

سرعت انتشار امواج الاستیک در نمونه‌های سنگ آهک منطقه خوزستان در حالت‌های خشک و اشباع

مجید نبی‌بهدندی* و میتوکوریان*

چکیده

در این مقاله سرعت انتشار امواج تراکمی و برشی بر روی ۳۹ نمونه سنگ آهک منطقه خوزستان در فشار اتمسفر در دو حالت خشک و اشباع توسط روش اولین زمان رسید موج اندازه‌گیری شده است. اندازه‌گیری‌هایک رابطه ساده خطی بین سرعت انتشار امواج تراکمی و برشی برای دو حالت خشک و اشباع نشان می‌دهند. همچنین مشاهده شد که ضرایب الاستیک شامل مدولهای بالک، برشی و بانگ روند کاهشی با افزایش تخلخل دارند. اندازه‌گیری‌ها همچنین یک رابطه خطی بسیار خوبی بین مدولهای الاستیک نرمال شده نسبت به چگالی با V_p برای دو حالت خشک و اشباع نشان می‌دهند.

کلیدواژه‌ها: مدول الاستیک، امواج تراکمی، امواج برشی

۱ مقدمه

آگاهی از سرعت‌های انتشار امواج تراکمی و برشی در سنگها در مهندسی زمین‌شناسی، ژئوفیزیک و مهندسی نفت از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. از عوامل اساسی و مهم که بر روی سرعت انتشار امواج و تضعیف آنها تأثیر می‌گذارد، خواص الاستیک ذرات تشکیل دهنده سنگ، نوع مواد سیمانی که این ذرات را محصور کرده‌اند، چگالی ذرات جامد سنگ، چگالی سیالی که در خلل و فرج قرار دارد، دما، فشار خارجی وارد بر سنگ، فشار سیال موجود در خلل و فرج، تخلخل، تراکم پذیری سیال، عمقی که سنگ در آن قرار دارد، سن زمین‌شناسی و ترکهای ریز موجود در سنگ می‌باشند.

سرعت انتشار امواج تراکمی و برشی در سنگها، عامل مهمی برای توصیف ساختمان و خواص سنگ‌شناسی سنگها می‌باشد. برای مثال، دانستن نسبت سرعت امواج تراکمی به برشی، V_p/V_s ، می‌تواند در تعیین نوع سیال اشباع‌کننده خلل و فرج، درصد تخلخل و درصد حضور مواد تشکیل دهنده یک نمونه رسوبی مرکب به ما کمک کند.

در این مقاله ابتدا روال کار آزمایشگاهی و شرح دستگاه اندازه‌گیری سرعت بطور مختصر توضیح داده شده است.

سپس نتایج حاصل از اندازه‌گیری‌های آزمایشگاهی مورد بحث قرار گرفته است. برخی تئوری‌های موجود در مورد سرعت انتشار امواج در سنگها در قسمت بعد توضیح داده شده و نتایج حاصل از آزمایشگاه با تئوری‌های مزبور مقایسه گردیده است. در انتها نتیجه‌گیری آورده شده است.

۲ روال کار آزمایشگاهی و شرح دستگاه اندازه‌گیری سرعت

جهت بررسی چگونگی انتشار امواج تراکمی و برشی در سنگ آهک و بررسی روابط موجود، نمونه‌های استوانه‌ای شکل در اندازه‌های مختلف به طول‌های ۸۹/۸۱ تا ۱۳۸/۲۸ میلی‌متر و قطر تقریبی ۵۴ میلی‌متر از مناطق جنوبی ایران تهیه شده است. حدود نیمی از این نمونه‌ها، سنگ آهک آسماری می‌باشند که از منطقه مسجد سلیمان نمونه‌برداری گردیده‌اند. بقیه نمونه‌ها مربوط به سنگ آهک سروک و سنگ آهک داریان می‌باشند که از مناطق بهبهان، رامهرمز و ایذه نمونه‌برداری شده‌اند.

برای اندازه‌گیری سرعت امواج در حالت خشک نمونه‌ها

۳ داده‌های حاصل از اندازه‌گیریهای آزمایشگاهی
۱.۳ رابطه بین V_p و V_s در حالت‌های خشک و اشباع
داده‌های موجود از اندازه‌گیریهای آزمایشگاهی، یک رابطه
خطی بین سرعت انتشار امواج P و S در دو حالت خشک و
اشباع را نشان می‌دهند (شکل ۱).

$$(۱-الف) \quad V_p = 1.27 V_s + 1.17 \quad \text{خشک}$$

$$(۱-ب) \quad V_p = 1.76 V_s + 0.62 \quad \text{اشباع}$$

که در آن سرعت‌ها بر حسب کیلومتر بر ثانیه می‌باشند. اهمیت
رابطه (۱) در این است که می‌توان از روی سرعت امواج
تراکمی در یک سازند، سرعت امواج برشی را تخمین زد. در
کارهای مهندسی لرزه‌ای و لرزه درون‌چاهی هنگامیکه
اندازه‌گیری سرعت امواج S میسر نمی‌باشد و یا اندازه‌گیری آن
به سادگی و با دقت لازم انجام پذیر نیست، می‌توان با کمک
اطلاعات مربوط به سرعت امواج P و با استفاده از رابطه (۱)
سرعت امواج S را بدست آورد. اهمیت این موضوع بخصوص
زمانی که نیاز به اطلاعات مربوط به ضرایب الاستیک در
سازند مورد نظر می‌باشد بیشتر مشخص می‌گردد (کاستاگانا و
همکاران، ۱۹۸۵).

