فیزیک زمین و فضا، دوره ۴۷، شماره ۱، بهار ۱۴۰۰، صفحهٔ ۱۷۵- ۱۸۶ (مقاله پژوهشی) **DOI:** 10.22059/jesphys.2021.311393.1007254

ابرهای کومه‌ای از دیدگاه سطوح زبر

جعفر چراغعلی‌زاده[۱]، مرتضی نطاق نجفی[۲]* و احد صابر تازه‌کند[۳]

۱. دانشجوی دکتری، گروه فیزیک، دانشگاه محقق اردبیلی، اردبیل، ایران
۲. دانشیار، گروه فیزیک، دانشگاه محقق اردبیلی، اردبیل، ایران
۳. استادیار، گروه فیزیک، دانشگاه محقق اردبیلی، اردبیل، ایران

(دریافت: ۹۹/۷/۲۰، پذیرش نهایی: ۹۹/۱۱/۵)

چکیده

ابرها با پراکنده کردن تابش دریافتی از خورشید نقش زیادی را در توازن انرژی زمین ایفا می‌کنند. ما دراین مقاله نقشه‌ی دوبعدی شدت‌نور مرئی رسیده از ابرهای کومه‌ای (Cumulus) که توسط دوربین عکاسی به ثبت رسیده است را مورد بررسی قرار می‌دهیم. با به‌کارگیری تکنیک‌های مربوط به سطوح زبر، خواص آماری لگاریتم این شدت (به‌عنوان یک میدان افت‌وخیزدار دوبعدی) را مطالعه می‌کنیم. تخمین‌های عددی ما نشان می‌دهد که نمای زبری محلی و سرتاسری به‌ترتیب $\alpha_l = 0.67 \pm 0.05$ و $\alpha_g = 0.63 \pm 0.05$ هستند. همچنین نشان می‌دهیم که تابع توزیع لگاریتم شدت و همچنین تابع توزیع انحنای موضعی مربوطه (به‌ازای مقیاس‌های مختلف) گاوسی نیستند و در نتیجه سطح دوبعدی در نظر گرفته شده غیرگاوسی است. با دانش به این‌که پستی‌وبلندی ابرها و در حالت کلی آمار ارتفاع و ضخامت ابرها تأثیری مهم در پراکندگی و جذب تابش خورشید دارند، به بررسی ارتباط شدت‌نور رسیده از ابر و ضخامت آن می‌پردازیم. برای این منظور نور پراکنده شده از ابرهای کومه‌ای را با استفاده از یک مدل درشت دانه شده پدیده شناختی بر پایه پراکندگی می شبیه‌سازی می‌کنیم. نتایج این شبیه‌سازی نشان می‌دهد که برای تابش عمودی و غیرعمودی، شدت‌نور رسیده از پایین ابر به‌صورت نمایی با ارتفاع ستون ابر درست در بالای آن کاهش می‌یابد. در حوزه اعتبار نتایج این شبیه‌سازی، می‌توان ادعا کرد که مسئله ضخامت ابرهای کومه‌ای به سطح زبر غیرگاوسی خود متشابه نگاشت می‌شود.

واژه‌های کلیدی: ابرهای کومه‌ای، پراکندگی نور مرئی از سطح ابر، سطوح زبر خودمتشابه، برخال.

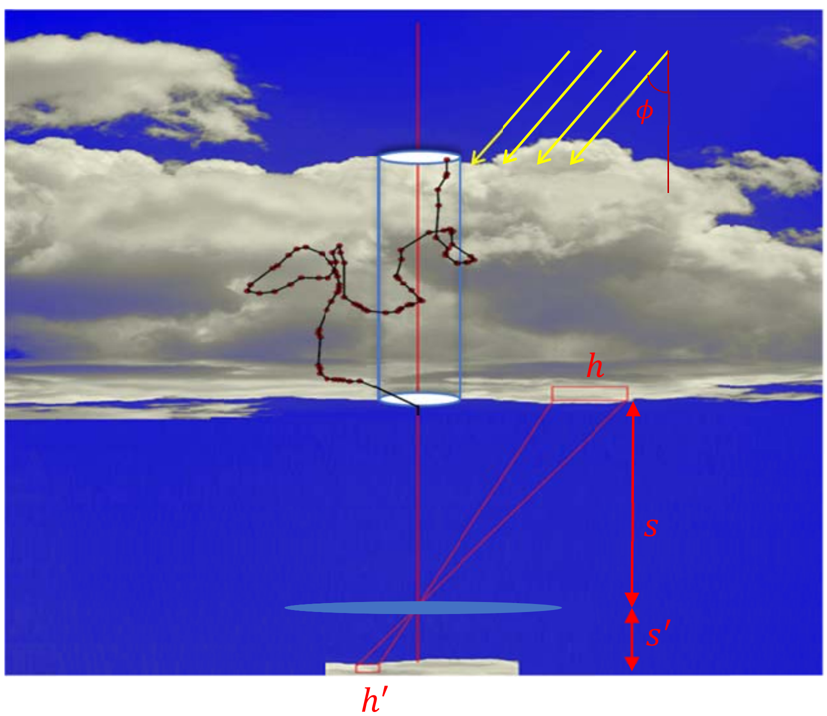
۱. مقدمه

سطوح تصادفی به‌طور گسترده در علم فیزیک برای مدل کردن پدیده‌ها با مقیاس‌های مختلف مانند رشد سطوح زبر در مقیاس نانو و میکرو تا سیستم‌های خیلی بزرگ در مقیاس کیهانی استفاده می‌شود. آنها همچنین توصیف کنندهٔ ترک‌ها در علم مواد (بوشو و همکاران، ۱۹۹۰ و ۱۹۹۳)، ریز موج‌های تشکیل شده در تلاطم (Ripple-Wave Turbulence) (رایت و همکاران، ۱۹۹۷) و ردیاب‌های انفعالی در جریان شاره‌های دو بعدی (رامشانکار و همکاران، ۱۹۹۱؛ کاردوس و همکاران، ۱۹۹۶) هستند. ابرها مثالی طبیعی از سطوح زبر تصادفی هستند که در آنها ارتفاع و یا ضخامت نقش میدان افت‌وخیزدار زبر را بازی می‌کند (پلتیر، ۱۹۹۷). امروزه ما به‌خوبی می‌دانیم که ابرها ساختار برخالی دقیقی دارند که اولین‌بار توسط لاوجوی (۱۹۸۲) کشف شده است. جنبه‌های بسیاری از این محیط‌ها شناخته شده است. در برخی مطالعات به بررسی ارتباط بعد برخالی محیط بارش باران و مساحت ابر در مقیاس‌های مختلف پرداخته شده است (لاوجوی و شرتزر، ۱۹۹۱؛ پلتیر، ۱۹۹۷؛ ریس و والدبووگر، ۱۹۸۶). ابعاد برخالی مختلفی برای ابرها گزارش شده است (هرتشل و پروکاچیا، ۱۹۸۴؛ سانچز و همکاران، ۲۰۰۵) که نشان‌دهنده اهمیت ویژهٔ آن است. ساختارهای برخالی نقش عمده‌ای در بازتاب و جذب انرژی خورشید دارند (تکهکارا و گو، ۲۰۱۷). در این میان زبری ابر که همان افت‌وخیز ضخامت آن است، نقش اساسی دارد (توئومی و همکاران، ۱۹۶۷). بررسی مسئله زبری و آمار ارتفاع یا ضخامت ابرها اهمیت بسیاری در پیش‌بینی اثرات و رفتارهای آنها دارد. همچنین از دیدگاه پدیده‌های بحرانی، تعیین نماهای بحرانی نقش قابل‌توجهی را در طبقه‌بندی و تعیین رفتار جهان‌شمولی این سیستم‌های غیرتعادلی ایفا می‌کندکه خود اهمیت فیزیکی فراوانی

