

بررسی نمودارهای پاشش امواج ریلی

سید حمید سیدین^{*}، عبدالرحیم جواهیریان^{*} و نصرالله کمالیان^{*}

^{*} مؤسسه تحقیقی دانشگاه تهران، صندوق پستی ۱۴۱۵۵-۶۶۶

(دریافت مقاله: ۱۳۷۶/۲۲، پذیرش مقاله: ۱۳۷۶/۱۰)

چکیده

امواج ریلی امواجی سطحی به شمار می‌روند که در محیط‌های لایه‌ای، پاششی‌اند. برای تحلیل پاشش امواج یادشده روش‌های متعددی وجود دارند که از این بین استفاده از روش‌های ماتریسی برای محیط‌های لایه‌ای کشسان بر روشن‌های دیگر برتری دارد. در روش ماتریسی برای محیط‌های لایه‌ای، شرایط مرزی مربوط به مرزهای مختلف به یکدیگر مرتبط می‌شوند و رابطه‌ای برای محاسبة پاشش امواج ریلی به دست می‌آید که باید با استفاده از محاسبات عددی حل شود. در این مقاله با استفاده از روش ماتریسی برنامه‌ای رایانه‌ای برای محاسبة پاشش امواج ریلی نوشته شد. نمودارهای پاشش حاصل از برنامه مذکور با نمودارهای منتشر شده تغییر مقایسه شد که همخوانی کاملی بین آنها مشاهده شد. با توجه به نمودارهای یادشده مشاهده می‌شود که هم‌زمان با پیچیده‌تر شدن ساختار زمین، نمودارهای پاشش نیز پیچیده‌تر می‌شوند و بر نوسانات مدهای مختلف افزوده می‌شود. همچنین وجود لایه رسوبی در سطح زمین موجب گرایش نمودارهای سرعت فاز و سرعت گروه به سمت مقادیر کم‌تر می‌شود. تفسیر نوسانات مذکور کمک مؤثری برای تشخیص فازهای مختلف لرزه‌ای، تعیین ساختار زمین و سرگذشت عبور امواج از چشممه تا گیرنده است.

واژه‌های کلیدی: موج ریلی، پاشش، سرعت فاز، سرعت گروه، نیم‌فضا

۱ مقدمه

شود که در حالت امواج ریلی، ماتریس‌ها از مرتبه چهاراند. شواب (۱۹۷۰) انعطاف‌پذیری روش نوپوف را برای ابداع شکلی جدید و بهینه از تابع پاشش امواج ریلی به کار برد که دارای قابلیت مهار افت دقت است و سریع‌تر از سطح ساده شده ماتریس دلتا (Δ) است. در این مقاله، با استفاده از برنامه رایانه‌ای که به منظور محاسبة نمودارهای پاشش با بهره‌گیری از روش تامسون-هسکل و روش شواب و نوپوف ارائه می‌شود، می‌توان پاشش امواج ریلی را در محیط‌های ناهمگن و جامد با دقت و سرعت زیاد محاسبه کرد.

۲ پاشش امواج ریلی
امواج ریلی در محیط‌های ناهمگن همانند محیط‌های لایه‌ای، پاششی‌اند، لذا در این شرایط سرعت فاز (C)، با سرعت گروه (U)، متفاوت خواهد بود (Aکی و

ریلی (1887) روش ساخت که هنگام حل معادلات کشسان حرکت برای اجسامی که دارای سطح آزاد هستند، پاسخ‌های اضافی غیر از امواج اساسی P و S نیز وجود دارند. این پاسخ‌ها امواج ریلی هستند که شامل حرکت امواج روی سطح جسم‌اند (لای و والاس، ۱۹۹۵). هسکل (۱۹۵۳) روشی ماتریسی را برای بدست آوردن معادلات پاشش سرعت فاز امواج ریلی در محیط‌های جامد چند لایه‌ای، که پیش‌تر توسط تامسون (۱۹۵۰) آن را معرفی کرده بود، به منظور محاسبة سرعت‌های فاز و گروه امواج مذکور برای مدل‌های چند لایه‌ای مفروض پوسته زمین در مناطق قاره‌ای عرضه کرد. نوپوف (۱۹۶۴) با ارائه روابطی دیگر بیان داشت که پاسخ معادلات انتشار امواج کشسان در محیط‌های چند لایه‌ای همگن که در آن خواص فیزیکی مجموع لایه‌ها فقط در یک جهت تغییر کنند، می‌تواند به صورت حاصل ضرب‌های ماتریسی ارائه

موج سطحی را با ساختن ماتریس‌های لایه‌ای به دست می‌دهد که مؤلفه‌های حرکت در یک مرز را در ساختاری لایه‌ای به آنهایی که در مرز بعدی هستند، ربط می‌دهد. سپس حاصل ضرب این ماتریس‌های لایه‌ای، مؤلفه‌های حرکت را در عمیق‌ترین مرز به آنهایی که در سطح آزاد هستند، مرتبط می‌سازد و این حاصل ضرب ماتریس لایه‌ای برای ساختن تابع پاشش به کار برد می‌شود. روش نوپوف نخست با تشکیل تابع پاشش به شکل دترمینانی کامل آن آغاز می‌شود و سپس دترمینان را به حاصل ضربی از ماتریس‌های مرزی، که از زیرماتریس‌های این دترمینان مشتق شده‌اند، تحلیل یا تجزیه می‌کند. هریک از این زیرماتریس‌های مرزی، مؤلفه‌های حرکت در لایه را در یک طرف مرز به آنهایی که مربوط به لایه طرف دیگر هستند، ارتباط می‌دهند. شواب و نوپوف (۱۹۷۲) نیز به منظور توضیح محاسبات عددی روش هسکل، ساده شده بسط ماتریس دلتا (Δ) از روابط اصلی واتسون (۱۹۷۰) را مورد بررسی قرار دادند. مرزاها و لایه‌ها برای روش شواب (۱۹۷۰) در شکل ۱ نشان داده شده است. در این شکل لایه (۰) نشان‌دهنده ساختار مسطح همارز لایه اقیانوسی است.

