ن. فیزیک زمین و فضا، جلد ۲۶، شماره ۱، (۱۳۷۹)، صفحهٔ ۸۳ - ۹۵

بررسی عددی و شبیه‌سازی رایانه‌ای مدل فنر – قطعه

محمدرضا سرکرده‌ای *

چکیده

در این مقاله فرآیند چسبش ـ لغزش را برای مدل یک سیستم دینامیکی غیرخطی شامل آرایه‌ای از N اتم مورد بررسی قرار می‌دهیم. این مدل بیانگر ویژگیهای آماری و دینامیکی سیستمهای اتلافی است. مدل فنر ـ قطعه ساده‌ترین مدل سیستمهای پیچیده واقعی مانند زلزله است که نیاز به شبیه‌سازیهای بسیار پیچیده و سنگین رایانه‌ای دارند، اما مزیت این مدل در این است که با منابع و مراکز محدود رایانه‌ای نیز می‌توان با آن کار کرد. بدین منظور حل عددی معادلات حرکت مدل فنر ـ قطعه با دینامیک چسبش ـ لغزش ارایه می‌شود. رفتار آماری و دینامیکی این مدل در رژیمهای مختلف و مقیاسهای گوناگون سرعت مطالعه می‌شود. مشخصه‌های چسبش ـ لغزش با بهره‌گیری از تحلیل آماری و دینامیکی داده‌ها بررسی می‌گردد. در اینجا تاکید عمدتا بر رژیم سرعتهای خیلی کم و خیلی زیاد استوار است. نشان داده می‌شود که وقتی از رژیم سرعت کم به ناحیه متوسط و سپس به ناحیه سرعت زیاد می‌رویم تغییر واضحی در توزیع نیروی لغزش ایجاد می‌شود. این تغییر رفتار وابسته به توزیع گاوسی در ناحیه سرعت کم به رفتار از نوع شکل δ در سرعت متوسط و به توزیع وارون ـ گاوسی در سرعت زیاد است. سرانجام، نشان داده می‌شود که تبدیل فوریه نوسانهای نیروی فنر به خوبی بر حسب رژیم $\frac{1}{f}$ توصیف می‌شود.

کلید واژه‌ها: سیستمهای دینامیکی غیر خطی، تحلیل آماری و دینامیکی، دینامیک چسبش ـ لغزش، تحلیل فوریه، طیف توان، زمین لرزه، رفتار آشوبناک، اصطکاک غیر خطی

۱ مقدمه

از مدتها پیش معلوم شده که لغزش فرآیندی پیوسته نیست بلکه این حرکت همیشه با تکانهای ناگهانی و تند همراه است. مثلا سطوح فلزی به یکدیگر می‌چسبند، تا این که در اثر افزایش تدریجی نیروی کشش، یک شکست و جدایی ناگهانی در سطوح به وجود آید که نتیجه آن لغزش بسیار سریع سطوح فلزی نسبت به هم است (بودن و تابور[1]، ۱۹۸۶). این حرکت تناوبی، حرکت چسبش ـ لغزش نامیده می‌شود. سالهای نسبتا زیادی است که این پدیده در اصطکاک شناخته شده و مورد پژوهش قرار گرفته است. این امید وجود دارد که درک بهتر پدیده چسبش ـ لغزش ماهیت درونی اصطکاک و رفتار آماری نیروی اصطکاک را روشن سازد.

* گروه فیزیک، دانشگاه الزهراء، کدپستی ۱۹۸۳۴

1. Bowden & Tabor

بسیاری از دستگاههای فیزیکی نیز رفتار چسبش ـ لغزش را از خود نمایش می‌دهند. از آن جمله می‌توان از depinning امواج چگالی بار (CDW)، بلورهای ویگنر، دیواره‌های بلوخ، Pinning سطوح در حال رشد، شبکه‌های شار در ابر رساناهای نوع II، و غیره نام برد (برشت[1] و همکاران، ۱۹۹۰). اخیرا نیز به ویژه با توجه به مفهوم «بحرانی شدن خود ـ سازمان یافته»، ارتباط نزدیکی بین پدیده چسبش ـ لغزش و لرزه‌نگاری گسل در پوسته زمین به وجود آمده که توجه زیادی را به خود معطوف کرده است (کارلسون و لانگر[2]، ۱۹۸۹ و کارلسون و لانگر، ۱۹۸۹). رفتار فوق در بعضی سیستمهای هیدرودینامیک با خطوط تماس متحرک در سطح جامد (روبیو[3] و همکاران، ۱۹۹۱) و همچنین در بعضی ابزارهای زهی موسیقی مانند ویلن مشاهده می‌شود (شوماخر و وودهاوس[4]، ۱۹۹۵). در حالت کلی دو نوع دینامیک متمایز در حرکت چسبش ـ لغزش وجود دارد که با آزمایش نیز تایید شده است (فدر[5] و فدر، ۱۹۹۱؛ یوهانسون[6] و همکاران، ۱۹۹۳ و رزمان[7] و همکاران، ۱۹۹۶).

۱. فرآیند چسبش ـ لغزش در حالت کلی (برای سرعت رانش یا کشش کاملا کوچک) از نوع واهلشی است، که شامل دوره طولانی چسبش است که با دوره‌های کوتاه لغزش قطع می‌گردد و سریهای زمانی[8] حاصل از کل نیروی خارجی کشسان وارد بر سیستم، نمایش دندانه اره‌ای دارند.

۲. برای سرعت رانش زیاد که لغزش پیوسته سیستم صورت می‌گیرد، نمایش نیرو نوسانی است اما معمولا به شکل دوره‌ای نیست و سیستم هنوز در رژیم چسبش ـ لغزش قرار دارد. این فرآیند را می‌توان نوسانی میرا با لغزش پیوسته نام نهاد.

