

## پس پردازش برونداد مدل میان مقیاس MM5 برای دمای بیشینه و کمینه با استفاده از فیلتر کالمن

مجید آزادی<sup>۱\*</sup>، سمیه جعفری<sup>۲</sup>، ابراهیم میرزائی<sup>۳</sup> و پروین عربلی<sup>۴</sup>

<sup>۱</sup> استادیار گروه هوافناکی، پژوهشگاه هوافناکی و علوم جو، تهران، ایران

<sup>۲</sup> کارشناس مرکز پیش‌بینی سازمان هوافناکی کشور، تهران، ایران

<sup>۳</sup> کارشناس ارشد مرکز پیش‌بینی سازمان هوافناکی کشور، تهران، ایران

<sup>۴</sup> کارشناس مرکز پیش‌بینی سازمان هوافناکی کشور، تهران، ایران

(دریافت: ۸۵/۱۲/۲۰، پذیرش نهایی: ۸۶/۱۰/۲۵)

### چکیده

پیش‌بینی دمای سطح زمین با مدل‌های پیش‌بینی عددی وضع هوا دارای خطاهای قاعده‌مند (سیستماتیکی) است که عدمه آن دلیل پایین بودن میزان تفکیک توپوگرافی و نیز نقص در پراسنجی فرایندهای فیزیکی متفاوت در مدل است. فیلتر کالمن روشی است که با یک الگوریتم ساده و نیاز به ورودی برای مدتی کوتاه، با ترکیب پیش‌بینی‌های مدل و دیدبانی‌ها، خطاهای قاعده‌مند را تا حد بسیار خوبی کاهش می‌دهد. در این مقاله، فیلتر کالمن روی دمای بیشینه و کمینه در دو متری سطح زمین برای ۱۱۷ ایستگاه در ایران و به مدت ۱۲۰ روز اعمال شده و نتایج مربوط به هفت ایستگاه ارائه شده است. مدل مورد استفاده، مدل میان مقیاس MM5 است و مدت آموزش فیلتر هفت روز انتخاب شده است. تحلیل آماری نتایج نشان داد که فیلتر کالمن برای روزهایی که خطای مدل زیاد یا متوسط بود، توانست پیش‌بینی مدل را تا حد قابل قبولی اصلاح کند؛ اما برای روزهایی که خطای مدل کم بود، کاربست فیلتر تأثیر چندانی در تصحیح خطا نداشت. فیلتر کالمن ساده را به دلیل کارکرد رضایت‌بخش و امکان اجرای آن روی رایانه‌ای با قابلیت متوسط، می‌توان برای مقاصد عملیاتی در مراکز پیش‌بینی مورد استفاده قرار داد.

واژه‌های کلیدی: فیلتر کالمن، پس پردازش، دمای بیشینه و کمینه

## Post processing of MM5 forecasts for minimum and maximum temperature using a Kalman filter

Azadi, M<sup>1</sup>., Jafari, S<sup>2</sup>., Mirzaei, E<sup>3</sup>. and Arabli, P<sup>4</sup>.

<sup>1</sup>Assistant professor, Atmospheric Science and Meteorological Research Center, Tehran, Iran

<sup>2</sup>Expert, Numerical Weather Prediction Section, Tehran Forecasting Center, Islamic Republic of Iran Meteorological Organization (IRIMO), Tehran, Iran

<sup>3</sup>Senior Expert, Numerical Weather Prediction Section, Tehran Forecasting Center, Islamic Republic of Iran Meteorological Organization (IRIMO), Tehran, Iran

<sup>4</sup>Expert, Numerical Weather Prediction Section, Tehran Forecasting Center, Islamic Republic of Iran Meteorological Organization (IRIMO), Tehran, Iran

(Received: 11 Mar 2007 , Accepted: 15 Jan 2008)

### Abstract

Direct numerical weather prediction model forecasts of near surface parameters often suffer from systematic errors mainly due to the low resolution of the model topography

and inaccuracies in the physical parameterization schemes incorporated in the model. In this paper a simple objective algorithm based on Kalman filtering have been implemented to correct the maximum and minimum temperature model forecasts.

In the last couple of years different methods for a postprocessing the model outputs have been developed. Kalman filter is one of them which provides a practical tool that combines the observed data and predictions of the model using a simple algorithm to reduce the systematic errors of the direct model outputs without the need for long historical data archives.

This paper is organized as follows. In Section 2, we introduce a simple Kalman filter. In Section 3 and 4, we show that how the filter is applied on the model outputs for 2 meter minimum and maximum temperature for 117 meteorological stations. In Section 5, statistical results are presented and finally the paper is concluded in section 6.

**Simple Kalman Filter:** The Kalman filter theory provides equations for recursively updating estimates of an unknown process through combining observations related to the process and time evolution of the process. Let  $x_t$  be a vector describing the state of the unknown process at time  $t$  that, in this paper, is considered to be the systematic deviation between the observed and predicted temperatures. The state vector at time  $t$  is related to the state at time  $t-1$  through the system equation:

$$x_t = F_t \cdot x_{t-1} + w_t \quad (1)$$

where  $F_t$  describe the systematic change in  $x_t$  and  $w_t$  denotes the random part of the evolution of  $x_t$  from time  $t-1$  to time  $t$  and is known as the noise vector of the process.

The state  $x_t$  is related to the observation(s)  $y_t$  through the observation equation:

$$y_t = H_t \cdot x_t + v_t \quad (2)$$

where  $H_t$  is the observation matrix and  $v_t$  is the noise vector of the observed data.  $w_t$  and  $v_t$  are assumed to be Gaussian white noise with zero mean processes and to have covariance matrixes  $Q$  and  $R$  respectively.

Kalman Filter has two main steps; first step includes predictor equations which pre-estimate the state and its corresponding error covariance matrix:

$$x_{t/t-1} = F_t \cdot x_{t-1} \quad (3)$$

$$P_{t/t-1} = F_t \cdot P_{t-1} \cdot F_t^T + Q \quad (4)$$

$x_{t/t-1}$  is the pre-state and  $P$  is its error covariance matrix.

The next step includes the corrector equations which update the pre-state using recent observation:

$$x_t = x_{t/t-1} + K_t (y_t - H_t \cdot x_{t/t-1})$$

$$K_t = \frac{P_{t/t-1} \cdot H_t}{H_t \cdot P_{t/t-1} \cdot H_t^T + R}$$

$$P_t = (I - H_t \cdot K_t) P_{t/t-1}$$

where  $K_t$  is Kalman gain.

Procedure: Since there is not sufficient information about the dynamics of the system, a number of simplifying assumptions have been made; we consider F and H as constant unit matrixes.

Estimates of initial state  $x_0$  and  $P_0$  and also  $w_t$  and  $v_t$  are required before running the filter. Initial values of  $x_0$  and  $P_0$  are not effective in the filter performance after some iterations and their consequence is lost. But the main problem in applying the filter is determination of noise vectors,  $w_t$  and  $v_t$ . The method proposed by Galanis and Anadranistakis for calculating  $w_t$  and  $v_t$  is used here and a training period of seven days was selected to train the filter using outputs of the MM5 modeling system.

The Kalman filter was applied on model outputs for minimum and maximum temperature forecasts for 117 meteorological stations over Iran during 120 days and some statistical scores were calculated.

**Key words:** Kalman filtering, Post processing, Maximum and minimum temperature

## ۱ مقدمه

استفاده شده است، لایه های دارای نمایه قائم دمای ابر بی دررو ایجاد نمی کند، درحالی که بهویژه در تابستان، لایه های دارای نمایه قائم دمای ابر بی دررو؛ هر چند که پایدار نیستند و سریع از بین می روند گاهی در لایه مرزی اتفاق می افتد.

۴. خطاهای طرح واره پارامتری سازی مورد استفاده، بهویژه در پارامتری سازی پوشش ابر و لایه مرزی نیز روی پیش بینی مدل مؤثرند.

با توجه به موارد گفته شده، برای استفاده کاربردی برونداد مدل، روش های گوناگون پس پردازش داده ها مورد استفاده قرار می گیرد که از بین آنها می توان به Model Output (MOS)، روشهای آماره برونداد مدل (Statistics Perfect)، روش پیش بینی کامل (PPM)، (Prognosis Method)، روشن و اسنجهش برونداد مدل (MOC)، (Model Output Calibration) و فیلتر کالمن اشاره کرد. روش MOS (گلان و لاری، ۱۹۷۲؛ مرزبان و همکاران، ۲۰۰۵) نوعی برازش خطی چند متغیره است که در آن، رابطه بین دیدبانی و برونداد مدل به صورت خطی فرض و ضرایب مربوطه محاسبه می شود. در این روش دیدبانی (مثالاً دمای دو متری)، پیش بینی شونده و پیش بینی

(NWP) استفاده از مدل های پیش بینی عددی وضع هوا (NWP) می تواند به پیش بینی هر چه صحیح تر وضعیت هوا کمک کند؛ اما، مدل ها در پیش بینی پارامتر های گوناگون بهویژه پارامتر های نزدیک سطح زمین خطأ دارند و نیز قادر به پیش بینی صریح برخی پدیده ها مانند احتمال وقوع رعد و برق یا میزان دید نیستند. عواملی همچون وجود نقص در پراسنجی فرایندهای فیزیکی متفاوت در مدل و تعیینی بودن آنها و ناتوانی مدل در شبیه سازی موفق پدیده های زیر شبکه ای، به ایجاد خطأ در برونداد مدل منجر می شود. علاوه بر این عوامل، موارد زیر نیز ممکن است از دلایل تولید خطأ در برونداد مدل باشند:

۱. مدل، دمای میانگین سطحی را پیش بینی می کند و نه دمای نقطه ای.