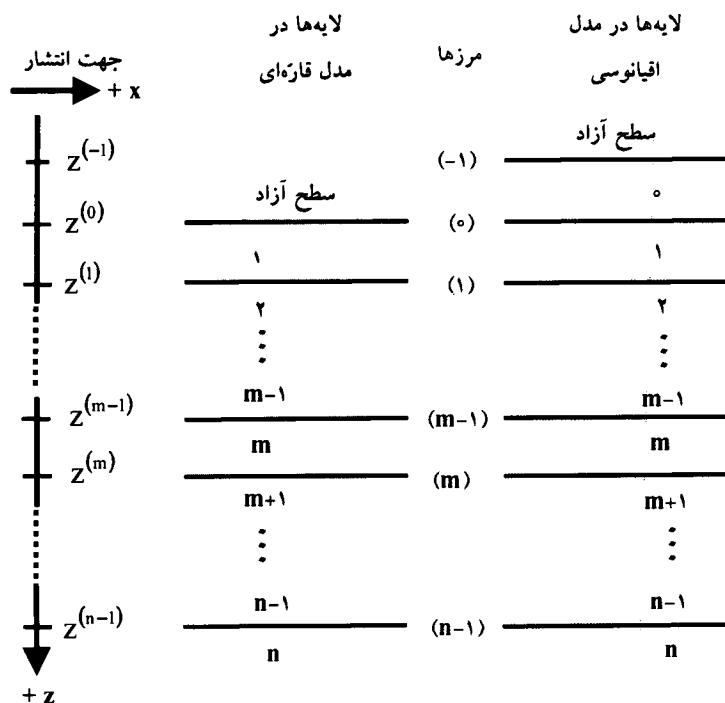
در حالتی که عمیق‌ترین مرز محیط در ساختاری مسطح همارز گوشه‌جامد باشد، یعنی محیط به یک نیم‌فضای همگن جامد ختم شود، مضرب ماتریسی اصلی مرز شکل ماتریسی نمادین (6×6) (1×6) را دارد، که درایه ششم ماتریس (1×6) همیشه منفی درایه نخست آن است. نخستین و آخرین درایه‌های ستون‌های دوم و پنجم ماتریس (6×6) صفر می‌شوند، یعنی این که مضرب ماتریسی مرتبه چهارم، و نه مرتبه ششم، در تشکیل درایه‌های نظیر حاصل ضرب ماتریسی (1×6) (1×6) دخیل‌اند. چهار درایه باقی‌مانده ماتریس حاصل ضرب به دلیل خواص اولین و آخرین درایه‌های ماتریس‌های (1×6)، فقط شامل مضرب مرتبه پنجم‌اند. از آنجا که

ریچاردز، ۱۹۸۰). اهمیت پاشش موج ریلی به مثابة ابزاری برای تعیین دقیق تغییرات شاخص‌های کشسان زمین بر حسب عمق، توجه را به مسئله محاسبه منحنی‌های پاشش معطوف ساخت.

تامسون (۱۹۵۰) برای نخستین بار به بررسی امواج ریلی پاششی در محیطی چند لایه‌ای مبادرت ورزید. لیکن اولین روابط برای شناخت اصولی امواج پاشش در محیط‌های چند لایه‌ای را هسکل (۱۹۵۳) ارائه کرد. با استفاده از روش هسکل می‌توان برای محیطی مشخص با فرض معلوم بودن سرعت امواج فشارشی، سرعت امواج برشی، چگالی و ضخامت در بسامدی معین، سرعت فاز نظیر را به دست آورد. شواب (۱۹۷۰) محاسبات پاشش موج سطحی را برای کاربرد رایانه‌ای به گونه‌ای بهینه‌سازی کرد که در آن روش تامسون- هسکل و بسط‌های مربوط آن در نظر گرفته شد. وی از انعطاف‌پذیری روش نوپوف برای ارائه شکل جدیدی از تابع پاشش استفاده کرد که مناسب‌تر از نسخه‌های تامسون- هسکل است؛ یعنی، شامل خاصیت مهار افت دقت است و سرعت محاسبه بیشتری دارد. کمالیان (۱۹۹۴) روش ماتریسی شواب و نوپوف (۱۹۷۲) را به منظور محاسبه منحنی‌های پاشش موج ریلی برای ساختارهای مفروض پوسته و گوشه‌بالایی به کار برد. یوشیزاوا و کنت (۲۰۰۲) نیز روشی جدید را برای سنجش پاشش امواج ریلی عرضه کردند و نشان دادند که با روش‌های متفاوت تعیین نیم‌رخ سرعت موج برشی، مدل‌هایی با تفاوت‌های عمدی از لحظه تغییرات سرعت امواج لرزه‌ای با عمق به دست می‌آیند (سیدین، ۱۳۸۳).

۳ روش‌های محاسبه منحنی‌های پاشش

برای محاسبه منحنی‌های پاشش موج ریلی روش‌های مختلفی ارائه شده است که هر یک از آنها دارای اساس محاسباتی خاص خود هستند. روش هسکل، تابع پاشش



شکل ۱. شکل و مختصات مورد استفاده در برنامه‌نویسی با استفاده از روش شواب (۱۹۷۰).

محاسبات پاشش امواج سطحی برای محیط کاملاً کشسان به راحتی تعمیم می‌باید تا محاسبات پاشش- جذب برای محیط ناکشسان ممکن شود.

۴ حل معادله امواج ریلی پاششی

به منظور حل معادله امواج ریلی پاششی، در محیطی که همه شاخص‌های آن، نظری سرعت امواج فشارشی، سرعت امواج برشی، چگالی و ضخامت لایه‌ها معلوم باشد، باید سرعت فاز امواج ریلی را در دوره تناوبی معین بدست آورد. بدین منظور، برنامه‌ای رایانه‌ای، با استفاده از تلفیق روابط نویوف و شواب، در محیط MATLAB نوشته شد. برنامه یادشده، شاخص‌های محیط مورد نظر را همانند سرعت امواج فشارشی، سرعت امواج برشی، ضخامت و چگالی لایه‌های مختلف، به مثابه ورودی محاسبه می‌کند. سپس شرایط مرزی لایه‌های مختلف

اولین و آخرین درایه‌های ماتریس حاصل‌ضرب به جز در علامت، مشابه هستند، لازم است فقط یکی از این دو درایه محاسبه شود. محاسبه صرفاً دو ضرب مرتبه چهارم و سه ضرب مرتبه پنجم در حاصل‌ضرب ماتریسی پیشرفتی عمده نسبت به محاسبه شش ضرب اصلی مرتبه ششم است. اگر این پنج درایه ماتریس حاصل‌ضرب به طور تحلیلی نوشته شوند، مشاهده می‌شود که هنوز ساده‌سازی قابل ملاحظه‌ای با جداسازی ممکن است. ترکیب نتایج جداسازی ساده جبری با تشکیل درایه‌های جدید ماتریس $(m+1) \times m$ و (6×6) حاصل‌ضرب، بخش کلیدی شکل سریع روش به کار برده شده برای محاسبات پاشش امواج ریلی را تشکیل می‌دهد. در نهایت پس از ترکیب روابط و ساده‌سازی‌های اعمال شده (سیدین، ۱۳۸۲)، تابع پاشش کامل با رابطه (۱) ارائه می‌شود: که در آن V ، W ، R و S ماتریس‌های شواب (۱۹۷۰) است.