جنبه مهم فیزیکی مشترک سیستمهای با نمایش چسبش ـ لغزش وجود پدیده بهمن[9] است که بنابرآن سیستم از یک حالت فوق پایدار به حالت فوق پایدار دیگر حرکت می‌کند. شرط لازم برای وجود بهمن، وجود آستانه معین[10] است. همچنین تابع اصطکاک باید با افزایش سرعت به سمت صفر میل کند. از اینرو ما در بررسی خود معادله انتخاب شده در مدل کارلسون ـ لانگر را برای قانون اصطکاک انتخاب کرده و انتظار داریم که تحت شرایط توصیف شده در بالا انتخابی مناسب باشد. بدیهی است که شکلهای دیگری نیز می‌توان اندیشید مثلا تابع نمایی، تابع گاوسی و غیره.

در حل عددی معادلات حرکت مدل فنر ـ قطعه با دینامیک چسبش ـ لغزش، رفتار آماری و دینامیکی این مدل در رژیمهای مختلف و در مقیاسهای گوناگون سرعت رانش مورد بررسی قرار می‌گیرد. الگوهای مختلفی برای انتگرال‌گیری حرکت می‌توان به کار گرفت. در این بررسی نوع ساده تانگ ـ کوتا[11] با مرتبه دوم و در نهایت مرحله چهارم به کار رفته است. در اینجا، سیستم مورد بحث با سرعت ثابت و در حضور تابع اصطکاک نزولی وابسته به سرعت به حرکت در می‌آید. این فرض با رویدادهای طبیعی مانند حرکت صفحات زمینساخت در بررسیهای لرزه‌نگاری، بیشتر سازگار است. در اینجا پذیرفته می‌شود که دو صفحه با سرعت ثابت نسبت به هم حرکت

1. Brechet
2. Carlson & Langer
3. Rubio
4. Schumacher & Woodhouse
5. Feder
6. Johanson
7. Rozman
8. time series
9. avalanche
10. finite threshold
11. Tung - Kutta

می‌کنند. مقادیر اولیه جابجایی و سرعت هر قطعه به طور تصادفی انتخاب می‌شوند و آنگاه معادلات دیفرانسیل حرکت با شرایط مرزی مختلف به طور عددی حل می‌شوند. اینها مجموعه‌ای از N معادله دیفرانسیل غیرخطی است و حالت سیستم با نقطه‌ای در فضای فاز ۲N بعدی نمایش داده می‌شود. سیستم نسبت به انتخاب شرایط اولیه و شرایط مرزی حساس بوده و پاسخهای مختلف به دست می‌آید. در این بررسی اشاره عمده به ضرایط ایجاد آشوب و بی‌نظمی در سیستم بوده است و اینکه چگونه فرآیند چسبش - لغزش از نوع واهلشی یا لغزش پیوسته از این مدل ساده ظاهر می‌شود. این رفتار عموما در رژیم سرعت رانش بسیار کم و زیاد صورت می‌گیرد. این مقاله به بررسی رفتار سیستم در محدوده رژیم سرعت رانش متوسط و شرایطی که سبب ایجاد نظم و رفتار دوره‌ای می‌شود، نمی‌پردازد.

در تمام محاسبات عددی سیستم را از حالت نخستین به طور کاملا تصادفی به حرکت وامی‌داریم و بررسیهای شبیه‌سازی را پس از گذشت مدت زمان گذرا آغاز می‌کنیم تا سیستم کاملا در وضعیت جدید جا بیفتد.

در بخش ۲، نخست مدل یک بعدی فنر- قطعه توضیح داده می‌شود. آنگاه معادلات حرکت استخراج می‌شود. در این رابطه شرایط مرزی آزاد را برمی‌گزینیم. در بخش ۳، نتایج شبیه‌سازی رایانه‌ای تجزیه و تحلیل می‌گردد. ابتدا بر اساس تحلیل آماری به توزیع نیروی لغزش و توزیع اندازه لغزش می‌پردازیم. سپس در ادامه بر پایه تحلیل دینامیکی، به کمک آنالیز طیفی رفتار دینامیکی نیروی کشسانی کل وارد بر سیستم را مورد بررسی قرار می‌دهیم و بالاخره در بخش ۴، گفتار پایانی، به نتیجه‌گیری پرداخته و برخی از کاربردهای مدل فنر- قطعه را یادآور می‌شویم.

۲ مدل یک‌بعدی فنر- قطعه

مدل یکنواخت یک بعدی شامل N قطعه با جرمهای مساوی m است که میان دو صفحه در وضعیت $X_j(t);\ j=1,2,...,N$ در راستای محور x قرار دارند. این آرایه را می‌توان به عنوان گسل لایه‌ای یک‌بعدی بین دو صفحه زمینساخت، یا به عنوان محور جابجایی زنجیره یک‌بعدی اتمها، در نظر گرفت. جابجایی قطعه jام، X_j است که از مکان اولیه ترازمندی آن اندازه‌گیری می‌شود. هر قطعه با فنر نوسانگر k_c به دو قطعه مجاورش در دو طرف وصل است. همچنین هر یک نیز از طریق فنرهای کشسان یا پیچشی با قدرت k_p که با لایه یا صفحه دیگری در بالا متصل هستند به جلو کشیده می‌شود (شکل ۱). چنانچه نیروهای اضافی بر سیستم اثر نکنند فاصله ترازمندی بین قطعات a است. این فاصله مستقیما در معادله حرکت وارد نمی‌شود. ثابتهای فنر k_c و k_p به ترتیب پاسخ کشسان خطی ناحیه تماس به تراکم (یا کشش) و برش است (کارلسون و همکاران، ۱۹۹۴). آرایه قطعات لغزنده به طور کشسان به یک صفحه (صفحه متحرک) و از طریق یک تابع اصطکاک چسبش- لغزش به صفحه دیگر (صفحه ثابت) متصل می‌شوند. در یک مکانیسم، صفحه متحرک با سرعت ثابت v حرکت می‌کند. این مدل دینامیکی صفحات زمینساخت اساسا توسط بوریج و ناپوف[1] به شکل ساده در سال ۱۹۶۷ طرح و سپس کارلسون و لانگر در سال ۱۹۸۹ در تحقیقی رفتار یک مدل بسیار ساده

1. Burridge & Knopoff

مکانیکی از گسل زلزله را با به‌کار بردن مدل عددی و آزمایشگاهی آنها مورد پژوهش قرار دارند.