۲.۳ رابطه بین سرعت امواج تراکمی و برشی با
تخلخل

ارتباط بین سرعت انتشار امواج تراکمی P و امواج برشی
S با تخلخل در شکل (۲) نشان داده شده است. همانطور که در
شکل‌های (۲-الف) و (۲-ب) دیده می‌شود، یک روند
کاهشی در هر دو سرعت P و S با افزایش تخلخل وجود دارد.
این نتایج نشان می‌دهد که بطور غالب افزایش تخلخل در
سنگ سبب کاهش سرعت‌های P و S می‌گردد، گرچه شکل
هندسی حفره‌ها نیز می‌توانند بر روی سرعت تأثیر بگذارند.

۳.۳ روابط موجود بین ضرایب الاستیک نرمال شده بر
حسب چگالی و سرعت امواج تراکمی

اثر اشباع آب روی مدول بالک توسط چندین محقق
بررسی شده است (گاسمن، ۱۹۵۱، بیوت، ۱۹۵۶،
نسوروسیمون، ۱۹۶۹، کاستروتوکسوز، ۱۹۷۴، بلنگی و
همکاران، ۱۹۹۳). آنها نشان داده‌اند که آب تأثیر زیادی بر روی

استدبابه مدت ۲۴ ساعت در یک آون الکتریکی تحت
دمای 70°C نگهداری شدند، سپس با استفاده از روش اولین
زمان رسید موج، سرعت موج P در فرکانس ۶۳ کیلوهرتز و
موج S در فرکانس ۳۳ کیلوهرتز اندازه‌گیری شدند. از همین
روش برای اندازه‌گیری سرعت امواج P و S در نمونه‌های
اشباع استفاده گردید. با دانستن سرعت امواج P و S و چگالی
بالک نمونه‌های سنگ، ضرایب الاستیک سنگ قابل محاسبه
می‌باشند.

سیستم الکترونیکی برای اندازه‌گیری سرعت‌های امواج
تراکمی و برشی یک Sonicviewer مدل ۵۲۱۷A بملاوه یک
جفت ترانس دیوسریزوالکتریک، مربوط به امواج تراکمی P
با فرکانس مرکزی ۶۳ کیلوهرتز و یک جفت ترانس
دیوسریزوالکتریک مربوط به امواج برشی S با فرکانس مرکزی
۳۳ کیلوهرتز می‌باشد که در هر جفت ترانس دیوسریزوالکتریک
نقش فرستنده امواج P یا S و دیگری نقش گیرنده این امواج را دارد.
برای اندازه‌گیری سرعت، یکی از ترانس دیوسرها (فرستنده)
بوسیله سیستم الکترونیکی برانگیخته می‌شود. سپس پالس
مکانیکی ایجاد شده در طول نمونه سنگ حرکت کرده و
بوسیله ترانس دیوسر دیگر (گیرنده) دریافت می‌گردد. آنگاه
انرژی مکانیکی حاصل توسط ترانس دیوسر گیرنده به یک
پالس الکتریکی تبدیل شده و به سیستم الکترونیکی منتقل
می‌شود، آنگاه شکل موج حاصل بر روی صفحه مانیتور
مشخص می‌گردد. از روی شکل موج می‌توان شروع موج را
مشخص نمود. برای آن که زمان سیر موج در طول نمونه سنگ
تعیین گردد، ابتدا دو ترانس دیوسر فرستنده و گیرنده رویهم
قرار داده می‌شوند و شکل موج مربوط روی کانال بالایی ضبط
می‌گردد. سپس نمونه سنگ بین دو ترانس دیوسر قرار می‌گیرد
و دوباره با ارسال پالس، شکل موج دیگری تولید می‌شود که
روی کانال پایینی ضبط می‌گردد. آنگاه زمان سیر موج در طول
نمونه سنگ از اختلاف زمان سیر موج در حالتی که دو ترانس
دیوسر رویهم قرار دارند و زمان سیر موج در حالتی که
مجموعه دو ترانس دیوسر و نمونه سنگ با هم قرار دارند قابل
محاسبه می‌باشد. با اندازه‌گیری زمان سیر موج و
اندازه‌گیری طول نمونه، سرعت انتشار موج
محاسبه می‌گردد.

که در آنها V_p بر حسب کیلومتر بر ثانیه، مدولها بر حسب کیلوبار و چگالی بر حسب گرم بر سانتی متر مکعب می باشند، همچنین R بیانگر ضریب همبستگی^۱ داده ها می باشد. با معلوم بودن V_p و چگالی بعنوان مثال از روی نگارهای چاه، می توان با استفاده از روابط (۲) و (۳)، مدولهای بالک و برشی را برای سازند آهکی مورد نظر بدست آورد و دیگر نیازی به داشتن سرعت موج برشی نمی باشد. چنین ارتباط خطی بین ضریب یانگ، E ، و V_p نیز در دو حالت خشک و اشباع مشاهده می شود. (شکل ۴).