$$F_R = [V^{(n-1)}, W^{(n-1)}, R^{(n-1)}, S^{(n-1)}] \left\{ \begin{array}{l} \left[\begin{array}{c} -\left(1 - c^2/\alpha_n^2\right)^{1/2} \\ -\left(1 - c^2/\alpha_n^2\right)^{1/2} \left(1 - c^2/\beta_n^2\right)^{1/2} \\ 1 \\ -\left(1 - c^2/\beta_n^2\right)^{1/2} \end{array} \right] \epsilon \\ \left[\begin{array}{c} \left(1 - c^2/\beta_n^2\right)^{1/2} \\ 1 \\ -\left(1 - c^2/\alpha_n^2\right)^{1/2} \left(1 - c^2/\beta_n^2\right)^{1/2} \\ \left(1 - c^2/\alpha_n^2\right)^{1/2} \end{array} \right] \epsilon \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{اگر } n \text{ زوج باشد} \\ \text{اگر } n \text{ فرد باشد} \end{array} \quad (1)$$

قسمت درون یابی، دو مقدار برای سرعت فاز و دو ارزش برای تابع پاشش با علامت‌های مختلف‌اند. چون هدف یافتن ارزشی برای سرعت فاز است که تابع موردنظر به ازای آن، دارای مقدار صفر و یا خیلی کوچک شود. لذا در این بخش با کوچک کردن تغییرات سرعت فاز در چندین مرحله، دو ارزش دقیق‌تر برای تابع پاشش به دست می‌آید.

۵ منحنی‌های پاشش محاسبه‌ای

برای نشان دادن تغییرات منحنی‌های پاشش امواج ریلی در محیط‌های لایه‌ای، از مدل‌های مختلفی نظری مدل‌های فرضی هسکل مطابق شکل ۲، مدل هشت لایه‌ای بروون و درمن (۱۹۶۳) مطابق شکل ۳، مدل هفده لایه‌ای جفریز-بولن (اصلاح شده) مطابق شکل ۴ و مدل بیست لایه‌ای گوتبرگ مطابق شکل ۵ استفاده شد. خروجی‌های حاصل از مدل‌های مختلف به منظور مقایسه، در شکل‌های ۶ تا ۱۳ ارائه شده‌اند. در کلیه نمودارهای محاسبه‌ای به استثنای مدل‌های هسکل، منحنی قرمز بیانگر مد اساسی، منحنی سبز بیانگر نخستین مد عادی و منحنی‌های آبی بیانگر هجده مد بالاتراند. برای مدل‌های فرضی هسکل، منحنی‌ها فقط برای مد اساسی محاسبه شده‌اند، که حالت اول با

محیط، به یکدیگر ارتباط داده می‌شوند و معادله امواج ریلی پاششی به دست می‌آید. بدین منظور، با توجه به بازنگری‌های اعمال شده در روش شواب (۱۹۷۰)، استفاده از ترکیب روش‌های شواب و نوپوف نسبت به روش هسکل (۱۹۵۳)، زمان محاسبه سرعت فاز را برای یک دوره تناوب مشخص، به میزان قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌دهد. تابع پاشش، بر حسب سرعت‌های فاز مختلف محاسبه می‌شود و سپس عمل ریشه‌یابی صورت می‌گیرد. چنانچه دو ارزش متواالی تابع یادشده دارای علامت‌های یکسان نباشند، بیانگر این مطلب است که ریشه، بین این دو ارزش قرار دارد. پاسخ دقیق، سرعت فازی است که به ازای آن، مقدار تابع برابر صفر یا ارزشی بسیار کوچک شود. در مراحل نخست، تغییرات سرعت فاز، زیاد منظور می‌شود و تابع پاشش به ازای آن به دست می‌آید. در هر مرحله، تابع حاصل با تابع مرحله قبل مقایسه می‌شود و وقتی که دو تابع دارای علامت‌های مخالف هم شدند، دو ارزش مربوط به آنها به همراه سرعت‌های فاز نظری، به بخش درون‌یابی منتقل می‌شوند. اگر بتوان دو تابع با علامت‌های مختلف به دست آورد، هیچ تصحیحی لازم نیست. ولی اگر این عمل میسر نشد، تغییرات سرعت فاز در جهت عکس حالت پیش، اعمال می‌شود. ورودی‌های

کرد، لیکن شکل ۱۵ به گونه‌ای رسم شده است که تشابه با نتایج وی را به نحوی مطلوب نشان دهد.

۶ نتیجه‌گیری

با توجه به نمودارهای پاشش محاسبه‌ای امواج ریلی برای مدل‌های مختلف، مشاهده می‌شود که شکل منحنی‌های پاشش با افزایش تعداد لایه‌ها، پیچیده‌تر می‌شود. همچنین ویژگی مشترک نمودارهای پاشش امواج ریلی در مدل‌های مختلف، کاهش فرایندۀ فاصله بین مدها به ازای افزایش بسامد است. به عبارت دیگر، در بسامدهای زیادتر، منحنی‌های سرعت فاز برای سرعت‌های محیطی وقتی به صورت تابعی از بسامد رسم شوند، تقریباً افقی می‌شوند که این ویژگی، بی‌گیری منحنی پاشش یک مدل را مشکل می‌سازد. از مدل‌های هشت لایه‌ای، گوتبرگ و حالت اول مدل فرضی هسکل، نتیجه می‌شود که وجود لایه کم سرعت بین لایه‌های پسرعت و یا وارونگی سرعت برای امواج برشی و فشارشی در هر محیط، مانع برای تشکیل امواج ریلی نیست. از میان شاخص‌های هر محیط، سرعت موج برشی مؤثرترین عامل در رابطه پاشش موج ریلی است. به گونه‌ای که تغییر در سرعت موج برشی، تأثیر مهم و زیادی روی سرعت‌های فاز به جای می‌گذارد. ولی تغییر در چگالی، کمترین تأثیر را در رابطه یادشده دارد. سرعت موج فشارشی و ضخامت نیز، تأثیری بین این دو حد دارند.