تنها جمله غیرخطی این مدل نیروی اصطکاک چسبش- لغزش بین جرمها و سطح ثابت است. سیستم به سمت یک ناپایداری لغزشی رانده می‌شود که بوسیله این تابع نزولی القا می‌شود. برد تابع اصطکاک $F(X)$ در سرعت صفر بین دو حد $\pm f_\circ$ است و به طور یکنواخت با افزایش X به سمت صفر کاهش می‌یابد. اصطکاک مسوول ناپایداریی است که رفتار آشوبناک را ایجاد می‌کند و بیشترین سهم در معادله حرکت ناشی از همین جمله است.

۱.۲ معالات حرکت

برای نوشتن معادله حرکت در مدل یک‌بعدی فنر- قطعه، N جرم به مختصات $X_1, X_2,...,X_N$ در نظر می‌گیریم. نیروی کل وارد بر جرم jام، شامل نیروهای کشسان، هنگامی که سرعت رانش بین دو صفحه ثابت است، چنین است

$$f_j= k_c(X_{j+1}-X_j-a) + k_c(a-X_j+X_{j-1}) + k_p(vt-X_j)= k_c(X_{j+1}-2X_j+X_{j-1}) + k_p(vt-X_j) \quad (۱)$$

که در آن a طول فنرها در حالت آزاد (بدون کشش) است و از معادله حذف می‌شود. معادله نیرو برای این جرم عبارت است از

$$m\ddot{X}_j= f_j + F(\dot{X}_j) \quad j= 1, 2, ..., N \quad (۲)$$
$$X_\circ= X_1, X_{N+1}= X_N$$

شرایط موجود در معادله (۲) نمایشگر اثرات انتهایی سیستم و شرایط مرزی آزاد[1]، هستند که به صورت معادلات حرکت برای دو ذره اول و آخر نوشته می‌شوند

$$m\ddot{X}_j=k_c(X_2-X_1) + k_p(vt-X_1) + F(\dot{X}_1) \quad (۳)$$

$$m\ddot{X}_N= k_c(-X_N-X_{N+1}) + k_p(vt-X_N) + F(X_N) \quad (۴)$$

تابع $F(\dot{X}_j)$ نیروی غیرخطی اصطکاک چسبش- لغزش است، و معمولا در یک انتخاب مناسب شکل زیر را می‌گیرد

$$F(\dot{X}_j)= - \frac{F_\circ}{1+|X_j/v_f|}Sgn(\dot{X}_j) \quad (۵)$$

کمیت v_f مشخصه تابع وابسته به سرعت اصطکاک و یک سرعت مرجع است که می‌توان با انتخاب تابع واحدهای مناسب آن را برابر واحد گرفت. منظور از ، $Sgn(\dot{X}_j)$ علامت است و در هر حال طوری است که نیروی $F(\dot{X}_j)$ با سرعت قطعه در دو جهت مخالف هستند. $F_\circ$ مقدار آستانه نیروی اصطکاک، کمیتی است که اصطکاک ایستایی را اندازه می‌گیرد و باید بر آن غلبه کنیم تا تکان یا لغزش صورت گیرد. تابع اصطکاک دارای ویژگیهای زیر است

۱. اگر قدر مطلق مجموع نیروهای کشسان کمتر از $F_\circ$ و سرعت $\dot{X}_j$ صفر باشد، این مجموع با نیروی اصطکاک توازن دارد.

۲. چنانچه مجموع بالا خارج از ناحیه $F_\circ$ و $\dot{X}_j$ نیز همچنان صفر باشد آنگاه جمع نیروها به مقدار

1. free boundary conditions

آستانه $\pm F_o$ کاهش می‌یابد.

۳. اگر سرعت صفر نباشد تابع نیرو با رابطه (۵) داده می‌شود. بدین ترتیب دشواری نقطه انفصال در تابع اصطکاک در $X_j=0$ از بین می‌رود.

۳ تجزیه و تحلیل نتایج شبیه‌سازی

از دو روش عمده در تجزیه و تحلیل داده‌های به دست آمده استفاده می‌شود. نخست، تقسیم‌بندی داده‌های خام فقط برای خود رویدادها که به نام تحلیل آماری[۱] خوانده می‌شود و معمولا چهار کمیت وابسته به یک رویداد را ثبت و بررسی می‌کنیم، نیروی لغزش[۲]، اندازه لغزش[۳]، فاصله زمانی بین دو لغزش[۴] و زمان لغزش[۵] (یا دوره لغزش). شیوه دوم به نام تحلیل دینامیکی[۶]، به محاسبه طیف توان[۷] یا تبدیل فوریه[۸] داده‌های خام می‌پردازد (یوهانسون و همکاران، ۱۹۹۳).