۴ بررسی بعضی روابط موجود در مورد سرعت انتشار امواج الاستیک در سنگها

برای خیلی از مواد زمین که شامل یک پیکره جامد^۲ که از یک سیال اشباع شده است، سرعت انتشار امواج الاستیک بستگی به خواص هر یک از اجزای تشکیل دهنده این محیط مرکب و مشخصات ساختمانی پیکره جامد دارد. در بررسی

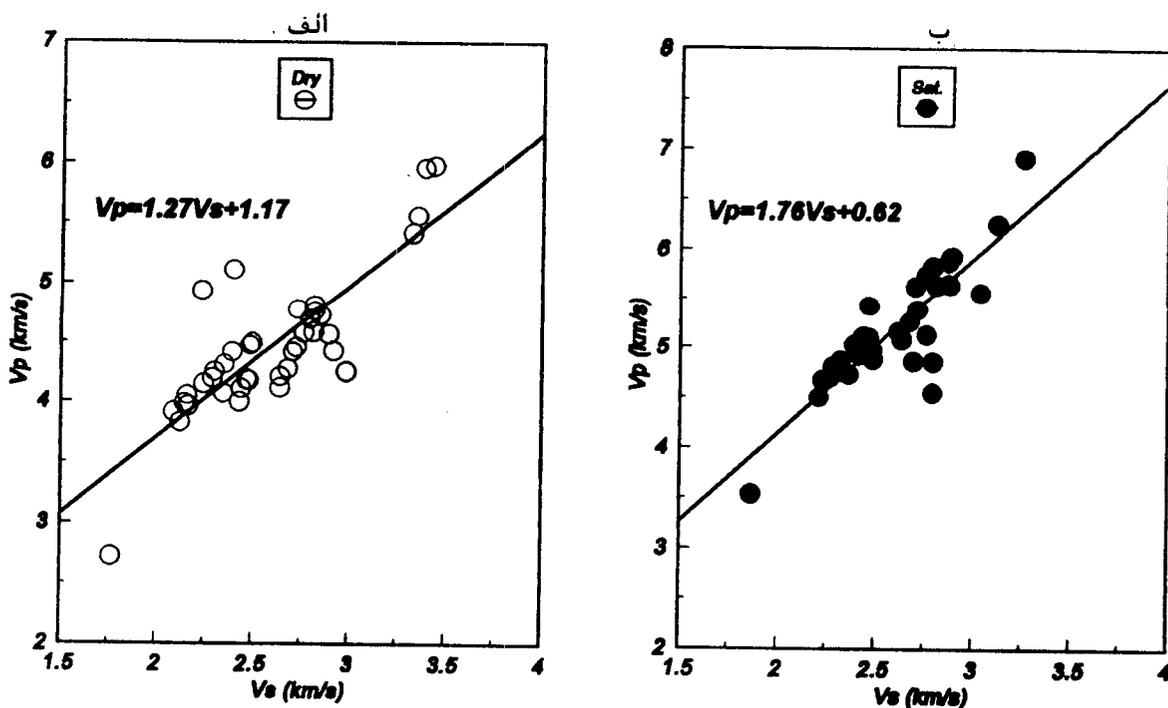
افزایش مدول بالک سنگها دارد و این با نتایج ما سازگار می باشد (کوثریان، ۱۳۷۶).

بر اساس تئوری گاسمن، با فرض اینکه سیال موجود در خلل و فرج سنگ هیچگونه واکنشی با قسمت جامد سنگ انجام نمی دهد، مدول برشی کل سنگ همان مدول برشی پیکره سنگ خواهد بود. اندازه گیریها نشان می دهد که مدول برشی تحت تأثیر اشباع با ثابت باقی می ماند یا به میزان خیلی کمی تغییر می یابد. همچنین مشاهده می شود که اشباع آب باعث افزایش مدول یانگ نیز می شود.

شکل (۳) ارتباط بین مدولهای بالک و برشی نرمالیز شده بر حسب چگالی را با سرعت امواج تراکمی، V_p ، نشان می دهد. همانطور که مشاهده می شود یک ارتباط خطی خیلی خوبی بین این مدولهای نرمال شده با سرعت امواج تراکمی بخصوص در حالت اشباع وجود دارد که بصورت زیر می باشند:

(۲) $R=0.94$ $K/\rho = 76.10V_p - 213.23$

(۳) $R=0.75$ $\mu/\rho = 22.07V_p - 46.33$



شکل ۱. رابطه بین سرعت امواج تراکمی و برشی برای ۳۹ نمونه سنگ آهک منطقه خوزستان در فشار اتمسفر برای دو حالت (الف) خشک و (ب) اشباع.

1. correlation coefficient

2. solid skeleton

قسمت جامد سنگ، مدول بالک سیال درون خلل و فرج، مدول بالک پیکره سنگ (سنگی که خالی از هرگونه سیال فرض می‌شود) و مدول بالک کل سنگ اشباع از سیال می‌باشند و ϕ بیانگر تخلخل سنگ است.