تشکر و قدردانی

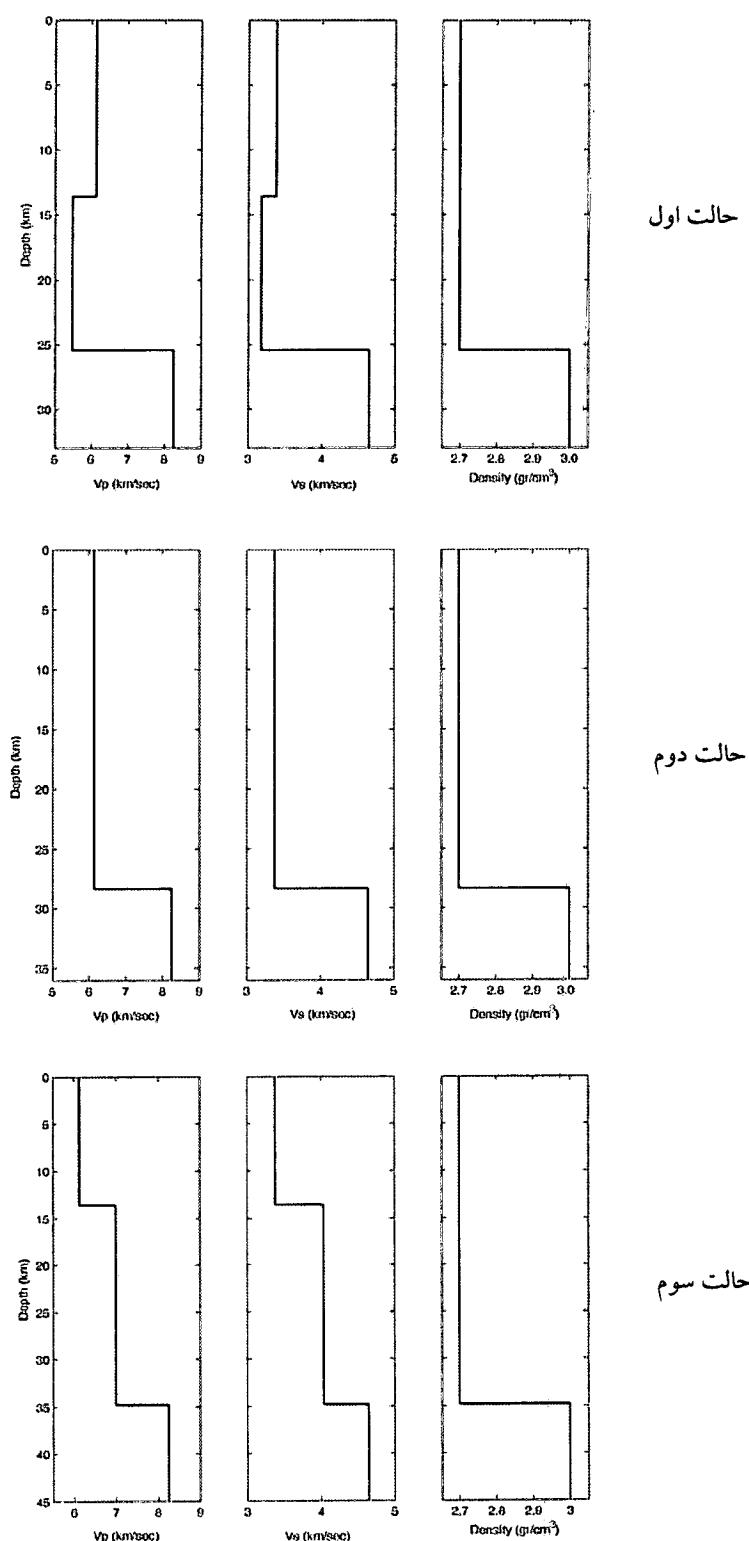
نگارنده‌گان بر خود لازم می‌دانند از مؤسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران و مدیریت اکتشاف شرکت ملی نفت ایران به سبب فراهم آوردن امکانات این پژوهش کمال تشکر را داشته باشند. از آقای دکتر محمدرضا قیاطانچی به دلیل راهنمایی‌های ارزنده‌شان، سپاسگزاری می‌شود.

منحنی قرمز، حالت دوم با منحنی سبز و حالت سوم با منحنی آبی ارائه شده است. نمودارهای پاشش به منظور مقایسه دقیق‌تر، هم بر حسب بسامد و هم بر حسب دورۀ تناوب محاسبه و رسم شده‌اند.

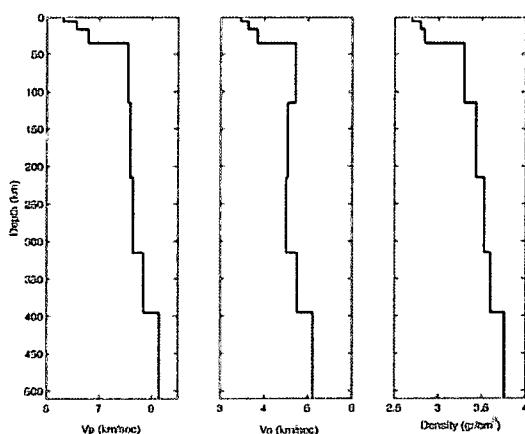
در نمودارهای مذکور، فازهای ایستا که از ترکیب چند مد بالاتر تشکیل می‌شوند، در بازۀ سرعت‌های گروه ۲/۸ تا ۳/۷ کیلومتر بر ثانیه، قابل رویت هستند و به فازهای L_1 و L_2 مربوط‌اند. در سرعت‌های گروه حدود ۴/۴ کیلومتر بر ثانیه، به دام افتادن در لایه کم سرعت گوشته فوقانی کاملاً قابل مشاهده است. پدیده یادشده عامل هموارشدنگی شدید بخش‌هایی از منحنی‌های سرعت گروه است. از آنجا که سرعت موج S در لایه کم سرعت گوشته، ۴/۳ کیلومتر بر ثانیه است، فاز S_1 که ۴۰۰ معدتاً متأثر از خواص کشسان مربوط به تقریباً ۱۹۷۴ کیلومتر نخست از درون زمین است (کالکانیل و پانزا)، می‌تواند با فازهای ایستا که حوالی مقادیر سرعت‌های گروه حدود ۴/۴ کیلومتر بر ثانیه مرکز شده‌اند، در بسامدهای کمتر از ۰/۱ هرتز تشخیص داده شود. در بسامدهای بیشتر از ۰/۱ هرتز، شاخه‌های متفاوت امواج S_1 کاملاً قابل مشاهده هستند، که سریع‌ترین شاخه متمایل به سرعت گروه حدود ۴/۷۵ کیلومتر بر ثانیه (سرعت موج S در زیرکانال) و کندترین شاخه متمایل به سرعت گروه ۴/۵۰ کیلومتر بر ثانیه (سرعت موج S در روی کانال) است. بخش‌های دربرگیرنده نوسانات شدید منحنی‌های سرعت گروه با مقادیر بیشتر از ۴/۵ کیلومتر بر ثانیه نیز می‌توانند مربوط به امواج پیکری متفاوت باشند، یعنی هم امواج P و هم امواج S که به ترتیب لایه‌های بالایی و لایه‌های کاملاً عمیق را نمونه‌برداری می‌کنند. منحنی‌های ارائه شده هسکل، در شکل ۱۴، با شکل‌های ۶ و ۷ و نیز منحنی محاسبه‌ای شکل ۱۵ هم‌خوانی بسیار زیادی را نشان می‌دهند. با این که هسکل محاسبات نهایی خود را با کمیت‌های به هنگار شده عملی