۱.۳ تحلیل آماری حرکت چسبش - لغزش

از شکل ۲ چهار کمیت گفته شده را تعریف می‌کنیم

I. نیروی لغزش $f_j \in F$ (نقطه بیشینه منحنی تغییرات زمانی نیروی کل کشسان)؛

II. اندازه لغزش $S_j \in S$ (تفاوت بین هر نقطه بیشینه و نقطه کمینه بعدی)؛

III. فاصله زمانی بین دو لغزش $(t_{j+1}-t_j) \in T$ ($\Delta t_j=$ تفاوت زمان وابسته به یک نقطه بیشینه از نقطه بیشینه بعدی)؛

IV. زمان لغزش (دوره لغزش) $d_j \in D$ (تفاوت زمان مربوط به یک بیشینه از نقطه کمینه بعدی).

این چهار کمیت را مشخصه‌های چسبش-لغزش[۹] می‌نامیم. رابطه بنیادی زیر بین کمیتهای گفته شده وجود دارد (به شکل ۲ مراجعه کنید)

$$f_{j+1} = f_j - S_j + k_p v (t_j - d_j) \qquad (۶)$$

در زیر به بررسی دو مشخصه اول که از اهمیت ویژه‌ای برخوردارند می‌پردازیم

۱.۱.۳ توزیع نیروی لغزش

منظور از نیروی لغزش، نقاط بیشینه در منحنی تغییرات زمانی کل نیروی کشسان وارد بر سیستم N ذره‌ای جرم و فنر است (نقاط f_j در شکل ۲). تعبیر فیزیکی توزیع این نیرو در مورد سرعتهای پایین آسان است، اگر اصطکاک ایستایی موضعی را تابعی از مکان در نظر بگیریم، آنگاه نیروی لغزش نمایشگر این تابع خواهد بود، چرا که در مجموع کل نیروهای وارد بر سیستم در معادله حرکت جمله $\sum_{j=1}^{N} k_p (vt - X_j)$ به عنوان نیروی کل کشسان (نیروی خارجی) با مجموع نیروی اصطکاک برابری می‌کند. یادآور می‌شویم که معادله حرکت برای ذره jام در سیستم زنجیره یک بعدی فنر - قطعه با شرایط مرزی آزاد از رابطه (۲) به دست می‌آید.

شکلهای ۳، ۴ و ۵ توزیع نیروی لغزش را برای سیستم یک بعدی فنر ـ قطعه در سه رژیم متفاوت سرعت محرک (یا سرعت رانش) نشان می‌دهند. تغییر شکل توزیع نیرو را در این سرعتها آشکارا می‌توان دید. این تغییر توزیع از شکل توزیع هنجار

1. statistical analysis
2. slip-force
3. slip-size
4. slip-interval
5. slip-time
6. dynamical analysis
7. power spectrum
8. fourier transformation
9. stick-slip characteristic

گاوسی در سرعتهای کم (با حرکت آشوبناک) به توزیع تابع δ در سرعتهای متوسط (با حرکت دوره‌ای منظم) و بالاخره به توزیع وارون هنجار در سرعتهای بالا (با نوع حرکت لغزش پیوسته و ترکیبی از گونه‌های آمیخته تپ[1] و حرکت بی‌نظم) را شامل می‌شود. این نتایج برای زمانهای بسیار طولانی در محاسبات عددی رایانه به دست آمده است و از دقت مطلوب برخوردار است.

چنانکه در بالا اشاره شد، توزیع نیروی لغزش، حداقل در سرعتهای پایین، نمایشگر نیروی اصطکاک ایستایی میان قطعه‌ها و صفحه بالایی است. این توزیع با کاهش سرعت هر چه بیشتر متقارن می‌شود و شکل توزیع بهنجار را می‌گیرد. میان دو لغزش متوالی (f_j, S_j) می‌توان دو فرض اساسی را در نظر گرفت، نخست $S_j=\alpha f_j$ و دوم $f_{j+1}= f_j- S_j + \beta g(f_d- S_j)$. در اینجا، جمله f_j-S_j عملا نیروی چسبش[2] را نشان می‌دهد. فرض نخست آن است که تغییر در نیروی لغزش در اثر عمل لغزش (به عبارت دیگر اندازه لغزش) ضریبی تصادفی از نیروی لغزش است و این فرض از این واقعیت حمایت می‌شود که در سرعتهای پایین توزیع نیروی چسبش کاملا مشابه توزیع نیروی لغزش است و این در محاسبات متعدد شبیه‌سازی که انجام داده‌ایم مشاهده شده است. فرض دوم این است که افزایش نیروی لغزش پس از یک لغزش تابعی مانند g از مقدار اولیه چسبش $f_j- S_j$ است ضربدر یک متغیر تصادفی β. در نتیجه با استفاده از قضیه حد مرکزی[3] نتیجه می‌گیریم که توزیع نیروی لغزش حداقل در سرعتهای کم یک توزیع گاوسی است.

تطبیق توزیع وارون ـ گاوسی در سرعتهای بالا در زمینه فیزیکی از توزیع زمانی در فرآیند حرکت براونی نتیجه می‌شود (مارتز و والر[4]، ۱۹۸۲)، چنانکه به طور تحلیلی نیز می‌توان نشان داد که سیستم فنر ـ قطعه حداقل در مقیاس بسیار کوچک نیز در سرعتهای بالا از معادله حرکت لانژون[5] با توزیع $\frac{1}{w^2}$ در تبدیل فوریه پیروی می‌کند (یوهانسون و همکاران، ۱۹۹۳). این معادله حرکت خود روشی استانده در بررسی حرکت براونی است. در مورد سرعتهای متوسط سرکرده‌ای و جاکوبز[6] (۱۹۹۵) توضیح مناسب داده است.

۲.۱.۳ توزیع اندازه لغزش

شکلهای ۶ و ۷ توزیع اندازه لغزش P(S) را برای دو سرعت مختلف نشان می‌دهند. در سرعت کم نتایجی که از مطالعه عددی به دست آورده‌ایم با شکل تقریبی نمایی تطبیق می‌کند. این نتایج نشان می‌دهد که رویدادهای کوچک جایگزیده بسیاری وجود دارد در حالیکه رویدادهای بزرگ کمتر هستند. این ویژگی، روند ساخته شدن و سازمان یافتن قبل از لغزش و رویداد بزرگ را پس از یک واهلش تایید می‌کند؛ پدیده‌ای که در سیستم زمین‌لرزه به خوبی مشاهده می‌شود.

