

معکوس سازی خطی دوبعدی داده های الکترومغناطیس زمینی حوزه فرکانس با چشمه مصنوعی در محدوده عدد القاء کوچک

حسینعلی قاری^{۱*} و رامین ورفی نژاد^۲

۱. استادیار، دانشکده مهندسی معدن و متالورژی، دانشگاه یزد، یزد، ایران

۲. دانش آموخته دکتری، گروه فیزیک زمین، مؤسسه ژئوفیزیک، دانشگاه تهران، تهران، ایران

(دریافت: ۱۴۰۰/۹/۲۸، پذیرش نهایی: ۱۴۰۱/۷/۱۲)

چکیده

به منظور بازسازی مقاطع رسانایی الکتریکی زیرسطحی با استفاده از داده های ژئوالکترومغناطیس حوزه فرکانس تحت شرایط عدد القاء کوچک، یک الگوریتم مدل سازی معکوس تکراری در دو بعد از طریق رویکرد معادلات انتگرال خطی در محیط برنامه نویسی MATLAB توسعه داده شده است. الگوریتم معکوس سازی حاضر بر اساس یک مدل سازی پیشرو خطی دوبعدی بنا نهاده شده است که برای حل این مسئله پیشرو از راه حل عددی به جای شیوه تحلیلی استفاده می شود. از قابلیت های این الگوریتم خطی، محاسبه کرنل تنها در یک مرحله و استفاده از آن در تمام تکرارها می باشد که باعث افزایش سرعت محاسبات می شود. ورودی این فرایند معکوس سازی، مقادیر رسانایی الکتریکی ظاهری می باشند. برای بهینه سازی تابع هدف از شیوه کمترین مربعات وزن داده شده با حضور منظم سازی و همچنین اعمال قید، از طریق تابع وزن دهی عمقی، استفاده شده است که از شدت عدم یکتایی و ناپایداری آن کاسته شود. در این تحقیق، مقدار اولیه پارمتر منظم سازی با استفاده از بیشینه مقدار ماتریس عملگر پیشرو حاصل و سپس بهینه می شود. الگوریتم مذکور قادر به معکوس سازی در دو حالت منفرد و توأمان آرایه های هم صفحه افقی و هم صفحه قائم می باشد. صحت این الگوریتم با استفاده از داده های حاصل از دو مدل مصنوعی، مدل اول شامل یک آنومالی در دو حالت افقی یا قائم و مدل دوم شامل چهار آنومالی با ابعاد و موقعیت های مختلف، و همچنین داده های مربوط به یک دایک ضخیم در آفریقای جنوبی ارزیابی می شود. داده ها از طریق شرایط دستگاه های EM31، EM34 و EM38 شبیه سازی یا برداشت شده اند. نتایج معکوس سازی ها کارایی روش را در حد مطلوب نشان می دهند.

واژه های کلیدی: ژئوالکترومغناطیس حوزه فرکانس تحت شرایط عدد القاء کوچک، مدل سازی پیشرو، معادلات انتگرال خطی، معکوس سازی توأمان، تابع وزن دهی عمقی.

۱. مقدمه

جهت گیری های مختلف، این تجهیزات با ترکیب های متنوعی از فرکانس ها، فاصله جدایش ها و جهت گیری های مختلف از Tx-Rx طراحی شده اند. برای درک عملی از اصول اولیه چنین دستگاه هایی می توان به اطلاعات ارائه شده توسط مک نیل (۱۹۸۰) مراجعه کرد. به منظور اندازه گیری مستقیم رسانایی الکتریکی ظاهری زمین، دستگاه های الکترومغناطیسی باید تحت شرایط «عدد القاء کوچک» «Low-Induction-Number (LIN)» کار کنند که برای یک ابزار معین بستگی به هدایت غالب ساختار زیرسطحی مورد بررسی دارد (بیمیش، ۲۰۱۱). این رسانایی الکتریکی ظاهری، تحت تأثیر عوامل مختلفی از جمله میزان آب، کانی شناسی، دما، بافت خاک و سنگ،

سنسورهای سنجش رسانایی الکتریکی زمینی با نام «رسانایی سنج زمینی»، نوع خاصی از تجهیزات ژئوالکترومغناطیسی حوزه فرکانس (GeoFEM) هستند که از یک سیم پیچ کوچک به عنوان چشمه مصنوعی یا فرستنده (Tx) و یک سیم پیچ کوچک دیگر به عنوان گیرنده (Rx) تشکیل شده اند. هدف از کاربرد این تجهیزات، اندازه گیری میزان جفت شدگی (Coupling) میدان EM با زمین در نواحی کم عمق زیرسطحی می باشد که در نهایت به عنوان یک رهیافت سریع به منظور تهیه نقشه های رسانایی الکتریکی نزدیک سطح زمین نام برده می شوند. حال با هدف سنجش رسانایی الکتریکی زیرسطحی در مقیاس های عمقی متفاوت و ساختارهای با

تخلخل، نفوذپذیری و شوری قرار دارد (کلگری و همکاران، ۲۰۰۷).

دستگاه‌های ژئوالکترومغناطیسی حوزه فرکانس تحت شرایط LIN، تجهیزات LIN-GeoFEM، از انتشار میدان‌های الکترومغناطیسی متناوب در زیرسطح زمین برای اندازه‌گیری رسانایی الکتریکی ظاهری (σ_a , mS/m) زیرسطحی استفاده می‌کنند. این ویژگی اندازه‌گیری شده، میانگین پیچیده‌ای از رسانایی‌های الکتریکی محلی توزیع شده به صورت فضایی در زیر سطح است. دستگاه‌هایی که قادر هستند به عنوان ابزارهای LIN-GeoFEM کار کنند شامل EM31، EM34 و EM38 (Geonics Ltd., Mississauga, ON) سری GEM، (Geophex Ltd., Raleigh, NC) سری DualEM و (GF Instruments, s.r.o.) CMD سری (کلگری و همکاران، ۲۰۰۷). دامنه کاربرد این تجهیزات برای توصیف و پایش‌های هیدروژئوفیزیکی شامل مسائل زیست‌محیطی و هیدروژئولوژیکی رو به افزایش است. این کاربردها شامل مطالعات گسترش محدوده سفره آب زیرزمینی و محتوای آب (بروستن و همکاران، ۲۰۱۱؛ پرز-فلورس و همکاران، ۲۰۱۹)، بررسی‌های سنگ‌شناسی، میزان شوری و بافت خاک (سودوت و همکاران، ۲۰۰۱؛ کوالکانتیه فراگا و همکاران، ۲۰۱۹) تعیین محل دفن زباله (نایکیست و بلر، ۱۹۹۱؛ دیددا و همکاران، ۲۰۲۲)، تشخیص توده‌های آلاینده (ماتياس و همکاران، ۱۹۹۴؛ اوروزکو و همکاران، ۲۰۲۱) و کاربردهای فراوانی از این قبیل می‌باشد.

کاربردهای توصیف‌شده برای روش LIN-GeoFEM زمانی مفید خواهند بود که یک الگوریتم نسبتاً سریع و در عین حال به اندازه کافی دقیق برای معکوس‌سازی داده‌های برداشت‌شده، به منظور ایجاد مدل تغییرات رسانایی الکتریکی نزدیک سطح زمین، در دسترس باشد. در حال حاضر رویکردهای معکوس‌سازی یک‌بعدی به یک استراتژی استاندارد در تفسیر کمی و البته سریع برای حجم وسیعی از داده‌های LIN-GeoFEM تبدیل شده و

در بسیاری از موارد عملی مفید واقع می‌شوند. این روش‌ها بر اساس یکی از این دو فرض قرار دارند: ۱) زمین یک نیم‌فضای همگن است یا ۲) زمین به گونه‌ای لایه‌بندی شده است که ساختار رسانایی الکتریکی زیرسطحی تغییرات افقی قابل‌توجهی ندارد و همچنین توده رسانای مجزایی در محدوده اثر سیستم LIN-GeoFEM زیر سطح زمین وجود نداشته باشد. در این روش حتی می‌توان عارضه‌های رسانای دارای شیب ملایم را نیز مدل‌سازی کرد. انواع روش‌های معکوس‌سازی یک‌بعدی در محیط‌های مختلف مورد بررسی قرار گرفته‌اند و در نهایت برای تفسیر داده‌های LIN-GeoFEM در محیط‌های شبه‌لایه‌ای قابل اعتماد گزارش شده‌اند. این روش‌ها شامل معکوس‌سازی یک‌بعدی تک ایستگاهی (مینسلی، ۲۰۱۱)، معکوس‌سازی یک‌بعدی مقیدشده به صورت جانبی و عمقی، ID-LCI یا شبه دوبعدی، (مونتیرو سانتوس و همکاران، ۲۰۱۰) و رهیافت معکوس‌سازی یک‌بعدی مقید شده به صورت جانبی، عمقی و افقی، ID-SCI، یا شبه سه‌بعدی (الواسیف و همکاران، ۲۰۱۷)، می‌شوند. با اعمال الگوریتم‌های جستجوی تصادفی، مانند معکوس‌سازی بیزی (مینسلی، ۲۰۱۱)، از کمینه‌های محلی اجتناب شده است. البته با توجه به هزینه‌های محاسباتی زیاد، کاربرد این روش‌ها محدود شده است.

در مواردی که ساختارهای زمین‌شناسی تقریباً افقی هستند، با شیب کمتر از ۳۰ درجه، فرض زمین یک‌بعدی نتایج قانع‌کننده‌ای را ارائه می‌کند. با این وجود، این فرض ممکن است در برخی موارد با محدودیت‌هایی روبه‌رو شود و حتی گاهی در بازسازی مدل پیچیده زمین با شکست کامل مواجه شود. در بیشتر مواردی که ساختارهای زمین‌شناسی تغییرات افقی سریع در منطقه مورد بررسی نشان می‌دهند، یعنی ساختارهای دو یا سه‌بعدی، اجرای معکوس‌سازی یک‌بعدی برای تفسیر این نوع داده‌ها کافی به نظر نمی‌رسد و اثرات سه‌بعدی در مقاطع مقاومت‌ویژه ظاهر می‌شوند. همچنین ساختارهای دارای توپوگرافی زیرسطحی، مانند سنگ بستر با سطوح

است که معادله انتگرال غیرخطی است (گومز-تروینو، ۱۹۸۷؛ ژدانوف، ۲۰۰۹). با این حال، پرز-فلورس و همکاران (۲۰۰۱) نشان داد که با استفاده از تقریب Born (ژدانوف ۲۰۰۲) یک معادله خطی تقریبی برای مسئله LIN-GeoFEM به دست می آید. پرز-فلورس و همکاران (۲۰۰۱) این مسئله خطی را به صورت تحلیلی حل کرده اند. در ادامه گومز-پوئنتس و همکاران (۲۰۱۶)، سلپنگ و همکاران (۲۰۱۷) و پرز-فلورس و همکاران (۲۰۱۹) از این شیوه خطی در فرایند معکوس سازی داده های LIN-GeoFEM استفاده کرده اند.

