

اثرات توپوگرافی ناحیه ناهموار در ارتفاع ژئوئید

وحید ابراهیم‌زاده اردستانی*

*مؤسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران، صندوق پستی ۶۴۶۶-۱۴۱۵۵.
دریافت مقاله: ۸۱/۴/۳۱ پذیرش مقاله: ۸۱/۱۱/۱۶

مروری

چکیده

اثرات جرم‌های توپوگرافی در تعیین ارتفاع ژئوئید در سه جمله تعریف شده است. این سه جمله عبارت‌اند از اثر مستقیم توپوگرافی روی گرانی، اثر غیر مستقیم اولیه توپوگرافی روی پتانسیل و اثر غیر مستقیم ثانویه توپوگرافی روی گرانی. مارتینس (۱۹۹۸) و نهاوندچی (۲۰۰۰) معادلات متفاوتی را برای محاسبه این اثرات معرفی کرده‌اند.

در اینجا روش‌های متفاوت مربوط به این دو مولف برای منطقه کوهستانی (کوه‌های راکی) با هم مقایسه می‌شوند و اختلاف این دو رهیافت و به صورت عددی محاسبه می‌شود. لازم به ذکر است که از اثر ثانویه غیر مستقیم به علت کوچکی آن در این تحقیقات چشم‌پوشی شده است.

کلیدواژه: اثر مستقیم توپوگرافی، اثر غیر مستقیم توپوگرافی، نتایج عددی

۱ مقدمه

همچنین شونبرگ و نهاوندچی (۱۹۹۹) فرمول دیگری را برای محاسبه اثر اولیه غیر مستقیم به دست آوردند. آنها نتایج فرمول خود را با نتایج حاصل از روش مارتینس برای ناحیه‌ای در کشور سوئد با هم مقایسه کردند و اعلام نمودند که تفاوتی مشاهده نشد. از آنجا که ناحیه مربوط، دارای پستی و بلندی چندانی نیست، مقایسه این فرمول‌ها برای ناحیه‌ای با پستی و بلندی‌های شدید مانند کوه‌های راکی ضروری به نظر می‌رسد.

برای تعیین زمینوار از طریق انتگرال استوکس تمام جرم‌های خارج ژئوئید باید حذف شوند. این جرم‌ها پتانسیل باقی‌مانده را ایجاد می‌کنند.

مارتینس (۱۹۹۸) و مارتینس و وانچک (۱۹۹۴) نشان دادند که اختلاف زمینوار یا بیضوی مرجع مربوط به این پتانسیل باقی‌مانده، برای یک چگالی ثابت از مرتبه متر است و حتی برای کوه‌های اورست تا ۹ متر می‌رسد.

محاسبه پتانسیل باقی‌مانده در واقع به معنای در نظر گرفتن اثرات توپوگرافی است.

سه نوع متفاوت اثرات توپوگرافی یعنی اثر غیر مستقیم اولیه و ثانویه و اثر مستقیم، توسط چند محقق معرفی شده است.

مارتینس (۱۹۹۸) فرم تحلیلی مربوط به این اثرات را به دست آورد و این اثرات را با استفاده از پتانسیل باقی‌مانده برای ناحیه کوه‌های راکی محاسبه کرد.

رهیافت دیگری برای محاسبه اثر مستقیم توپوگرافی توسط نهاوندچی (۲۰۰۰) معرفی شد.

۲ اثر مستقیم توپوگرافی

با در نظر گرفتن لایه انقباض هلمرت، مارتینس فرمول زیر را برای محاسبه این اثر به دست آورد،

$$\delta A(\Omega) = G \int_{\Omega_0} \bar{P}(\Omega') \frac{\partial L^{-1}(r, \psi, r')}{\partial r} \left|_{r=R}^{R+h(\Omega)} - R^2 [\sigma(\Omega') - \sigma(\Omega)] \frac{\partial L^{-1}(r, \psi, r')}{\partial r} \right|_{r=R}^{R+h(\Omega)} d\sigma \quad (1)$$

چگالی و H_p به ترتیب ارتفاع اورتومتری نقاط انتگرال گیری و محاسبه ای است.

$$\ell = \sqrt{r_p^2 + r^2 - 2r_p r \cos \psi} \quad \text{و} \quad \ell_0 = 2R \sin \frac{\psi}{2}$$

که $r_p = R + H_p$ است.