نتایج به دست آمده در سرعت بالا مطابق منحنی نمایی نیست و رابطه‌ای جدید به شکل

$$P(S)= \frac{as+d}{\exp(bs)+c} \qquad (۷)$$

به دست آورده‌ایم. a، b، c و d ضرایبی هستند که در آزمایشهای مختلف تغییر می‌کنند، یعنی به

1. Pulse
2. stick-force
3. central limit theorem
4. Martz & Waller
5. Langevin
6. Sarkardei & Jacobs

کمیتهای اصلی سیستم (k_p, k_c, F_o, N, v) بستگی دارند اما نوع وابستگی مسئله‌ای است که نیاز به پژوهش بیشتر دارد.

مدل ما، تحت مقوله اطمینان[1]، وقتی تمام رویدادهای اولیه پس از زمان گذرا کنار گذاشته شوند، رابطه فوق با توزیع تجربی کاملا مطابقت دارد و این از نظر فیزیکی با فرآیند پواسون[2] در مقادیر بزرگ S سازگار است. از این نتیجه و شکل ۷ چنین بر می‌آید که همبستگی بیشتری بین اجزای سیستم برقرار است به طوری که رویدادهای کوچک کمتر است و اندازه کاملا معینی برای محتمل‌ترین رویدادها وجود دارد.

۲.۳ تحلیل دینامیکی حرکت چسبش - لغزش

در بررسی رفتار دینامیکی تغییرات زمانی نیرو و مشخصه‌های چسبش ـ لغزش که قبلا تعریف شده است از تبدیل فوریه و طیف توان استفاده می‌کنیم.

۱.۲.۳ تبدیل فوریه

آنالیز طیفی[3] روشی توانا و مفید در بررسی پدیده‌های دینامیکی است. چنین فرض می‌شود که آنالیز فوریه وابستگی تغییرات زمانی متغیرهای دینامیکی را به بسامد نمایش می‌دهد. در اینجا با استفاده از آنالیز طیفی رفتار دینامیکی نیروی کشسانی کل وارد بر سیستم را بررسی می‌کنیم (بیکر و گلوب[4]، ۱۹۹۴).

تبدیل فوریه در حالت کلی تابعی مختلط است، از این‌رو معمولا قسمت حقیقی این تابع را در نظر می‌گیریم و یا تابعی حقیقی به نام طیف توان تعریف می‌کنیم که عبارت از مجذور قدرمطلق تابع تبدیل است. وضعیت بی‌نظمی و آشوبناک از طریق نوفه‌های[5] با باند پهن و گسترده و پیوسته مشخص می‌شود، در حالیکه طیف در مورد حرکت دوره‌ای و منظم بسیار تیز خواهد بود (به تابع δ نزدیک می‌شود).

در شکلهای ۸ تا ۱۳ قسمت حقیقی تبدیل فوریه و نیز طیف توان نیروی کشسان کل وارد بر سیستم در زنجیره یک بعدی فنر ـ قطعه برای دو سرعت مختلف نشان داده شده است. پس از مدت طولانی که از شروع محاسبات عددی با رایانه می‌گذرد، همبستگی مشخصی مشاهده می‌شود که $S(f) \sim f^{-\alpha}$ نشان می‌دهد که است که $۰/۹ < \alpha < ۱/۸۵$، به ترتیب برای مقادیر کم و زیاد سرعت می‌باشد. بدین ترتیب توزیع اندازه نیروی کشسان در شبکه یک بعدی با شکل $\frac{1}{f}$ مطابقت دارد. شکلهای ۱۲ و ۱۳ مقادیر $\alpha = ۱/۸۵$ و $\alpha = ۰/۹$ را به ترتیب برای سرعتهای کم و زیاد نشان می‌دهد.

۴ گفتار پایانی

در این مقاله از حل عددی معادلات حرکت برای زنجیره یک بعدی N جسم در مدل فنر ـ قطعه با دینامیک چسبش ـ لغزش سخن گفته‌ایم. مشخصه‌های چسبش ـ لغزش را با استفاده از تحلیل آماری و دینامیکی مورد بررسی قرار داده‌ایم. در این رابطه از ابزار آماری همچون توابع توزیع، تبدیل فوریه و طیف توان کمک گرفته‌ایم. نشان داده شد که تبدیل فوریه نوسانهای نیروی لغزشی در قالب رفتاری $\frac{1}{f}$ به خوبی قرار می‌گیرد.

1. reliability
2. Poisson
3. spectral analysis
4. Baker & Gollub
5. noise

در بررسی آماری نشان داده‌ایم که تغییر رفتاری در تابع توزیع نیروی لغزش مشاهده می‌شود. این تغییر مطابق مقادیر سرعت رانش از توزیع گاوسی در سرعت پایین به توزیع وارون گاوسی در سرعتهای بالاست. در مقادیر متوسط سرعت، که رفتار دوره‌ای منظم مشاهده می‌شود این توزیع منطبق بر تابع دلتای دیراک خواهد بود.

در اینجا اشاره می‌کنیم که نتایج به دست آمده با رفتار سیستم شامل فقط یک یا چند درجه آزادی (مانند یوهانسون و همکاران، ۱۹۹۳) کاملا تفاوت دارد. مدل فنر ـ قطعه ساده‌ترین مدل سیستمهای پیچیده واقعی، مانند زلزله است که به شبیه‌سازیهای بسیار پیچیده رایانه‌ای نیاز دارد. مزیت این مدل ساده در این است که با منابع محدود رایانه‌ای نیز می‌توان با آن کار کرد. در زمینه کاربرد این مدل، حداقل سه دلیل عمده بر علاقه فیزیکدانها به این نوع مدل می‌توان برشمرد (دینگ و لو[1]، ۱۹۹۳).

