC استفاده می شود.



شکل ۱. الگوی شرینگ برای تعیین زمین وار به روش LSC

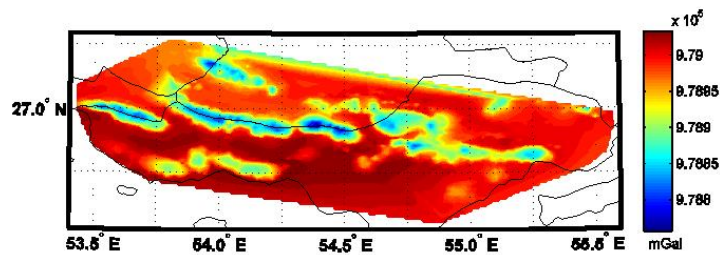


شکل ۲. پراکندگی نقاط شتاب‌گرانی و GPS/Leveling در پارس ساحلی.

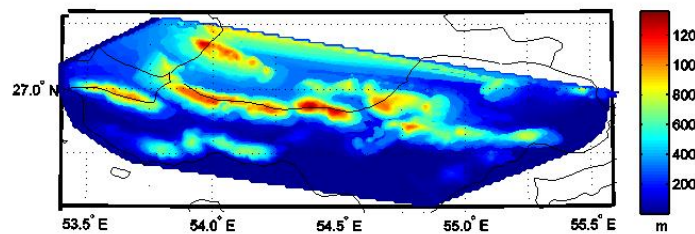
نشان داده شده است. در این مقاله برای حذف اثر جهانی از روی مشاهدات طبق رابطه (۱۶) از مدل EGM2008 تا درجه و مرتبه ۷۲۰ استفاده شده است. تغییرات بی‌هنجاری جاذبه محاسبه شده از مدل EGM2008 تا درجه و مرتبه ۷۲۰ در شکل ۶ نشان داده شده است.

۱-۳ مرحله حذف

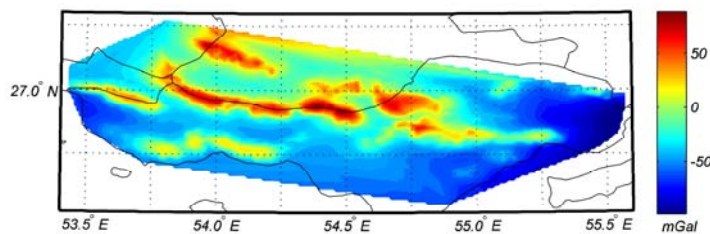
با توجه به اینکه جهت حل LSC از روش حذف-بازیابی استفاده می‌شود بنابراین ابتدا اثرات جهانی و توپوگرافی از روی مشاهدات بی‌هنجاری جاذبه حذف می‌شود. تغییرات بی‌هنجاری جاذبه هوای آزاد در منطقه پارس در شکل ۵



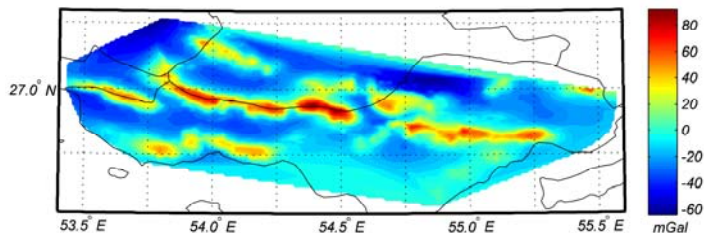
شکل ۳. تغییرات شتاب گرانی واقعی در پارس ساحلی (میلی‌گال).



شکل ۴. نقشه توپوگرافی منطقه پارس ساحلی (متر).



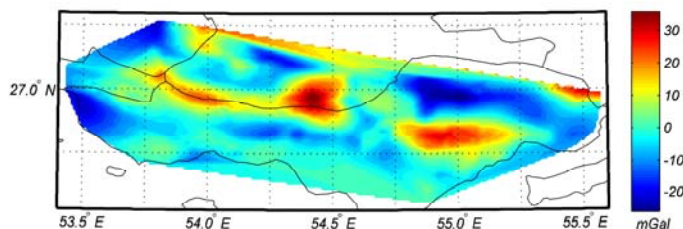
شکل ۵. تغییرات بی‌هنجاری جاذبه هوای آزاد در پارس ساحلی (میلی‌گال).