*نگارنده رابط: nattagh.najafi@uma.ac.ir

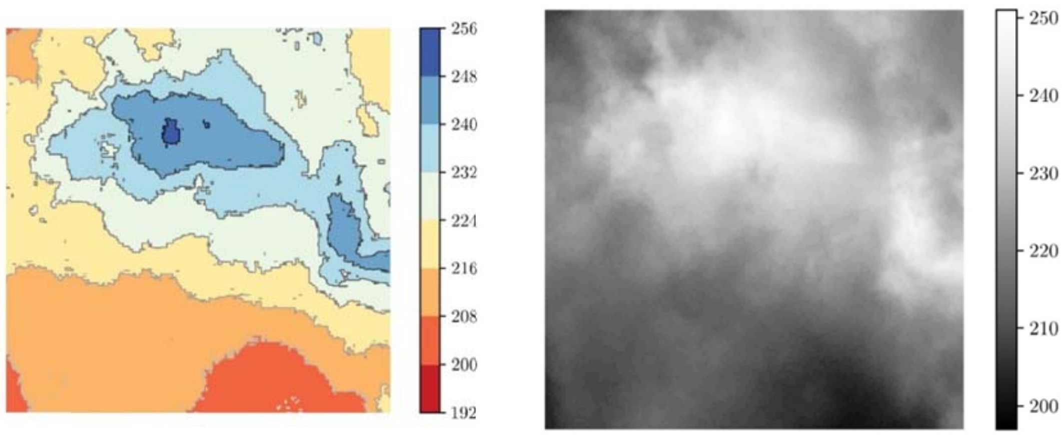
دارد. در واقع این طبقه‌بندی به ما کمک می‌کند که سیستم‌های پیچیده‌ای مانند ابر را به مدل‌های ساده‌تری ربط دهیم که بررسی آنها بسیار ساده‌تر است (نجفی و همکاران، ۲۰۲۰). به بیان دیگر سیستم‌هایی که در مقیاس میکروسکوپی دینامیک کاملاً متفاوتی دارند، در مقیاس ماکروسکپی ویژگی یکسانی دارند. با بررسی این خواص برخی ویژگی‌های ابرها به‌دست می‌آید و علی‌رغم وجود درجات آزادی زیاد داخلی، بامدل‌های ساده‌تری توصیف می‌شود (ناگل و راشکه، ۱۹۹۲).

ابرها تأثیر به‌سزایی در تعادل تابشی زمین دارند. به‌طور کلی دو منبع اصلی برای نور پراکنده شده‌ای که از ابر به ما می‌رسد وجود دارد: نور پس‌زمینه آسمان که به‌طور عمده به رنگ آبی متمایل است و نوری که از سمت خورشید مستقیماً به ابرها می‌رسد. همچنین دو منبع برای پراکنده شدن نور در داخل ابرها قطرات آب یا یخ و ذرات گرد و خاک معلق در هوا هستند (پلاس وکاتاور، ۱۹۷۱). در هر دو حالت سطح مقطع پراکندگی نور مرئی به توزیع شعاع این ذرات بستگی دارد که عمدتاً توزیع گاما در نظر گرفته می‌شود (لوین، ۱۹۵۸). به‌طور کلی در مسئله پراکندگی نور از ذرات اگر اندازه آنها خیلی کوچک‌تر از طول‌موج فرودی باشد، از نظریه پراکندگی رایلی (Rayleigh scattering) و در حالتی که ذرات خیلی بزرگ‌تر از طول‌موج نور باشد از قوانین اپتیکی استفاده می‌شود. همچنین برای حالتی که اندازه ذارت قابل‌مقایسه با طول‌موج رسیده نور فرودی باشد، از نظریه پراکندگی می (Mie scattering) استفاده می‌شود که در آن سطح مقطع پراکندگی با λ^{-2} متناسب است. در مسئله پراکندگی نور از ابرهای کومه‌ای، به‌دلیل اندازه ذرات تشکیل‌دهنده آنها، پراکندگی می به‌کار گرفته می‌شود.



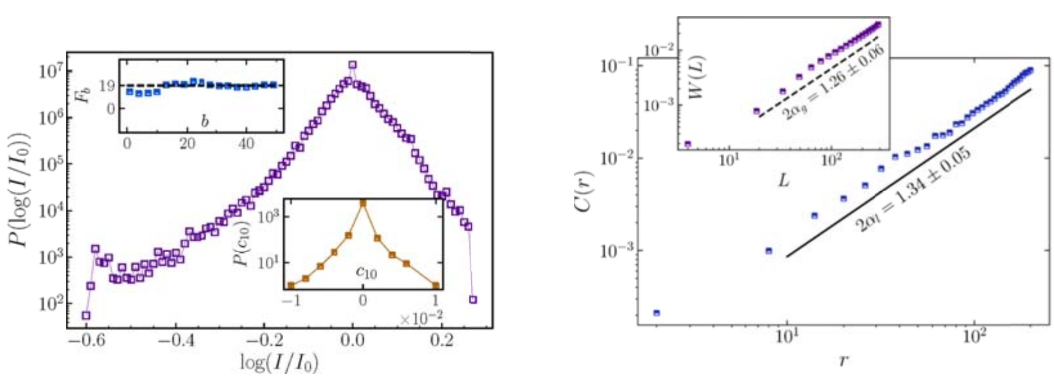
شکل ۱. تصویر شماتیک از چگونگی رسیدن نور از ابر به دوربین و چگونگی نگاشت نور پراکنده شده از یک تکه ابر به یک پیکسل دوربین.

در این مقاله با به‌کارگیری تکنیک‌های سطوح زبر، نقشه شدت‌نور مرئی پراکنده شده از ابرهای کومه‌ای بررسی می‌شود. توزیع شدت‌نور پراکنده‌شده با استفاده از دوربین عکاسی در راستاهای تقریباً قائم ثبت شده‌اند. این مقاله به دو بخش عمده تقسیم شده است. در بخش اول خواص آماری لگاریتم شدت‌نور پراکنده شده را بررسی کرده و نمای زبری و تابع توزیع آن را تحلیل می‌کنیم. در بخش دوم مدل پدیده شناختی درشت‌دانه شده‌ای را ارائه می‌کنیم که مبتنی بر پراکندگی می است. از نتایج مهم مربوط به شبیه‌سازی پراکندگی نور مرئی با استفاده از این مدل پیش‌بینی یک رابطه لگاریتمی بین ضخامت ابر و شدت‌نور پراکنده شده از آن است که نشان می‌دهد افت‌وخیز لگاریتم شدت‌نور می‌تواند معیاری از افت‌وخیز ضخامت ابر قلمداد شود. به‌دلیل تقریب‌ها و ساده‌سازی‌هایی که در این مدل به‌کار رفته است، حوزه اعتبار محدودی دارد و تعیین رابطه دقیق‌تر شدت‌نور پراکنده شده و ضخامت ابر نیاز به بررسی‌های بیشتر و شبیه‌سازی‌های گسترده‌تر دارد. دلیل این‌که ما به ابرهای کومه‌ای پرداخته‌ایم این است که این ابرها ساختار برخالی از خود نشان می‌دهند (لاوجوی، ۱۹۸۲).



(الف) (ب)

شکل۲. (الف) تصویر سیاه و سفید ابر که میزان شدت‌نور رسیده به دوربین را مشخص می‌کند. (ب) نقاط هم‌ارتفاع با رنگ‌های مختلف را نشان می‌دهد که با خط‌هایی با شدت‌های یکسان (هم‌ارتفاع) جدا شده‌اند.