۳ اثر اولیه غیر مستقیم توپوگرافی

برای محاسبه این اثر فرمول به دست آمده توسط مارتینس (۱۹۹۸) به صورت زیر است،

$$\delta v(r, \Omega) = -2\pi G \bar{P}(\Omega) H^2(\Omega) \left(1 + \frac{2}{3} \frac{H(\Omega)}{R} \right) + G \int_{\Omega_0} \quad (۸)$$

فرمول دیگر معرفی شده توسط شونبرگ و نهاوندچی (۱۹۹۹) برای محاسبه این اثر به صورت زیر است

$$\delta N(p) = -\frac{3\pi\mu}{\gamma} - \frac{3R\mu}{4\gamma} \iint_{\sigma} \frac{H^2 - H^2 p}{\ell_0} d\sigma \quad (۹)$$

$$-\frac{\mu}{8\gamma} \iint_{\sigma} \frac{H^3 - H^3 p}{\ell_0} d\sigma$$

۴ نتایج عددی

برای مقایسه فرمول های مختلف محاسبه اثرات توپوگرافی، این اثرات برای ناحیه ای در کوه های راکی با استفاده از یک مدل ارتفاعی رقمی $5' \times 5'$ محاسبه شده اند.

در اینجا تنها ناحیه ای واقع در یک دایره، اطراف نقطه محاسبه ای به شعاع ۳ درجه در نظر گرفته شده است.

مقادیر ثابت در فرمول ها به صورت زیر انتخاب شده اند (مارتینس، ۱۹۹۸).

$$G = 6.673 \times 10^{11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ sec}^{-2}$$

$$\rho_0 = 2670 \text{ kgm}^{-3}$$

$$R = 6371 \text{ km}$$

$$\gamma = 981 \text{ gal}$$

مقدار مطلق اثر مستقیم توپوگرافی با استفاده از فرمول های ۱ و ۷

در شکل ۱ نشان داده شده است. در این شکل مقدار حداقل اختلاف 0.0004 ± 5 میلی گال و حداکثر 6.307 میلی گال است.

که در اینجا $\bar{P}(\Omega)$ مقدار متوسط چگالی واقعی جرم های توپوگرافی است یعنی،

$$\bar{P}(\Omega) = \frac{1}{H(\Omega)} \int_{r=R}^{R+H(\Omega)} P(r, \Omega) r^2 dr \quad (۲)$$

و

$$\sigma(\Omega) = \bar{P}(\Omega) H(\Omega) \left[1 + \frac{H(\Omega)}{R} + \frac{H^2(\Omega)}{3R^2} \right] \quad (۳)$$

و همچنین داریم

$$L(r, \psi, r') = \sqrt{r^2 + r'^2 - 2rr' \cos \psi} \quad (۴)$$

$$\tilde{L}^{-1}(r, \psi, r') = \frac{1}{2} (r' + 3r \cos \psi) L(r, \psi, r') + \frac{r^2}{2} (3 \cos^2 \psi - 1)$$

$$\ln[r' - r \cos \psi + L(r, \psi, r')] + C \quad (۵)$$

$$\frac{\partial \tilde{L}^{-1}(r, \psi, r')}{\partial r} = \left[(r'^2 + 3r^2) \cos \psi + (1 - 6 \cos^2 \psi) r' \right]$$

$$L^{-1}(r, \psi, r') + r(3 \cos^2 \psi - 1) \ln[r' - r \cos \psi + L(r, \psi, r')] \quad (۶)$$

که در این روابط Ω شامل مختصات نقطه یعنی طول و عرض جغرافیایی، ψ فاصله کروی دو نقطه بر حسب درجه، r و r' به ترتیب اندازه بردارهای شعاعی نقطه محاسبه ای و نقطه انتگرال گیری و C ثابت است.

مارتینس (۱۹۹۸) ثابت کرد که محاسبات عددی جملات بالا حتی در نزدیک ترین فاصله از نقطه محاسبه ای نیز بسیار پایدار است. او همچنین نشان داد که برای رسیدن به دقت از مرتبه ۱ سانتی متر در محاسبه اثر غیر مستقیم و یا دقت از مرتبه ۰/۵ میلی گال در محاسبه اثر مستقیم توپوگرافی کافی است که محاسبات در یک دایره به شعاع ۳ درجه انجام گیرد.

روش دیگری برای محاسبه اثر مستقیم توپوگرافی توسط نهاوندچی (۲۰۰۰) و شونبرگ (۲۰۰۰) به صورت زیر معرفی شد.

$$\delta \Delta g_{dix} = -\frac{4\pi\mu}{R} H_p^2 - \frac{3\mu}{8} \iint_{\sigma} \frac{H^3 - H_p^2}{\ell_0} d\sigma$$

$$+ \frac{\mu R^2}{2} \iint_{\sigma} \frac{H_p^2 - H^2}{l^3} \left(1 - \frac{3H_p^3}{l^2} \right) d\sigma \quad (۷)$$

که در اینجا $\mu = G\rho_0$ و G ثابت جهانی گرانش و ρ_0

دارند. اختلاف بین این دو رهیافت می‌تواند تا مرتبه میلی‌گال در اثر مستقیم و مرتبه سانتی‌متر در اثر غیر مستقیم اولیه برسد.