۲. به طور کلی ناهمواری مورد استفاده در مدل، هموار می شود، کمتر از مقدار واقعی است و با توجه به اینکه آهنگ افت دمای بی دررو برای جو غیر اشباع ۹/۸ درجه سلسیوس در هر کیلومتر است، همین تفاوت منجر به ایجاد خطای قاعده مند در پیش بینی دمای دو متري می شود.

۳. طرح واره لایه مرزی Blackadar که در اجرای مدل

باد ده متری استفاده شده و رابطه خطای مدل با پارامترهای دیگر مورد بررسی قرار گرفته است (پرسون، ۱۹۹۱؛ گالانیس و آندرانیستاکیس، ۲۰۰۲).

در بخش دوم این مقاله فیلتر کالمن به اختصار شرح داده می‌شود؛ در بخش سوم چگونگی اعمال این فیلتر روی پیش‌بینی مدل برای دمای بیشینه و کمینه در دو متری سطح زمین برای ۱۱۷ ایستگاه کشور توضیح داده می‌شود؛ در بخش چهارم روش اجرا شرح داده می‌شود و در بخش پنجم نتایج آماری به دست آمده مورد بررسی قرار می‌گیرد؛ در بخش ششم نیز به جمع‌بندی نتایج پرداخته می‌شود.

## ۲ فیلتر کالمن ساده

این فیلتر از زمانی که کالمن در ۱۹۶۰ آن را معرفی کرد تا امروز، بهویژه در دستگاه‌های خودکار و نیز ناوبری، کاربردهای گسترده‌ای داشته و موضوع تحقیقات علمی بسیاری بوده است. به دلیل گستردگی موضوع، شرح کامل فیلتر کالمن از حوزه این مقاله خارج است و در این بخش به توضیح مختصری در مورد آن بسته می‌کنیم. برای مطالعه بیشتر رجوع کنید به (براون و هانگ، ۱۹۹۲؛ گریوال و آندروس، ۱۹۹۳؛ سورنسون، ۱۹۷۰).

فیلتر کالمن فیلتری بازگشتی برای پردازش داده‌ها است که با کمک مجموعه‌ای از اندازه گیری‌های ناقص و دارای نویه و نیز با استفاده از دینامیک حاکم بر مدل، حالت سامانه دینامیکی را برآورده می‌کند. اساس این فیلتر جبر خطی و مدل مخفی مارکوف است. سامانه دینامیکی مورد نظر به صورت یک زنجیره مارکوف مدل‌سازی می‌شود. این زنجیره با عملگرهای خطی پریشیده شده با نویه گاوی ساخته شده است. در این فیلتر، حالت سامانه با برداری از اعداد حقیقی نمایش داده می‌شود.

فیلتر کالمن برای محاسبه مقدار متغیرها بدون توجه به دقت اطلاعات ورودی از همه آنها مورد استفاده قرار

مدل (مثلاً ارتفاع ۷۰۰ میلی‌باری)، پیش‌بینی کننده است. روش PPM (کلین و همکاران، ۱۹۵۹) نیز مشابه روش MOS است، با این تفاوت که دیدبانی‌ها یا داده‌های تحلیل شده پیش‌بینی کننده‌اند و پیش‌بینی شونده‌ها نیز همان دیدبانی‌ها هستند. این دو روش نیاز به داده‌های ورودی طولانی مدت (حداقل چند ساله) دارند و مدل موردنظر باید در طی این مدت و نیز در مدت استفاده، بدون تغییر باقی بماند. معمولاً اگر همه شرایط پیش‌گفته فراهم باشد روش MOS بهترین نتیجه را خواهد داد. مشکل تغییر مدل‌ها در روش MOS با روش جدیدی که MOS تجدیدشونده (Updateable MOS) (رس، ۱۹۸۹) نام دارد، برطرف شده است، اما هنوز مشکل داده‌های طولانی مدت پا بر جاست.

روش MOC (مائو و همکاران، ۱۹۹۹) نیز مانند دو روش بالا از برآذش خطی چندمتغیره استفاده می‌کند ولی در آن خطای پیش‌بینی یک پارامتر، پیش‌بینی شونده است و برای پیش‌بینی کننده ۳۰ گزینه در نظر گرفته می‌شود که با توجه به دیدبانی‌های ۲ تا ۴ هفته گذشته، ۶ تا از این متغیرها به طور بهینه انتخاب می‌شود و در معادلات مورد استفاده قرار می‌گیرد. معادلات از روزی به روز دیگر و از مکانی به مکان دیگر تغییر می‌کند. از آنجا که این روش مبتنی بر آماره بلند مدت اجرای پایدار مدل نیست، تأثیر تغییرات فیزیک مدل و تفکیک فضایی را روی فرایند تصحیح پیش‌بینی‌ها کمینه می‌کند. با وجود قابلیت‌های این روش به دلیل نیاز به تعداد زیادی متغیر، استفاده عملیاتی از آن مشکل به نظر می‌رسد.

فیلتر کالمن (گلب، ۱۹۷۴؛ کالمن، ۱۹۶۰؛ کالمن و باسی، ۱۹۶۱؛ پریستلی، ۱۹۸۱) روشی است که بدون نیاز به داده‌های ورودی طولانی مدت، با ترکیب پیش‌بینی‌های مدل و دیدبانی‌ها، خطاهای قاعده‌مند را تصحیح می‌کند. در پژوهش‌های بسیاری، از فیلتر کالمن به منظور تصحیح برونداد مدل‌های منطقه‌ای برای دمای دو متری و سرعت

ماتریسی است که حالت  $X$  را به اندازه گیری  $y$  در همان زمان مرتبط می کند و متغیر با زمان است.  $w_t$  و  $v_t$  نویفهای سفیدنند، توزیع نرمال دارند و مستقل از هم هستند؛ یعنی  $E(w_s \cdot v_t) = 0$ ،  $E(w_s \cdot w_t) = 0$ ؛ همچنین هریک از این نویفهها برای زمانهای مختلف مستقل از هم‌اند؛ یعنی  $E(v_s \cdot v_t) = 0$  و  $E(w_s \cdot w_t) = 0$  و  $E(v_s \cdot v_t) = 0$ ،  $\forall s, t \in N$ . این فیلتر مجموعه‌ای از معادلات ریاضی است که نوعی برآورد کننده پیش‌بینی - تصحیح کننده امید ریاضی است.

در فیلتر کالمن ابتدا پیش حالت  $t$  یعنی  $(x_{t-1})$  براساس مقدار متغیر در زمان  $t-1$  و نیز پیش برآورد کوواریانس خطای خطا  $(P_{t-1})$  محاسبه می شود:

$$x_{t-1} = F_t \cdot x_{t-1} \quad (3)$$

$$P_{t-1} = F_t \cdot P_{t-1} \cdot F_t^T + Q \quad (4)$$

که در آن  $Q$  کوواریانس خطای فرایند  $(w_t)$  است؛ دو معادله بالا را «معادله‌های پیش‌بینی» می‌نامند. وقتی دیدبانی جدید در زمان  $t$  ( $y_t$ ) انجام می‌شود، می‌توان برآورد حالت جدید  $(x_t)$  را با ترکیب خطی از پیش برآورد  $x_{t-1}$  و خطای پیش‌بینی؛ یعنی  $(x_t = x_{t-1} + K_t(y_t - H_t \cdot x_{t-1}))$  روزآمد کرد:

$$x_t = x_{t-1} + K_t(y_t - H_t \cdot x_{t-1}) \quad (5)$$

که در آن ماتریس بهره کالمن،  $K_t$ ، با رابطه زیر داده می‌شود:

$$K_t = \frac{P_{t-1} \cdot H_t}{H_t \cdot P_{t-1} \cdot H_t^T + R} \quad (6)$$

در رابطه بالا،  $R$  کوواریانس خطای اندازه گیری  $(v_t)$  است. بهره کالمن چگونگی تنظیم فیلتر را با شرایط جدید تعیین می‌کند. کوواریانس خطای  $x_t$  نیز از معادله زیر به دست می‌آید:

$$P_t = (I - H_t \cdot K_t)P_{t-1} \quad (7)$$

سه معادله بالا، «معادلات تصحیح کننده» نامیده می‌شوند و از آنها برای روزآمدسازی فیلتر کالمن از زمان  $t-1$  به

می‌گیرد و همه اندازه گیری‌های موجود را پردازش می‌کند؛ همچنین اطلاعات مربوط به دینامیک سامانه و دستگاه‌های اندازه گیری، نویفهای سامانه، خطاهای اندازه گیری، عدم قطعیت مدل‌های دینامیکی و هر اطلاعات موجود در مورد شرایط اولیه پارامتر موردنظر را در نظر می‌گیرد. این فیلتر مجموعه‌ای از معادلات ریاضی است که نوعی برآورد کننده پیش‌بینی - تصحیح کننده محسوب می‌شود؛ بدین معنی که مقدار پارامتر موردنظر در گام اول پیش‌بینی، و سپس تصحیح می‌شود. الگوریتم فیلتر کالمن، بهینه است؛ زیرا حالت سامانه طوری برآورد می‌شود که کوواریانس خطای برآورده شده کمینه باشد.