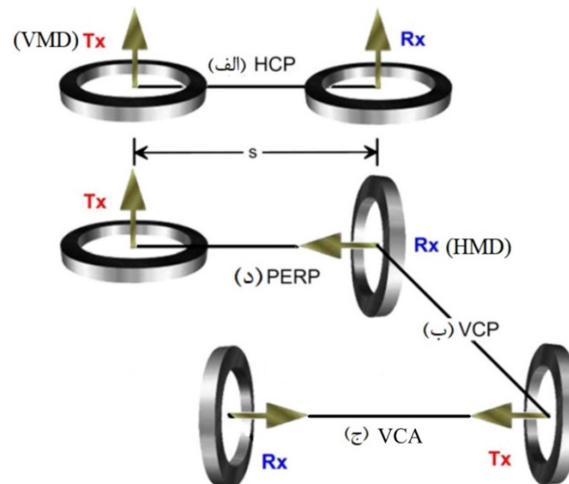
در این مقاله، ابتدا معادله انتگرالی خطی به صورت دوبعدی برای مسئله پیشرو روش LIN-GeoFEM استفاده شده است و با جایگزینی حل عددی به جای شیوه تحلیلی استفاده شده توسط ارائه دهندگان روش IE (پرز-فلورس و همکاران، ۲۰۰۱)، راه حل مذکور بهبود یافته است. سپس، برای حل مسئله معکوس از راه حل کمترین مربعات وزن داده شده با حضور منظم سازی و قید وزنی عمقی استفاده شده است. الگوریتم طراحی شده قادر به معکوس سازی در دو حالت منفرد و توأمان آرایه های هم صفحه افقی و هم صفحه قائم می باشد. نتایج آزمون های عددی روی مثال های مصنوعی و نمونه واقعی ارائه می شود. لازم به ذکر است که تمامی مراحل فرایند مذکور در محیط MATLAB انجام شده است.

۲. عملکرد سیستم های LIN-GeoFEM

سیستم های GeoFEM از یک یا چند سیم پیچ فرستنده و گیرنده استفاده می کنند (بیمیش، ۲۰۱۱؛ مک نیل، ۱۹۸۰). در این سیستم ها از آرایه هم صفحه افقی HCP (شامل دو دوقطبی قائم (VMD))، هم صفحه قائم VCP (شامل دو دوقطبی افقی (HMD))، هم محور قائم VCA (شامل دو دوقطبی افقی) و متعامد PPER (شامل یک دوقطبی افقی و یک دوقطبی قائم) برای تشخیص تباین رسانایی الکتریکی در زمین استفاده می شود (شکل ۱) (بیمیش، ۲۰۱۱).

ناصاف، دره های مدفون و برجستگی های متناوب، محدودیت هایی را در راستای استفاده از روش های معکوس سازی یک بعدی ایجاد می کند. با وجود پیشرفت های چشمگیر در زمینه بهبود قدرت پردازشگرها، یک الگوریتم معکوس سازی بر اساس راه حل سه بعدی کامل و البته با دقت کافی، مانند ساساکی (۲۰۰۱)، هزینه های محاسباتی نسبتاً بالایی را به همراه دارد که منجر به طولانی شدن زمان اجرا می شود و در نتیجه از نظر عملی اهمیت کمتری خواهد داشت.

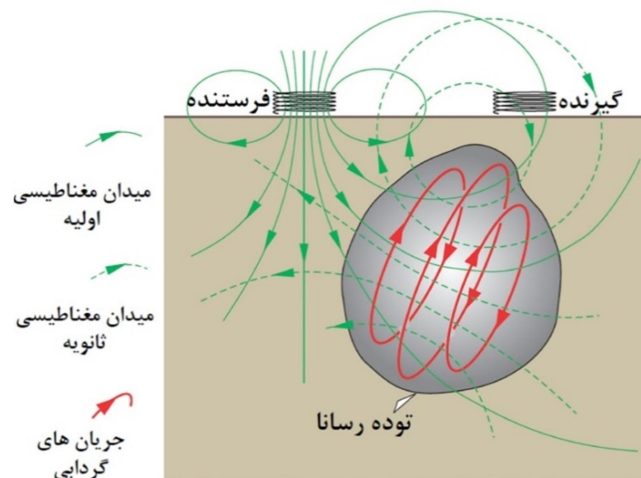
یک راه حل مؤثر برای غلبه بر برخی محدودیت های الگوریتم های یک بعدی موجود و همچنین زمان بر بودن رویکردهای سه بعدی، رهیافت دو و نیم بعدی می باشد که دو شرط دقت کافی و زمان اجرای کوتاه تر را برآورده می کند. این روش منجر به بازیابی یک مدل مقاومت ویژه دوبعدی زیرسطحی می شود، به شرطی که در محدوده اثر سیستم LIN-GeoFEM تغییرات مقاومت ویژه در طول امتداد ساختار قابل چشم پوشی باشد. سپس، با استفاده از یک راه حل عددی مناسب دو و نیم بعدی چندین الگوریتم کارآمد معکوس سازی دو و نیم بعدی برای تفسیر داده ها توسعه یافته اند، از قبیل اختلاف محدود (FD) و المان محدود (FE) (ساساکی، ۲۰۰۱؛ ساساکی و همکاران، ۲۰۱۰؛ اوه و همکاران، ۲۰۱۶). روش معادلات انتگرالی (IE) یک ابزار قدرتمند در مدل سازی شیوه LIN-GeoFEM محسوب می شود، به ویژه برای مدل هایی که دارای پس زمینه ای با ساختار رسانایی الکتریکی ساده هستند. مزیت اصلی روش IE در مقایسه با روش های FD و FE شبیه سازی سریع و دقیق پاسخ مدل هایی حاوی توده های فشرده دوبعدی یا سه بعدی در پس زمینه لایه ای است. محدودیت اصلی روش IE این است که مدل رسانایی الکتریکی پس زمینه باید دارای ساختار ساده ای باشد تا محاسبه کارآمد تابع گرین امکان پذیر باشد (ژدانوف، ۲۰۰۹). خوشبختانه، پرکاربردترین مدل های پس زمینه در کارهای اکتشافی، مواردی هستند که از لایه های همگن افقی تشکیل شده اند. مسئله اصلی این



شکل ۱. طرح شماتیک آرایه‌های سیم‌پیچ-سیم‌پیچ مورد استفاده توسط سیستم‌های LIN-GeoFEM (الف) HCP، آرایه هم صفحه افقی، (ب) VCP، آرایه هم صفحه قائم، (ج) VCA، آرایه هم‌محور قائم و (د) PERP، آرایه متعامد. s به فاصله جدایش مراکز سیم‌پیچ‌ها اشاره دارد. پیکان‌ها جهت‌گیری دوقطبی-های مغناطیسی را در فرستنده‌ها (Tx) و گیرنده‌ها (Rx) نشان می‌دهند (بیمیش، ۲۰۱۱).

مجازی ((out-of-phase or quadrature-phase Q)) است. این مقادیر I و Q به سه طریق به کار گرفته می‌شوند: (۱) به‌طور مستقیم به‌صورت نقشه در می‌آیند و یک تفسیر کیفی از توزیع رسانایی الکتریکی در هر عمق از منطقه مورد نظر ارائه می‌دهند؛ (۲) اگر در چند فرکانس اندازه‌گیری شده باشند، وارد فرایند معکوس‌سازی می‌شوند و یک مدل رسانایی الکتریکی زیرسطحی بر می‌گردانند. از آنجایی که فاصله فرستنده-گیرنده در مقایسه با شعاع آنها به قدر کافی بزرگ هست، می‌توان فرستنده و گیرنده را به‌صورت یک VMD یا HMD تقریب زد.

سیگنال فرستنده، میدان مغناطیسی اولیه، با جریان الکتریکی سینوسی گذرنده از سیم‌پیچ فرستنده در یک یا چند فرکانس گسسته تولید می‌شود. این میدان مغناطیسی اولیه در حال نوسان باعث ایجاد جریان‌های گردابی زیر سطح زمین می‌شود. این جریان‌ها میدان مغناطیس ثانویه را تولید می‌کنند، که به توزیع رسانایی الکتریکی زیر سطح زمین بستگی دارد (شکل ۲). میدان مغناطیسی ثانویه اندازه‌گیری شده به‌وسیله سیم‌پیچ گیرنده بر میدان مغناطیسی اولیه تقسیم می‌شود و «نسبت جفت‌شدگی» (coupling ratio (CR)) اطلاق می‌شود. این نسبت یک عدد مختلط شامل دو بخش حقیقی ((in-phase (I)) و



شکل ۲. طرح شماتیک از شیوه عملکرد سیستم GeoFEM و پاسخ مغناطیسی حاصل از یک زمین ناهمگن. نمودار وضعیت یک میدان اولیه را می‌توان مشاهده کرد که شدت آن در حال افزایش است، بنابراین میدان ثانویه جهت مخالف دارد تا با تغییرات ایجاد شده مخالفت کند (دنتیث و ماج، ۲۰۱۴).

پوستی (۵) (رابطه ۵)، به صورت دیگری بیان کرد.

$$\theta = \frac{s}{\delta} = \frac{iks}{(1+i)} \quad (5)$$

که عمق پوستی از طریق رابطه (۶) حاصل می شود:

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu_0 \sigma}} \quad (6)$$

و بسط تابع نمایی در سری توانی آن، به صورت زیر نوشت:

$$\frac{H_z}{H_0} = \frac{-2}{((i+1)\theta)^2} \left[\frac{-((i+1)\theta)^2}{2} - \frac{((i+1)\theta)^4}{8} + \frac{5((i+1)\theta)^5}{24} + \dots \right] \quad (7)$$

$$\frac{H_y}{H_0} = \frac{-2}{((i+1)\theta)^2} \left[\frac{-((i+1)\theta)^2}{2} - \frac{((i+1)\theta)^4}{8} + \frac{((i+1)\theta)^5}{24} - \dots \right] \quad (8)$$

هنگامی که شرایط LIN برآورده می شود، یعنی عدد القاء به اندازه کافی کوچک است، به عبارت دیگر $ks \ll 1$ در معادلات (۷) و (۸) فقط دو جمله اول به کار می آیند:

$$\frac{H_y}{H_0} \approx \frac{H_z}{H_0} \approx 1 + i \frac{\theta^2}{2} \quad (9)$$

حال با استفاده از قسمت مجازی نسبت جفت شدگی موجود در معادله (۹)، رسانایی الکتریکی ظاهری حاصل می شود:

$$\sigma_a \approx \frac{4}{\omega \mu_0 s^2} \operatorname{Im} \left\{ \frac{H}{H_0} \right\} \quad (10)$$

به صورت خلاصه مفروضات اصلی تقریب LIN بدین شرح زیر است: (۱). فرکانس کمتر از ۱۵ کیلوهرتز، (۲) سیم پیچ ها در ارتفاع صفر (۳) عدد القایی (B) بسیار کمتر از واحد، (۴) نفوذپذیری مغناطیسی فضای آزاد را فرض می کنیم، یعنی فرض بر این است که برداشت در محیط زمین شناسی غیرمغناطیسی انجام شده است، (۵) تقریب مجانبی معادلات ماکسول. در جدول (۱) برخی تجهیزات سنجش رسانایی الکتریکی زمین که با شرایط LIN طراحی شدند، را نشان می دهد.