به طور مثال مقدار حداکثر اختلاف بین این دو رهیافت حاصل از اثر مستقیم توپوگرافی روی گرانی $6/307$ میلی‌گال و میزان حداکثر اختلاف حاصل از اثر غیر مستقیم اولیه روی ارتفاع زمینوار $9/376$ سانتی‌متر است که این مقادیر بزرگ‌تر از مقادیر گزارش شده توسط نهاوندچی (۲۰۰۰) است.

از آنجایی که در روش شونبرگ و نهاوندچی (۱۹۹۹) چگالی ثابت در نظر گرفته شده است، شاید بتوان گفت که در صورت وجود اطلاعات کافی در مورد چگالی، روش مارتینس دارای انعطاف پذیری بیشتری است. ولی در نظر گرفتن چگالی ثابت از نظر محاسباتی ساده‌تر است.

از نظر حجم محاسبات نیز هر دو روش مشابه‌اند.

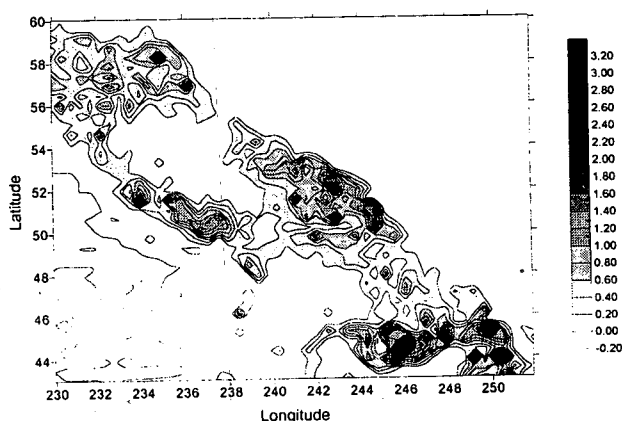
تشکر و قدردانی

بدین وسیله از پروفیسور مارتینس به خاطر تهیه و در اختیار گذاشتن داده‌های لازم و همچنین مؤسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران قدردانی می‌شود.

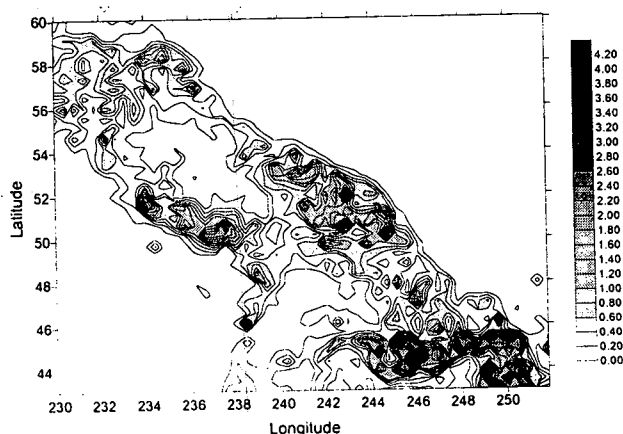
منابع

- Martinec, Z., 1998, Boundary-value problem for gravimetric determination of a precise geoid. Springer Verlag Berlin.
- Martinec, Z., and Vanicek, P., 1994, The indirect effect of Stokes-Helmerts condensation for a spherical approximation of the geoid. *Man. Geod.*, 19, 213-219.
- Nahavandchi, H., 2000, The direct topographical correction in gravimetric geoid determination by the Stokes-Helmert method. *J. Geod.*, 74, 488-496.
- Sjonberg L. E., 2000, Topographical effects by the Stokes-Helmert method of geoid and quasi-geoid determination. *J. Geod.*, 74, 255-268.
- Sjonberg L. E., and Nahavandchi, H., 1999, on the indirect effect in the Stokes-Helmert method on geoid determination. *J. Geod.*, 73, 87-93.

که این مقدار حداکثر به مراتب از مقدار گزارش شده توسط نهاوندچی (۲۰۰۰) یعنی $2/31$ میکروگال بزرگ‌تر است.



شکل ۱. اختلاف مطلق بین مقادیر محاسبه‌ای از فرمول‌های ۱ و ۷.



شکل ۲. اختلاف مطلق بین مقادیر محاسبه‌ای از فرمول‌های ۸ و ۹.

همچنین مقدار مطلق اختلاف برای اثر غیر مستقیم اولیه با استفاده از فرمول‌های ۸ و ۹ در شکل ۲ نشان داده شده است. مقدار حداقل $0/01327$ سانتی‌متر و حداکثر $9/376$ سانتی‌متر است. این اختلاف در زمانی که زمینوار با دقت ۱ سانتی‌متر مد نظر باشد کاملاً قابل توجه است.

۵ نتیجه‌گیری

اثرات جرم‌های توپوگرافی در محاسبه زمینوار کاملاً اهمیت