فیلتر کالمن انواع متفاوتی دارد؛ در «فیلتر کالمن ساده» که در اینجا از آن استفاده شده، فرض بر این است که رابطه بین حالت نامعلوم متغیر در زمان  $t$  و حالت آن در زمان  $t-1$  رابطه‌ای خطی است؛ اگر این رابطه غیرخطی باشد، فیلتر از نوع «فیلتر کالمن توسعه یافته» (EKF, Extended Kalman Filter) است.

فرض کنید  $x_t$  بردار مربوط به حالت نامعلوم سامانه در زمان  $t$  هدف، برآورد کردن آن است. رابطه بین این حالت در زمان  $t$  و بردار حالت معلوم سامانه در زمان  $t-1$  با معادله زیر که «معادله سامانه» نام دارد، داده می‌شود:

$$x_t = F_t \cdot x_{t-1} + w_t \quad (1)$$

که در این رابطه  $w_t$  بردار نویفه فرایند و  $F_t$  ماتریسی است که حالت  $t-1$  را بردار حالت را به حالت فعلی آن در زمان  $t$  مرتبط می‌کند و وابسته به زمان است.

اگر  $y_t$  حالت معلوم و اندازه گیری شده در زمان  $t$  باشد، رابطه آن با  $x_t$  به کمک معادله زیر، موسوم به «معادله اندازه گیری یا دیدبانی» داده می‌شود:

$$y_t = H_t \cdot x_t + v_t \quad (2)$$

که در این رابطه  $v_t$  بردار نویفه اندازه گیری و  $H_t$

قاعده‌مند است که محاسبه خواهد شد.

مدت آموزش فیلتر، هفت روز انتخاب شد که همان‌طور که در زیر شرح داده می‌شود از این عدد برای محاسبه ماتریس‌های  $R$  و  $Q$  نیز استفاده می‌شود. شایان گفتن است که فیلتر برای مدت آموزش هفت تا بیست روز اجرا شد که چون نتایج تفاوت قابل توجهی نداشت، عدد هفت انتخاب شد؛ با این حال، انتخاب بازه زمانی مناسب برای این محاسبه به آزمایش‌های بیشتری نیازمند است.

مشکل‌ترین قسمت در اجرای فیلتر کالمن، تعیین ماتریس‌های  $R$ ،  $Q$  است؛ روش‌های متفاوتی برای محاسبه این دو مقدار مورد، استفاده قرار گرفته است (همولد، ۱۹۹۵). در این مقاله، ابتدا این دو ماتریس ثابت سپس با توجه به مقادیر به دست آمده برای  $x_t$  های مربوط به هفت روز قبل و با کمک معادلات سامانه و دیدبانی (۱) و (۲) و با فرض  $n=7$ ، با استفاده از معادله های زیر (گالانیس و آندرانیستاکیس، ۲۰۰۲) کوواریانس خطا ( $R$ ) و محاسبه و با توجه به مقادیر جدید، فیلتر دوباره ( $Q$ ) اجرا شد:

$$Q_{jj} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=0}^{n-1} \left( w_{t-i;jl} - \left( \frac{\sum_{i=0}^{n-1} w_{t-i;jl}}{n} \right) \right)^2 \quad (8)$$

$$j = 1, 2$$

به طور مشابه

$$R_{jj} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=0}^{n-1} \left( v_{t-i;jl} - \left( \frac{\sum_{i=0}^{n-1} v_{t-i;jl}}{n} \right) \right)^2 \quad (9)$$

$$j = 1, 2$$

استفاده می‌شود.

برای شروع و اجرای فیلتر، باید مقادیر اولیه  $x_0$  و  $P_0$  به فیلتر داده شود؛  $x_0$  خطای قاعده‌مند اولیه است و می‌توان ابتدا آن را صفر در نظر گرفت.  $P_0$  نیز واریانس اولیه است که مقدار ابتدایی آن بزرگ فرض می‌شود. مقدار اولیه این پارامترها مهم نیست؛ زیرا خیلی زود و پس از چند تکرار به مقدار تعیین شده با فیلتر میل می‌کند و نتیجه به دست آمده مستقل از مقدار اولیه آنها است. اما تعیین بردارهای  $v_t$  و  $w_t$  مهم است و مقدار آنها می‌تواند خروجی را به شدت تحت تأثیر قرار دهد؛ اینکه بعد از تغییرات زیاد در داده‌های ورودی، فیلتر کالمن با چه سرعتی با وضعیت هوایی جدید تطبیق می‌کند، به نسبت  $v_t/w_t$  بستگی دارد. انتخاب درست این مقادیر باعث پایداری نتایج می‌شود و داده‌های اندازه‌گیری شده با خطای زیاد در یک روز، خطای بزرگی در خروجی ایجاد نمی‌کنند.

### ۳ روش کار

از آنجا که اطلاعات کافی درباره دینامیک سامانه وجود ندارد و چگونگی ارتباط حالت‌ها با هم در زمان‌های متفاوت مشخص نیست، بهتر است برای استفاده از فیلتر کالمن، ساده‌سازی‌هایی صورت گیرد. هدف، پس‌پردازش دمای بیشینه و کمینه است. بردار حالت یک ماتریس  $2 \times 1$  است که عضو اول آن دمای بیشینه و عضو دوم آن دمای کمینه است. ماتریس‌های  $F_t$  و  $H_t$  ثابت و برابر با ماتریس یکانی  $I$ ،  $2 \times 2$  فرض می‌شوند.  $v_t$  و  $w_t$  نیز بردارهای  $1 \times 1$  با میانگین صفر خواهند بود. مقدار اولیه  $x_0$  و واریانس اولیه  $P_0$  در نظر گرفته می‌شود؛ همان‌طور که پیش از این اشاره شد انتخاب این دو مقدار اولیه، تأثیری در نتیجه ندارد. بردار  $y_t$  تفاوت بین مقدار مدل و مقدار دیدبانی و بردار  $x_t$  خطای

(مهرآباد)، خرمآباد، مراغه و منجیل ارائه شده است. در صورتی که برای بعضی روزها گزارش مقدار دیدبانی موجود نبود، داده‌های آن روز حذف شد و در محاسبات وارد نشد.

برخی امتیازهای آماری محاسبه شده برای هفت ایستگاه یادشده در جدول‌های ۱ و ۲ آورده شده است. برای هر ایستگاه خطای میانگین (اریبی)، خطای مطلق میانگین، انحراف معیار متناظر با هر خطای مطلق میانگین، نیز ریشه مربعی میانگین محدود خطای مطلق میانگین معرفی شده است. همچنین، احتمال پیش‌بینی موفق با توجه به معیار تعريف شده مرکز پیش‌بینی‌های میان‌مدت اروپا ECMWF, European Center for Medium range Weather Forecasts (پیش‌بینی موفق  $\leftrightarrow$  خطای مطلق میانگین کمتر از ۲ درجه سلسیوس) برای ایستگاه‌ها ارائه شده است. امتیاز مهارتی فیلتر کالمون نیز با رابطه زیر به دست آمده است:

$$\text{خطای مطلق میانگین پس از اعمال فیلتر} = \frac{\text{خطای مطلق میانگین برای برونداد مدل MM5}}{\text{امتیاز مهارتی کالمون}}$$

در شکل‌های ۱ و ۲ نمودارهای مربوط به تغییرات دماهای بیشینه و کمینه در مدت ۱۲۰ روز برای پیش‌بینی مدل، دمای تصحیح شده با فیلتر کالمون و نیز مقادیر دیدبانی برای چهار ایستگاه بندرعباس، تهران (مهرآباد)، خرمآباد و منجیل ارائه شده است. همچنین فراوانی خطای مطلق پیش‌بینی مدل و دمای تصحیح شده با فیلتر کالمون ایستگاه‌های نامبرده در شکل‌های ۳ و ۴ مقایسه شده است. شکل‌های ۵ و ۶ ریشه مربعی میانگین محدود خطای مدل و کالمون و شکل‌های ۷ و ۸ درصد روزهای با پیش‌بینی موفق مربوط به برونداد مدل و کالمون را برای ۱۱۷ ایستگاه مورد بررسی، نشان می‌دهند.

به منظور تصحیح، مقدار به دست آمده برای  $X$  به مقدار مدل مربوط به زمان  $t + 1$  اضافه شد: پیش‌بینی تصحیح شده برای زمان  $(t + 1)$  = برونداد مدل برای زمان  $(t + 1)$  + برآورد فیلتر برای زمان  $(t)$ .