منابع

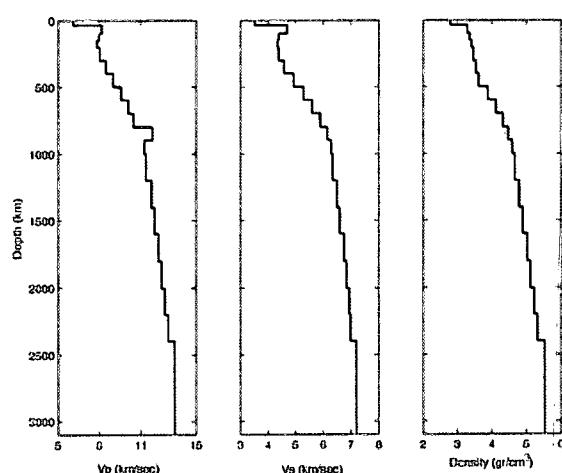
- Press, F., and Takeuchi, H., 1960, Note on the variational and homogeneous layer approximations for the computation of Rayleigh-wave dispersion: Bull. Seism. Soc. Am., **51**, 495-502.
- Rayleigh, L., 1887, On waves propagated along the plane surface of an elastic solid: Proceeding of the London Mathematical Society, **17**, 4-11.
- Schwab, F., 1970, Surface-wave dispersion computations: Knopoff's method: Bull. Seism. Soc. Am., **60**, 1491-1520.
- Schwab, F., and Knopoff, L., 1972, Fast surface wave and free mode computations. In: Methods in computational physics, Vol. 11. B. A. Bolt, ed: 87-180. Academic Press, New York.
- Thomson, W. T., 1950, Transmission of elastic waves through a stratified solid medium: J. Appl. Phys., **21**, 89-93.
- Watson, T. H., 1970, A note on fast computation of Rayleigh wave dispersion in the multilayered half-space: Bull. Seism. Soc. Am., **60**, 161-166.
- Yoshizawa, K., and Kennett, B. L. N., 2002, Non-linear waveform inversion for surface waves with a neighborhood algorithm-application to multimode dispersion measurements: Geophys. J. Int., **149**, 118-133.
- سیدین، ح.، ۱۳۸۳، بررسی عوامل مؤثر در ایجاد لرزه‌نگاشت‌های موج ریلی حاصل از انفجارات، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه تهران.
- Aki, K., and Richards, P. G., 1980, Quantitative seismology: Theory and methods, W. H. Freeman, San Francisco.
- Brune, J., and Dorman, J., 1963, Seismic waves and earth structure in the Canadian shield: Bull. Seism. Soc. Am., **53**, 167-210.
- Calcagnile, G., and Panza, G. F., 1974, Vertical and SV component of Sa: Geophys. J. R. Astron. Soc., **38**, 317-325.
- Haskell, N. A., 1953, The dispersion of surface waves on multilayered media: Bull. Seism. Soc. Am., **43**, 17-34.
- Kamalian, N., 1994, Study of crustal and upper mantle structure along selected paths in Iran using surface wave dispersion: Ph.D. Thesis, Department of Earth Sciences, University of Roorkee.
- Knopoff, L., 1964, A matrix method for elastic wave problems: Bull. Seism. Soc. Am., **54**, 431- 438.
- Lay, T., and Wallace, T. C., 1995, Modern global seismology, Academic Press Inc., San Diego.



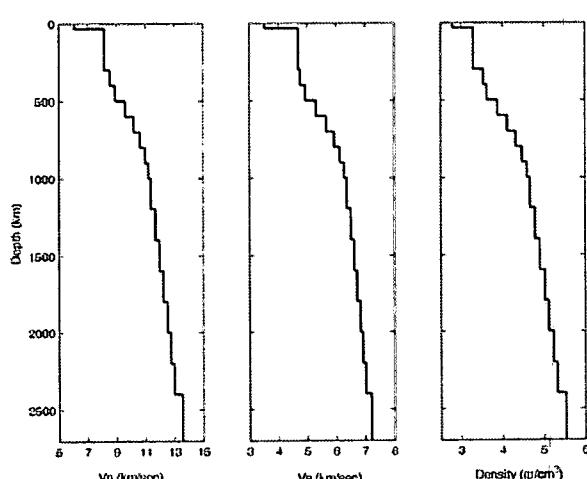
شکل ۲. نمودار تغیرات سرعت موج فشارشی، سرعت موج برشی و چگالی بر حسب عمق برای ۳ مدل فرضی هسکل (۱۹۵۳).