معادلات تحلیلی پیچیده ای برای محاسبه مقادیر خروجی (I,Q) سیستم های GeoFEM برای یک زمین همگن توسعه داده شده اند که این مقادیر به رسانایی الکتریکی محیط، فرکانس، جهت گیری و فاصله جدایش سیم پیچ ها بستگی دارد (ویت، ۱۹۵۵؛ اسپایس و فریشکنخت، ۱۹۹۱). در ادامه با توسعه سیستم های مذکور، از طریق اعمال تقریب زنی در این معادلات پیچیده، امکان اندازه گیری مستقیم رسانایی الکتریکی خاک، با استفاده از تقریب معادلات پیچیده طراحی شده اند. این تقریب فقط تحت محدودیت های خاصی صادق است که به آنها شرایط «عدد القاء کوچک» گفته می شود (مک نیل، ۱۹۸۰؛ مندز دلگادو و همکاران، ۱۹۹۹؛ پرز-فلورس و همکاران، ۲۰۰۱؛ گومز-تروینو و همکاران، ۲۰۰۲؛ مونتیرو سانتوس، ۲۰۰۴؛ پرنو و همکاران، ۲۰۲۱).

نسبت جفت شدگی را برای آرایه های HCP و VCP بر روی یک نیم فضای همگن و با در نظر گرفتن شرط شبه ایستا (Quasi-static) و با نادیده گرفتن جریان های جابه جایی (Displacement current)، می توان به صورت زیر نوشت (مک نیل ۱۹۸۰؛ وارد و هوهمن ۱۹۸۸):

$$\frac{H_z}{H_0} = \frac{2}{k^2 s^2} [-9 + (9 + 9iks - 4k^2 s^2 - ik^3 s^3) e^{-iks}] \quad (1)$$

$$\frac{H_y}{H_0} = \frac{2}{k^2 s^2} [3 + k^2 s^2 - (3 + 3iks - k^2 s^2) e^{-iks}] \quad (2)$$

$$H_0 = \frac{-m}{4\pi s^3} \quad (3)$$

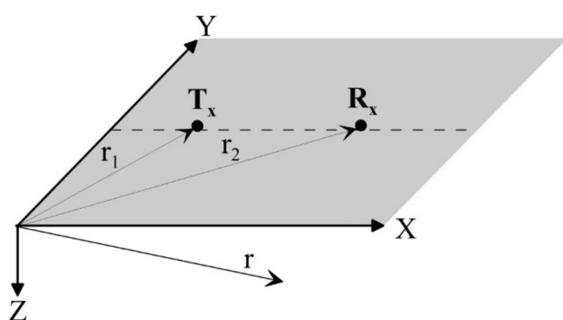
$$k = \sqrt{-i\omega \mu_0 \sigma} \quad (4)$$

که در اینجا $s, k, \omega = 2\pi f$ ، $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ Hm}^{-1}$ و m به ترتیب فاصله بین سیم پیچ ها، عدد موج در حالت شبه ایستا، فرکانس زاویه ای، نفوذپذیری مغناطیسی فضای آزاد، رسانایی الکتریکی و گشتاور دوقطبی مغناطیسی فرستنده هستند. همچنین H_0 میدان اولیه مربوط آرایه هم صفحه می باشد.

حال می توان معادلات (۱) تا (۴) را با استفاده از تعریف عدد القاء (θ)، به صورت نسبت فاصله سیم پیچ ها به عمق

جدول ۱. تجهیزات زمینی LIN-GeoFEM رایج به همراه عمق نفوذ مؤثر آنها.

برند	مدل	جدایش فرستنده و گیرنده (متر)	فرکانس (کیلوهرتز)	آرایه	عمق مؤثر بررسی (متر)
Geonics	EM 31	۳/۶۶	۹/۸	HCP / VCP	۵/۵ - ۲/۷۵
Geonics	EM 34	۱۰	۶/۴	HCP / VCP	۱۵ - ۷/۵
		۲۰	۱/۶	HCP / VCP	۳۰ - ۱۵
		۴۰	۰/۴	HCP / VCP	۶۰ - ۳۰
Geonics	EM 38	۱	۱۴/۶	HCP / VCP	۱/۵ - ۰/۷۵
DualEM	DUALEM -1/1S	۱	۹	HCP / PERP	۱/۵ - ۰/۵
DualEM	DUALEM -2/2S	۲	۹	HCP / PERP	۳ - ۱
DualEM	DUALEM -4	۴	۹	HCP / PERP	۶ - ۲
GF Instruments	CMD-MiniExplorer	۰/۳۲	۳۰	HCP / VCP	۰/۲۵ - ۰/۵
		۰/۷۱		HCP / VCP	۰/۵ - ۱
		۱/۱۸		HCP / VCP	۰/۹ - ۱/۸



شکل ۳. تنظیمات فرستنده و گیرنده برای آرایه دلخواه در برداشتهای GeoFEM (پرز-فلورس و همکاران، ۲۰۰۱).

انتگرال گیری در معادلات (۱۱) تا (۱۲) از $-\infty$ تا $+\infty$ در امتداد محور y (جهت استرایک) انجام می شود، که می تواند به صورت تحلیلی یا عددی صورت گیرد. در این مقاله برای دستیابی به یک راه حل، انتگرال گیری عددی دوبعدی انجام شده است. زیر سطح زمین با استفاده از سلول های منشوری با سطح مقطع مربعی (یا مستطیلی) به تعداد $n_x \times n_z$ و با ابعاد l_x و l_z ، که در امتداد محور y تا بی نهایت کشیده شده اند، گسسته سازی شده است و به هر سول یک مقدار رسانایی الکتریکی ثابت اختصاص می یابد. برای گسسته سازی و حل عددی از روش نقطه میانی (midpoint rule) بهره گرفته شده است که برای

۳. مدل سازی داده های LIN-GeoFEM

۳-۱. روش مدل سازی پیشرو

پرز-فلورس و همکاران (۲۰۱۲) با استفاده از تقریب بورن، شیوه معادلات انتگرال خطی را برای مدل سازی سه بعدی دو قطبی های مغناطیسی قائم و افقی در روش LIN-GeoFEM را مطرح کرده اند. مطابق این روش، داده های مسئله یعنی مقادیر رسانایی الکتریکی ظاهری استخراج شده از دستگاه با پارامترهای مدل یعنی مقادیر رسانایی الکتریکی حقیقی زمین از طریق معادله (۱۱) برای VMD:

$$\sigma_a(r_1, r_2) = -\frac{16\pi s}{\omega \mu_0 m_z} \iint_V G_{H_z}(r, r_2) \cdot E_{H_z}(r, r_1) \sigma(r) d^3 r \quad (11)$$

و معادله (۱۲) برای HMD رابطه دارند:

$$\sigma_a(r_1, r_2) = -\frac{16\pi s}{\omega \mu_0 m_y} \iint_H G_{H_y}(r, r_2) \cdot E_{H_y}(r, r_1) \sigma(r) d^3 r \quad (12)$$

که در این رابطه G_H و E_H توابع دایادیک گرین (مراجعه کنید به پیوست ۱ و شکل ۳)، $\sigma(r)$ پارامتر رسانایی الکتریکی حقیقی زمین و r_1 ، r_2 و r به ترتیب بردارهای مکان فرستنده، گیرنده و مدل زیر سطحی می باشند.

$$\min \rightarrow \|W_d (Am - d)\|_2^2 + \alpha \|W_m (m - m_i)\|_2^2 \quad (16)$$

که m_i مدل اولیه، α پارامتر منظم سازی و W_d و W_m به ترتیب ماتریس وزنی داده ها و پارامترهای مدل هستند. در این جا فرض بر این است که W_d یک ماتریس همانی است. حل معادله (۱۶) می تواند منجر به راه حل کمترین مربعات میرا شده وزن دار شود (منکه، ۲۰۱۲):

$$m = \frac{m_r + (W_m^{-1} A^T)(AW_m^{-1} A^T + \alpha I)^{-1}(d - Am_r)}{m_r + (W_m^{-1} A^T)(AW_m^{-1} A^T + \alpha I)^{-1}(d - Am_r)} \quad (17)$$

W_m ماتریس قطری وزن دهی عمقی است که توسط لی و اولدنبرگ (۱۹۹۶) برای معکوس سازی سه بعدی داده های مغناطیسی به صورت معادله (۱۸) معرفی شده است:

$$W_z = \frac{1}{Z^2} \quad (18)$$

Z بردار مختصات مرکز سلول و β توان تابع وزن دهی عمق است.

۴. صحت سنجی مدل سازی پیشرو

برای اطمینان از دقت عددی الگوریتم پیشنهادی در مدل سازی پیشرو، نتایج انتگرال گیری عددی دوبعدی با نتایج حاصل از راه حل تحلیلی موجود در معادلات (۱) و (۲) بر روی یک نیم فضای همگن با رسانایی ۱ میلی زیمنس بر متر مقایسه می شود. در این مدل سازی از آرایه های HCP و VCP متعلق به سیستم های EM31، EM34 و EM38 (جدول ۱) بهره گرفته شده است. در شکل (۴) پاسخ مدل مشاهده می شود. همان طور که از شکل ۴ برمی آید، مقایسه بین مدل سازی تحلیلی و دوبعدی مطابقت قابل توجهی را نشان می دهد.