(الف) (ب)

شکل۳. (الف) رفتار $C(r)$ برحسب r. نمودار داخلی: رفتار $W(L)$ بر حسب L. (ب) تابع توزیع لگاریتم شدت‌نور دریافتی ($f(r)$). نمودار داخلی بالا: F_b بر حسب b. نمودار داخلی پایین: تابع توزیع C_{10} که نشان‌دهنده غیرگاوسی بودن میدان است.

۲. مشاهدات مربوط به شدت‌نور

در این قسمت آمار شدت‌های رسیده از ابرها را با استفاده از تکنیک‌های استاندارد مربوط به سطوح زبر بررسی می‌کنیم. برای این منظور تعداد ۱۰۰ عکس با اندازه ۱۰۰۰×۱۰۰۰ پیکسل با استفاده از دوربین Nikon d7200 از ابرهای کومه‌ای گرفته شده است. سعی شده است که عکس‌ها در شرایط و در ساعات یکسانی گرفته شود. عکس‌ها در اردیبهشت و خرداد ماه سال ۱۳۹۸ در شهرستان اردبیل گرفته شده‌اند. جزئیات زمانی و مکانی عکس‌ها، زاویه خورشید با سطح زمین در زمان عکاسی و شرایط جوی در جدول ۱ نمایش داده شده است. به‌دلیل یکسان بودن نور پراکنده شده برای رنگ‌های مختلف، عکس‌های گرفته شده را از مقیاس رنگی (RGB) به مقیاس خاکستری (Gray scale) تبدیل کرده‌ایم. در شکل ۱، طرحواره مربوط به نحوه قرارگیری دوربین و چگونگی نگاشته شدن نور پراکنده شده از یک تکه ابر به یک پیکسل دوربین نمایش داده شده است. با توجه به مشخصات دوربین استفاده شده و با فرض این‌که فاصله ابرهای کومه‌ای تا دوربین حدود ۲۰۰۰ متر است، اندازه هر تکه ابر که به یک پیکسل دوربین ($3.9 \times 3.9\ \mu m^2$) نگاشته می‌شود، حدود $16 \times 16 cm^2$ است. نمونه‌ای از توزیع شدت ثبت شده از یک ابر در شکل۲-الف نمایش داده شده است. در شکل ۲-ب ناحیه‌های هم‌شدت مربوط به شکل ۲-الف با استفاده از حلقه‌های بسته از هم جدا شده است. در ادامه به تحلیل سطوح به‌دست آمده از تصاویر بر اساس نظریه سطوح زبر می‌پردازیم.

سطوح زبر دوبعدی با استفاده از میدان اسکالر افت‌وخیزدار $f(\vec{r})$، ارتفاع سطح در نقطه $\vec{r}$، توصیف می‌شوند. به‌طور کلی هر میدان اسکالر را می‌توان معادل یک ارتفاع در نظر گرفت و هر سطح دلخواه را به یک سطح زبر نگاشت کرد. در این مطالعه لگاریتم شدت‌نور رسیده به هر پیکسل به‌عنوان میدان افت‌وخیزدار تعریف می‌شود:

$$f(\vec{r}) = \log I(\vec{r}) \qquad (۱)$$

در نظریه استاندارد سطوح زبر بی‌مقیاس الگوهای رفتاری تحت بازمقیاس فضا تکرار می‌شوند که خودتشابهی (Self affinity) نامیده می‌شود. به این معنی که $f(\vec{r})$ به‌صورت زیر رفتار می‌کند.

$$f(\vec{r}) \overset{d}{\cong} b^{-\alpha} f(b\vec{r}) \qquad (۲)$$

که در این رابطه $\overset{d}{\cong}$ به‌معنای یکسان‌بودن توابع توزیع، $b > 0$ پارامتر بازمقیاس و α نمای زبری است. نمای زبری مهم‌ترین کمیت مشخصه‌یابی سطوح زبر بی‌مقیاس است. نشان داده شده است که این نما بایستی در شرط $\alpha \leq 1$ صدق کند (باراباسی و استنلی، ۱۹۹۵). در عمل برای به‌دست آوردن α از تابع همبستگی زیر استفاده می‌شود:

$$C(\vec{r}) \equiv \langle [f(\vec{r} + \vec{r}_0) - f(\vec{r})]^2 \rangle \qquad (۳)$$

که در آن $\langle\rangle$ نشان‌دهنده متوسط‌گیری همادی است. برای سطوح زبر مقیاس ناوردا این تابع همبستگی رفتار توانی به‌صورت $C(\vec{r}) \sim |r|^{-2\alpha_l}$ دارد که در آن α_l را نمای زبری محلی (Local roughness exponent) می‌نامند (باراباسی و استنلی، ۱۹۹۵). شکل۳-الف نمودار تمام لگاریتمی این تابع را بر حسب فاصله (r) نمایش می‌دهد. همان‌طور که دیده می‌شود، این تابع طبق پیش‌بینی مربوط به سطوح زبر مقیاس ناوردا به‌صورت توانی رفتار می‌کند که نمای $\alpha_l = 0.67 \pm 0.05$ را به‌دست می‌دهد. این به‌خوبی نشان می‌دهد که سطح در نظر گرفته شده یک سطح خود متشابه برخالی می‌باشد.

یکی دیگر از معیارهای طبقه‌بندی سطوح زبر، واریانس کل (سرتاسری) است که ویژگی مقیاس ناوردایی سطوح زبر را نشان می‌دهد. این تابع به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$W(L) \equiv \langle \left[f(\vec{r}) - \bar{f}\right]^2 \rangle_L \qquad (۴)$$

در این رابطه $\bar{f} = \langle f(\vec{r}) \rangle_L$ متوسط فضایی میدان است و $\langle\ \rangle_L$ به‌معنی متوسط‌گیری فضایی (بر روی $\vec{r}$) برای میدان تحت‌بررسی در داخل جعبه‌ای به طول خطی L است. برای سطوح زبر مقیاس ناوردا، این تابع با $L^{-2\alpha_g}$ متناسب است که در آن پارامتر α_g نمای زبری سرتاسری

(Global roughness exponent) نامیده می‌شود. این تابع در شکل۳ تحلیل شده است. در نمودار داخلی شکل۳-الف، $W(L)$ بر حسب L در مقیاس تمام لگاریتمی رســـم شـده است و نمای $\alpha_g = 0.63 \pm 0.05$ را به‌دست می‌دهد. برای ســـطوح خودمتشابه تک برخالی داریم $\alpha_l = \alpha_g = \alpha$ باشد (کاندو و همکاران، ۲۰۰۰). با مقایسه این دو نما مشخص می‌شود که آنها در بازه خطای میله‌ای همدیگر قراردارند و در نتیجه میدان $f(\vec{r})$ توصیف‌گر یک سطح تک برخالی است.

یکی از سوالات متداول در زمینه سطوح زبر، گاوسی یا غیرگاوسی بودن آنهاست. کلاس گسترده‌ای از سطوح زبر که گاوسی نامیده می‌شوند با تابع توزیع زیر بیان می‌شوند (کاندو و همکاران، ۲۰۰۰):

$$P\{f\} \sim \exp\left[-\frac{k}{2}\int_0^{\Lambda} q^{2(1+\alpha)} f(q) f(-q) d^2q\right] \quad (۵)$$

که در آن $f(q)$ تبدیل فوریه $f(\vec{r})$ است و Λ تکانه برشی بیشینه و k پارامتر سختی است. خوشبختانه معیارهای ساده‌ای برای تشخیص اینکه آیا سطح زبری مطابق این الگو رفتار می‌کند یا خیر وجود دارد که ساده‌ترین آن تابع توزیع میدان است. برای اینکه یک سطح گاوسی باشد بایستی تابع توزیع میدان موضعی ($P(f)$) گاوسی باشد. این تابع در شکل۳-ب نمایش داده شده است. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌کنیم این تابع غیرگاوسی است، که خود نشان می‌دهد ما با یک سطح زبر خود-متشابه غیرگاوسی سروکار داریم.