این رابطه بیان می‌کند که مدول بالک کل سنگ اشباع شده از سیال برابر است با مدول بالک پیکره سنگ بعلاوه یک عبارت که مربوط به ویژگی سیال می‌باشد. بر اساس این تئوری مدول برشی سنگ اشباع با مدول برشی پیکره سنگ μ_d برابر می‌باشند یعنی

$$\mu = \mu_d \quad (5)$$

همچنین چگالی سنگ اشباع، ρ ، از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\rho = \phi \rho_f + (1-\phi)\rho_s \quad (6)$$

که در این رابطه ρ_s و ρ_f به ترتیب چگالی قسمت جامد سنگ و چگالی سیال درون خلل و فرج می‌باشد. با مشخص شدن ضرایب الاستیک سنگ اشباع یعنی K و μ و همچنین چگالی آن ρ ، سرعت انتشار امواج P و S بصورت زیر محاسبه

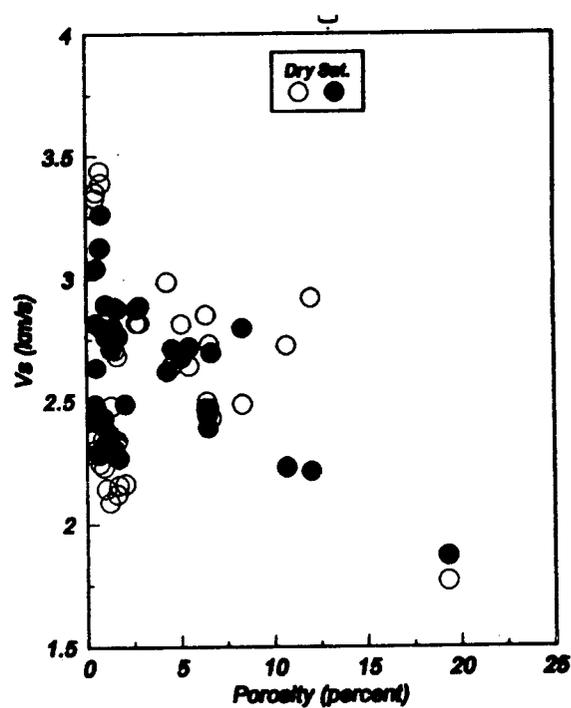
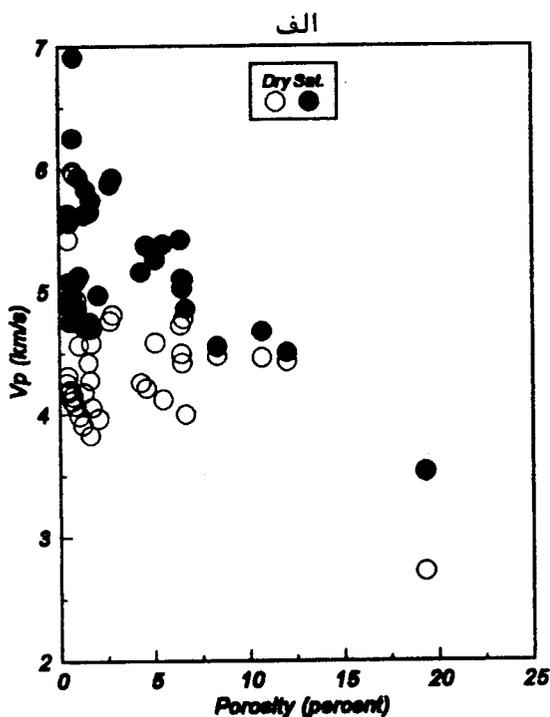
این عوامل بر روی سرعت امواج، تئوریهای گاسمن (۱۹۵۱) و بیوت (۱۹۵۶) و همچنین روابطی که توسط وایلی و همکاران (۱۹۵۶) و ریمر و همکاران (۱۹۸۰) بدست آمده‌اند بطور مختصر توضیح داده می‌شوند.

۱.۴ تئوری گاسمن^۱

گاسمن (۱۹۵۱) با انجام این فرض که هرگونه حرکت نسبی بین سیال و قسمت جامد سنگ در مقایسه با حرکت کل سنگ اشباع شده، بویژه در فرکانسهای پایین، قابل اغماض است، و همچنین با این فرض که پیکره سنگ از یک جسم جامد الاستیک، همگن و همسانگرد ساخته شده است، رابطه زیر را برای مدول بالک سنگ اشباع بدست آورده است:

$$K = K_d + \frac{(1 - \frac{K_d}{K_s})^2}{\frac{\phi}{K_f} + \frac{(1-\phi)}{K_s} - \frac{K_d}{K_s^2}} \quad (4)$$

که در این رابطه K_s ، K_f ، K_d و K به ترتیب مدول بالک



شکل ۲. بستگی بین سرعت (الف) امواج تراکمی و (ب) امواج برشی با تخلخل برای ۳۹ نمونه سنگ آهک منطقه خوزستان در فشار اتمسفر، در دو حالت خشک و اشباع.

$$V_s = \left[\frac{\mu_d}{(1-\phi)\rho_s + [1-(1/\gamma)]\phi\rho_f} \right]^{1/2} \quad (10)$$

که در آن γ ضریب پیچایی^۲ می باشد که یک ضریب بی بعد است و بستگی به شکل حفره درون سنگ دارد. کمیت های A و B و P و R و Q توسط ونگ و نور (۱۹۹۲) بیان شده است. شکل های ۵ و ۶ یک مقایسه از نتایج آزمایشگاهی بدست آمده را با آنچه تئوری های گاسمن و بیوت پیش بینی می کنند برای هر دو موج P و S نشان می دهند. در اینجا با توجه به ماتریکس سنگ آهک، مدول بالک قسمت جامد سنگ Ks معادل ۷۵۰ کیلو بار در نظر گرفته شده است. با توجه به این اشکال دیده می شود توافق نسبتاً خوبی بین داده های آزمایشگاهی و تئوری های فوق وجود دارد.

۳.۴ رابطه میانگین زمانی^۳

وایلی و همکاران (۱۹۵۶) با اندازه گیری سرعت در یک

می گردند.