۱. در حالیکه بررسیهای عددی زیادی صورت گرفته که بحرانی شدن خود-سازمان یافته (SOC) در آن مدلها تحقق می‌یابد، تا این اواخر موفقیت محدودی در درک تحلیلی این پدیده حاصل شده است. مدل فنر ـ قطعه مثال بسیار ساده‌ای است که فهم SOC را آسانتر می‌کند.

۲. از این مدل به عنوان مدل واقعی سیستمهای بزرگ همچون گسل زمین لرزه می‌توان استفاده کرد.

۳. همچنین در مطالعه فرآیند چسبش ـ لغزش در بسیاری سیستمهای دیگر، که در مقدمه ذکر شد، مفید است. در این میان اصطکاک بین سطوح، و اصطکاک چسبش ـ لغزش موضوع جالبی است که منشا این اثرات هنوز تا حدودی ناشناخته مانده

منابع

Baker, G.L., and Gollub, J.P., 1994, Chaotic dynamics: an introduction: Cambridge Univ. Press.

Bowden, F. P., and Tabor, D., 1986, The friction and lubrication of Solids: Clarendon press. Oxford.

Brechet, Y. M., Doucot, B., Jensen, H. J., and Shi, A.C., 1990, Origin of the pinning force: Phys. Rev., B. **42**, 246-249.

Burridge, R., and Knopoff, L., 1967, Model and theoretical Seismicity: Bull. Seismol. Soc. Am. **57**, 341-347.

Carlson, J. M., and Langer, J. S., 1989, Properties of Earthquakes generated by fault dynamics: Phys. Rew. Lett., **62**, 2632-2635.

Carlson, J. M., and Langer, J. S., 1989, Mechanical model of an earthquake fault: Phys. Rev., A. **40**, 6471-6484.

Carlson, J. M., Langer, J. S., and Shaw, B. E., 1994, Dynamics of earthquake faults: Rev. Mod. Phys., **66**, 657-670.

Ding, E.J., and Lu, Y.N., 1993, Analytical treatment for a spring Blockmodel: Phys. Rev. LeH., **70**, 3627-3630.

Feder, H. J. S., and Feder, J., 1991, Self-organized criticality in a Stick - slip process: Phys. Rev. Lett., **66**, 2669-2672; erratum 67, 283.

Johanson, A., Dimon, P., Ellegaard, C.,

1. Ding & Lu

Larsen, J.S., and Rugh, H. H., 1993, Dynamic phases in a spring-block system: Phys. Rev., E. **48**, 4779-4790.

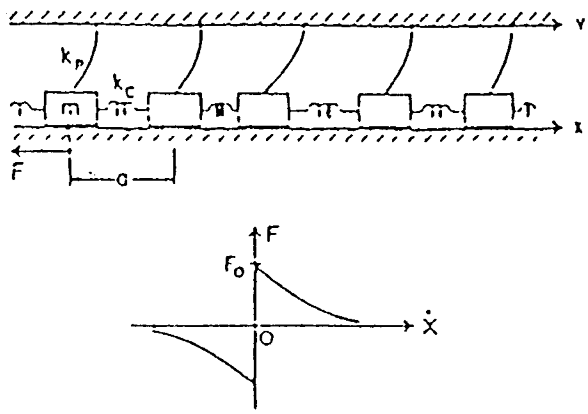
Martz, H.F., and Waller, R.A., 1982, Bayesian reliability analysis: Wiley, N. Y.

Rozman, M. G., Urbakh, M., and Klafter, J., 1996, Stick-Slip motion and force fluctuations in a driven two-wave potential: Phys. Rev. Lett., **77**, 683-686.

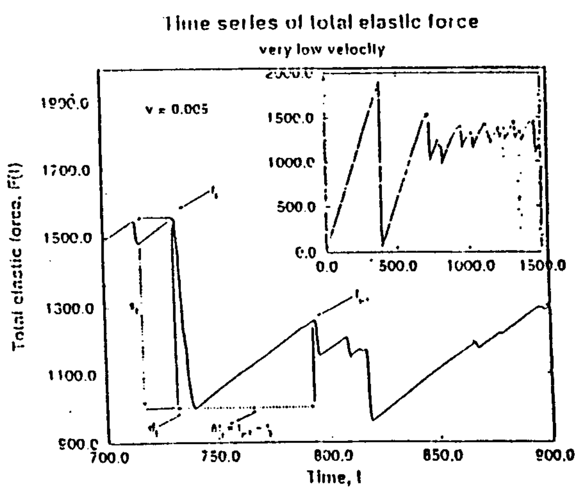
Rubio, M.A., Gluckman, B. J., Dougherty, A., and Gollub, J. P., 1991, Streams with moving contact lines: Complex dynamics due to Contact-angle hysteresis: Phys. Rev., A. **43**, 811-818.

Sarkardei, M.R., and Jacobs, R.L., 1995, Dynamical origin of spatial order: Phys. Rev., E. **51**, 1929-1935.

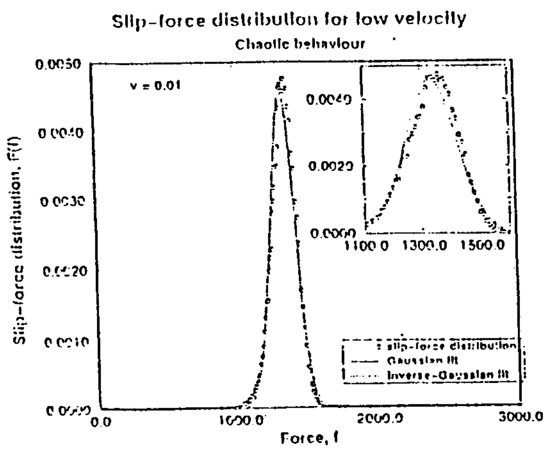
Schumacher, R.T., and Woodhouse, J., 1995, Computer modelling of violin playing: Contemporary Phys., **36**, 2, 79-92.