قبل از بررسی تابع توزیع لگاریتم شدت، اشاره به این نکته ضروری است که شدت تصویر شده بر روی صفحه عکس بین صفر تا ۲۵۶ مقیاس شده است (این‌کار به‌طور اتوماتیک توسط دوربین انجام می‌شود) که نیاز به توجه دارد. این بازمقیاس برای عکس‌های مختلف یکسان و ثابت است. فرض کنید شدت I با فاکتور λ بازمقیاس شود، به‌طوری‌که $f \to f + \log\lambda$. بنابراین این تغییر، با توجه به تعریف زبری موضعی و سرتاسری، تغییری در این توابع ایجاد نمیکند. برای پرهیز از بروز مشکل در فرم تابع توزیع، از تبدیل $f \to f - f_0$ استفاده کرده‌ایم که در آن $f_0 = \log I_0$ و I_0 شدت متوسط در ناحیه داخلی ابر است. در واقع شدت‌نور نسبت به I_0 سنــجیده می‌شود. مشاهدات ما نشان می‌دهد که تابع توزیع لگاریتم شدت گاوسی نیست. این موضوع در شکل ۳-ب به تصویر کشیده شده است. در قسمت اصلی این شکل تابع توزیع موضعی f در مقیاس نیم‌لگاریتمی نمایش داده شده است که به‌وضوح گاوسی نیست. این تابع در حوالی صفر در مقیاس بیان شده تقریباً خطی است که شاهد نمایی‌بودن آن در حوالی شدت میانگین است.

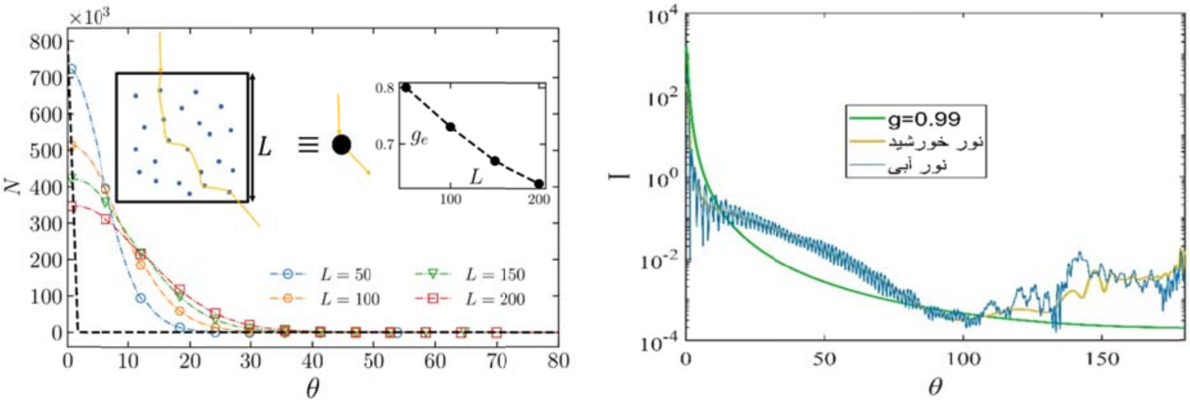
برای بررسی دقیق‌تر موضوع و گاوسی یا غیرگاوسی بودن این سیستم، انحنای موضعی (Local curvature) را بررسی می‌کنیم که در موقعیت $\vec{r}$ و مقیاس b به‌صورت زیر تعریف می‌شود (کاندو و همکاران، ۲۰۰۰):

$$C_b(\vec{r}) = \sum_{m=1}^{M}\left(f(\vec{r} + b\hat{e}_m) - f(\vec{r})\right). \quad (۶)$$

در این رابطه مجموعهٔ جهت‌های $\{\hat{e}_1, \hat{e}_2, \dots, \hat{e}_M\}$ بردارهای یکهٔ ثابتی هستند که مجموع آنها صفر است. اگر سطح زبری گاوسی باشد، تابع توزیع انحنای موضعی $P(C_b)$ گاوسی خواهد بود (کاندو و همکاران، ۲۰۰۰). همچنین اگر میدان مورد نظر تقارن انعکاسی ($f(\vec{r}) \leftrightarrow -f(\vec{r})$) داشته باشد تمام گشتاورهای فرد $\langle C_b^q \rangle$ (به ازای qهای فرد صفر) خواهد بود. علاوه‌بر این برای آزمایش گاوسی بودن یک توزیع می‌توان رابطه زیر را بررسی کرد:

$$F_b = \frac{\langle C_b^4 \rangle}{\langle C_b^2 \rangle^2} \quad (۷)$$

این تابع، برای یک کمیت با توزیع گاوسی، مقدار عددی ۳ می‌شود که یک معیار مهم برای گاوسی بودن محسوب می‌شود. در نمودار داخلی بالای شکل۳-ب این تابع برای $b = 10$ رسم شده است. به‌وضوح دیده می‌شود که تابع توزیع انحنای موضعی گوسی نیست. همچنین تابع توزیع C_b در نمودار داخلی پایین شکل۳-ب نمایش داده شده است که مشخص می‌کند این تابع دارای شکل $P(C_b) \sim \exp(-a|C_b|)$ است و گاوسی نیست.



(ب) (الف)

شکل ٤. شدت پراکندگی برای زاویه‌های مختلف بر حسب درجه. الف) درشت‌دانه کردن به‌ازای طول‌های مختلف و پیداکردن g_e مؤثر شکل داخلی راست: رفتار g_e برحسب L های مختلف شکل داخلی چپ: طرحواره درشت‌دانه‌کردن ب) پراکندگی می برای نور خورشید و آبی و تقریب هنی-گرینشتاین با $g = 0.99$.

تا اینجای کار لگاریتم شدت را مورد بررسی قرار دادیم. در قسمت بعد به بررسی ارتباط شدت و ضخامت می‌پردازیم.

۳. شبیه‌سازی پراکندگی نور از ابر

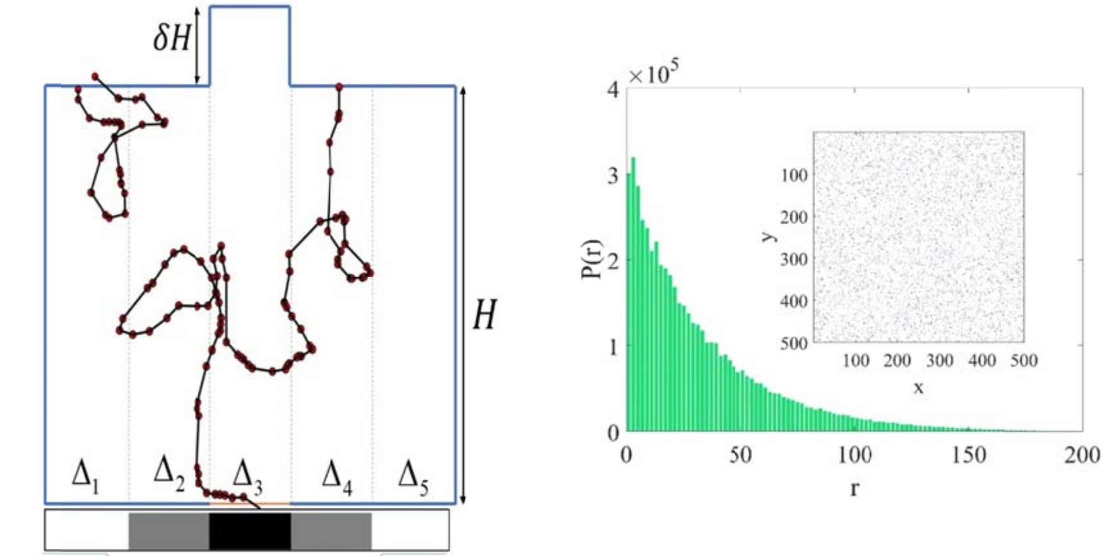
همان‌گونه که در بخش اول گفته شد، پراکندگی نور داخل ابر از پراکندگی می پیروی می‌کند. وجود پرتوهای بی‌شماری که از خورشید و آسمان آبی به ابر می‌رسد و همچنین تعداد زیادی قطرات آب و بخار داخل ابر، شبیه‌سازی حرکت نور داخل آن را به شدت پیچیده می‌کند. در شکل ۴، پراکندگی نور از قطرات آب نمایش داده شده است. در شکل ۴-الف توزیع پراکندگی می مربوط به یک باریکه از یک قطره آب به شعاع 10_{mm} را برای دو باریکه خورشید و نور آبی آسمان نشان می‌دهد. این تابع توزیع پراکندگی عموماً با تابع هنی-گرینشتاین (Henyey-Greenstein) (مکس، ۱۹۹۵) که به‌صورت زیر تعریف می‌شود، تقریب زده می‌شود:

$$P(\theta) \propto \frac{1-g^2}{(1+g^2-2g\cos(\theta))^{3/2}} \qquad (۸)$$

برای ساده‌سازی از توابع دیگری همچون تابع گاوسی (پرموز و همکاران، ۲۰۰۴) نیز استفاده می‌شود که از جامعیت رابطه بالا برخوردار نیست. مقایسه پراکندگی می برای دو منبع نور خورشید و نور زمینهٔ آبی آسمان با تقریب هنی-گرینشتاین در شکل ۵-الف دیده می‌شود در $g = 0.99$ بهترین برازش به‌دست می‌آید (بوثورس و همکاران، ۲۰۰۸). شبیه‌سازی چنین سیستمی بسیار مشکل است، زیرا به‌دلیل احتمال بسیار پایین پراکندگی در زوایای بزرگ (~ یک در یک میلیون برخورد)، سیستم مورد نظر بایستی اندازه خطی بسیاربزرگی داشته باشد (که در آن از مرتبه چند ده میلیون برخورد اتفاق بیفتد) تا پدیده چند پراکندگی را در ابرها تحقق یابد. به‌عبارتی چندپراکندگی مربوط به زاویه‌های پراکندگی بزرگ در برخوردهای محدود مورد استفاده در شبیه‌سازی‌ها عملاً امکان‌پذیر نیست. برای رهایی از این مشکل و افزایش قدرت محاسباتی نیازمند درشت‌دانه‌کردن سیستم هستیم که به‌وسیله آن می‌توان تابع توزیع زاویه مؤثر را برای سیستم محاسبه کرد. می‌توان دید که با این کار، شبیه سازی با تعداد محدود ذرات و نور فرودی ممکن می‌شود. در این دیدگاه ابر را به تکه‌هایی بخش می‌کنیم که هر تکه از تعداد بسیار زیادی ذره تشکیل شده است، که این تعداد در مقایسه با تعداد کل ذرات در ابر ناچیز است. در حقیقت به‌جای پراکندگی نور از تک تک ذرات، پراکندگی نور را از تکه‌های گفته شده در نظر می‌گیریم.

چنین تکه‌ای درطرحواره شکل ۴-ب نمایش داده شده است که دارای طول خطی L است. فاصله متوسط ذرات از یکدیگر در ابرهای کومولوس دو میلی‌متر است (دوربین، ۱۹۵۹). ما برای راحتی سیستم دو بعدی را در نظر می‌گیریم که در آن هر تکه از تعدادی ذره تشکیل شده است که به‌طور تصادفی در جعبه‌ای با طول خطی L و چگالی (سطحی) تعداد ثابت ۰/۲۵ قطره $/mm^{-2}$ در نظر گرفته شده است. برای به‌دست آوردن پراکندگی مؤثر از این تکه‌ها، سیستمی با طول Lهای مختلف (که برحسب میلی‌متر است) را در نظر گرفته‌ایم و شدت پراکندگی را در زوایای مختلف به‌دست آورده‌ایم. نتایج این شبیه‌سازی در شکل ۴-ب نمایش داده شده است. این توابع با تابع هنی-گرینشتاین به‌خوبی برازش می‌شود، که g_e (g مؤثر) را به‌صورت تابعی از L به‌دست می‌دهد. در شکل ۵-ب رفتار g_e بر حسب L قابل مشاهده است. کاهش g_e برحسب L نشان می‌دهد که توزیع پراکندگی یکنواخت تر می‌شود و احتمال پراکندگی به زوایای بزرگ‌تر، بیشتـــر می‌شود. برای $L = 20mm$ (که مشـــاهدات ما نشـــان می‌دهد پی از آن چنـــد-پراکندگی مهم می‌شود)، داریـــم $g_e \approx 0.85$ که در شبیه‌سازی‌های بعدی از آن بهره می‌گیریم. در ابرهای کومه‌ای بازای $L \approx 10 - 20m$، g_e آنچنان کوچک می‌شود که پراکندگی عملاً جهت مرجحی ندارد (ابر سفید دیده می‌شود؛ بوثورس و همکاران، ۲۰۰۸) و می‌توان برای شبیه سازی آن از ولگشت تصادفی استفاده کرد.

با داشتن g_e برای مدل درشت‌دانه‌شده، حال به سراغ شبیه‌سازی حرکت نور داخل ابر می‌رویم که تابع توزیع پراکندگی در آن با رابطه هنی-گرینشتاین داده می‌شود. همان‌طور که در بالا بیان شد، در این مدل درشت‌دانه‌شده ابر را به تکه‌های کوچک‌تری تقسیم می‌کنیم و پراکندگی را از این تکه‌ها در نظر می‌گیریم. مسافت آزاد میانگین را مسافتی در نظر می‌گیریم که نور بین دو پراکندگی طی می‌کندکه به چگالی تعداد قطرات در محیط و فاصله مؤثر تکه‌ها از هم بستگی دارد. ما تکه‌ها را با ابعاد $20mm$ در نظر می‌گیریم که برای آن $g_e = 0.85$. چگالی تکه‌ها را به‌گونه‌ای در نظر گرفته‌ایم که فاصله متوسط تکه‌ها از یکدیگر $20mm$ باشد. در شکل داخلی شکل۶-الف سیستمی به ابعاد ۵۱۲×۵۱۲ را در نظر گرفته‌ایم که در آن تکه‌های گفته‌شده به‌صورت تصادفی توزیع شده‌اند. تابع توزیع مسافت آزادی که نور در بین هر دو برخورد را می‌پیماید را در شکل۶-الف نشان داده‌ایم که برای شبیه‌سازی از آن استفاده کرده‌ایم. برای بررسی تأثیرات افت‌وخیز رویه‌ی بالایی ابر، همان گونه که در شکل۶-ب به‌صورت طرحواره نشان داده شده است، قسمتی از ابر را به ارتفاع δH بلندتر از اطراف آن در نظر می‌گیریم (که آن را برآمدگی می‌نامیم) و اثر تغییرات ارتفاع را در شدت‌نور دریافتی در انتهای ابر را بررسی کنیم. برای این منظور دو حالت را در نظر می‌گیریم، نوری که از آسمان به‌صورت عمودی وارد ابر می‌شود و نوری که با زاویه φ وارد ابر می‌شود و در بخش خروجی، تعداد نوری که به‌صورت عمود از سیستم خارج می‌شود را با در نظر گرفتن مقدار مشخص اتلاف در هر برخورد اندازه‌گیری می‌کنیم. برای هر دو حالت عرض سیستم را به پنج بخش تقسیم می‌کنیم که یک بازه (Δ_3 در شکل نمایش داده شده) دقیقاً در زیر برآمدگی (به ارتفاع δH) قرار دارد. شبیه‌سازی را برای $g = 0.85$ و زاویه‌های ورودی $\varphi = \frac{\pi}{6}$ (برای نور خورشید) و $\varphi = 0$ (برای نور آبی) انجام می‌دهیم.