#### ۴ اجرا

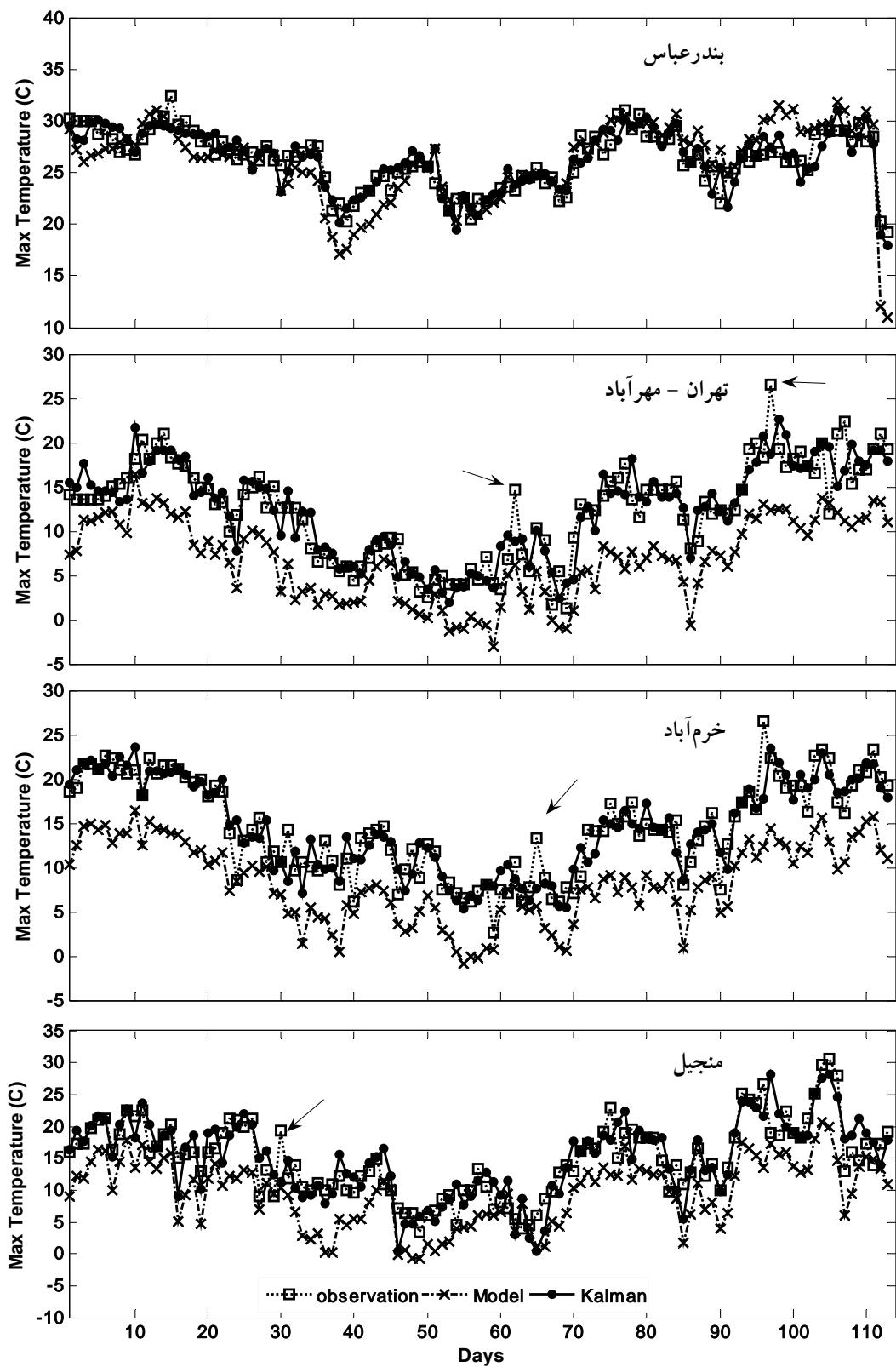
در این قسمت چگونگی استفاده از فیلتر کالمون ساده برای PSU/NCAR MM5 (Mesoscale Model) (مدل منطقه‌ای میان مقیاس) مربوط به دمای بیشینه و کمینه در دو متری سطح زمین مورد بررسی قرار می‌گیرد. این مدل با داده‌های مدل AVN (Global Forecasting System) GFS موسوم به آغازگری و با فاصله شبکه‌ای ۳۰ کیلومتر، برای ۱۲۰ روز (از ۱۷ نوامبر ۲۰۰۵ تا ۱۶ مارس ۲۰۰۶) اجرا شد. جزیيات بیشتر پیکربندی مدل در (وظیفه و همکاران، ۱۳۸۳) داده شده است. شروع اجرا از UTC ۱۲ روز تا ۱۰۲ ساعت بعد بود. به کمک درون‌یابی دوخطی (bilinear interpolation) برونداد مدل برای ایستگاه‌ها هر سه ساعت یک‌بار محاسبه شد و بیشینه و کمینه دما با کمک این بروندادها به دست آمد؛ بدینهی است که برای به دست آوردن نتایج بهتر، باید برونداد مدل با فاصله زمانی یک ساعه استخراج شود. برای اعمال فیلتر کالمون با حذف ۱۲ ساعت اول، نخستین دماهای بیشینه و کمینه (مربوط به یک روز) انتخاب شدند؛ بدین ترتیب پیش‌بینی مدل برای دمای کمینه تقریباً ۱۵ ساعته و برای دمای بیشینه تقریباً ۲۷ ساعته بود. با فرض‌های پیش‌گفته در بخش قبل، فیلتر کالمون روی پیش‌بینی مدل برای دماهای بیشینه و کمینه در دو متری سطح زمین مربوط به ۱۱۷ ایستگاه کشور اعمال شد که به دلیل محدود بودن حجم مقاله، فقط نتایج پس پردازش پیش‌بینی دمای کمینه و بیشینه هفت ایستگاه ایرانشهر، بندرعباس، بیرون‌جند، تهران

جدول ۱. امتیازهای آماری محاسبه شده برای دمای بیشینه در دو متری سطح زمین مربوط به هفت ایستگاه کشور.

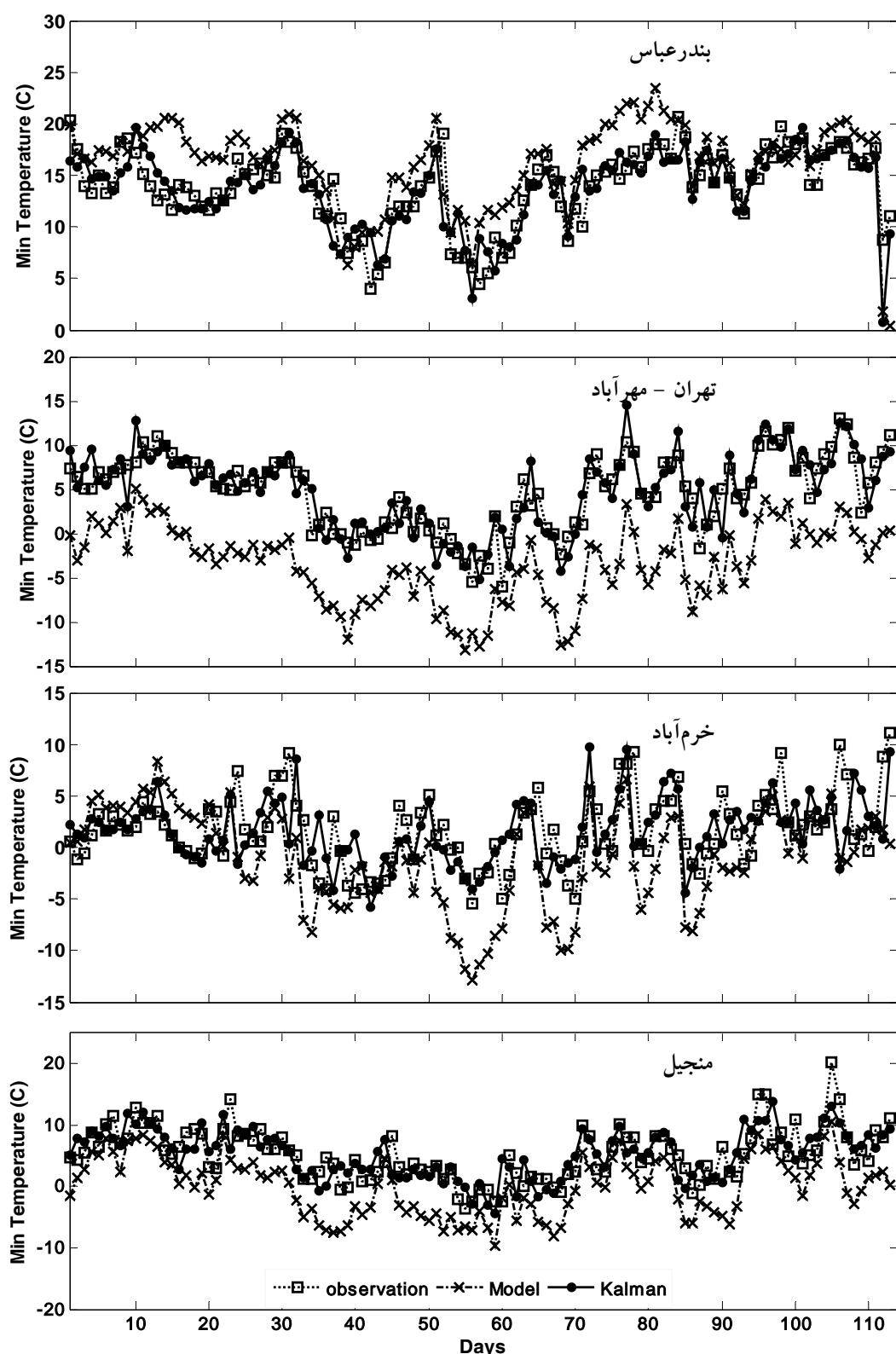
امتیاز آماری	آحمدال پیش‌بینی	موفقی	ردیت معرفی	بین‌گیرندهای محدود (RMSE) خطا	آتفاق از معيار مطلق غلطای	آتفاق از معيار مطلق لقا	خطای مطلق بین‌گیرندهای	خطای مطلق بین‌گیرندهای	امتیاز آماری	نام ایستگاه
۰/۶۸	۰/۱۱	۳/۹۶	۱/۴۳	۱/۴۶	۳/۷	-۳/۶۸	MM5	کالمدن	ابرشهر	
	۰/۸۲	۱/۰۳	۰/۹۶	۱/۰۴	۱/۱۹	۰/۰۱				
۰/۳۳	۰/۶۰	۲/۰۸	۱/۲۷	۲/۰۷	۱/۶۵	۰/۰۰	MM5	کالمدن	پندرعباس	
	۰/۸۵	۱/۳۸	۰/۸۴	۱/۳۸	۱/۱۰	۰/۰۳				
۰/۷۰	۰/۰۵	۵/۹۶	۱/۹۶	۲/۲۳	۵/۶۱	-۵/۵۱	MM5	کالمدن	پرچند	
	۰/۶۹	۲/۲۱	۱/۶۰	۲/۳۲	۱/۶۶	۰/۰۴				
۰/۷۷	۰/۰۶	۶/۱۶	۲/۳۶	۲/۴۲	۵/۶۸	-۵/۶۶	MM5	کالمدن	تهران-مهرآباد	
	۰/۶۵	۲/۴۴	۱/۵۷	۲/۴۴	۱/۸۷	۰/۰۰				
۰/۷۳	۰/۰۶	۶/۵۷	۲/۲۱	۲/۲۳	۶/۱۹	-۶/۱۸	MM5	کالمدن	خرمآباد	
	۰/۶۶	۲/۲۷	۱/۰۳	۲/۲۷	۱/۶۸	۰/۰۲				
۰/۰۲	۰/۱۹	۴/۷۱	۲/۳۹	۲/۷۶	۴/۰۷	-۳/۸۳	MM5	کالمدن	مراغه	
	۰/۰۷	۲/۵۸	۱/۷۱	۲/۰۹	۱/۹۴	۰/۰۲				
۰/۰۷	۰/۱۲	۶/۲۲	۲/۷۶	۳/۰۱	۵/۰۶	-۵/۴۱	MM5	کالمدن	منجیل	
	۰/۰۰	۳/۱۰	۱/۹۵	۳/۰۹	۲/۴۱	۰/۱۲				