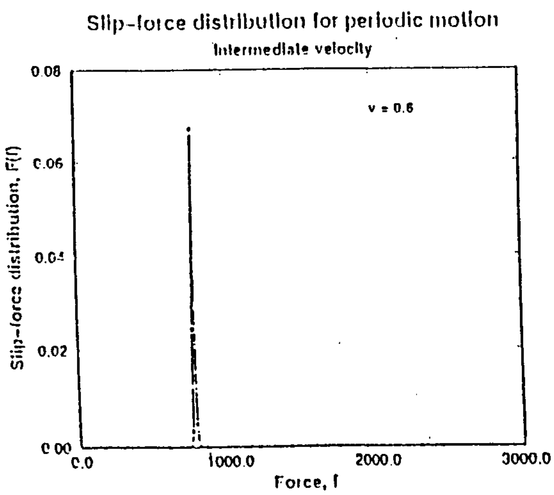
شکل ۱. سیستم یک بعدی فنر - قطعه در مدل کارلسون - لانگر. نمونه‌ای از تابع نزولی وابسته به سرعت اصطکاک نیز در شکل دیده می‌شود.



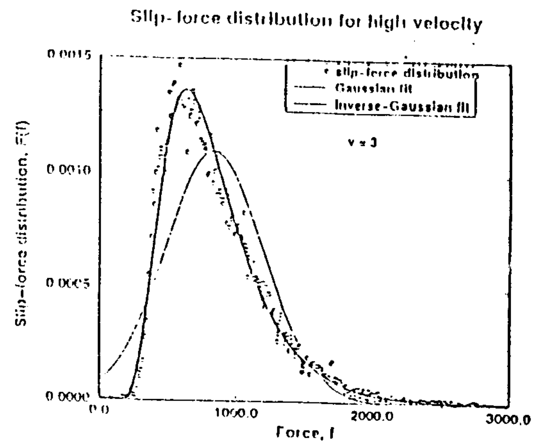
شکل ۲. نیروی کشسان F(t) بر حسب زمان t (سری زمانی) برای کمیتهای N= ۱۰۰، v= ۰/۰۰۵، F_o= ۲۰، k_c= ۴۰ و k_p=۵۰



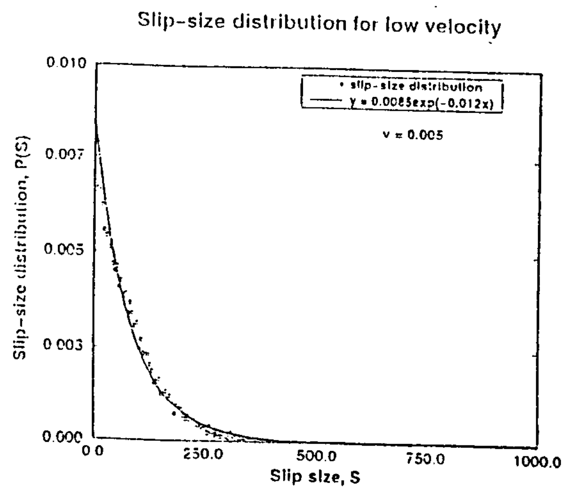
شکل ۳. توزیع نیروی لغزش F(t) مدل یک بعدی فنر - قطعه برای سرعت کم رانش v= ۰/۰۱.



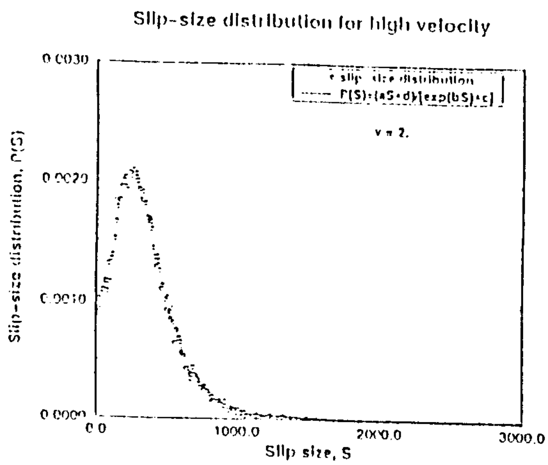
شکل ۴. توزیع نیروی لغزش F(t) مدل یک بعدی فنر - قطعه برای سرعت متوسط رانش v= ۰/۶.



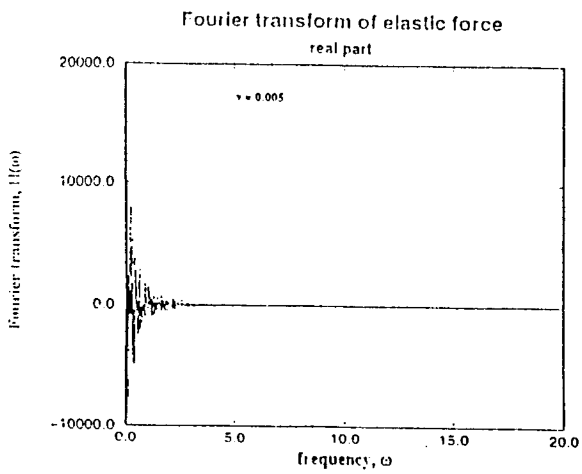
شکل ۵. توزیع نیروی لغزش F(t) مدل یک بعدی فنر ـ قطعه برای سرعت زیاد رانش ۳ =v. انحراف از توزیع گاوسی آشکارا دیده می‌شود.