شکل ۶. تغییرات بی‌هنجاری جاذبه هوای آزاد پارس ساحلی پس از حذف اثر مدل جهانی (میلی‌گال).

۱ اطلاعات آماری مربوط به این اثر براساس چگالی استاندارد و چگالی واقعی داده شده است. تغییرات اثر توپوگرافی بر مشاهدات بی‌هنجاری جاذبه در نقاط مشاهداتی براساس چگالی واقعی 2.30 g/cm^3 در شکل ۷ و تغییرات اثر توپوگرافی بر مشاهدات بی‌هنجاری جاذبه در نقاط مشاهداتی براساس چگالی استاندارد 2.67 g/cm^3 در شکل ۸ آورده شده است. بعد از محاسبه اثر مدل جهانی و اثر توپوگرافی، بی‌هنجاری جاذبه باقی‌مانده محاسبه شد. اطلاعات آماری مربوط به تغییرات بی‌هنجاری جاذبه باقی‌مانده در جدول ۱ داده است. تغییرات بی‌هنجاری جاذبه باقی‌مانده در شکل ۹ نشان داده شده است.

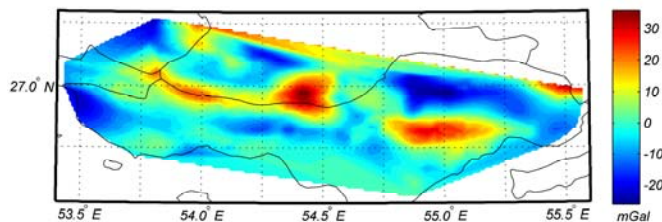
برای حذف اثر توپوگرافی از رابطه (۱۸) استفاده شد. ارتفاع واقعی زمین از مدل SRTM استخراج و برای محاسبه ارتفاع سطح مرجع از بسط مدل DTM2006 تا درجه 72° استفاده شد. با در دست داشتن ارتفاع از مدل SRTM (با توان تفکیک 30 ثانیه) و مدل DTM2006، مدل زمینی باقی‌مانده (RTM) محاسبه شد (هیرت و همکاران، ۲۰۱۰). با توجه به درجه بیشینه 72° برای مدل جهانی، شعاع انتگرال‌گیری برای محاسبه اثر توپوگرافی برابر 0.25 درجه انتخاب شد. بعد از به دست آوردن مدل زمینی باقی‌مانده (RTM)، اثر توپوگرافی براساس چگالی استاندارد 2.67 g/cm^3 و چگالی واقعی 2.30 g/cm^3 محاسبه شد. در جدول



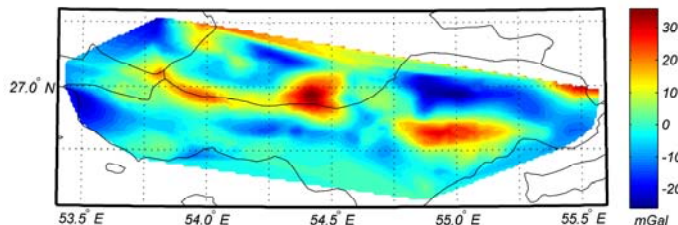
شکل ۷. تغییرات اثر RTM بی‌هنجاری جاذبه در پارس ساحلی با چگالی 2.30 (میلی‌گال).

جدول ۱. بررسی آماری حذف اثر جهانی و توپوگرافی از روی مشاهدات پارس ساحلی (میلی‌گال).