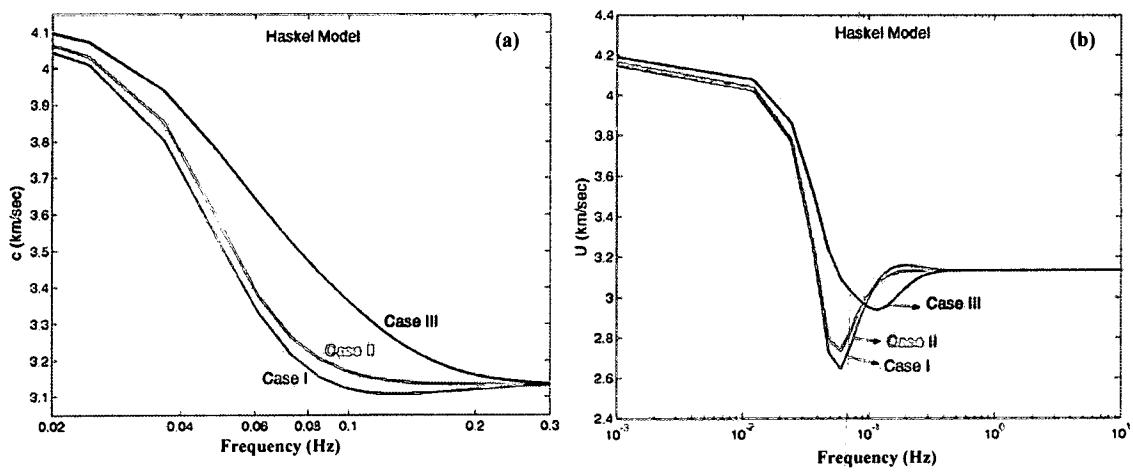
شکل ۳. نمودار تغییرات سرعت موج فشارشی، سرعت موج برشی و چگالی بر حسب عمق برای مدل ۸ لایه‌ای برون و درمن (۱۹۶۳).



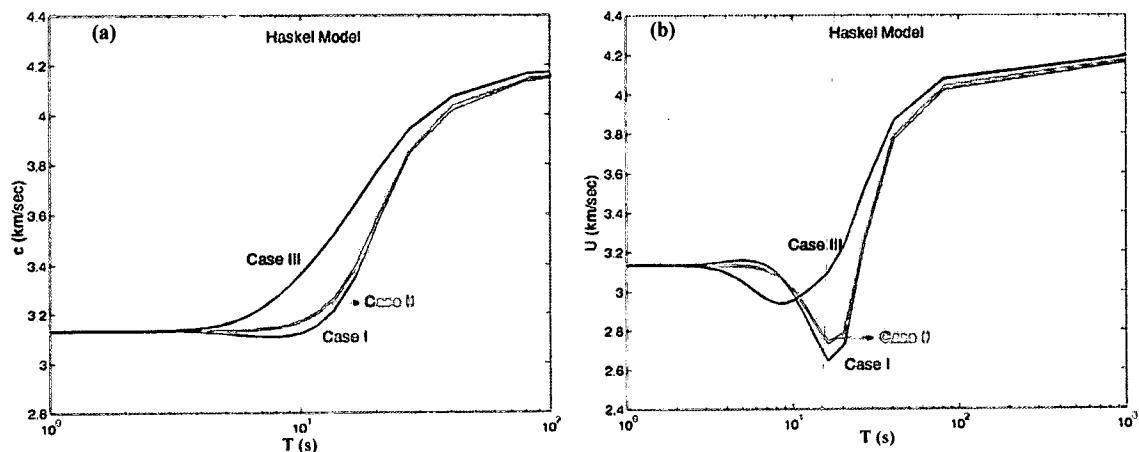
شکل ۴. نمودار تغییرات سرعت موج فشارشی، سرعت موج برشی و چگالی بر حسب عمق برای مدل ۲۰ لایه‌ای گوتبرگ (پرس و تاکنوجی، ۱۹۶۰).



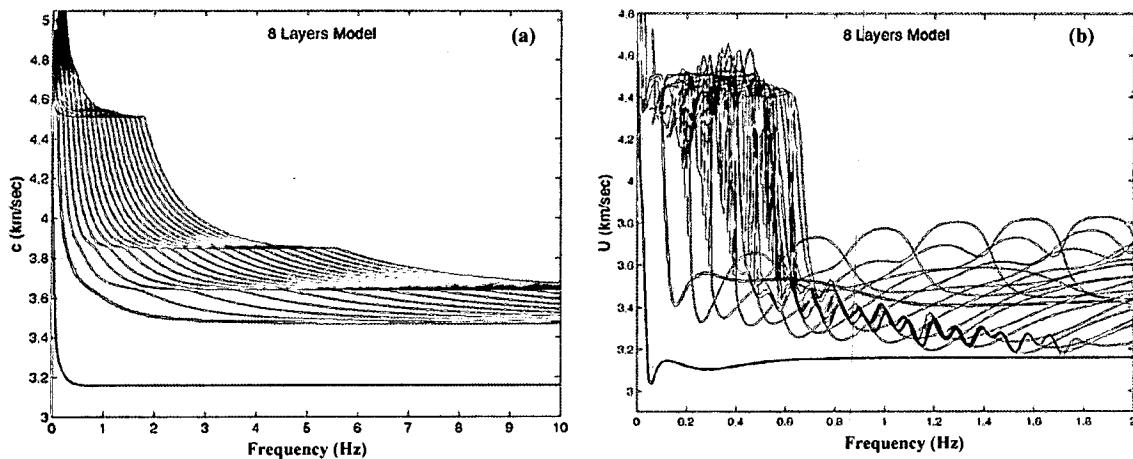
شکل ۵. نمودار تغییرات سرعت موج فشارشی، سرعت موج برشی و چگالی بر حسب عمق برای مدل ۱۷ لایه‌ای جفریز-بولن (اصلاح شده) (پرس و تاکنوجی، ۱۹۶۰).



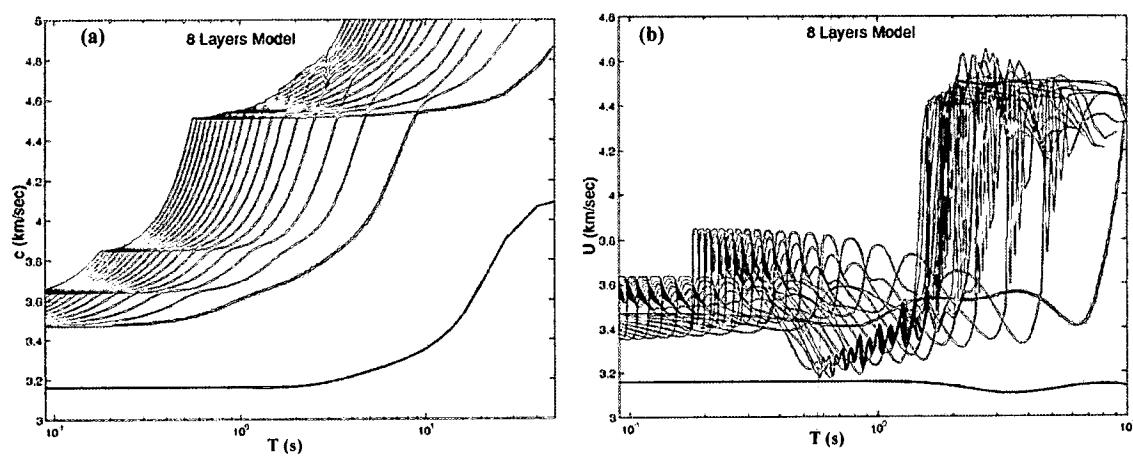
شکل ۶. منحنی های محاسبه ای (a) سرعت فاز و (b) سرعت گروه موج ریلی که برای مدل های فرضی هسکل، شکل ۲، بر حسب بسامد رسم شده اند.