۵. اجرای الگوریتم معکوس سازی

۵-۱. داده های LIN-GeoFEM حاصل از مدل مصنوعی اول

به منظور ارزیابی الگوریتم معکوس سازی پیشنهادی، ابتدا

جزئیات بیشتر می توان به استر و همکاران (۲۰۱۸) مراجعه کرد. انتگرال گیری از معادلات (۱۱) و (۱۲) در امتداد محور y طبق فرمول زیر انجام می شود (پرز فلورس و همکاران، ۲۰۰۱):

$$\sigma_{a,H}(r_1, r_2) = -\frac{16\pi s}{\omega \mu_0 m_z} \iint \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} G_{H_z}(r, r_2) \cdot E_{H_z}(r, r_1) \sigma(r) dy \right\} dx dz \quad (13)$$

$$\sigma_{a,V}(r_1, r_2) = -\frac{16\pi s}{\omega \mu_0 m_y} \iint \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} G_{H_y}(r, r_2) \cdot E_{H_y}(r, r_1) \sigma(r) dy \right\} dx dz \quad (14)$$

بنابراین، با پیاده سازی انتگرال عددی در طول محور y و گسسته سازی معادلات (۱۳) و (۱۴) در امتداد x و z ، معادلات ماتریسی زیر برای هر کدام از آرایه ها ایجاد می شود:

$$\sigma_a = A * \sigma \quad (15)$$

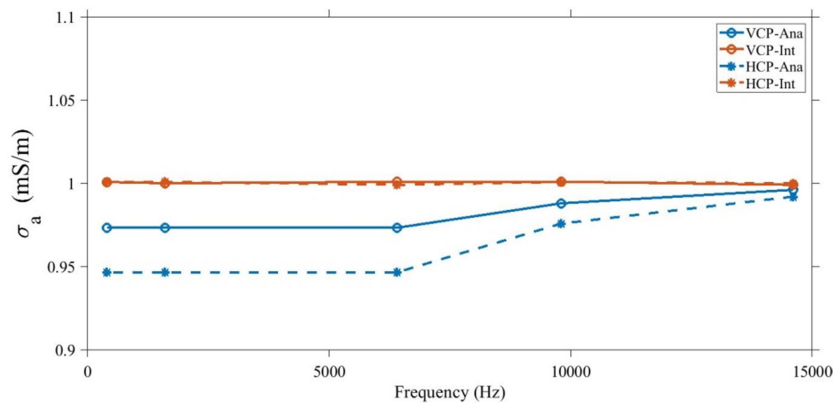
که در این معادلات σ_a بردار رسانایی الکتریکی ظاهری اندازه گیری شده است که برای آرایه HCP با $\sigma_{a,H}$ و برای آرایه VCP با $\sigma_{a,V}$ مشخص شده است، σ شامل مجهولات یا پارامترهای مدل و A ماتریس کرنل یا عملگر پیشرو است.

۳-۲. روش مدل سازی معکوس

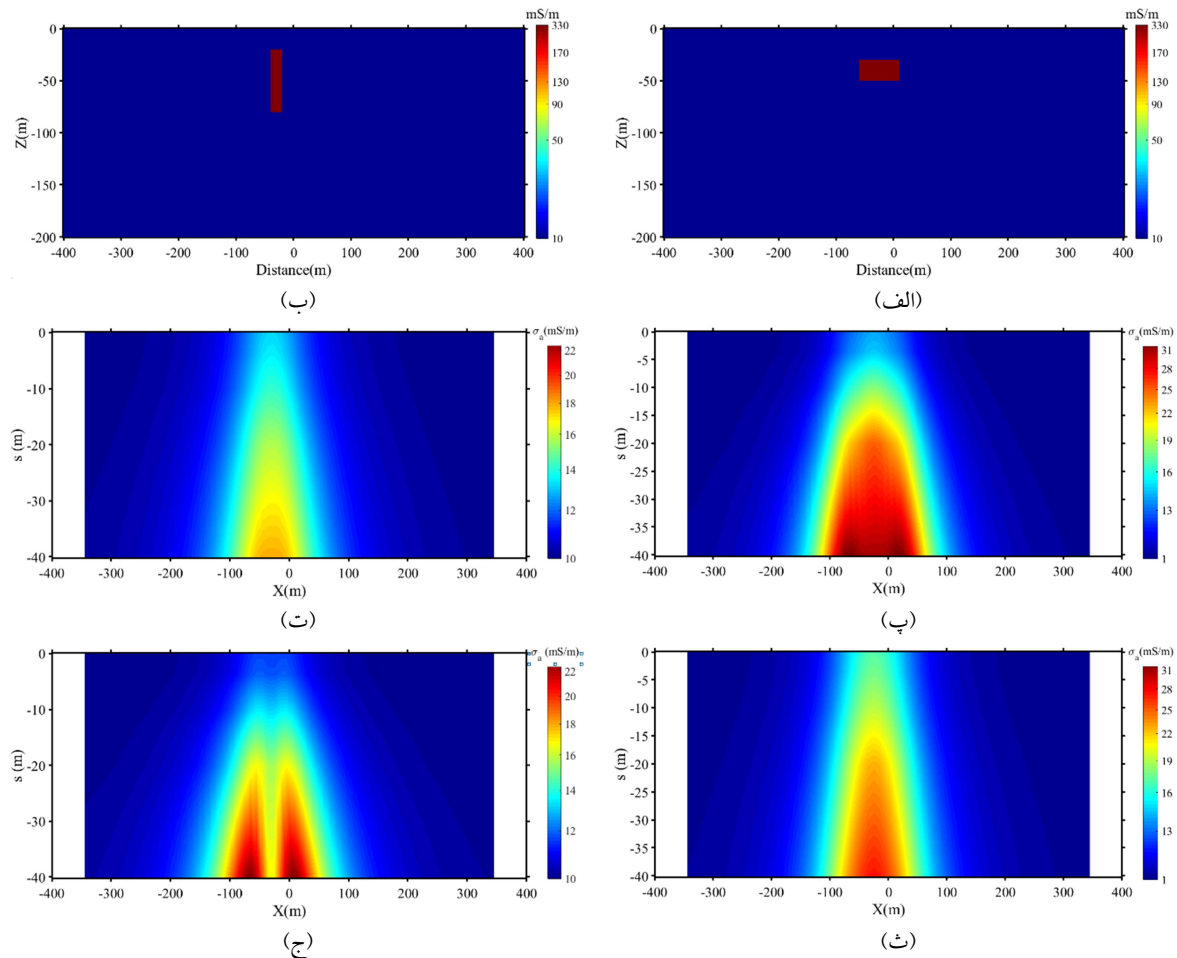
فرایند معکوس سازی از طریق راه حل کمترین مربعات میرا شده وزن دار انجام می شود. مدل اولیه در این معکوس سازی یک مدل نیم فضای همگن برابر با مقدار متوسط رسانایی های الکتریکی ظاهری اندازه گیری شده، می باشد. همانند سایر روش های ژئوفیزیکی، معکوس سازی داده های LIN-GeoFEM دارای عدم یکتایی و ناپایداری می باشند. بنابراین، به منظور جلوگیری از این مشکلات یا کاهش اثر آنها، قیدهایی معرفی می گردند. حال پارامترهای مدل، یعنی رسانایی های الکتریکی واقعی زیر سطح زمین، با کمینه کردن تابع هدف موجود در معادله (۱۶) حل می شوند (تیخونوف و آرسنین، ۱۹۷۷):

در این قسمت از آرایه‌های HCP و VCP مربوط سیستم‌های EM31، EM34 و EM38، ذکر شده در جدول ۱، برای شبیه‌سازی برداشت داده با فاصله ایستگاهی ۱۰ متر به کار رفته است. داده‌های مشاهداتی در شکل ۵ نشان داده شده‌اند.

از مدل شامل یک منشور رسانا (۳۳۰ میلی زمینس بر متر) واقع در عمق ۳۰ متری یک نیم‌فضای مقاوم همگن (۱۰ میلی زمینس بر متر) استفاده شده است (شکل‌های ۵-الف و ۵-ب). این منشور در دو حالت افقی (۵۰×۲۰) و قائم (۲۰×۵۰) طراحی شده است.



شکل ۴. نتایج حاصل از مدل‌سازی پیش‌رو به‌وسیله انتگرال‌گیری عددی دوبعدی (Int) و راه‌حل تحلیلی (Ana) موجود در معادلات (۱) و (۲).

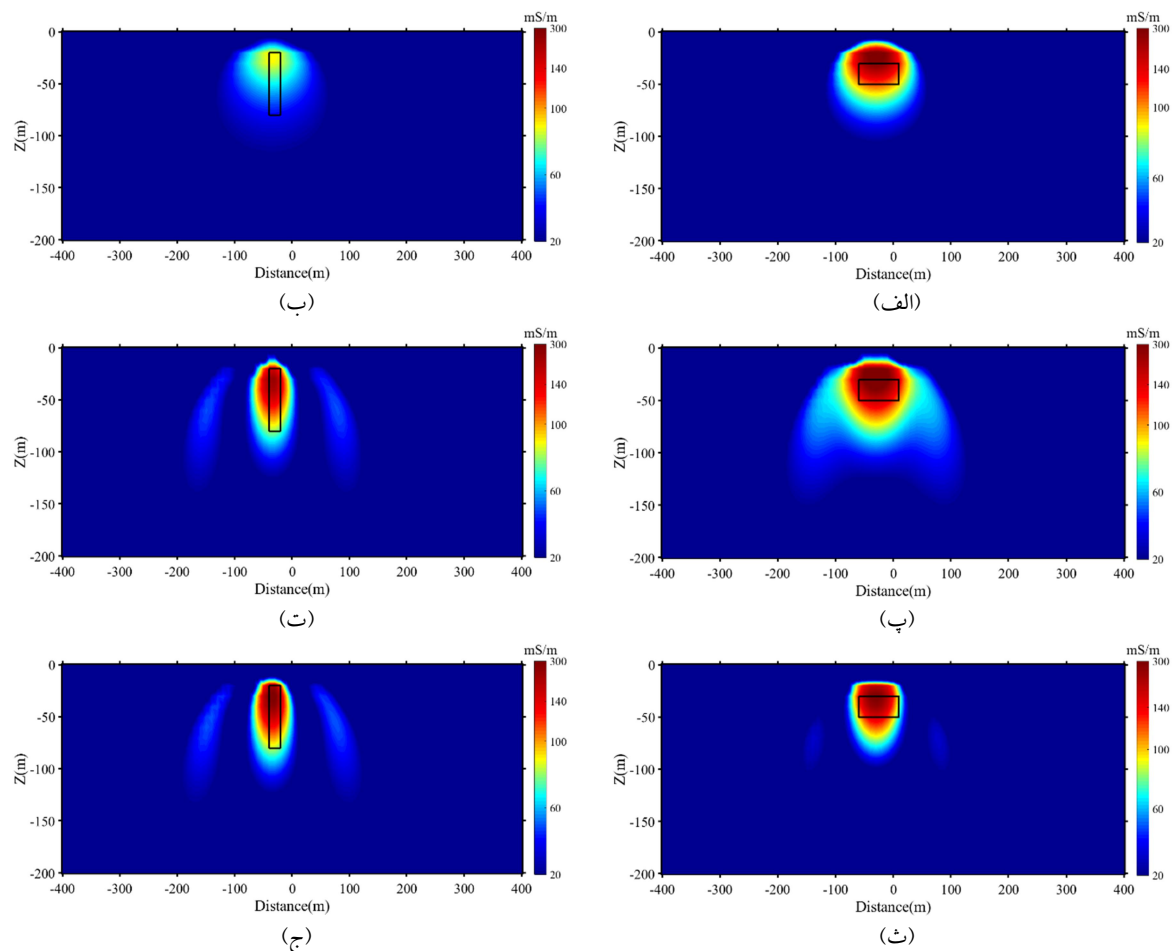


شکل ۵. معکوس‌سازی داده‌های حاصل از مدل مصنوعی اول. الف) و ب) مدل اصلی؛ پ) و ت) مقادیر رسانایی ظاهری حاصل از اجرای آرایه VCP به‌ترتیب بر روی مدل موجود در قسمت الف) و ب)؛ ث) و ج) مقادیر رسانایی ظاهری حاصل از اجرای آرایه HCP به‌ترتیب بر روی مدل موجود در قسمت الف) و ب).