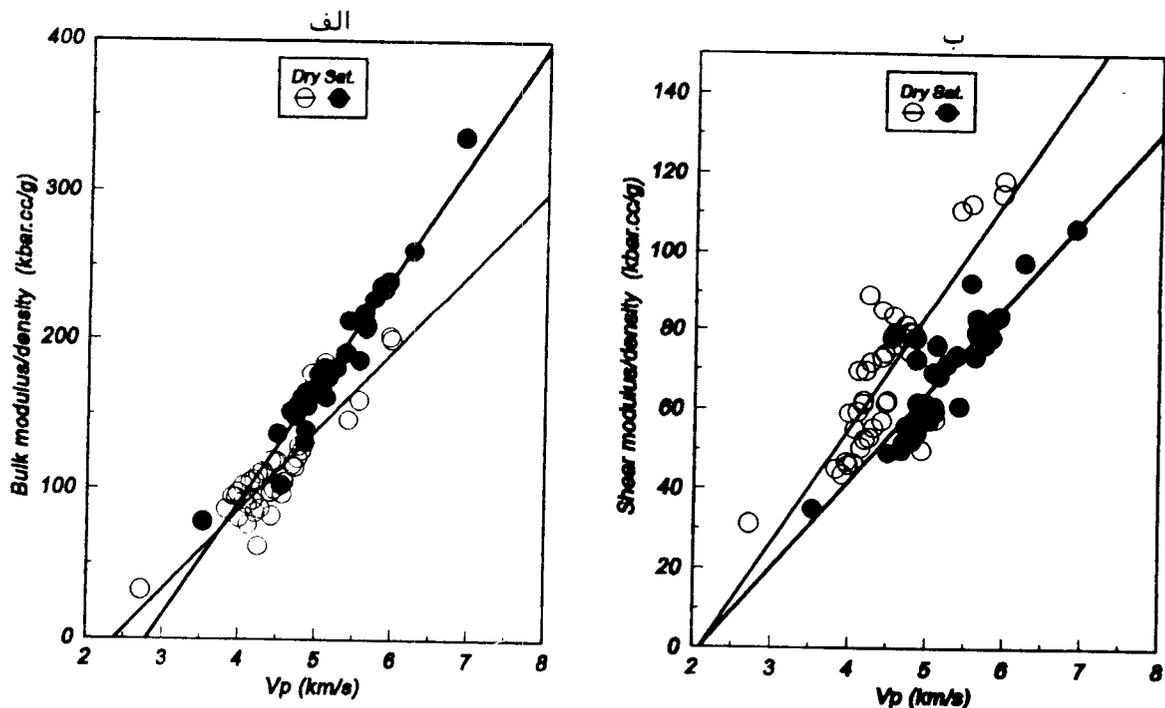
$$V_p = \left[\frac{K + 4/3\mu}{\rho} \right]^{1/2} \quad (7)$$

$$V_s = (\mu/\rho)^{1/2} \quad (8)$$

۲.۴ تئوری بیوت^۱

در تئوری بیوت (a, b, ۱۹۵۶) حرکت نسبی بین سیال و پیکره سنگ در نظر گرفته می شود. بر این اساس بیوت در دو محدوده فرکانسی پایین و بالا روابطی را برای سرعت انتشار امواج بدست آورده است. تئوری بیوت در فرکانس های پایین دارای نتایج یکسان با تئوری گاسمن می باشد، اما در فرکانس های بالا بیوت روابط زیر را برای محاسبه سرعت انتشار امواج تراکمی (V_p) و امواج برشی (V_s) معرفی کرده است.

$$V_p = \left[\frac{A + [A^2 - 4B(PR - Q^2)]^{1/2}}{2B} \right]^{1/2} \quad (9)$$



شکل ۳. رابطه بین مدول های الاستیک نرمال شده با چگالی با سرعت امواج تراکمی در دو حالت خشک و اشباع برای ۳۹ نمونه سنگ آهک منطقه خوزستان در فشار اتمسفر (الف) مدول بالک نرمال شده با چگالی و (ب) مدول برشی نرمال شده با چگالی.

1. Biot's theory

2. tortuosity factor

3. Time-average relationship

۴.۴ رابطه ریمر^۱

ریسر و همکاران (۱۹۸۰) در محدوده تخلخل $0 \leq \phi \leq 0.37$ براساس داده‌های آزمایشگاهی رابطه تجربی زیر ارائه داده‌اند.

$$V_p = (1-\phi)^2 V_m + \phi V_f \quad (12)$$

این رابطه در داده‌هایی که از نگارهای صوتی چاه حاصل می‌شوند برازش بهتری را نسبت به رابطه میانگین زمانی بدست می‌دهد. اما در اینجا نیز هنگامیکه سنگ تحت فشار محصورکننده پایینی قرار داشته باشد نتایج خوبی را بدست نمی‌دهد. مقایسه داده‌های آزمایشگاهی حاضر با این رابطه در شکل (۷-ب) نشان داده شده است. مطابق شکل رابطه ریمر مقادیر سرعت بالاتری را نسبت به داده‌های آزمایشگاهی نشان می‌دهد.