انحراف معیار	میانگین	بیشینه	کمینه	داده ها
۴۱,۱۶۵	-۱۹,۲۴۶	۹۵,۳۶۱	-۹۸,۶۴۹	بی‌هنجاری جاذبه هوای آزاد
۲۷,۰۵۳	-۴,۸۲۹	۹۷,۱۱۲	-۶۶,۱۵۵	بی‌هنجاری جاذبه پس از حذف اثر جهانی
۱۰,۹۰۵	۰,۳۰۹	۳۹,۴۴۹	-۲۷,۱۰۰	بی‌هنجاری جاذبه پس از حذف اثر جهانی و توپوگرافی با چگالی 2.3
۲۰,۸۰۳	-۵,۱۳۸	۷۰,۶۹۳	-۵۲,۰۱۶	اثر توپوگرافی بی‌هنجاری جاذبه با چگالی 2.30
۲۴,۱۴۹	-۵,۹۶۴	۸۲,۰۶۶	-۶۰,۳۸۳	اثر توپوگرافی بی‌هنجاری جاذبه با دانسیته 2.67



شکل ۸. تغییرات اثر RTM بی‌هنجاری جاذبه در پارس ساحلی با چگالی ۲,۶۷ (میلی گال).



شکل ۹. تغییرات بی‌هنجاری جاذبه هوای آزاد پارس ساحلی پس حذف اثر مدل جهانی و توپوگرافی (میلی گال).

جدول ۲ و برای نقاط کنترلی در جدول ۳ آمده است. از بی‌هنجاری ارتفاعی حاصل، نظیر بی‌هنجاری جاذبه اثرات جهانی و توپوگرافی حذف می‌شود. در جدول ۴ اطلاعات آماری مربوط به حذف اثرات جهانی و توپوگرافی از روی مشاهدات بی‌هنجاری ارتفاعی نشان داده شده است.

برای استفاده از مشاهدات GPS/Leveling در فرایند LSC ابتدا ارتفاع زمین‌وار حاصل از GPS/Leveling به بی‌هنجاری ارتفاعی تبدیل می‌شود. برای این کار از رابطه (۲۷) تفاوت زمین‌وار - شبهه زمین‌وار محاسبه می‌شود و بی‌هنجاری ارتفاعی در نقاط GPS/Leveling به دست می‌آید. مقدار این تفاوت برای نقاط مشاهداتی در

جدول ۲. مشخصات نقاط مشاهداتی GPS/LEVELING (متر).

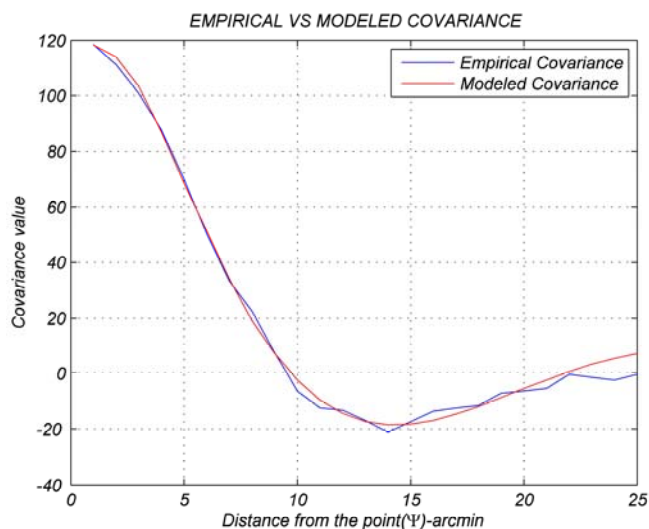
شماره نقطه	ارتفاع ارتومتریک	ارتفاع از بیضوی	تصحیح زمین‌وار - بی‌هنجاری ارتفاعی
۱	۱۲,۴۷۰,۴	-۱۸,۰۳	۰,۰۰۱۱
۲	۲۲۴,۱۳۷	۱۹۷,۸۹۳	۰,۰۰۹۴
۳	۸,۷۰۶۷	-۲۱,۸۲۲۵	۰,۰۳۶۷
۴	۲۳۲,۸۸۸۳	۲۰۷,۰۴۶۳	۰,۰۴۴۹
۵	۲۲۶,۰۵۰۵	۲۰۰,۱۸۶۸	۰,۰۳۴۹
۶	۴۵,۰۰۲۴	۱۷,۸۷۴۳	۰,۰۰۶۷
۷	۱۲,۳۲۳	-۱۹,۲۴۲	۰,۰۰۲۲
۸	۴,۴۹۶	-۲۶,۶۳۹	۰,۰۰۵۹
۹	۲۶,۸۳۷	-۴,۳۱۲	۰,۰۰۲۸
۱۰	۱۴۶,۷۴۸	۱۱۵,۷۱۶	۰,۰۰۱۷
۱۱	۴,۵۹۱	-۲۶,۲۰۴	۰,۰۱۰۴