(ب) (الف)

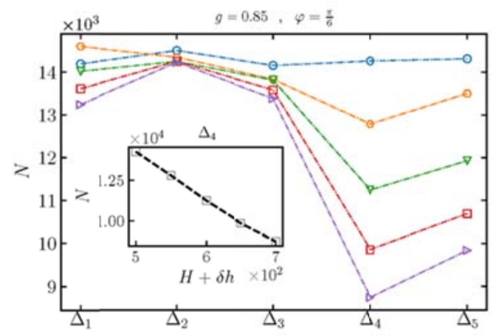
شکل۵. الف) تابع توزیع مسافت آزاد حرکت نور. نمودار داخلی نشان‌دهنده ذرات که به‌صورت تصادفی داخل شبکه پخش شده‌اند. ب) طرح واره‌ای از محیط داخل ابر به ارتفاع H، قسمت جدا شده با ارتفاع δH و تقسیم‌بندی انتهایی به بخش‌های مختلف برای بررسی نور خروجی.

همان‌گونه که در شکل۷–الف دیده می‌شود تعداد فوتون‌هایی که به‌صورت عمودی خارج می‌شوند (N) برای حالتی که $\varphi = 0$ است با افزایش δH شدت‌نور دریافتی درست پایین برآمدگی (Δ_3)کاهش می‌یابد.

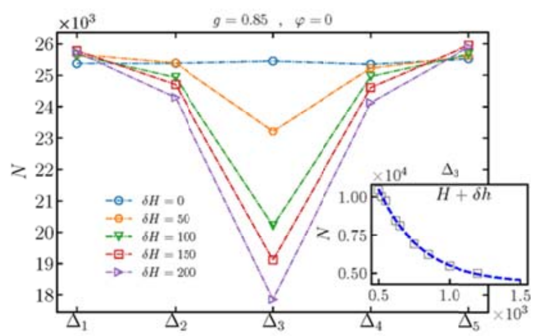
این کاهش در نمودار داخلی شکل۷–الف نشان داده شده است که به‌صورت نمایی با $H + \delta H$ به‌صورت زیر است:

$$N \propto a \exp\big(-b(H + \delta H)\big) + c \qquad (۹)$$

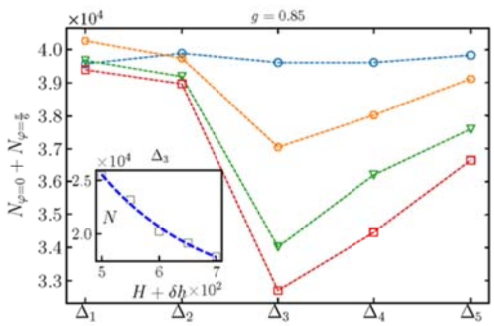
که در آن $a \approx 1.8 \times 10^5$ و $b \approx 5 \times 10^{-3}$ و $c \approx 1.4 \times 10^4$ برای $\varphi = 0$. این رابطه نشان‌دهنده این واقعیت است که در نهایت با افزایش زیاد δH، این کمیت تأثیری در نور دریافتی در انتهای سیستم نخواهد داشت و شدت‌نور خروجی مقدار ثابت b خواهد بود. شکل۷–ب تغییرات نور دریافتی در بازه‌های مختلف را برای نور ورودی با زاویه $\varphi = \frac{\pi}{6}$ نشان می‌دهد با این تفاوت که در این حالت شدن نور خروجی در بخش Δ_4 بیشینه است و مشابه حالت $\varphi = 0$ کاهش شدت با افزایش δH با رابطه ۷ مشخص می‌شود. در این حالت نیز مقدار فوتون خروجی Δ_3 و Δ_4 به‌صورت نمایی با δH کاهش می‌یابد. در شکل ۶–ب مجموع فوتون‌های خروجی را برای ترکیب دو حالت نمایش $(N_{\varphi=0} + N_{\varphi=\frac{\pi}{6}})$ داده شده است. همان‌گونه که در این شکل دیده می‌شود در این حالت نیز بیشینه در بازه Δ_3 رخ می‌دهد و کاهش شدت بر حسب δH مشابه دو حالت قبل از رابطه ۷ پیروی می‌کند. توجه شود که g_e برای دو حالت متفاوت است و در حالت کلی $g_e(\text{آبی}) < g_e\left(\text{خورشید}\right)$ که نشان می‌دهد پراکندگی نور خورشید به واسطه قطرات همسانگردتر است و هرچه همسانگردی بیشتر باشد، حساسیت تعداد فوتون خروجی به δH کمتر است. بنابراین با فرض شاره یکسان، رابطه شدت‌نور رسیده با ارتفاع ستون ابر به‌طور عمده‌تر ناشی از نور زمینه آسمان خواهد بود.



(ب)



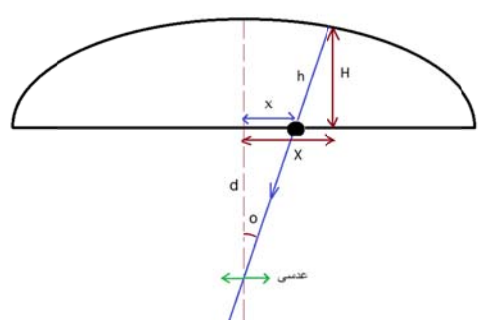
(الف)



(ج)

شکل٦. شدت‌نور خروجی برحسب بازه‌های مشخص شده در شکل٦–ب، به‌ازای δH مختلف با $g = 0.85$ برای الف) زاویه ورودی مستقیم با $\varphi = 0$ ب) زاویه مورب $\varphi = \frac{\pi}{6}$ نسبت به خط عمود و ج) مجموع دوحالت قبلی. نمودارهای داخلی نشان‌دهنده رفتار نقطه ماکزیمم بر حسب $H + \delta H$ را نشان می‌دهد.

بدیهی است حوزه اعتبار نتایج بالا محدود است. برای مثال اگر ضخامت ابر زیاد باشد، همان‌طور که در بالا بیان شد فرایند پراکندگی تبدیل به قدم‌های تصادفی می‌شود که این خود باعث می‌شود اطلاعات رویه بالای ابر به واسطه همسانگردی پراکندگی نور گم شوند. در این حالت الگوهای شدت‌نور رسیده از ابر می‌تواند ناشی از *رویه زیرین* ابر باشد. برای درک این موضوع، فرض کنید که نور در میانه ابر کاملاً یکنواخت شده باشد. آنگاه مقدار شدت‌نور رسیده از یک ناحیه زیر ابر ناشی از ستون ابری است که بین ناحیه میانی و انتهای زیرین ابر قرار دارد. آنگاه تمام آنالیز ارائه‌شده در بالا، برای رویه زیرین ابر برقرار خواهد بود.



شکل۷. طرحواره باریکه‌ای که به‌طور غیرعمودی به دوربین می‌رسد. این باریکه از دایره توپر (در زیر ابر که صاف فرض شده است) از ابر جدا شده و با زاویه o نسبت به راستای عمود به دوربین می‌رسد. با استفاده از محاسبات هندسی، با داشتن x و h می‌توانیم به سادگی X و H را استخراج نماییم، به متن بنگرید.