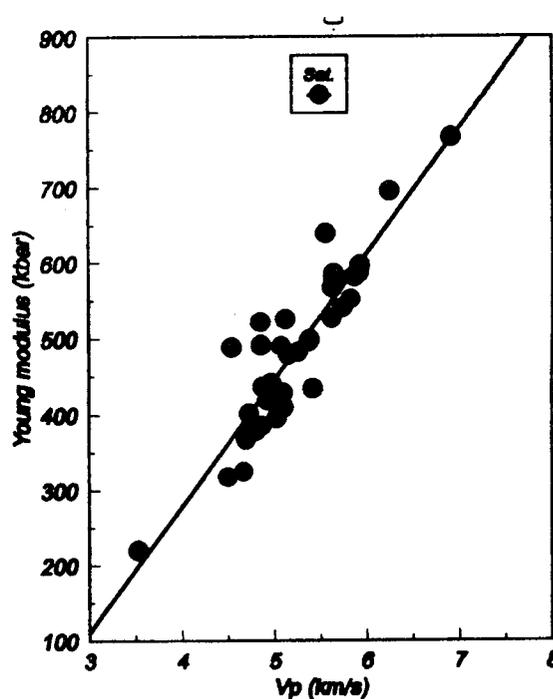
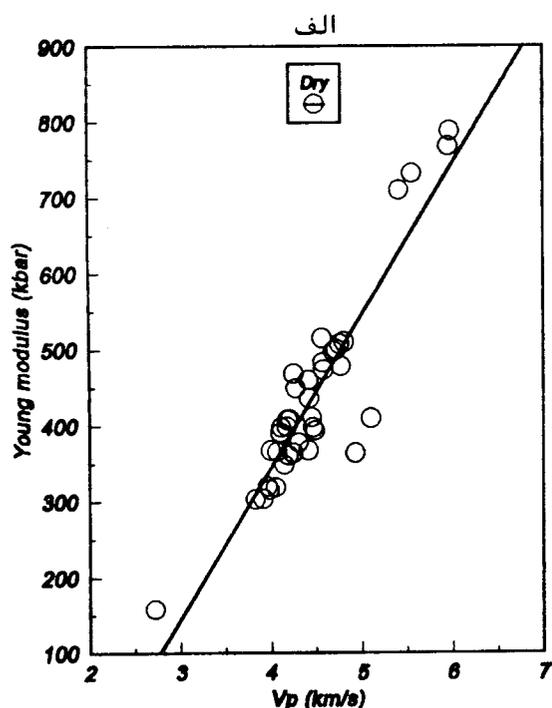
۵ نتایج

در این مقاله اثرات اشباع آب و تخلخل بر سرعت‌های امواج

مجموعه از لایه‌های متناوب از پلاستیک و آلومینیوم متوجه شدند که رابطه میانگین زمانی با داده‌ها برازش خوبی را بدست می‌دهد. سپس این رابطه را برای یک سنگ اشباع که از یک سیستم دو فاز شامل دانه یا قست جامد سنگ و سیال درون حفره تشکیل شده است تعمیم داده و آن را بصورت زیر بیان کردند.

$$\frac{1}{V_p} = \frac{\phi}{V_f} + \frac{(1-\phi)}{V_m} \quad (11)$$

که در این رابطه V_p ، V_f و V_m به ترتیب سرعت انتشار موج تراکمی در سنگ اشباع شده از سیال، سرعت موج تراکمی در سیال اشباع‌کننده و بالاخره سرعت موج تراکمی در قسمت جامد سنگ می‌باشند. این رابطه که به رابطه میانگین زمانی مشهور است، بستگی سرعت به تخلخل را نشان می‌دهد و به اعتقاد ایشان هنگامی صادق است که سنگ تحت فشار بالا قرار داشته باشد. رابطه میانگین زمانی نتیجه خوبی با داده‌های آزمایشگاهی در فشارهای پایین نمی‌دهد که این در شکل (۷-الف) نشان داده شده است.



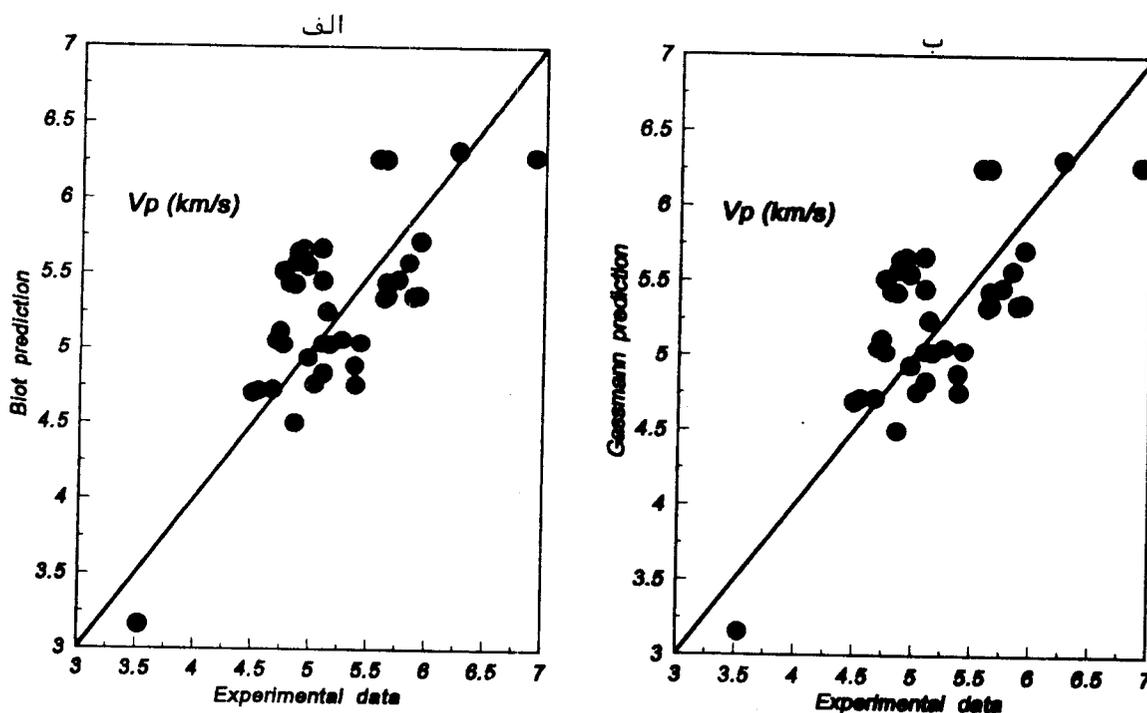
شکل ۴. رابطه بین مدول یانگ و سرعت امواج تراکمی برای ۳۹ نمونه سنگ آهک منطقه خوزستان در فشار اتمسفر در دو حالت (الف) خشک و (ب) اشباع.