جدول ۳. مشخصات نقاط کنترل(متر).

شماره نقطه	ارتفاع ارتومتریک	ارتفاع از بیضوی	تصحیح زمین‌وار - بی‌هنجاری ارتفاعی
۱	۷,۵۶۵	-۲۲,۸۰۲	۰,۰۲۳۰
۲	۷۹,۹۳۹۲	۵۳,۰۹۳۴	۰,۰۳۰۸
۳	۷۱,۳۲۴۶	۴۴,۵۴۱	۰,۰۳۱۲
۴	۳۱,۴۲۱۸	۳,۹۱۲	۰,۰۴۶۸

جدول ۴. بررسی آماری حذف اثر جهانی و توپوگرافی از روی مشاهدات آنومالی ارتفاعی پارس ساحلی (میلی‌گال).

داده‌ها				انحراف معیار
کمینه	بیشینه	میانگین		
-۳۱,۵۶۷	-۲۵,۸۷۹	-۲۹,۵۶۲	۲,۱۹۴	بی‌هنجاری ارتفاعی
-۰,۱۳۱	۱,۰۶۱	۰,۴۱۴	۰,۳۰۳	بی‌هنجاری ارتفاعی پس از حذف اثر جهانی
-۰,۰۷۱	۱,۰۴۷	۰,۴۴۶	۰,۲۷۵	بی‌هنجاری ارتفاعی پس از حذف اثر جهانی و توپوگرافی



شکل ۱۰. تابع کواریانس مدل‌سازی شده در مقایسه با تابع کواریانس تجربی.

با در دست داشتن تابع کواریانس تجربی، پارامترهای مدل کواریانس تحلیلی رابطه (۲۳) محاسبه شد. مقادیر این پارامترها برابر $A = 132,29$ (واریانس بی‌هنجاری جاذبه C_0 در ارتفاع صفر)، $R_B - R_E = -4020,24$ متر و $\alpha = 1,066$ بدست آمد. در شکل ۱۰ تغییرات تابع کواریانس تجربی و مدل کواریانس در منطقه پارس ساحلی نشان داده شده است.

۲-۳ تولید تابع کواریانس تجربی و تعیین پارامترهای مدل کواریانس و برازش مدل تحلیلی روی تابع واریانس تجربی
بعد از محاسبه بی‌هنجاری جاذبه باقی‌مانده در مرحله بعد و با استفاده از رابطه (۲۱)، پارامترهای محلی تابع کواریانس تجربی محاسبه شد. پارامترهای تابع کواریانس برابر $C_0 = 118,476 \text{ mgal}^2$ و $\xi = 5,5$ دقیقه به دست آمد.