نکته بعدی در ارتباط با زاویه نور رسیده از ابر است که ممکن است کاملاً عمودی نباشد (شکل ۳-ب). اولاً باید تصریح کنیم که عکس‌ها تا حد ممکن عمودی گرفته شده‌اند. همچنین زوایایی که با لنز پوشش داده شده اند، کوچک بوده‌اند. از آنجایی‌که یک حساب مثلثاتی ساده به ما نشان می‌دهد نتایج ما تا مرتبه دوم انحراف زاویه صحیح است، با فرض کوچک بودن این انحرافات، نتایج تحلیلی ما تغییر فاحشی نمی کنند. البته می‌توان تصحیحات ناشی از این موضوع را نیز در تحلیل اضافه کرد. در شکل ۷، طرحواره این موضوع نمایش داده شده است. به‌راحتی دیده می‌شود برای به‌دست آوردن ارتفاع صحیح باید $(x + h\sin o, h\cos o)$ را بعنوان زوج مرتب مورد بررسی در نظر گرفت که در آن $o = \tan^{-1}\frac{x}{d}$ و d ارتفاع پایه ابر نسبت به سطح زمین است. بنابراین یک نگاشت ساده زیر نیاز است:

$$(x,h) \rightarrow \left(x + \frac{h}{d}\frac{x}{\sqrt{1+\left(\frac{x}{d}\right)^2}}, \frac{h}{\sqrt{1+\left(\frac{x}{d}\right)^2}}\right). \qquad (۱۰)$$

توجه شود که در اینجا، h ارتفاع ستون ابر است که در قسمت قبل موردبررسی قرار گرفت. همچنین x فاصله افقی از مرکز ابر می‌باشد که با استفاده از ضریب درشت نمایی لنز دوربین به‌دست می‌آید. بررسی‌های ما نشان می‌دهد با این تبدیل، تا جایی که خطاها به ما اجازه می‌دهند، تغییری ایجاد نمی شود.

جدول ۱. شرایط آب‌وهوایی که عکس‌ها در آن گرفته شده است.φ زاویه بین نور خورشید و بردار عمود بر زمین است.

داده سال (۱۳۹۷)	دما (درجه سانتیگراد)	نقطه شبنم (درجه سانتیگراد)	رطوبت%	فشار (اینچ جیوه)	سرعت باد (مایل بر ساعت)	بارش	درجه(φ)
۱٦ خرداد	۲۷-۲۰	۱۱-٦	٤٦ − ۲۵	۲۵/۷	(WNW)۱٦ − ۷	۰/۰	۱۵:۵۰ − ۳۸:۲۰
۱۹ خرداد	۱۹-۱۷	۱٤-۱۲	۷۳ − ٦۸	۲۵/٦	(ENE)۱۸ − ۱۲	۰/۰	۱۵:٤۰ − ۳۸:۰۰
۲۰ خرداد	۱٦-۲۱	۹-۱۱	۷۲ − ۵۰	۲۵/۵	(E)۲۰ − ۵	۰/۰	۱۵:٤۰ − ۳۸:۰۰
۲٤ خرداد	۱۷-۲۳	۱۰-۱۲	٦۸ − ۵۰	۲۵/٦	(ENE)۱٦ − ۹	۰/۰	۱۵:۳۰ − ۳۷:٤۰
۲٦ خرداد	۱۹-۲۵	۱۰-۱۲	٦۰ − ٤۱	۲۵/۵	(WNW)۷ − ۵	۰/۰	۱۵:۲۰ − ۳۷:۳۰
۲۸ خرداد	۲۵-۲۱	۱۰-۱۲	۵۳ − ٤٤	۲۵/۵	(E)۱٤ − ۱۲	۰/۰	۱۵:۲۰ − ۳۷:۳۰
۳۱ خرداد	۲۲-۱۵	٦-۵	۵۱ − ۳۳	۲۵/۷	(NE)۱۸ − ۷	۰/۰	۱۵:۲۰ − ۳۷:۲۰
۲ تیر	۲۰-۲٤	۳-٤	۳۳ − ۲۵	۲۵/٦	(E)۱۸ − ۷	۰/۰	۱۵:۲۰ − ۳۷:۱۰
۳ تیر	۲۲-۲۵	٦-۱۰	۳۹ − ۳۱	۲۵/٦	(ENE)۱٤ − ۵	۰/۰	۱۵:۲۰ − ۳۷:۱۰
۵ تیر	۲۰-۲۷	۸-۱۰	٤٤ − ۳۰	۲۵/٦	(ESE)۱۸ − ۲	۰/۰	۱۵:۲۰ − ۳۷:۱۰
۷ تیر	۲۱-۲۷	۹-۱۰	٤٦ − ۳۰	۲۵/٦	(SE)۱۰ − ۷	۰/۰	۱۵:٤۰ − ۳۷:۰۰
۹ تیر	۳۲-۳۱	۹-۱۳	۳۵ − ۲٤	۲۵/۵	(ENE)۱٤ − ۷	۰/۰	۱۵:٤۰ − ۳۷:۰۰
۱۱ تیر	۳۲-۳۱	٦-۱۱	۲۹ − ۲۱	۲۵/۷	(ENE)۲۰ − ۱۸	۰/۰	۱۵:۵۰ − ۳۷:۰۰
۱۳ تیر	۳۲-۳۱	٦-٤	۲۰ − ۱٦	۲۵/٦	(E)۲۰ − ۱۸	۰/۰	۱٦:۰۰ − ۳۷:۲۰
۱٦ تیر	۲۳-۲۱	۱٦-۲۱	۷۳ − ٦۵	۲۵/۵	(ENE)۱۸ − ۱۲	۰/۰	۱٦:۲۰ − ۳۷:۲۰

۴. نتیجه‌گیری

در قسمت اول مقاله عکس‌های گرفته شده از ابرهای کومه‌ای را از مقیاس رنگی به مقیاس خاکستری تبدیل کرده و در هر پیکسل لگاریتم شدت (f) را به‌دست آوردیم. با استفاده از تکنیک‌های تحلیل سطوح زبر، رابطه همبستگی f را محاسبه کردیم که نمای زبری محلی را مشخص می‌کند. نشان دادیم سیستم مورد بررسی یک سطح تصادفی مقیاس ناوردا (خودمتشابه) است و نمای زبری موضعی (محلی) برای آن $\alpha_l = 0.67 \pm 0.05$ است. همچنین با محاسبه واریانس کل را محاسبه کردیم، که نمای زبری سرتاسری به دست می‌دهد. به این نتیجه رسیدیم که $\alpha_g = \alpha_l = \alpha$ است که نشان‌دهنده آن است که سیستم تک برخالی می‌باشد. با تحلیل توابع مختلف دیگر (تابع توزیع f و انحنای موضعی) نشان دادیم که این سطوح گاوسی نیستند. این نشان می‌دهد که ابرهای کومه‌ای سطوح تصادفی خود متشابهی را تشکیل می‌دهند که بر خلاف بسیاری از سطوح زبر مرسوم در مکانیک آماری گاوسی نیستند. سپس به منظور یافتن ارتباط با ضخامت ابر، به بررسی جذب و انعکاس تابش توسط ابر پرداختیم و مدلی درشت دانه شده را برای این منظور طراحی کردیم. با استفاده از شبیه‌سازی نشان دادیم که شدت‌نوری که به زمین می‌رسد به‌صورت نمایی به ضخامت برآمدگی ابر درست بالای ناحیه موردنظر بستگی دارد. در نتیجه لگاریتم شدت که به ارتفاع ابر نسبت داده شده بود می‌تواند نشان‌دهنده ارتفاع ابر باشد. این قسمت از مقاله شامل تقریب‌ها و فرضیاتی است که دامنه اعتبار آن‌را محدود می‌کند. در انتهای مقــاله به بررسی جوانب این محدودیت‌ها پرداخته‌ایم.

مراجع

Barabási, A. L. and Stanley, H. E., 1995, Fractal concepts in surface growth, Cambridge university press.

Bouchaud, E., Lapasset, G. and Planes, J., 1990, Fractal dimension of fractured surfaces: a universal value?, EPL (Europhysics Letters), p. 73.