سرعت انتشار امواج الاستیک در سنگها تطابق بین تئوریهای گاسمن و بیوت با نتایج آزمایشگاهی نشان داده شده است. اما روابط میانگین زمانی و ریمر سرعتهای بیشتری رانسبت به آنچه در آزمایشگاه، بدست آمده است، پیش بینی می کنند. این نشان می دهد که در تخمین سرعت انتشار امواج الاستیک در سنگهای اشباع، تئوریهای گاسمن و بیوت می توانند مورد استفاده قرار گیرند.

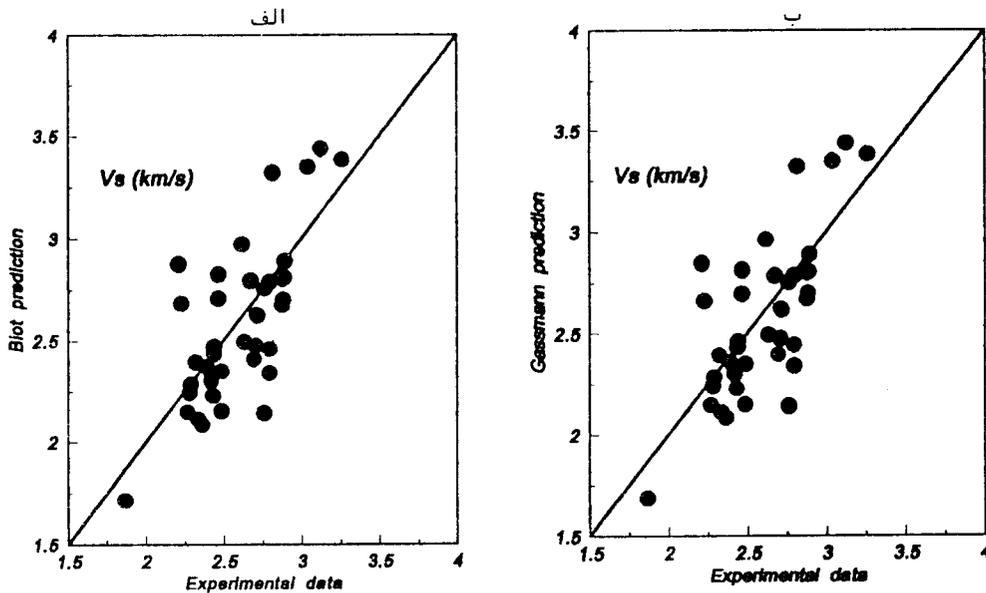
تشکر و قدرانی

بدینوسیله از مؤسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران بعلت در اختیار قرار دادن امکانات آزمایشگاه فیزیک سنگ و همچنین از گروه زمین شناسی مهندسی دانشگاه تربیت مدرس بعلت تهیه نمونه های سنگ و همچنین اشباع آنها تشکر و قدرانی می گردد.

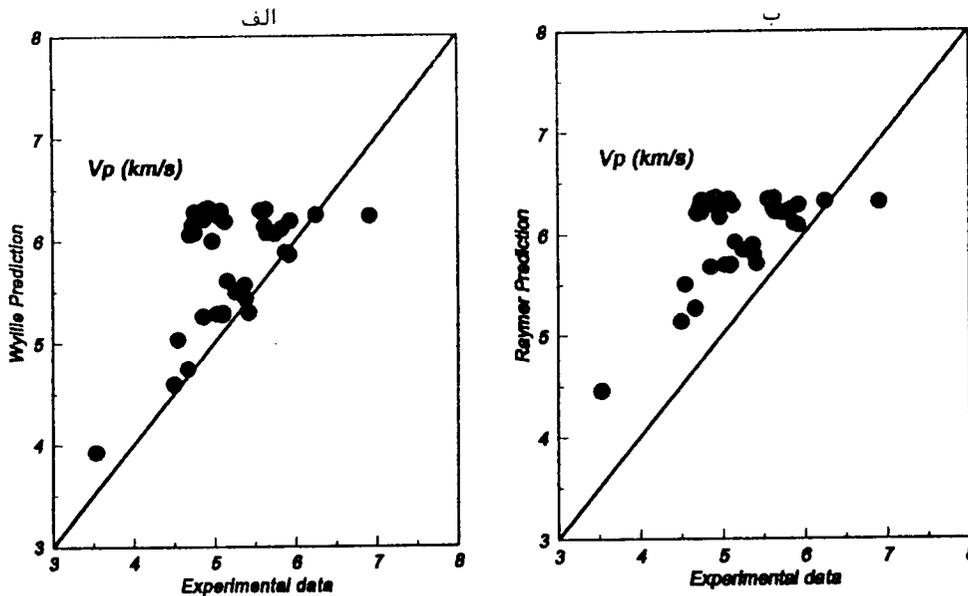
P و S و مدولهای الاستیک بر پایه اندازه گیریهای آزمایشگاهی روی ۳۹ نمونه سنگ آهک بررسی شده است. رابطه خطی بین سرعتهای انتشار امواج P و S و روند کاهش سرعت انتشار امواج با افزایش تخلخل نشان داده شده است. همچنین روابط خطی قابل توجهی بین مدولهای الاستیک نرمال شده بر حسب چگالی با V_p مشاهده شده است. ارتباط خطی بین V_s و V_p و همچنین ارتباط خطی بین مدولهای بالک و برشی نرمال شده بر حسب چگالی با V_p ، بخصوص در حالت اشباع سبب می شود که بدون داشتن اطلاعات مربوط به V_s در یک چاه، بتوان مدولهای الاستیک سازند مورد نظر را تخمین زد. البته لازم است قبلاً "چگالی سازند از روی نگار چگالی بدست آمده باشد. با بکارگیری بعضی تئوریا و روابط موجود در مورد