۳-۳ برآورد مقادیر بی‌هنجاری ارتفاعی باقی‌مانده در

منطقه مورد بررسی به روش LSC

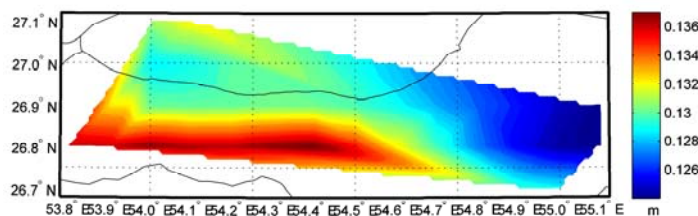
با معلوم شدن تابع کوواریانس برای منطقه مورد بررسی، اکنون می‌توان فرایند LSC را برای تعیین $\zeta_{residual}^{com}$ با استفاده از مشاهدات باقی‌مانده شروع کرد. برای این کار $\mathbf{K}(P, Q)$ (رابطه (۲۲))، می‌توان با استفاده از تابع $\mathbf{K}(P, Q)$ (رابطه (۲)) برای بی‌هنجاری جاذبه باقی‌مانده و تابع $\zeta_{residual}$ (رابطه (۳)) برای بی‌هنجاری ارتفاعی باقی‌مانده حاصل از مشاهدات GPS/Leveling تابع کوواریانس مربوط را تولید کرد.

بعد از تولید تابع کوواریانس برای بی‌هنجاری جاذبه باقی‌مانده $\Delta g_{residual}$ و بی‌هنجاری ارتفاعی باقی‌مانده $\zeta_{residual}^{obs}$ ، اکنون بی‌هنجاری ارتفاعی محاسباتی باقی‌مانده ($\zeta_{residual}^{com}$) در سطح زمین محاسبه می‌شود. برای این کار یک شبکه نقاط با فاصله نقاط ۰٫۱ دقیقه روی منطقه تحقیقاتی با استفاده از مدل ارتفاعی SRTM برای داده‌های خروجی تولید می‌شود. طبق رابطه (۷) فرایند LSC عملیاتی می‌شود. در شکل ۱۱ تغییرات بی‌هنجاری ارتفاعی $\zeta_{residual}^{com}$ حاصل از فرایند LSC نمایش داده

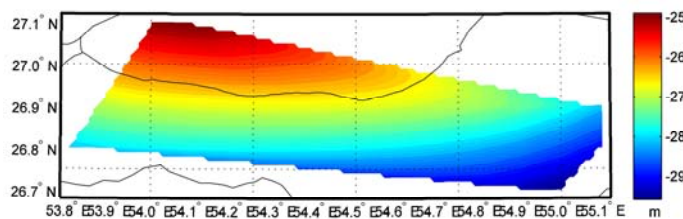
شده است.

۴-۴ مرحله بازیابی

پس از محاسبه بی‌هنجاری ارتفاعی باقی‌مانده برای $\zeta_{residual}^{com}$ روی نقاط شبکه خروجی LSC، برای رسیدن به جواب نهایی مسئله، اثرات جهانی و توپوگرافی به مقادیر باقی‌مانده محاسباتی بازگردانده می‌شود. برای این منظور ابتدا اثر جهانی بی‌هنجاری ارتفاعی تا درجه و مرتبه ۷۲۰ ζ_{EGM} از مدل EGM2008 برای نقاط شبکه محاسبه شد. شکل ۱۲ نشان‌دهنده تغییرات بی‌هنجاری ارتفاعی حاصل از مدل جهانی در منطقه مورد بررسی است. اثرات توپوگرافی $\zeta_{topography}$ نیز با استفاده روابط (۲)، (۳) و (۱۸) محاسبه شده است که تغییرات آن در شکل ۱۳ دیده می‌شود. پس از تعیین اثرات جهانی و توپوگرافی بی‌هنجاری ارتفاعی، با در نظر گرفتن بی‌هنجاری ارتفاعی باقی‌مانده از مرحله قبل و با در نظر گرفتن رابطه (۲۵) بی‌هنجاری ارتفاعی در منطقه پارس ساحلی برآورد شد. در شکل ۱۴ تغییرات بی‌هنجاری ارتفاعی محاسباتی به روش LSC در منطقه مورد بررسی نشان داده شده است.



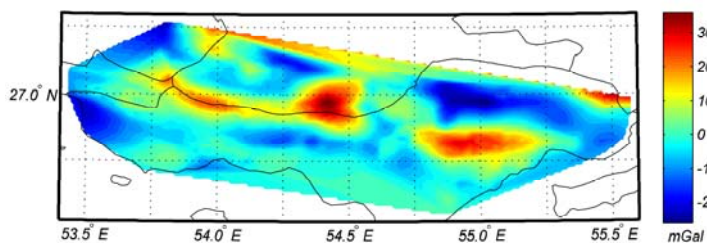
شکل ۱۱. بی‌هنجاری ارتفاعی باقی‌مانده به روش LSC در پارس ساحلی (متر).