جدول ۲. امتیازهای آماری محاسبه شده برای دمای کمینه در دو متری سطح زمین مربوط به هفت ایستگاه کشور.

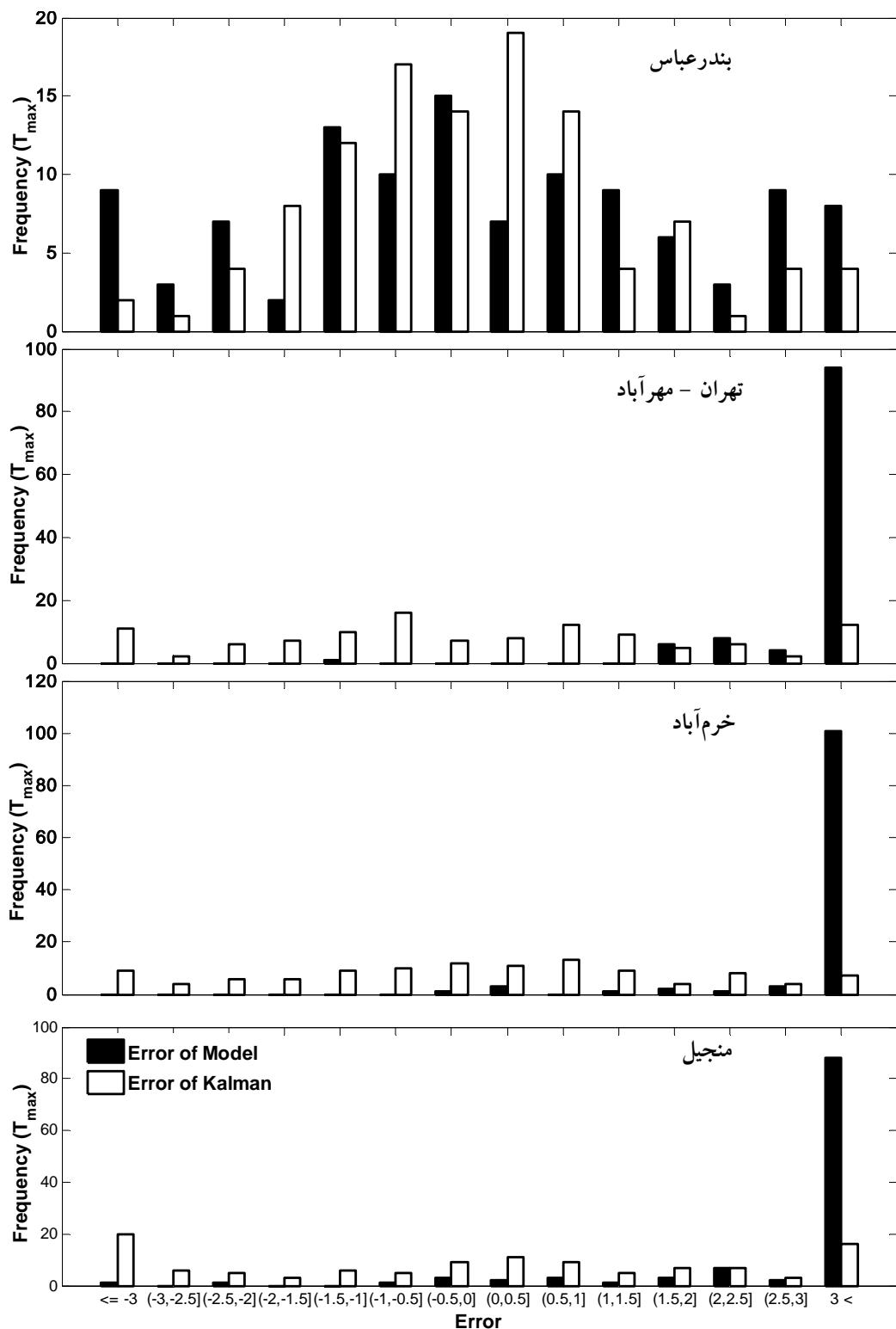
امتیاز آماری	آحمدال پیش‌بینی	موفقی	ردیت معرفی	بین‌گیرندهای محدود (RMSE) خطا	آتفاق از معيار مطلق غلطای	آتفاق از معيار مطلق لقا	خطای مطلق بین‌گیرندهای	خطای مطلق بین‌گیرندهای	امتیاز آماری	نام ایستگاه
۰/۰۱	۰/۶۹	۲/۱۹	۱/۴۴	۲/۰۳	۱/۶۶	-۰/۸۵	MM5	کالمدن	ابرشهر	
	۰/۷۱	۲/۱۲	۱/۳۴	۲/۱۲	۱/۶۴	-۰/۰۳				
۰/۴۷	۰/۳۴	۳/۵۱	۱/۸۸	۲/۴۵	۲/۹۶	۲/۵۲	MM5	کالمدن	پندرعباس	
	۰/۷۲	۲/۱۲	۱/۴۳	۲/۱۳	۱/۵۸	-۰/۰۵				
۰/۰۷	۰/۳۸	۳/۵۳	۲/۱۳	۲/۴۶	۲/۸۲	-۰/۷۱	MM5	کالمدن	پرچند	
	۰/۴۶	۳/۳۳	۲/۰۵	۳/۳۳	۲/۶۳	۰/۰۰				
۰/۷۹	۰/۰۱	۸/۴۹	۲/۰۸	۲/۰۸	۸/۲۴	-۸/۲۴	MM5	کالمدن	تهران-مهرآباد	
	۰/۶۶	۲/۲۸	۱/۰۱	۲/۲۹	۱/۷۲	۰/۰۱				
۰/۳۵	۰/۳۶	۴/۷۷	۲/۹۵	۴/۰۶	۳/۷۵	-۲/۵۱	MM5	کالمدن	خرمآباد	
	۰/۵۲	۳/۳۱	۲/۲۳	۲/۳۲	۲/۴۴	-۰/۰۱				
۰/۳۳	۰/۳۵	۳/۴۲	۱/۹۰	۲/۰۶	۲/۸۴	-۲/۲۸	MM5	کالمدن	مراغه	
	۰/۶۴	۲/۵۲	۱/۶۷	۲/۰۳	۱/۹۰	۰/۰۳				
۰/۰۶	۰/۱۴	۵/۸۴	۲/۷۵	۲/۶۹	۵/۲۱	-۵/۱۹	MM5	کالمدن	منجیل	
	۰/۰۳	۲/۸۷	۷۷/۱	۲/۸۷	۲/۲۷	۰/۰۱				