شکل ۵. مقایسه بین داده های آزمایشگاهی سرعت امواج تراکمی و سرعت های پیش بینی شده توسط تئوریهای (الف) بیوت و (ب) گاسمن برای ۳۹ نمونه سنگ آهک منطقه خوزستان در فشار اتمسفر. نمودارها، توزیع داده ها را در اطراف خطی که بیانگر یکسان بودن نتایج آزمایشگاهی و نتایج پیش بینی شده توسط تئوریا می باشند، نشان می دهند.



شکل ۶. مقایسه بین داده‌های آزمایشگاهی سرعت امواج برشی و سرعت‌های پیش‌بینی شده توسط تئوریهای (الف) بیوت و (ب) گاسمن برای ۳۹ نمونه سنگ آهک منطقه خوزستان در فشار اتمسفر، نمودارها، توزیع داده‌ها در اطراف خطی که بیانگر یکسان بودن نتایج آزمایشگاهی و نتایج پیش‌بینی شده توسط تئوریها می‌باشند، نشان می‌دهند.



شکل ۷. مقایسه بین داده‌های آزمایشگاهی سرعت امواج تراکمی و سرعت‌های پیش‌بینی شده توسط روابط (الف) وایلی و (ب) ریمر برای ۳۹ نمونه سنگ آهک منطقه خوزستان در فشار اتمسفر. نمودارها، توزیع داده‌ها را در اطراف خطی که بیانگر یکسان بودن نتایج آزمایشگاهی و نتایج پیش‌بینی شده توسط روابط می‌باشند نشان می‌دهند. با توجه به نمودارها، سرعت‌های پیش‌بینی شده توسط روابط وایلی و ریمر، مقادیر بالاتری را نسبت به آنچه در آزمایشگاه بدست آمده‌اند نشان می‌دهند.

منابع

- Raymer, D. S., Hunt, E. R., and Gardner, J. S., 1980, An improved sonic transit time-to-porosity transform: 21st Ann. Mtg. Soc. prof. Well-log Anal., paper P.
- Kuster, G. T., and Toksöz M. N., 1974, Velocity and attenuation of seismic waves in two phase media: part I. Theoretical formulations, *Geophysics*, 39, 587-606.
- Nur, A. and Simmons, G., 1969, The effect of saturation on velocity in low porosity rocks, *Earth and Planetary Science Letters*, 7, 183-193.
- Wang, Z., and Nur, A., 1992, Seismic and acoustic velocities in reservoir rocks, Society of Exploration Geophysicists, *Geophysics Reprint Series No.10*, Tulsa, Oklahoma.
- Wyllie, M. R. J., and Gregory, A. R., and Gardner, L. W., 1956, Elastic wave velocities in heterogeneous and porous media, *Geophysics*, 21, 41-70.
- کوثریان، م. ۱۳۷۶، سرعت انتشار امواج الاستیک در نمونه‌های سنگ آهک مناطق جنوبی ایران و تراکیت-بازالت منطقه خلخال: پایان‌نامه کارشناسی ارشد ژئوفیزیک، دانشگاه تهران.
- Biot, M. A., 1956a, Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. I. Low-frequency range, *Journal of the Acoustical Society of America*, 28, 168-178.
- Biot, M. A., 1956b, Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid, II. Higher frequency range. *Journal of the Acoustical Society of America*, 28, 179-191.
- Blangy, J. P., Strandenes, S., Moos, D., and Nur, A., 1993, Ultrasonic velocities in sand-revisited, *Geophysics*, 58, 344-356.
- Castagna, J. P., Batzle, M. L., and Eastwood, R. L., 1985, Relationships between compressional and shear-wave velocities in clastic silicate rocks, *Geophysics*, 50, 571-581.
- Gassmann, F., 1951a, Über die Elastizität poroser Medien (On the elasticity of porous media), *vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zurich*, 96, 1-23.
- Han, D-H., Nur, A., and Morgan, D., 1986, Effects of porosity and clay content on wave velocities in sandstones, *Geophysics*, 51, 2093-2107.