شکل ۱۲. تغییرات بی‌هنجاری ارتفاعی ناشی از مدل جهانی تا درجه و مرتبه ۷۲۰ در پارس ساحلی (متر).

جدول ۵. ژئوید مشاهداتی، محاسباتی و تفاوت آنها در نقاط کنترل (متر).

شماره نقطه	زمین وار حاصل از GPS/Leveling	زمین وار محاسباتی بر روش تبدیل همجایی	اختلاف ΔN
۱	-۲۶,۸۴۶	-۲۷,۰۲۳۲	۰,۱۷۷
۲	-۲۷,۱۲۸	-۲۷,۴۱۷	۰,۲۸۹
۳	-۲۶,۷۸۴	-۲۶,۹۶۷	۰,۱۸۴
۴	-۲۷,۵۱۰	-۲۷,۶۷۸	۰,۱۶۹



شکل ۱۳. تغییرات بی‌هنجاری ارتفاعی ناشی از RTM در پارس ساحلی (متر).

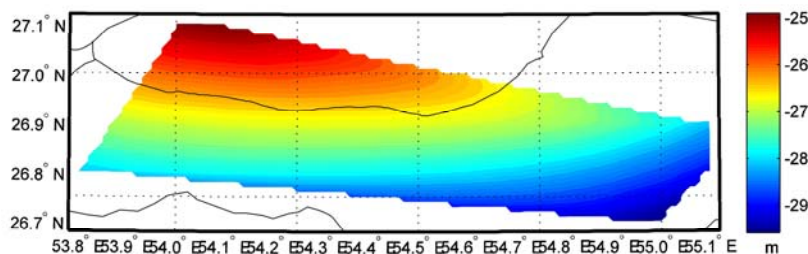
زمین به روش LSC با استفاده از داده‌های بی‌هنجاری جاذبه و GPS/Leveling به همراه کاربرد چگالی واقعی / $2.30g/cm^3$ می‌دهد. میانگین اختلاف در این حالت $0,205$ متر، انحراف معیار مطلق $0,21$ متر و انحراف معیار نسبی $0,049$ متر است. بررسی نتایج نشان می‌دهد که مدل‌سازی با استفاده از روش پیشنهادی نسبت به مدل‌سازی با استفاده از مدل EGM2008 باعث بهبود میانگین به میزان $0,075$ متر، انحراف معیار مطلق به میزان $0,078$ متر و انحراف معیار نسبی به میزان $0,024$ متر می‌شود.

۵-۳ مقایسه نتایج LSC با نقاط GPS/Leveling

برای بررسی مدل‌سازی محلی میدان گرانی زمین به روش پیشنهادی، با استفاده از بی‌هنجاری ارتفاعی محاسبه شده در سطح زمین و تفاوت زمین وار - شبهه زمین وار محاسبه شده با استفاده از رابطه (۲۷) ارتفاع زمین وار در ۴ نقطه کنترل GPS/Leveling محاسبه و با ارتفاع GPS/Leveling مشاهده شده، مقایسه شد. نتیجه تفاوت‌ها در جدول ۵ آمده است. برای بررسی بهبود، این تفاوت‌ها در حالت‌های گوناگون محاسبه و نتیجه در جدول ۶ عرضه شده است. نتایج جدول ۶ نشان می‌دهد که مدل‌سازی میدان گرانی

جدول ۶. مقایسه آماری دقت برآورد زمین‌وار به روش LSC با لحاظ اثر دانسیته و تلفیق داده‌ها و مدل EGM2008 (متر).