الکتریکی ناشناخته از زیر سطح زمین است، معکوس سازی توأمان می تواند نتایج منطقی تری را در حالت کلی بازیابی کند.

در فرایند معکوس سازی این مدل، توان تابع وزن دهی برابر ۲ انتخاب شده است و این موضوع با مقدار پیشنهادی در معکوس سازی داده های مقاومت ویژه برای اهداف توده ای در تطابق می باشد. برگرداندن مدل مطلوب فقط در چهار تکرار حاصل شد که این نیز بیانگر سرعت بالای الگوریتم حاضر است. همچنین این نکته قابل ذکر است که چون معکوس سازی خطی است، ماتریس عملگر پیشرو یک بار محاسبه می شود و لازم نیست مانند معکوس سازی غیرخطی در هر تکرار ماتریس ژاکوبین محاسبه شود.

داده های مرتبط با آرایه HCP و VCP به صورت منفرد و توأمان وارد فرایند معکوس سازی شده اند و مقاطع مربوط به آنها را در شکل (۶) می توان مشاهده کرد. همان طور که ملاحظه می شود، مکان افقی بی هنجاری و گستره عمقی منشور در هر دو حالت از طریق هر سه معکوس سازی بازیابی شده است و رسانندگی تخمین زده شده تا حد بسیار خوبی به رسانندگی مدل اصلی نزدیک است؛ اما در این مدل سازی مصنوعی به نظر می رسد معکوس سازی داده های HCP و VCP به ترتیب منشور قائم و افقی را بهتر برگردان می کنند. این موضوع به وضوح نشانگر کارآمدی این الگوریتم و نیز تابع وزن دهی عمقی مورد استفاده می باشد. البته از آنجایی که هدف کشف ساختار رسانایی

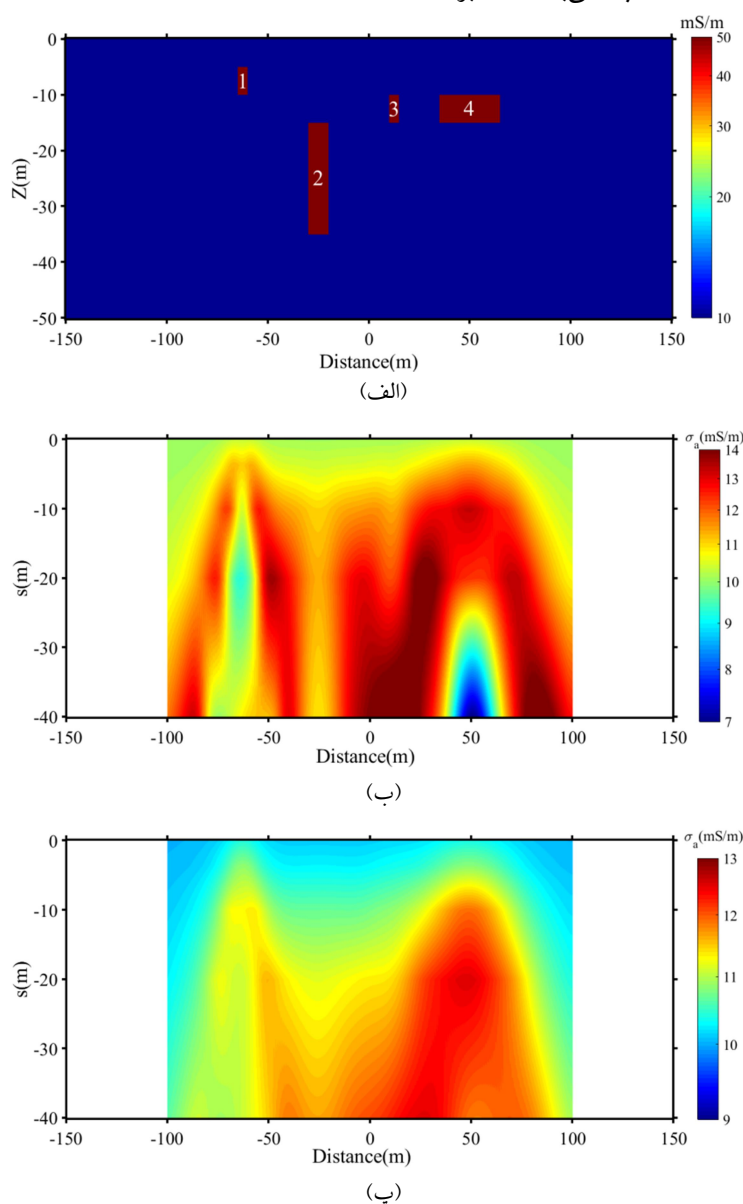


شکل ۶. معکوس سازی داده های حاصل از مدل مصنوعی اول. الف) و ب) مقطع رسانایی الکتریکی بازیابی شده حاصل از اجرای آرایه VCP به ترتیب بر روی مدل موجود در شکل (۵-الف و ب)؛ پ) و ت) مقطع رسانایی الکتریکی بازیابی شده حاصل از معکوس سازی داده های مربوط به اجرای آرایه HCP به ترتیب بر روی مدل موجود در شکل (۵-الف و ب)؛ ث) و ج) مقطع رسانایی الکتریکی بازیابی شده حاصل از معکوس سازی توأمان داده های مربوط به اجرای آرایه VCP و HCP به ترتیب بر روی مدل موجود در در شکل (۵-الف و ب).

۲-۵. داده‌های LIN-GeoFEM حاصل از مدل مصنوعی دوم

در این بخش، الگوریتم معکوس‌سازی با مدلی شامل چهار منشور رسانا در یک نیم‌فضای همگن (پرز-فلورس و همکاران، ۲۰۱۲) مجدداً مورد ارزیابی قرار می‌گیرد (شکل ۷-الف). این مدل به دلیل این که شامل چند بی‌هنجاری متفاوت است و به اندازه کافی پیچیدگی دارد، در بررسی کارایی الگوریتم‌های معکوس‌سازی مناسب می‌باشد و برای

روش‌های مختلف ژئوفیزیکی چون روش مقاومت‌ویژه، گرانی‌سنجی و مغناطیس‌سنجی نیز به کار گرفته شده است. شبه‌مقطع حاصل از پاسخ این مدل برای هر دو آرایه HCP و VCP بر اساس عملکرد EM31، EM34 و EM38 (جدول ۱)، در شکل‌های (۷-ب) و (۷-پ) به تصویر کشیده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، شبه‌مقطع حاصل از آرایه HCP شامل داده‌های رسانندگی ظاهری کوچک‌تر از مقدار زمینه رسانندگی است.



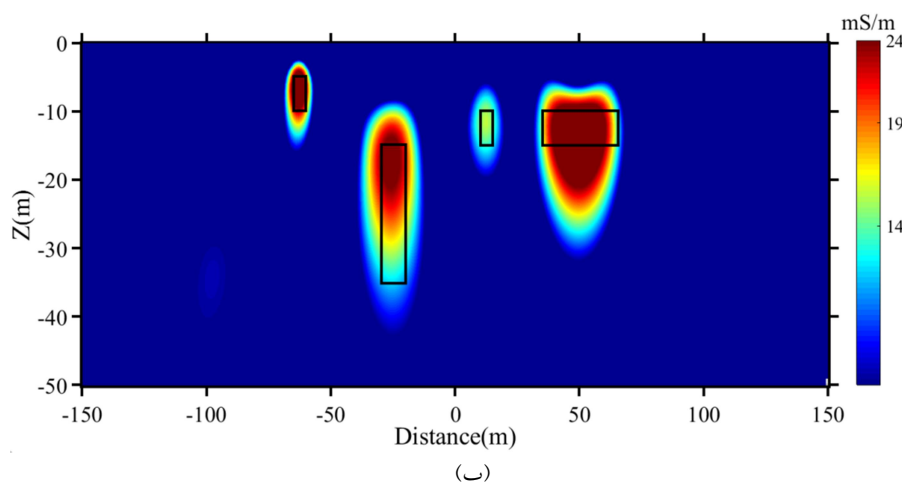
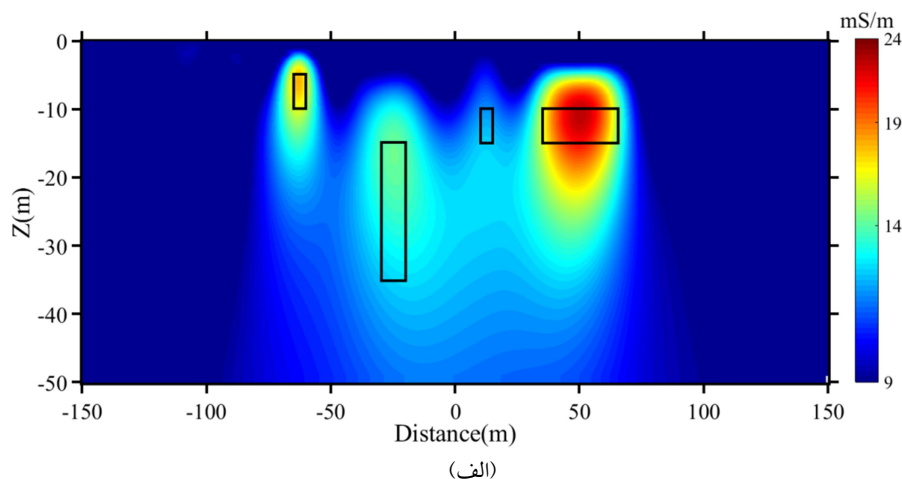
شکل ۷. شبیه‌سازی داده‌های حاصل از اجرای سیستم‌های LIN-GeoFEM بر روی مدل مصنوعی دوم. (الف) مدل اصلی، (ب) شبه‌مقطع رسانایی الکتریکی حاصل از اجرای آرایه HCP بر روی مدل موجود در قسمت الف)، (پ) شبه‌مقطع رسانایی الکتریکی حاصل از اجرای آرایه VCP بر روی مدل موجود در قسمت الف).