Bouchaud, E., Lapasset, G., Planes, J. and Naveos, S., 1993, Statistics of branched fracture surfaces, physical Review B, 48(5), p. 29174.

Bouthors, A., Neyret, F., Max, N., Bruneton, E. and Crassin, C., 2008, Interactive multiple anisotropic scattering in clouds, Proceedings of the 2008 symposium on Interactive 3D graphics and games, (p. 173-182).

Cardoso, O., Gluckmann, B., Parcollet, O. and Tabeling, P., 1996, Dispersion in a quasi-two-dimensional-turbulent flow: An experimental study, Physics of Fluids, 8(1), 209-214.

Durbin, W, G., 1959, Droplet sampling in cumulus clouds, Tellus, 11.2, 202-215.

Hentschel, H. G. E. and Procaccia, I., 1984, Relative diffusion in turbulent media: the fractal dimension of clouds, Physical Review A, 29(3), 1461.

Kondev, J., Henley, C. L. and Salinas, D. G., 2000, Nonlinear measures for characterizing rough surface morphologies, Physical Review E, 61(1), p. 104.

Levin, L. M., 1958, Functions to represent drop size distribution in clouds, the optical density of clouds. Izv. Akad. Nauk. SSSR, Ser. Geofiz 10 198-702.

Lovejoy, S., 1982, Area-perimeter relation for rain and cloud areas, Science, 216(4542), 185-187.

Lovejoy, S. and Schertzer, D., 1991, Multifractal analysis techniques and the rain and cloud fields from 10^−3 to 10^6 m, Non-Linear Variability in Geophysics, 111-144 Springer, Dordrecht.

Max, N., 1995, Efficient light propagation for multiple anisotropic volume scattering, Photorealistic Rendering Techniques, p. 87-104. Springer, Berlin, Heidelberg.

Nagel, K. and Raschke, E., 1992, Self-organizing criticality in cloud formation?, Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 182(4), 519-531.

Najafi, M. N., Cheraghalizadeh, J., Luković, M., and Herrmann, H. J., 2020, Geometry-induced nonequilibrium phase transition in sandpiles, Physical Review E, 101(3), 032116.

Pelletier, J. D., 1997, Kardar-Parisi-Zhang scaling of the height of the convective boundary layer and fractal structure of cumulus cloud fields, Physical review letters, 78(13), p. 2672.

Plass, G. N. and Kattawar, G. W., 1971, Radiative transfer in water and ice clouds in the visible and infrared region, Applied Optics, 10(4), 738-748.

Premože, S., Ashikhmin, M., Tessendorf, J., Ramamoorthi, R. and Nayar, S. 2004, Practical rendering of multiple scattering effects in participating media. Proceedings of the Fifteenth Eurographics conference on Rendering Techniques, p. 363-374.

Ramshankar, R. and Gollub, J. P., 1991, Transport by capillary waves. Part II: Scalar dispersion and structure of the concentration field, Physics of Fluids A: Fluid Dynamics, 3(5), pp. 1344-1350.

Rys, Franz, S. and Waldvogel, A., 1986, Fractal shape of hail clouds, Physical review letters, 56(7), p. 784.

Sánchez, N., Alfaro, E. J. and Pérez, E., 2005, The fractal dimension of projected clouds. The Astrophysical Journal, 625(2), 849.

Thekkekara, L. V. and Gu, M., 2017, Bioinspired fractal electrodes for solar energy storages, Scientific reports, 7, 45585.

Twomey, S., Jacobowitz, H. and Howell, H. B., 1967, Light scattering by cloud layers. Journal of the Atmospheric Sciences, 24(1), 70-79.

Wright, W. B., Budakian, R., Pine, D. J. and Putterman, S. J., 1997, Imaging of intermittency in ripple wave turbulence, Science, 278(5343), pp. 1609-1612.

Journal of the Earth and Space Physics, Vol. 47, No. 1, Spring 2021, P. 11

Cumulus Clouds from the rough surface perspective

Cheraghalizadeh, J.[1], Nattagh Najafi, M.[2*] and Saber Tazehkand, A.[3]

1. Ph.D. Student, Department of physics, University of Mohaghegh Ardabili, Ardabil, Iran
2. Associate Professor, Department of physics, University of Mohaghegh Ardabili, Ardabil, Iran
3. Assistant Professor, Department of physics, University of Mohaghegh Ardabili, Ardabil, Iran

(Received: 11 Oct 2020, Accepted: 24 Jan 2021)

Summary

Although it is well-known the clouds show a fractal geometry for a long time, their detailed analysis is missing in the literature yet. Within scattering of the received radiation from the sun, clouds play a very important role in the energy budget in the earth atmosphere. It was shown that the surface fluctuations and generally the statistics of the clouds has a very important impact on the scattering and the absorption of the radiation of the sun. In this paper we first study the relation between the visible light intensity and the width of the cumulus clouds. To this end, we find that the received intensity is $g(\varphi, H)\exp(-k'h)$, where $g(\varphi, H) \equiv \sigma(\varphi)\left(\frac{1-\exp(-k(\varphi)H))}{k(\varphi)}\right)$, $k(\varphi) \equiv k_{tot}\left(\sec\varphi - 1 - \frac{g}{k_{tot}R_d\bar{T}_v}\right)$, and $k' \equiv k_{tot}\left(1 + \frac{g}{k_{tot}R_d\bar{T}_v}\right)$. To this end we supposed that the transmitted intensity of light from a column of cloud is proportional to $exp\,(-k_{tot}z_h)$ where $k_{tot} = k_{abs} + k_{scat}$ (summation of the absorbed and the scattered contributions). Using this relation, we find a one to one relation between the cloud width and the intensity of the received visible light in low intensity regime. By calculating the Mie scattering cross sections for the physical parameters of the clouds, we argue that this correspondence works for thin enough clouds, and also the width of the clouds is proportional to the logarithm of the intensity. The Mie cross section is shown to behave almost like $\frac{1}{\varphi^3}$ for large enough φs, where φ is the angle of radiation of sun with respect to earth's surface, or equivalently the cloud's base. This allows us to map the system to two-dimensional rough media. Then exploiting the rough surface techniques, we study the statistical properties of the clouds. We first study the roughness, defined for rough surfaces as $W(L) \equiv \langle [h(\vec{r}) - \bar{h}]^2 \rangle_L$. This study on the local and global roughness exponents (α_l and α_g respectively) show that the system is self-similar. We also consider the fractal properties of the clouds. Importantly by least square fitting of the roughness we show numerically that the exponents are $\alpha_l = 0.67 \pm 0.05$ and $\alpha_g = 0.63 \pm 0.05$. We study also the other statistical observables and their distributions. By studying the distribution of the local curvature (for various scales) and the height variable we conclude that these functions, and consequently the system is not Gaussian. Especially the distribution of the height profile follows the Weibull distribution, defined via the relation $P_W(x|\gamma,\rho) = \frac{\rho}{\gamma}\left(\frac{x}{\gamma}\right)^{\rho-1}\exp-\left(\frac{x}{\gamma}\right)^{\rho}$ for $x \geq 0$ and zero otherwise. The reasoning of how this relation arises is out of scope of the present work, and is postponed to our future studies. The studies on the local curvature, defined via $C_b(\vec{r}) = \sum_{m=1}^{M}(h(\vec{r} + b\hat{e}_m) - h(\vec{r}))$ reveals the same behaviors and structure. All of these show that the problem of the width of cumulus clouds maps to a non-Gaussian self-similar rough surface. Also we show that the system is mono-fractal, which requires $\alpha_g = \alpha_l$. Given these results, the authors think that the top of the clouds are anomalous random rough surfaces that affect the albedo of cloud fields.

Keywords: Cumulus clouds, visible light scattering from the cloud surface, self-similar random surfaces, fractals.

* Corresponding author: nattagh.najafi@uma.ac.ir