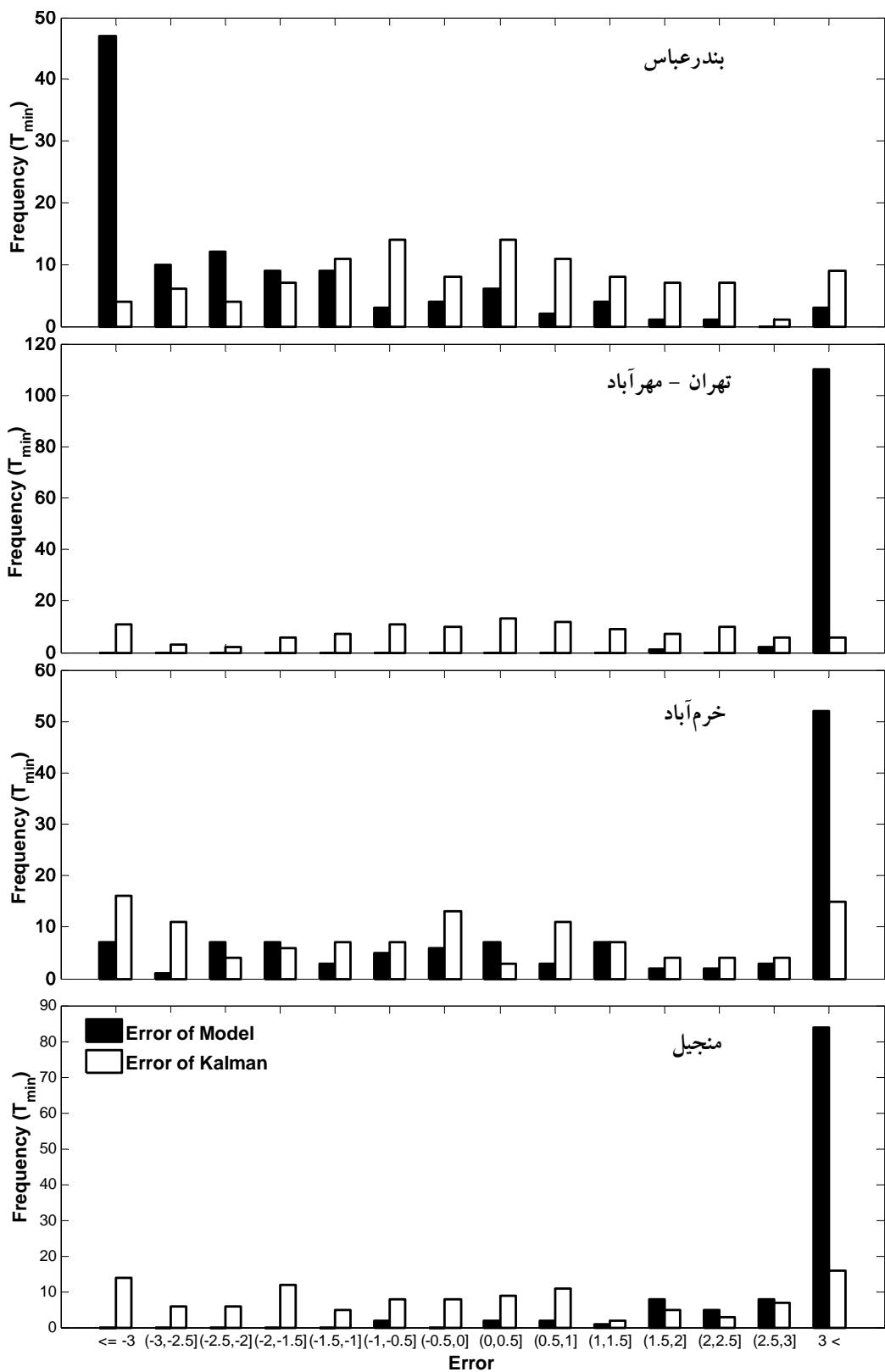
شکل ۱. مقایسه دمای بیشینه در دو متری سطح زمین بین برونداد مدل، مقدار دیدبانی و برونداد کالمن برای چهار ایستگاه ایران.



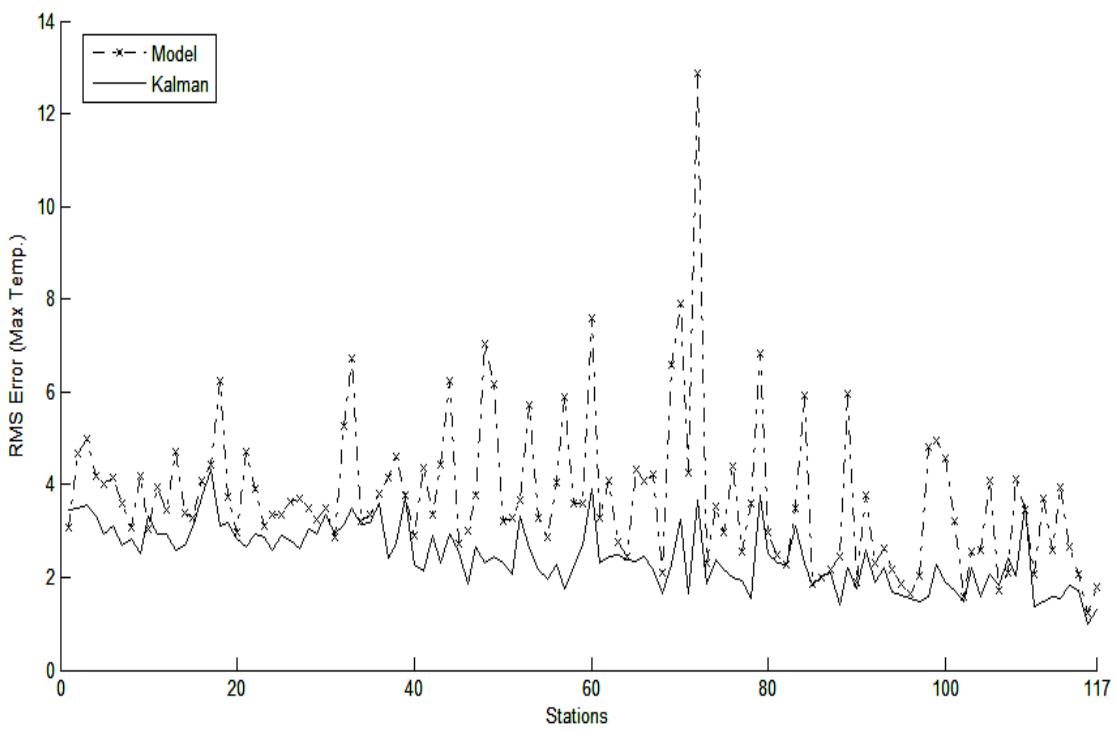
شکل ۲. مقایسه دمای کمینه در دو متری سطح زمین بین برondاد مدل، مقدار دیدهایی و برondاد کالمن برای چهار ایستگاه ایران.



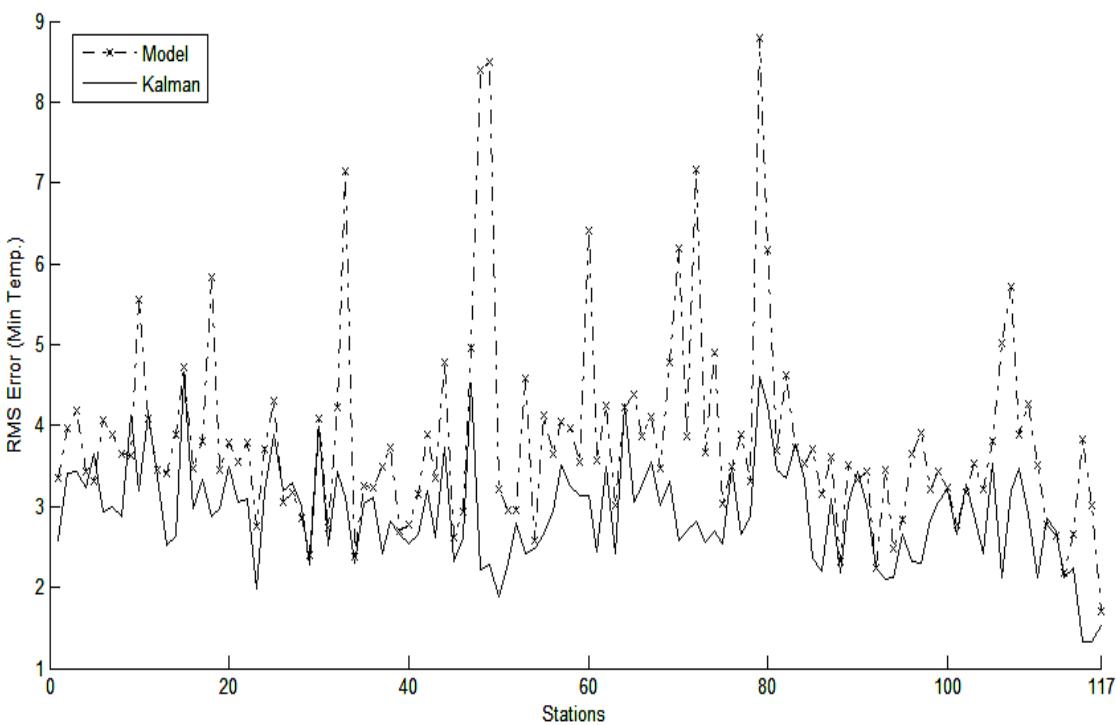
شکل ۳. مقایسه فراوانی خطای مطلق مدل و کالمن مربوط به دمای بیشینه دو متری سطح زمین برای چهار ایستگاه ایران.