به خوبی بازسازی شده اند و نسبت به نتایج پیشین ارائه شده برای این مدل (پرز-فلورس و همکاران، ۲۰۰۱). به وضوح بهتر است.

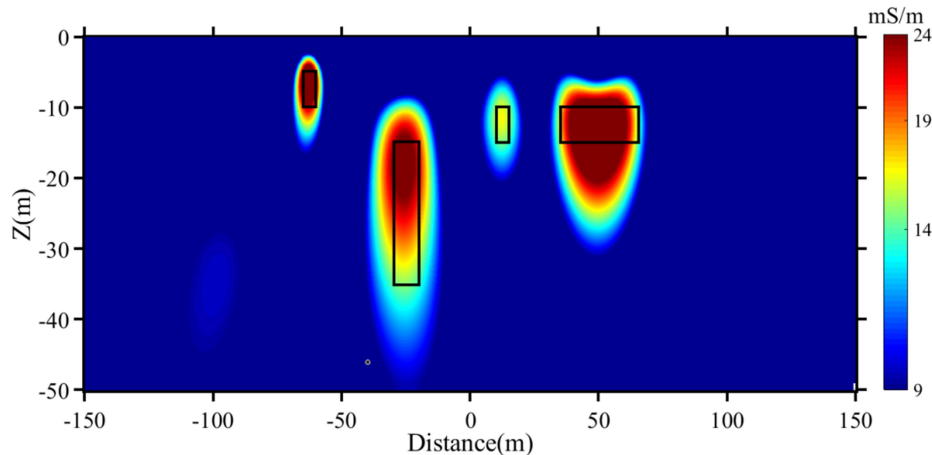
همان طور که انتظار می رود هنگامی که داده های مرتبط با هر دو آرایه به صورت توأمان وارد فرایند معکوس سازی شده اند، بازیابی بی هنجاری ها بهتر صورت گرفته است. در واقع این مقطع بازیابی شده به وضوح بیان کننده عملکرد بسیار خوب الگوریتم معکوس سازی پیشنهادی است.

مقادیر پارامتر منظم سازی برای هر سه حالت برابر ۰/۰۲ در نظر گرفته شده است و با توجه به توده ای بودن اهداف زیر سطحی توان تابع وزن دهی برای آنها برابر ۲ در نظر گرفته شد. فرایند معکوس سازی در هر سه حالت با ۴ تکرار انجام شده است.

نتایج معکوس سازی با استفاده از الگوریتم پیشنهادی بر روی داده های مرتبط با آرایه HCP و VCP به صورت منفرد و توأمان در شکل های (۸-الف) و (۸-ب) و (۹) قابل مشاهده است. در مقطع بازسازی شده از داده های آرایه VCP، منشور ۱ و ۴ از نظر گستره افقی و عمقی تقریباً خوب بازیابی شده اند اما منشور سوم تقریباً بازیابی نشده است و بی هنجاری دوم از تفکیک پذیری کمی برخوردار است هر چند که مکان افق و دامنه عمقی آن تا حد نسبتاً قابل قبولی به مدل اصلی شباهت دارد. مقایسه نتیجه فوق با مقطع بازیابی شده توسط پرز-فلورس و همکاران (۲۰۰۱)، برتری الگوریتم معکوس سازی ارائه شده در این مقاله را تأیید می کند. در مقطع معکوس سازی حاصل از داده های آرایه HCP، هر چهار بی هنجاری



شکل ۸. معکوس سازی داده های حاصل از مدل مصنوعی دوم موجود در شکل (۷-الف): (الف) مقطع رسانایی الکتریکی بازیابی شده حاصل از معکوس سازی داده های مربوط به اجرای آرایه VCP بر روی مدل موجود در در شکل (۷-الف)، (ب) مقطع رسانایی الکتریکی بازیابی شده حاصل از معکوس سازی داده های مربوط به اجرای آرایه HCP بر روی مدل موجود در در شکل (۷-الف).

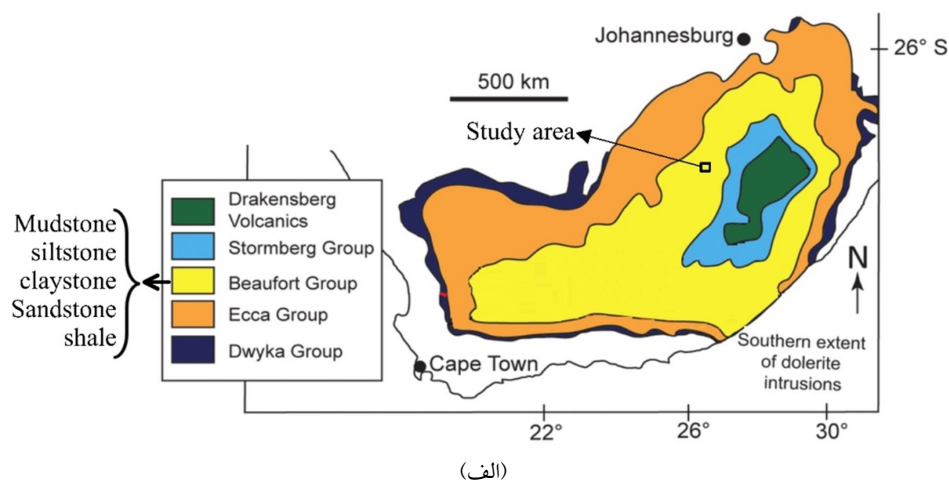


شکل ۹. مقطع رسانایی الکتریکی بازیابی شده حاصل از معکوس سازی توأمان داده های مربوط به اجرای آرایه های VCP و HCP بر روی مدل موجود در شکل (۷-الف).

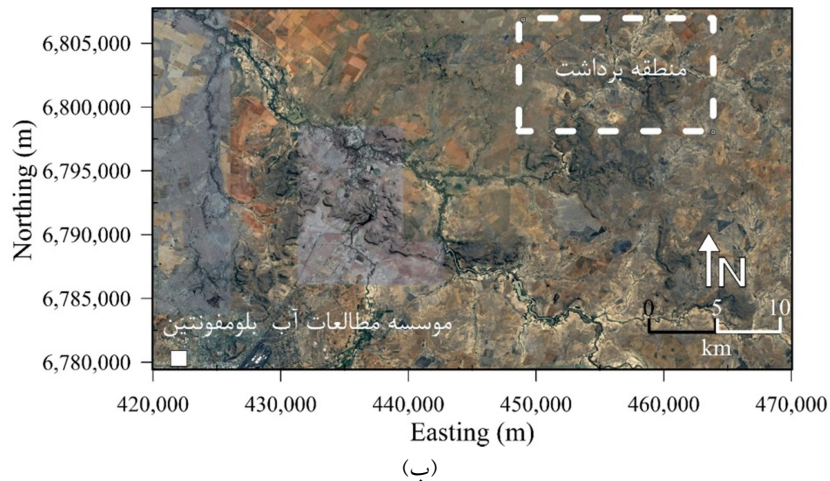
۳-۵. داده های LIN-GeoFEM واقعی

داده های LIN-GeoFEM در این قسمت مربوط به دستگاه EM-34 است که بر روی یک دایک ضخیم، دارای رخنمون، در ناحیه بلومفونتین در آفریقای جنوبی با فاصله نقاط ۵ متر برداشت شده اند. موقعیت منطقه برداشت و نقشه زمین شناسی در شکل ۱۰ نمایش داده شده اند. عمده سنگ های منطقه از جنس ماسه سنگ و سیلتستون می باشند (شکل ۱۰) (ماخوفا و فوریه، ۲۰۱۶). شبه مقاطع مقادیر رسانایی ظاهری در شکل ۱۱ ترسیم شده اند. حداقل مقادیر رسانایی الکتریکی ظاهری در آرایه VCP در نزدیکی موقعیت دایک رخ می دهد، اگرچه برای

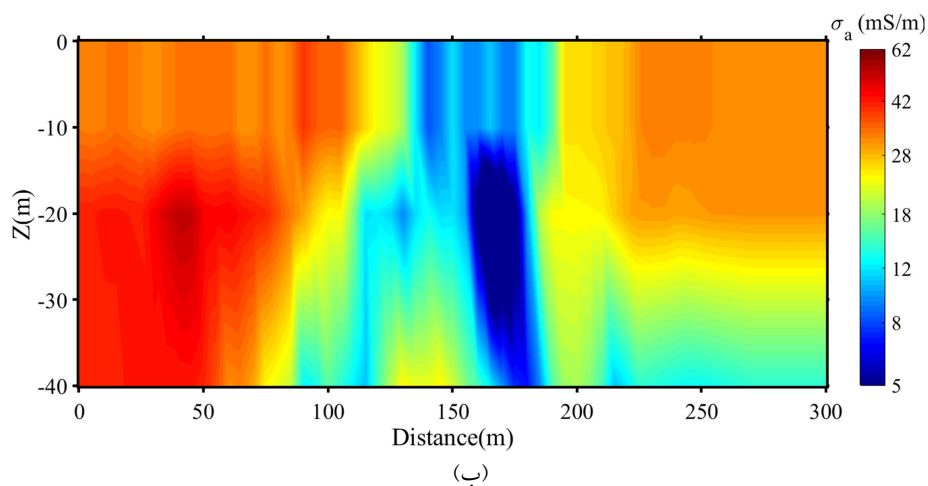
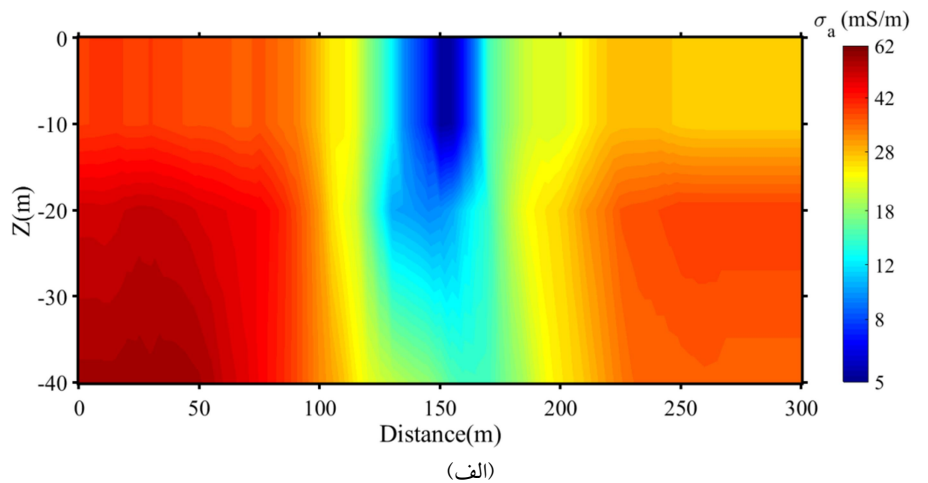
$s=40$ m نسبت به مرکز دایک جابه جا شده است. بنابراین احتمالاً شیب دایک به سمت راست می باشد. پاسخ های آرایه HCP متغیر هستند اما روندی مشابه پاسخ های آرایه VCP دارند. حال داده ها وارد فرایند مدل معکوس سازی می شوند. مدل بازیابی شده در شکل (۱۲) نشان داده شده است. این مدل بیانگر یک دایک ضخیم با رسانایی پایین است که از سطح شروع شده است و به طور افقی از ۱۲۰ تا ۱۸۰ متری امتداد دارد. علاوه بر این، رسانندگی بخش سمت چپ مدل بیشتر است و این موضوع به صورت کیفی نیز از نمودار داده ها مشخص می باشد.