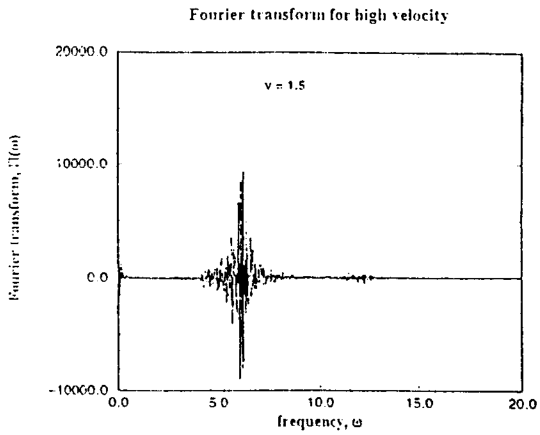
شکل ۶. توزیع اندازه لغزش P(S) در مدل یک بعدی فنر ـ قطعه برای سرعت بسیار کم ۰/۰۰۵ =v. منحنی برای تطبیق با نقاط رسم شده است.



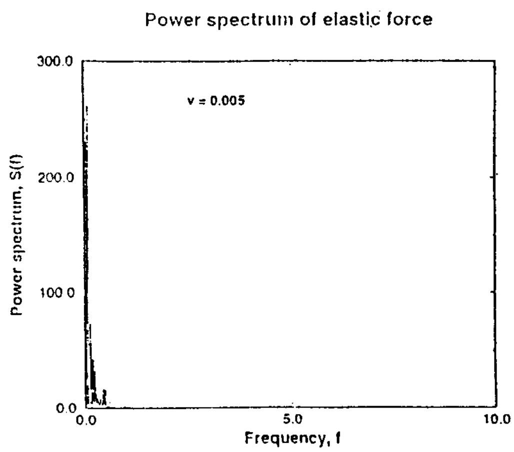
شکل ۷. توزیع اندازه لغزش P(S) در مدل یک بعدی فنر ـ قطعه برای سرعت زیاد ۲ =v. انحراف از توزیع نمایی برای مقادیر کم S به خوبی مشاهده می‌شود.



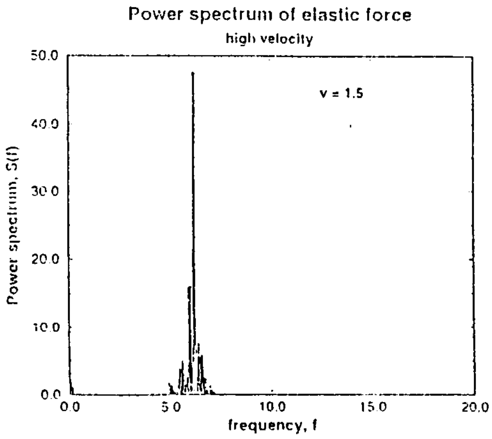
شکل ۸. قسمت حقیقی تبدیل فوریه نیروی کشسان برای سرعت ۰/۰۰۵ =v. به فقدان ساختار مشخص توجه کنید. کمیتهای داده شده عبارتند از: ۱۰۰ =N، ۲۰ =F_0، ۴۰ =k_c و k_p=۵۰



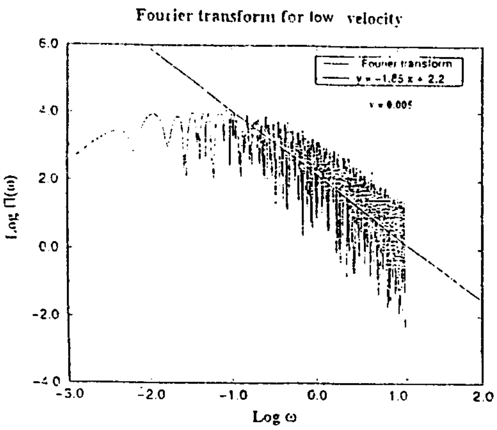
شکل ۹. قسمت حقیقی تبدیل فوریه برای سرعت بالا v= ۱/۵. ناحیه گسترده نوفه و نبود یک ساختار مشخص مشاهده می‌شود.



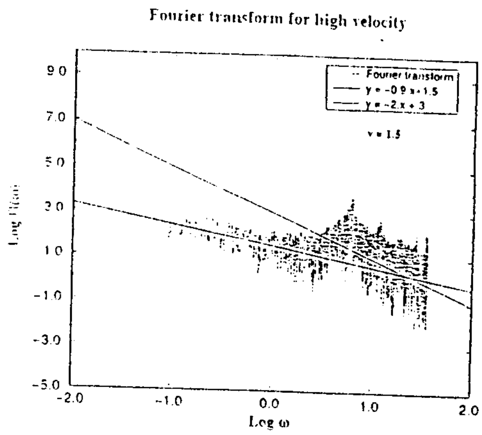
شکل ۱۰. طیف توان S(f) نیروی کشسان برای سرعت کم v= ۰/۰۰۵.



شکل ۱۱. طیف توان S(f) نیروی کشسان برای سرعت زیاد v=۱.



شکل ۱۲. قسمت حقیقی تبدیل فوریه $\pi(w)$ نیروی کشسان برای سرعت رانش کم، v= ۰/۰۰۵ در مقیاس لگاریتمی. خط راست تطابق قانون توان را با نقاط منحنی نشان می‌دهد.



شکل ۱۳. قسمت حقیقی تبدیل فوریه $\pi(w)$ نیروی کشسان برای سرعت رانش زیاد، ۱/۵ =v در مقیاس لگاریتمی. مجددا خط راست پر تطابق قانون توان را با نقاط منحنی نشان می‌دهد.