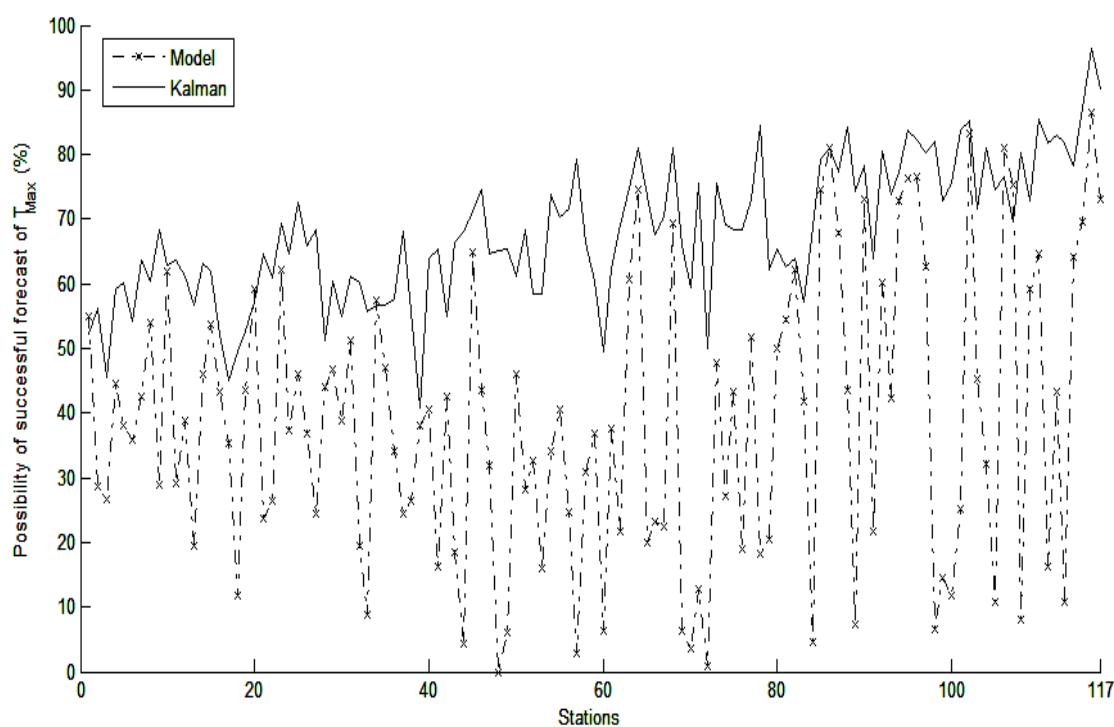
شکل ۴. مقایسه فراوانی خطای مطلق مدل و کالمن مربوط به دمای کمینه دو متری سطح زمین برای چهار ایستگاه ایران.



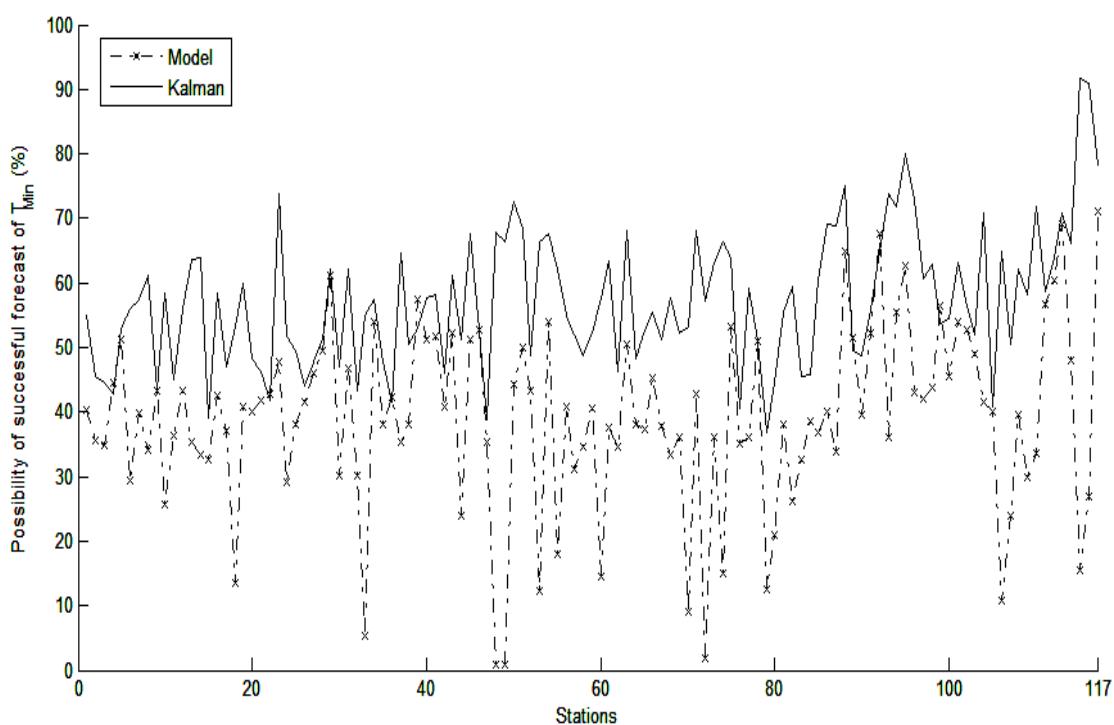
شکل ۵. مقایسه ریشه مربعی میانگین مجدد خطا مربوط به دمای بیشینه دو متری سطح زمین برای ۱۱۷ ایستگاه بررسی شده.



شکل ۶. مقایسه ریشه مربعی میانگین مجدد خطا مربوط به دمای کمینه دو متری سطح زمین برای ۱۱۷ ایستگاه بررسی شده.



شکل ۷. مقایسه احتمال پیش‌بینی موفق بر حسب درصد مربوط به دمای بیشینه دو متری سطح زمین برای ۱۱۷ ایستگاه.



شکل ۸. مقایسه احتمال پیش‌بینی موفق بر حسب درصد مربوط به دمای کمینه دو متری سطح زمین برای ۱۱۷ ایستگاه.

رسیده است. امتیاز مهارتی محاسبه شده برای ایستگاه‌های نامبرده به ترتیب  $0/68$ ,  $0/33$ ,  $0/70$ ,  $0/67$ ,  $0/73$ ,  $0/52$  و  $0/57$  است؛ این مقادیر نشان‌دهنده موفقیت فیلتر کالمن در تصحیح برونداد مدل است. مقدار  $0/33$  برای ایستگاه بندرعباس روش می‌سازد که پیش‌بینی مدل برای ایستگاه بندرعباس قابل قبول است و با اعمال فیلتر کالمن کمی بهتر شده است؛ از درصد احتمال پیش‌بینی موفق این ایستگاه نیز این نتیجه تأیید می‌شود.

مطلوب بیان شده، درباره مقادیر جدول ۲ که مربوط به دمای کمینه است نیز صادق است همان‌طور که در این جدول آمده است، خطای میانگین، خطای مطلق میانگین، انحراف از معیار خطا و انحراف از معیار خطای مطلق دمای کمینه کاهش یافته است؛ اگرچه این کاهش برای تعدادی از ایستگاه‌ها قابل ملاحظه نیست. ریشه مربعی میانگین مجدور خطا نیز کم شده است؛ برای مثال، مقدار آن برای چهار ایستگاه بندرعباس، تهران، خرم‌آباد و منجیل به ترتیب از  $51/3$ ,  $8/49$ ,  $4/77$  و  $5/84$  به  $2/12$ ,  $2/28$  و  $2/31$  و  $2/87$  رسیده است. احتمال پیش‌بینی موفق برای ایستگاه‌های ایرانشهر، بندرعباس، بیرجند، تهران، خرم‌آباد، مراغه و منجیل به ترتیب از  $69$ ,  $36$ ,  $1$ ,  $38$ ,  $34$ ,  $52$ ,  $66$ ,  $46$ ,  $72$ ,  $71$  و  $35$  درصد  $14$  و درصد به  $71$ ,  $72$ ,  $71$ ,  $35$  افزایش یافته است. امتیاز مهارتی کاربست فیلتر کالمن روی دمای کمینه برای هفت ایستگاه بالا به ترتیب  $0/01$ ,  $0/47$ ,  $0/07$ ,  $0/35$ ,  $0/79$ ,  $0/33$  و  $0/56$  به دست آمد. می‌بینیم که با وجود موفق نبودن مدل در پیش‌بینی دمای بیشینه برای دو ایستگاه ایرانشهر و بیرجند، دمای کمینه آنها با خطای کمی پیش‌بینی شده است. به همین دلیل اعمال فیلتر کالمن برای این دو ایستگاه و ایستگاه‌های با وضعیت مشابه، تغییر زیادی در ریشه مربعی میانگین مجدور خطا و احتمال پیش‌بینی موفق ایجاد نکرده است. در شکل‌های ۱ تا ۴ فقط نمودارهای مربوط به چهار ایستگاه بندرعباس، تهران-مهرآباد، خرم‌آباد و منجیل