نحوه برآورد زمین وار	میانگین	انحراف معیار مطلق	انحراف معیار نسبی
LSC با داده‌های Δg و دانسیته ۲,۳	۰,۲۲۷	۰,۲۳۲	۰,۰۴۹
LSC با داده‌های Δg و دانسیته ۲,۶۷	۰,۲۳۹	۰,۲۴۵	۰,۰۵
LSC با داده‌های Δg و GPS/Leveling با دانسیته ۲,۳	۰,۲۰۵	۰,۲۱	۰,۰۴۹
LSC با داده‌های Δg و GPS/Leveling با دانسیته ۲,۶۷	۰,۲۱۷	۰,۲۲۲	۰,۰۵
مدل EGM2008	۰,۲۷۹	۰,۲۸۸	۰,۰۷۳



شکل ۱۴. نتایج بی‌هنجاری ارتفاعی به روش LSC در پارس ساحلی (متر).

۵ نتیجه‌گیری

در این مقاله بهبود مدل‌سازی محلی میدان گرانی زمین با استفاده از روش تبدیل همجایی کمترین مربعات مورد بررسی قرار گرفت. یکی از مزایای روش تبدیل همجایی کمترین مربعات، امکان استفاده هم‌زمان از مشاهدات ژئودتیک برای مدل‌سازی میدان گرانی زمین است. بر این اساس از مشاهدات بی‌هنجاری جاذبه و GPS/Leveling برای مدل‌سازی میدان گرانی با استفاده از روش تبدیل همجایی کمترین مربعات استفاده شد. برای محاسبه اثر توپوگرافی در این روش به‌جای چگالی استاندارد از چگالی واقعی زمین استفاده شد. روش پیشنهادی برای مدل‌سازی میدان گرانی زمین در منطقه پارس ساحلی مورد آزمون قرار گرفت. گرچه برای ارزیابی توانایی‌های بیشتر روش پیشنهادی، بهتر است روش برای مناطق بزرگ‌تر و با داده‌های بیشتر مورد ارزیابی قرار گیرد. با این حال نتایج تحقیق نشان می‌دهد که روش پیشنهادی باعث بهبود مدل‌سازی میدان گرانی زمین در منطقه تحقیقاتی پارس ساحلی شده است.

تشکر و قدردانی

در اینجا از همکاری و راهنمایی‌های سودمند پروفیسور شرنینگ، استاد دانشگاه کپنهاگن دانمارک تشکر می‌کنیم. همچنین بایسته است از همکاری و حمایت مدیریت محترم اکتشافات شرکت ملی نفت به‌خاطر حمایت مالی، در اختیار نهادن مشاهدات گرانی‌سنجی و گزارش‌های مربوط تشکر و قدردانی کنیم.

مراجع

جمعه‌گی، ع. و صفری، ع.، ۱۳۹۲، برآورد مؤلفه‌های وارپانس مقادیر مرزی نامتجانس در فرایند انتقال به سمت پایین مسئله مقدار دومرزی تعیین ژئوئید با مرزهای ثابت و آزاد، م. فیزیک زمین و فضا، ۳۹(۱)، ۴۵-۵۸.

گروه غیرلرزه‌ای، ۱۳۸۴، تعبیر و تفسیر گرانی و مغناطیس ناحیه فارس ساحلی، اداره ژئوفیزیک، مدیریت اکتشاف شرکت ملی نفت ایران.

Abd-Elmotaal, H. A., 1998, An efficient technique for the computation of the gravimetric quantities from geopotential earth models, In Geodesy on the Move, IAG Symposia Series, Springer, Berlin, Germany, 119, 182-187.

Bagherbandi, M. and Tenzer, R., 2013, Geoid-to-quasigeoid separation computed using the GRACE/GOCE global geopotential model GOCO02S - a case study of Himalayas and Tibet. Terrain, Atmosphere, Ocean Science, 4(1), 59-68.

Drewes, H. and Heibach, O., 2005, Deformation of the South American crust estimated from _nite element and collocation methods. in a window on the future of geodesy, doi: 10.1007/3.540.27432.4.92. IAG Symposia Series, Springer, Berlin, Germany, 128, 544-549.