(الف)



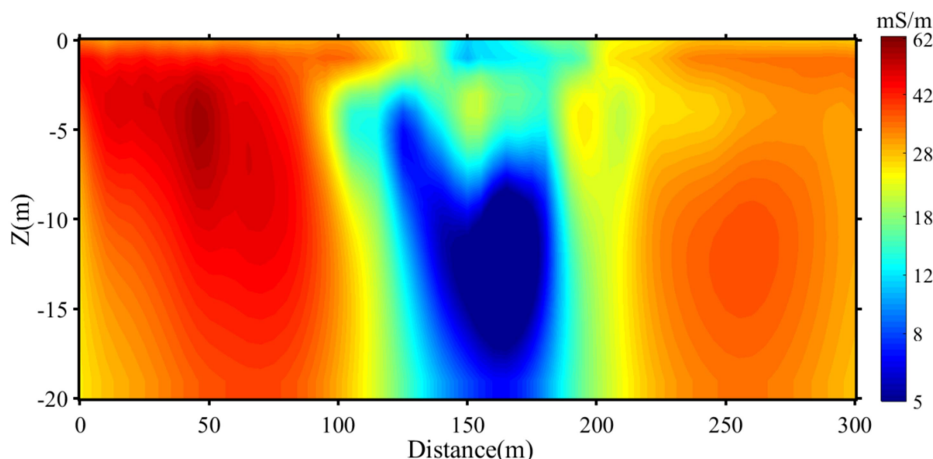
شکل ۱۰. الف) نقشه زمین شناسی منطقه برداشت (دی کاک و همکاران، ۲۰۱۶)، ب) موقعیت منطقه برداشت داده های واقعی بر روی تصویر ماهواره ای.



شکل ۱۱. داده های LIN-GeoFEM مربوط به دستگاه EM-34 بر روی یک دایک ضخیم که در ناحیه بلومفونتن در آفریقای جنوبی برداشت شده اند. الف) شبه مقطع رسانایی الکتریکی حاصل از اجرای آرایه VCP، ب) شبه مقطع رسانایی الکتریکی حاصل از اجرای آرایه HCP.

مقدار پیشنهادی توسط سلا و فدی (۲۰۱۲) برای دایک در معکوس سازی داده های مغناطیس سنجی سازگار است.

برای فرایند معکوس سازی، مقدار پارامتر منظم سازی، توان تابع وزن دهی عمقی و تعداد تکرارها به ترتیب ۲، ۲ و ۶ می باشد. مقدار توان تابع وزن دهی عمقی با



شکل ۱۲. مقطع رسانایی الکتریکی بازیابی شده حاصل از معکوس سازی توأمان داده های مربوط به آرایه VCP و HCP در ناحیه بلومفونتن در آفریقای جنوبی.

۶. نتیجه گیری

و HCP فقط در چهار تکرار به ترتیب منشور افقی و قائم را بهتر بازسازی می کنند، اگرچه معکوس سازی توأمان داده های VCP و HCP می تواند نتایج منطقی تری را در حالت کلی بازیابی کند. مدل مصنوعی دوم به اندازه کافی پیچیده است و شامل چهار منشور رسانا در یک نیم فضای همگن می باشد که در مقطع بازسازی شده از حاصل از معکوس سازی منفرد داده های آرایه VCP و منفرد داده های HCP به ترتیب ضعیف ترین، خصوصاً در مورد منشورهای قائم، و قوی ترین نتایج را داشته اند. با این حال، معکوس سازی توأمان داده های VCP و HCP نتایج مطلوب تری را حاصل می کند. در فرایندهای معکوس سازی مذکور، توان تابع وزن دهی برابر ۲ انتخاب شده است که با مقدار پیشنهادی در معکوس سازی داده های مقاومت ویژه برای اهداف توده ای مطابقت دارد. داده های واقعی مربوط به دستگاه EM-34 است که بر روی یک دایک ضخیم در ناحیه بلومفونتن در آفریقای جنوبی برداشت شده اند. فرایند معکوس سازی یک دایک ضخیم با مقادیر رسانایی الکتریکی پایین را نسبت به اطراف بازیابی می کند از سطح زمین شروع می شود و گستره جانبی آن ۱۲۰ تا ۱۸۰ متر می باشد. توان تابع وزن دهی عمقی ۲ می باشد که با مقدار پیشنهادی توسط سلا و فدی (۲۰۱۲) برای دایک در معکوس سازی داده های مغناطیس سنجی سازگار است.

در این مطالعه طرح معکوس سازی خطی دوبعدی داده های الکترومغناطیس زمینی حوزه فرکانس با چشمه مصنوعی در محدوده عدد القاء کوچک توسعه داده شده است. با استفاده از این الگوریتم، ساختار دوبعدی قابل اطمینانی برای بررسی رسانایی الکتریکی لایه های نزدیک سطح زمین در انواع محیط ها با شرایط زمین شناسی متفاوت بازیابی می شود. الگوریتم معکوس سازی حاضر بر اساس یک مدل سازی پیشرو خطی بنا نهاده شده است. معادله انتگرالی خطی در دو بعد برای مسئله پیشرو روش عددی حل شده است. سپس، برای حل مسئله معکوس از راه حل کمترین مربعات وزن داده شده منظم سازی شده به همراه قید وزن دهی عمقی به منظور غلبه بر عدم یکتایی و ناپایداری جواب و همگرایی به سمت واقعیت، استفاده شده است. از مزیت های این الگوریتم خطی، محاسبه کرنل در تکرار اول و استفاده از آن در کل تکرار می باشد که باعث بهبود سرعت محاسبات می شود. الگوریتم حاضر در دو حالت منفرد و توأمان آرایه های هم صفحه افقی و هم صفحه قائم کارایی دارد. مدل مصنوعی اول مدلی شامل یک منشور رسانا در دو حالت افقی و قائم واقع در یک نیم فضای مقاوم همگن می باشد. در این مدل سازی مصنوعی به نظر می رسد که معکوس سازی داده های VCP

مراجع

- Aster, R. C., Borchers, B. and Thurber, C. H., 2018, Parameter estimation and inverse problems, Elsevier.
- Brosten, T. R., Day-Lewis, F. D., Schultz, G. M., Curtis, G. P. and Lane Jr, J. W., 2011, Inversion of multi-frequency electromagnetic induction data for 3D characterization of hydraulic conductivity., *J. Appl. Geophys.*, 73, 323-335.
- Beamish, D., 2011, Low induction number, ground conductivity meters: A correction procedure in the absence of magnetic effects, *J. Appl. Geophys.*, 75, 244-253.
- Callegary, J. B., Ferré, T. P. and Groom, R. W., 2007, Vertical spatial sensitivity and exploration depth of low-induction-number electromagnetic-induction instruments, *Vadose Zone J.*, 6, 158-167.
- Cavalcante Fraga, L. H., Schamper, C., Noel, C., Guerin, R. and Rejiba, F., 2019, Geometrical characterization of urban fill by integrating the multi-receiver electromagnetic induction method and electrical resistivity tomography: A case study in Poitiers, France, *Eur. J. Soil Sci.*, 70, 1012-1024.
- Cella, F. and Fedi, M., 2012, Inversion of potential field data using the structural index as weighting function rate decay, *Geophys. Prospect.*, 60, 313-336.
- Dentith, M. and Mudge, S. T., 2014, *Geophysics for the mineral exploration geoscientist*, Cambridge University Press.
- Deidda, G. P., Himi, M., Barone, I., Cassiani, G. and Casas Ponsati, A., 2022, Frequency-Domain Electromagnetic Mapping of an Abandoned Waste Disposal Site: A Case in Sardinia (Italy), *Remote Sensing*, 14, 878.
- De Kock, M. O., Beukes, N. J., Götz, A. E., Cole, D., Robey, K., Birch, A., Withers, A. and Van Niekerk, H.S., 2016, Open file progress report on exploration of the Southern Karoo Basin through CIMERAKARIN borehole KZF-1 in the Tankwa Karoo, Witzenberg (Ceres) district. DST-NRF Centre of Excellence for Integrated Mineral and Energy Resources Analysis (CIMERA), University of Johannesburg, South Africa.
- Elwaseif, M., Robinson, J., Day-Lewis, F. D., Ntarlagiannis, D., Slater, L. D., Lane, J. W., Minsley, B. J. and Schultz, G., 2017, A matlab-based frequency-domain electromagnetic inversion code (FEMIC) with graphical user interface, *Comput. and Geosci.*, 99, 61-71.
- Gómez-Treviño, E., Esparza, F. J. and Méndez-Delgado, S., 2002, New theoretical and practical aspects of electromagnetic soundings at low induction numbers, *Geophysics*, 67, 1441-1451.
- Gómez-Treviño, E., 1987, Nonlinear integral equations for electromagnetic inverse problems, *Geophysics*, 52, 1297-1302.
- Gómez-Puentes, F. J., Pérez-Flores, M. A., Reyes-López, J. A., Lopez, D. L., Herrera-Barrientos, F., García-Cueto, R. O., Romero-Hernández, S., Solís-Domínguez, F. A. and Martín-Loeches Garrido, M., 2016, Geochemical modeling and low-frequency geoelectrical methods to evaluate the impact of an open dump in arid and deltaic environments, *Environ. Earth Sci.*, 75, 1-14.
- Li, Y. and Oldenburg, D. W., 1996, 3-D inversion of magnetic data, *Geophysics*, 61, 394-408.
- Makhokha, D. and Fourie, F., 2016, A systematic approach to the interpretation of conductivity anomalies across intrusive dolerite dykes and sills in the Karoo Supergroup, MSc thesis, University of the Free State, Bloemfontein.
- Matias, M. S., Da Silva, M. M., Ferreira, P. and Ramalho, E., 1994, A geophysical and hydrogeological study of aquifers contamination by a landfill, *J. Appl. Geophys.*, 32, 155-162.
- McNeill, J. D., 1980, *Electromagnetic Terrain Conductivity Measurement at Low Induction Numbers*, Geonics Ltd., Technical Note TN-6.
- Méndez-Delgado, S., Gómez-Treviño, E. and Pérez-Flores, M. A., 1999, Forward modelling of direct current and low-frequency electromagnetic fields using integral equations, *Geophys. J. Int.*, 137, 336-352.
- Menke, W., 2012, *Geophysical data analysis: discrete inverse theory*. MATLAB edition, Academic press.
- Minsley, B. J., 2011, A trans-dimensional Bayesian Markov chain Monte Carlo algorithm for model assessment using frequency-domain electromagnetic data, *Geophys. J. Int.*, 187, 252-272.
- Santos, F. A. M., 2004, 1-D laterally constrained inversion of EM34 profiling data, *J. Appl. Geophys.*, 56, 123-134.
- Monteiro Santos, F.A., Triantafilis, J., Taylor, R.S., Holladay, S. and Bruzgulis, K.E., 2010, Inversion of conductivity profiles from EM using full solution and a 1-D laterally constrained algorithm, *J. Environ. Eng. Geophys.*, 15, 163-174.
- Nyquist, J. E. and Blair, M.S., 1991, A geophysical tracking and data logging system: Description and case history, *Geophysics*, 56, 1114-1121.
- Oh, S., Noh, K., Seol, S.J., Byun, J. and Yi, M.J., 2016, Interpretation of controlled-source