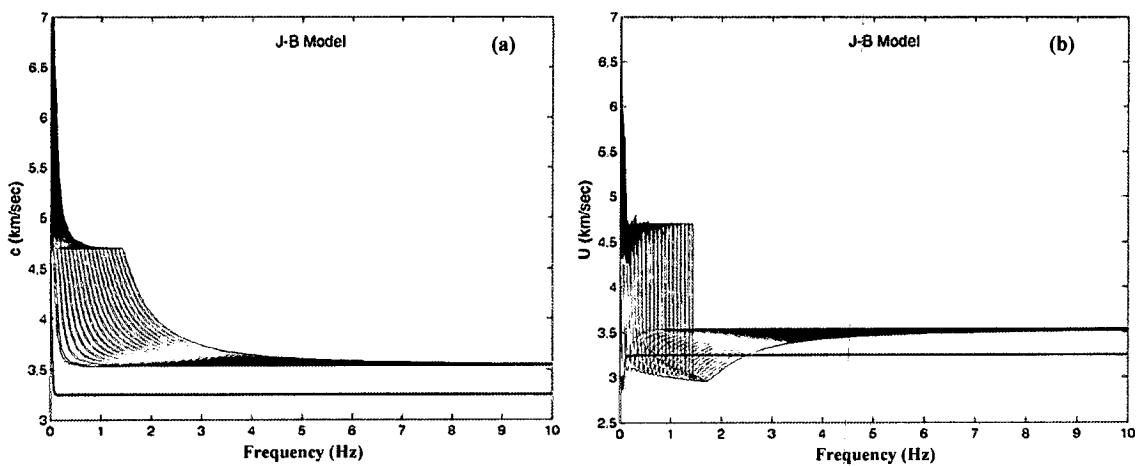
شکل ۷. منحنی های محاسبه ای (a) سرعت فاز و (b) سرعت گروه موج ریلی که برای مدل های فرضی هسکل، شکل ۲، بر حسب دوره تناوب رسم شده اند.



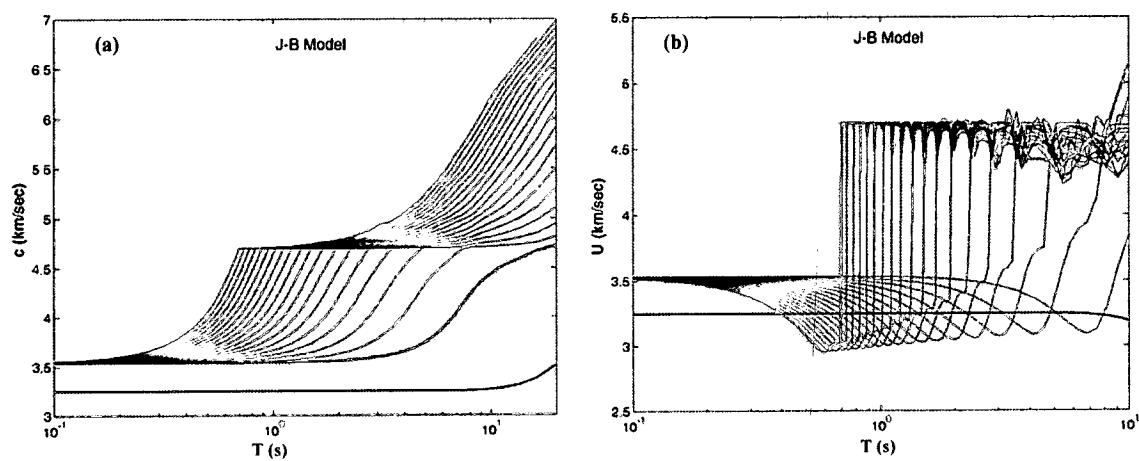
شکل ۸. منحنی های محاسبه ای (a) سرعت فاز و (b) سرعت گروه موج ریلی که برای مدل ۸ لایه ای، شکل ۳، بر حسب بسامد رسم شده اند.



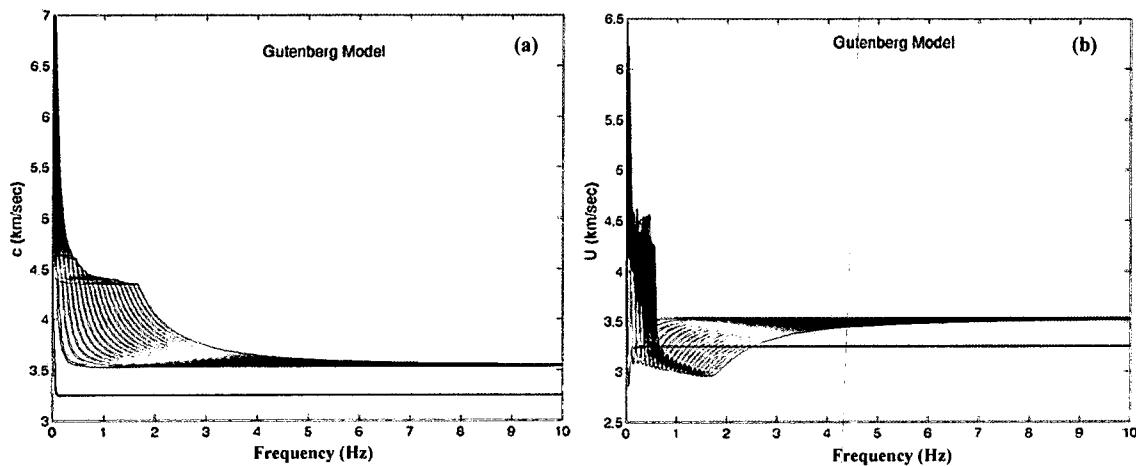
شکل ۹. منحنی های محاسبه ای (a) سرعت فاز و (b) سرعت گروه موج ریلی که برای مدل ۸ لایه ای، شکل ۳، بر حسب دوره تناوب رسم شده اند.