Forsberg, R., 1984, Local covariance functions and density distributions, Report No. 356, Department of Geodetic Science and Surveying, The Ohio State University, Columbus.

Forsberg, R., 2003, Downward continuation of airborne gravity data-an Arctic case story, In Gravity and Geoid 2002, Proceedings of the 3rd Meeting of the International Gravity and

- the 1st International Symposium of the International Gravity Field Service, Harita Dergisi, Istanbul, **18**, 318-323.
- Sadiq, M., Tscherning, C. C. and Ahmad, Z., 2009, An estimation of the height system bias parameter N_0 using least squares collocation from observed gravity and GPS-levelling data, *Studia Geophysica et Geodaetica*, **53**(3), 375-388.
- Sunkel, H., 1984, Splines: Their equivalence to collocation, Report 357, Department of Geodetic Science, The Ohio State University, Columbus, USA.
- Tscherning, C. C. and Rapp, R. H., 1974, Closed covariance expressions for gravity anomalies, geoid undulations, and deflections of the vertical implied by anomaly degree variance models, Report 208, Department of Geodetic Science, The Ohio State University, Columbus, USA.
- Tscherning, C. C., 1976, Covariance expressions for second and lower order derivatives of the anomalous potentials, Report 225, Department of Geodetic Science, The Ohio State University, Columbus, USA.
- Tscherning, C. C., 1984, Local approximation of gravity potential by least squares collocation, In *Local Gravity Field Approximation: Proceedings Beijing International Summer School*, pp. 277-362. Division of Surveying Engineering, University of Calgary, Calgary.
- Tscherning, C. C., 1994, Geoid determination by Least-squares collocation using GRAVSOF, Technical report, IGES, DIIAR, Politecnico di Milano, Lecture Notes of the International School for the Determination and Use of the Geoid.
- Zhu, L., 2007, Gradient modeling with gravity and DEM. Ph. D. thesis, Ohio State University, Geodetic Science and Surveying, Columbus, USA.
- Geoid Commission, Ziti publications, Thessaloniki, Greece, 51-56.
- Hirt, C., Featherstone, W. E. and Marti, U., 2010, Combining EGM2008 and SRTM/DTM2006.0 residual terrain model data to improve quasigeoid computations in mountainous areas devoid of gravity data, *J Geod*, **84**, 557-567.
- Hofmann-Wellenhof, B. and Moritz, H., 2005, *Physical geodesy*, W. H. Freeman and Co., Springer-Verlag, Wien.
- Jekeli, C., Lee, J. K. and Kwon, J. H., 2007, Modeling errors in upward continuation for INS gravity compensation, *Journal of Geodesy*, doi: 10.1007/s00190.006. 0108.y, **81**(5), 297-309.
- Kaula, W. M., 1963, Determination of the earth's gravitational field, *Rev. Geophys. Space Phys.*, **1**, 507-551.
- Kaula, W. M., 1966, Global harmonic and statistical analysis of gravimetry, in *Gravity Anomalies: Unsurveyed Areas*, *Geophys. Monogr. Ser.*, AGU, Washington, D. C., **9**, 58-67.
- Knudsen, P., 1987, Estimation and modelling of the local empirical covariance function using gravity and satellite altimeter data, *Bulletin G'eo'd'esique*, doi: 10.1007/BF02521264, **61**(2), 145-160.
- Krarp, T., 1969, A contribution to the mathematical foundation of physical geodesy, *Publ.* 44, 80 pp., Dan. Geod. Inst., Copenhagen.
- Mikhail, E. M., 1976, *Observations and least squares*, Dun-Donnelley, New York.
- Moritz, H., 1978, *Least squares collocation*, Ohio State University, Columbus, Ohio 43210.
- Moritz, H., 1980, *Advanced physical geodesy*, Karlsruhe, Germany, Herbrt Wichmann Verlag.
- Pavlis, N. K., Factor, J. K. and Holmes, S. A., 2007, Terrain-related gravimetric quantities computed for the next EGM, In: *Proceedings of*