- electromagnetic data from iron ores under rough topography. *J. Appl. Geophys.*, 124, 106-116.
- Orozco, A. F., Ciampi, P., Katona, T., Censini, M., Papini, M.P., Deidda, G.P. and Cassiani, G., 2021, Delineation of hydrocarbon contaminants with multi-frequency complex conductivity imaging, *Sci. Total Environ.*, 768, 144997.
- Pérez-Flores, M. A., Méndez-Delgado, S. and Gómez-Treviño, E., 2001, Imaging low-frequency and dc electromagnetic fields using a simple linear approximation, *Geophysics*, 66, 1067-1081.
- Pérez-Flores, M. A., Antonio-Carpio, R.G., Gómez-Treviño, E., Ferguson, I. and Méndez-Delgado, S., 2012, Imaging of 3D electromagnetic data at low-induction numbers, *Geophysic*, 77, WB47-WB57.
- Perez-Flores, M. A., Ochoa-Tinajero, L. E. and Villela y Mendoza, A., 2019, Three-dimensional inverse modeling of EM-LIN data for the exploration of coastal sinkholes in Quintana Roo, Mexico, *Nat. Hazards Earth Syst. Sci.*, 19, 1779-1787.
- Parnow, S., Oskooi, B. and Florio, G., 2021, Improved linear inversion of low induction number electromagnetic data, *Geophys. J. Int.*, 224, 1505-1522.
- Sasaki, Y., 2001, Full 3-D inversion of electromagnetic data on PC, *J. Appl. Geophys.*, 46, 45-54.
- Sasaki, Y., Kim, J.H. and Cho, S.J., 2010, Multidimensional inversion of loop-loop frequency-domain EM data for resistivity and magnetic susceptibility, *Geophysics*, 75, F213-F223.
- Selepeng, A. T., Sakanaka, S. Y. and Nishitani, T., 2017, 3D numerical modelling of negative apparent conductivity anomalies in loop-loop electromagnetic measurements: a case study at a dacite intrusion in Sugisawa, Akita Prefecture, Japan, *Explor. Geophys.*, 48, 177-191.
- Spies, B. R. and Frischknecht, F.C., 1991, Electromagnetic sounding. *Electromagnetic methods in applied geophysics*, 2(Part A), 285-426.
- Sudduth, K. A., Drummond, S.T. and Kitchen, N.R., 2001, Accuracy issues in electromagnetic induction sensing of soil electrical conductivity for precision agriculture, *Comput. Electron. Agric.*, 31, 239-264.
- Tikhonov, A. N. and Arsenin, V. Y., 1977, *Solutions of ill-posed problems*, New York 1, 487.
- Wait, J.R., 1955, Mutual electromagnetic coupling of loops over a homogenous ground, *Geophysics*, 20, 630-637.
- Ward, S.H. and Hohmann, G.W., 1988, *Electromagnetic theory for geophysical applications. Electromagnetic Methods in Applied Geophysics Society of Exploration Geophysicists*, Tulsa, Oklahoma. 131-311.
- Zhdanov, M. S., 2002, *Geophysical inverse and regularization problems*. 1sted.: Elsevier Science B. V.
- Zhdanov, M.S., 2009, *Geophysical electromagnetic theory and methods*. Elsevier.

پیوست

میدان های الکتریکی و توابع دایادیگ گرین مغناطیسی در معادله های ۱ تا ۴ ارائه شده است.

$$G_{H_x}(r, r_2) = \frac{1}{4\pi} \left[-\frac{(y-y_2)}{|r-r_2|^3} i + \frac{(x-x_2)}{|r-r_2|^3} j \right] \quad (۱)$$

$$G_{H_y}(r, r_2) = \frac{1}{4\pi} \left\{ \left[\frac{1}{\rho_2^2} - \frac{z+h}{\rho_2^2 |r-r_2|} - \frac{2(y-y_2)^2}{\rho_2^4} + \frac{2(z+h)(y-y_2)^2}{\rho_2^4 |r-r_2|} + \frac{(z+h)(y-y_2)^2}{\rho_2^2 |r-r_2|^3} \right] i + \left[\frac{(x-x_2)(y-y_2)}{\rho_2^2} \left(\frac{2}{\rho_2^2} - \frac{2(z+h)}{\rho_2^2 |r-r_2|} - \frac{(z+h)}{|r-r_2|^3} \right) \right] j \right\} \quad (۲)$$

$$E_{H_x}(r, r_1) = \frac{\omega \mu_0 m_z}{4\pi} \left[-\frac{(y-y_1)}{|r-r_1|^3} i + \frac{(x-x_1)}{|r-r_1|^3} j \right] \quad (۳)$$

$$E_{H_y}(r, r_2) = \frac{\omega \mu_0 m_y}{4\pi} \left\{ \left[\frac{1}{\rho_1^2} - \frac{z+h}{\rho_1^2 |r-r_1|} - \frac{2(y-y_1)^2}{\rho_1^4} + \frac{2(z+h)(y-y_1)^2}{\rho_1^4 |r-r_1|} + \frac{(z+h)(y-y_1)^2}{\rho_1^2 |r-r_1|^3} \right] i + \left[\frac{(x-x_1)(y-y_1)}{\rho_1^2} \left(\frac{2}{\rho_1^2} - \frac{2(z+h)}{\rho_1^2 |r-r_1|} - \frac{(z+h)}{|r-r_1|^3} \right) \right] j \right\} \quad (۴)$$

2D Linear inversion of ground-based controlled-source electromagnetic data under a low induction number condition

Ghari, H.^{1*} and Varfinezhad, R.²

1. Assistant Professor, Faculty of Mining and Metallurgical Engineering, Yazd University, Yazd, Iran

2. Ph.D. Graduated, Department of Earth Physics, Institute of Geophysics, University of Tehran, Tehran, Iran

(Received: 19 Dec 2021, Accepted: 4 Oct 2022)

Summary

Low-induction-number frequency-domain geoelectromagnetic (LIN-GeoFEM) instruments are ground conductivity meters that use a small coil transmitter (Tx) and one coil receiver (Rx). This coil-coil system is designed to propagate alternating electromagnetic fields through the earth at small Tx–Rx separations and low frequency and receive the EM field coupling in the shallow subsurface to provide direct measures of the apparent electrical conductivity. This measured property is a complicated average of spatially distributed localized electrical conductivities in the subsurface. Instruments capable of operating as LIN FEM instruments include the EM38, EM31, and EM34 (Geonics Ltd., Mississauga, ON), the DUALEM instruments series (DUALEM, Inc., Milton, ON), the GEM instrument series (Geophex Ltd., Raleigh, NC) and CMD series (GF Instruments, s.r.o.). The Tx and Rx coils can be oriented relative to each other and the earth's surface. Orientations considered in this study are horizontal coplanar (HCP) (both coils lie flat on the ground) and vertical coplanar (VCP) (coils are upright and coplanar). The range of LIN FEM instruments applications for environmental and hydrologic characterization and monitoring is large and increasing.

The LIN-GeoFEM applications are industrially feasible as long as there is a reasonably fast algorithm that is accurate enough to invert the survey data. Furthermore, forward modeling plays a key role in the inversion procedure. The linear integral equation (IE) method is a powerful tool in EM forward modeling for geophysical applications, especially for simple background conductivity structures. The main advantage of the IE method in comparison with the finite difference (FD) and finite element (FE) methods is its fast and accurate simulation of the response for models with compact 2-D or 3-D bodies in a layered background. The main limitation of the IE method is that the background conductivity model must have a simple structure to allow for an efficient Green's function calculation. Fortunately, the most widely used background models in LIN-GeoFEM explorations are those formed by horizontally homogeneous layers. A main issue is that the EM field integral equation is nonlinear. However, an approximate linear equation is obtained for the electromagnetic induction at low induction numbers using the Born approximation. A 2D forward modeling code for LIN-GeoFEM is developed based on the integral equation (IE) method. Here, a linear relation between model parameters and apparent conductivity values is proposed. The 2D problem is obtained from 3D using numerical integration along the y-axis (strike direction) from minus infinity to infinity. So, the linear approximation is applied to the 2D inversion of LIN measurements. We use a damped minimum length solution using depth weighting to solve this problem iteratively. Thus, we obtain a better estimate of conductivity in a few iterations. Using this 2D linear inversion or imaging technique, we can produce reasonably good results of inverting jointly and individually VCP and HCP for low and moderate conductivity contrasts.

To validate the algorithm, we consider two 2D synthetic scenarios and field data acquired on a thick conductive dyke in the Bloemfontein Nature Reserve region in South Africa. The first synthetic scenario consists of one 3 Ω .m conductive horizontal or vertical prism immersed in a 100 Ω .m resistive host. In this example, the recovered models from the inversion of the HCP (VMD) and VCP (HMD) data show good results for the vertical and horizontal prism, respectively. The second scenario simulates four 20 Ω .m conductive vertical and horizontal prisms in a 100 Ω .m resistive background. The recovered conductivity from the inversion of the VCP data has the weakest results, especially in the case of vertical prisms. In the conductivity section from the inversion of HCP data, the existence of the four anomalous bodies is evident. However, the image obtained from the joint inversion of HCP and VCP data has generated useful information about the true model in all recovered models. The result of jointly inverting VCP and HCP field data confirms the presence of the dyke as a zone of low conductivities.

Keywords: Low-induction-number frequency-domain geoelectromagnetic, forward modeling, linear integral equations, joint inversion, depth weighting.

* Corresponding author:

hghari@yazd.ac.ir