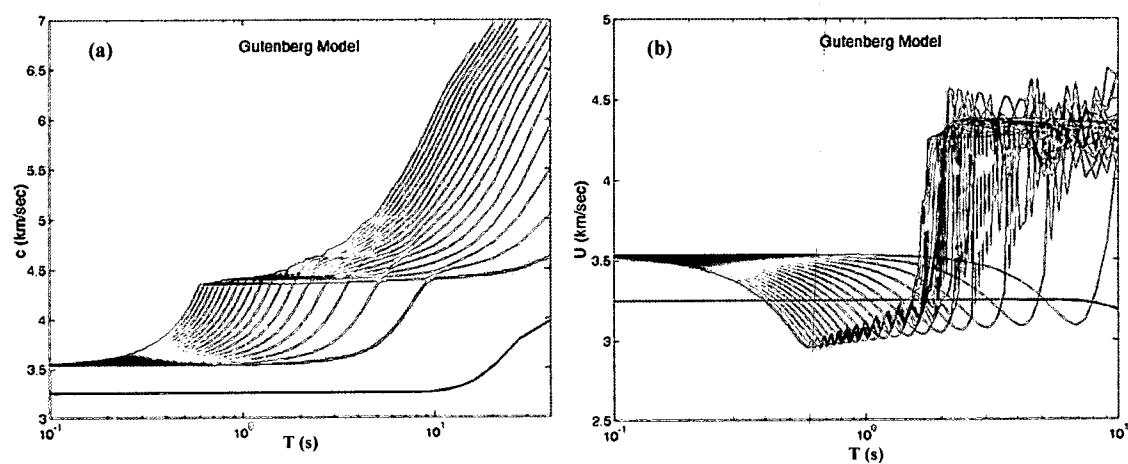
شکل ۱۰. منحنی های محاسبه ای (a) سرعت گروه موج ریلی که برای مدل جفریز-بولن (اصلاح شده)، شکل ۴، بر حسب بسامد رسم شده اند.



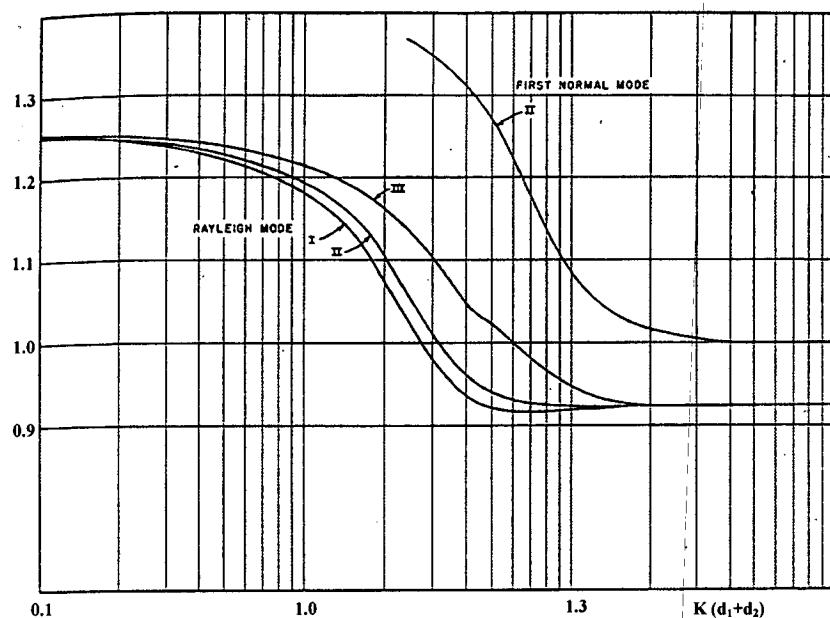
شکل ۱۱. منحنی های محاسبه ای (a) سرعت گروه موج ریلی که برای مدل جفریز-بولن (اصلاح شده)، شکل ۴، بر حسب دوره تناوب رسم شده اند.



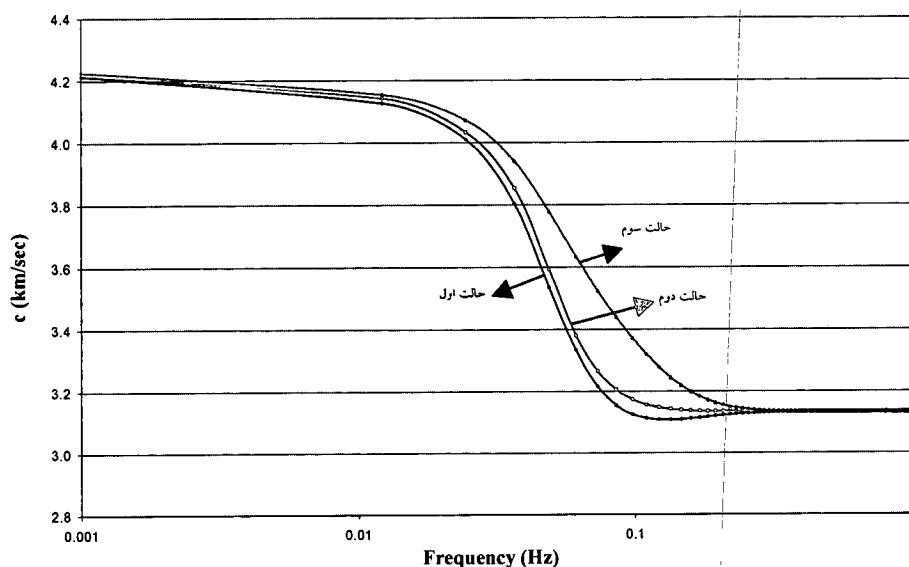
شکل ۱۲. منحنی های محاسبه ای (a) سرعت فاز و (b) سرعت گروه موج ریلی که برای مدل گوتبرگ، شکل ۵، برحسب بسامد رسم شده اند.



شکل ۱۳. منحنی های محاسبه ای (a) سرعت فاز و (b) سرعت گروه موج ریلی که برای مدل گوتبرگ، شکل ۵، برحسب دوره تناوب رسم شده اند.



شکل ۱۴. سرعت فاز امواج ریلی برای ساختارهای پوسته‌ای مفروض هسکل (۱۹۵۳) مطابق شکل ۲.



شکل ۱۵. سرعت فاز مد اساسی موج ریلی بر حسب بسامد برای سه ساختار پوسته‌ای مفروض هسکل که به منظور مقایسه دقیق‌تر با نتایج وی رسم شده‌اند (سیدین، ۱۳۸۳).