## ۵ بحث و نتیجه‌گیری

همان‌طور که در جدول ۱ مشاهده می‌شود، فیلتر کالمن توانسته است خطای میانگین، خطای مطلق میانگین و ریشه مربعی میانگین مجدور خطا را برای دمای بیشینه به میزان قابل توجهی کاهش دهد؛ اگرچه در انحراف از معیار خطا و انحراف از معیار خطای مطلق تغییر چندانی ایجاد نشده است. همچنین احتمال پیش‌بینی موفق برای بیشتر ایستگاه‌های مورد بررسی از حدود  $6$  درصد برای مدل به حدود  $60$  درصد پس از کاربست فیلتر کالمن رسیده و امتیاز مهارتی فیلتر کالمن برای این هفت ایستگاه مقدار قابل قبولی است. خطای میانگین دمای بیشینه برای ایستگاه‌ها با دقت خوبی به صفر رسیده است؛ این مقادیر نشان می‌دهند که فیلتر کالمن خطای قاعده‌مند مدل را تقریباً حذف کرده است، به طوری که خطاهای به صورت تصادفی حول صفر توزیع شده‌اند. کاهش قابل ملاحظه خطای مطلق میانگین ایستگاه‌های بالا نیز نشان‌دهنده کم شدن قدر مطلق مقادیر خطا است. مقادیر انحراف از معیار خطای برونداد مدل نشان می‌دهد که اعمال فیلتر کالمن تغییر خاصی در آن ایجاد نکرده است؛ این نتیجه روش می‌سازد که فاصله تک تک اجزای آماره از مقدار میانگین در اثر استفاده از فیلتر تغییر نکرده است. ریشه مربعی میانگین مجدور خطا برای هفت ایستگاه نامبرده کاهش یافته است؛ برای نمونه برای ایستگاه‌های ایرانشهر، تهران، خرم‌آباد و منجیل به ترتیب از  $6/57$ ,  $6/16$ ,  $3/96$  و  $6/22$  به  $1/53$ ,  $2/44$ ,  $2/27$  و  $3/10$  رسیده که نشان‌دهنده وجود تقریب اضافی یا نقصانی حتی پس از استفاده از فیلتر است. احتمال پیش‌بینی موفق که نسبت تعداد روزهای با خطای کمتر از  $2$  به تعداد کل روزهای است، در بیشتر ایستگاه‌ها بهبود قابل توجهی داشته است. این احتمال برای ایستگاه‌های ایرانشهر، بندرعباس، بیرجند، تهران، خرم‌آباد، مراغه و منجیل به ترتیب از  $11$ ,  $11$ ,  $6$ ,  $5$ ,  $6$ ,  $6$ ,  $6$  و  $12$  درصد به  $82$ ,  $85$ ,  $69$ ,  $65$ ,  $66$ ,  $57$  و  $50$  درصد

## ۶ جمع‌بندی

در این مقاله دمای بیشینه و کمینه در دو متری سطح زمین که با مدل MM5 مربوط به ۱۱۷ ایستگاه در سطح کشور پیش‌بینی شده بود با فیلتر کالمن ساده پس‌پردازش و نتایج به دست آمده تحلیل شد. بررسی‌های آماری نشان می‌دهد که خطای مدل با توجه به فصل و نیز موقعیت جغرافیایی هر ایستگاه متفاوت است. برای بیشتر شهرها پیش‌بینی مدل در همه روزها برآورد نقصانی و یا اضافی است؛ یعنی در همه روزها خطای مثبت یا در همه روزها منفی است؛ در حالی که پس از اعمال فیلتر کالمن، این برآورد برای بعضی روزها اضافی و برای برخی دیگر نقصانی می‌شود، این مطلب در کاهش قابل ملاحظه خطای میانگین (نزدیک به صفر) که اریبی را اندازه‌گیری می‌کند، مشهود است. از طرفی ریشه مربعی میانگین محدود خطای (RMSE) پاشندگی خطای را اندازه‌گیری می‌کند و هر چند کاهش آن پس از اعمال فیلتر قابل توجه است ولی با صفر فاصله دارد و بیانگر وجود برآورد اضافی و نقصانی است. در مورد شهرهایی که پیش‌بینی مدل برای آنها در تعدادی برآورد از روزها برآورد نقصانی و در تعدادی اضافی داشت؛ کاربست فیلتر کالمن، تصحیح قابل ملاحظه‌ای به وجود نیاورد؛ به عبارت دیگر نتیجه اعمال فیلتر کالمن به طور عمده حذف خطای قاعده‌مند مدل است.

به طور کلی، در مواردی که خطای قاعده‌مند، متوسط یا خیلی زیاد بود، فیلتر کالمن بسیار موفق نشان داد؛ اما در مواردی که مقدار مدل به مقدار دیدبانی خیلی نزدیک بود، فیلتر کالمن نتوانست به خوبی خطای را تصحیح کند؛ زیرا نبود خطای قاعده‌مند به طور جدی چارچوبی را که فیلتر عمل می‌کند، محدود می‌سازد.

با وجود ساده‌سازی‌هایی که برای اجرای فیلتر کالمن اعمال شد، نتایج قابل قبول به نظر می‌رسد. ما اطلاعاتی درباره نوافه اولیه داده‌ها نداریم و گاؤسی فرض کردن آن،

ارائه شده است. اگر در شکل ۱ به نمودارهای مربوط به دمای بیشینه این چهار ایستگاه توجه کنیم، می‌بینیم که پیش‌بینی مدل برای آنها در همه روزها یا برآورد اضافی و یا نقصانی بوده است و بیشتر روزها خطای مدل زیاد است. پیش‌بینی دمای بیشینه برای ایستگاه بندرعباس برخلاف سه ایستگاه دیگر، هم دارای تقریب اضافی و هم نقصانی است. به نظر می‌رسد یکی از دلایل مهم این خطایها، اختلاف ارتفاع ایستگاه‌های مدل با مقدار واقعی باشد.

شکل ۲ دمای کمینه این چهار ایستگاه را مقایسه کرده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، خطای مدل برای دمای کمینه دو ایستگاه ایرانشهر و بیرجند کم است و این به کم اثر بودن کاربست فیلتر کالمن منجر می‌شود (امتیاز مهارتی برای این دو ایستگاه حدود ۱ و ۷ درصد است). از شکل‌های ۱ و ۲ چنین برمی‌آید که برونداد مدل و فیلتر کالمن برای روزهایی که دمای هوا نسبت به روزهای قبل تغییر زیادی داشته، موفق نبوده‌اند، (در شکل‌ها، تعدادی از این روزها با پیکان مشخص شده‌اند).

شکل‌های ۳ و ۴ تغییر توزیع خطای حول صفر پس از کاربست فیلتر را نشان می‌دهند. همان‌طور که در شکل‌های ۵ و ۶ مشخص است، فیلتر کالمن برای بیشتر ایستگاه‌ها توانسته ریشه مربعی میانگین محدود خطای را کاهش دهد؛ بیشترین کاهش ریشه مربعی میانگین محدود خطای برای دمای بیشینه مربوط به ایستگاه داران (از ۱۲/۸۶ به ۳/۶۵) و برای دمای کمینه مربوط به ایستگاه تهران-مهرآباد (از ۸/۵۰ به ۲/۲۸) است.

شکل‌های ۷ و ۸ نشان‌دهنده افزایش قابل ملاحظه درصد روزهای با پیش‌بینی موفق است. بیشترین بهبود پس از کاربست فیلتر برای دمای بیشینه مربوط به ایستگاه سرپل ذهاب (از ۳ به ۷۹ درصد) و برای دمای کمینه مربوط به ایستگاه کیش (از ۱۶ به ۹۲ درصد) است.

- Mao, Q., McNider R. T., Mueller S. F., and Jaung, H. H., 1999, An optimal model output calibration algorithm suitable for objective temperature forecasting, *Weather Forecast.*, **14**, 190-202.
- Marzban, C., S. Sandgathe, E. Kalnay, 2005: MOS, prefect prog and Reanalysis Data. *Mon. Weather Rev.*, **134**, 657-663.
- Persson, A., 1991, Kalman filtering a new approach to adaptive statistical interpretation of numerical meteorological forecasts, Lectures and papers presented at the WMO training workshop on the interprskirontion of NWP products in terms of local weather phenomena and their verification, wageningen, The netherlands, WMO, pp. XX-27-XX-32.
- Priestley, M. B., 1981, Spectral analysis and time series, Academic Press, printed in USA.
- Ross, G., 1989, Model output statistics using an updatable scheme, Proc. 11<sup>th</sup> Conf. on probability and statistics in atmospheric science, Monterey, CA, Am. Meteorol. Soc., pp. 93-97.
- Sorenson, H. W., 1970, Least-squares estimation from gauss to Kalman, *IEEE Spectrum*, **7**, 63-68.

همچنین در نظر نگرفتن دینامیک فرایند و صرف نظر کردن از اثر عوامل دیگری که در تغییرات دمایی مؤثرند، می تواند نتیجه کار را متأثر سازد؛ در هر حال استفاده از فیلتر ساده هم می تواند به سامانه های پیش بینی پدیده های وابسته به دما کمک کند.

## منابع

- وظیفه، ا.، آزادی، م.، و مزرعه فراهانی، م.، ۱۳۸۳، بررسی اثر تغییر تفکیک افقی مدل منطقه ای محدود MM5 در شبیه سازی یک سامانه کم فشار سینوپتیکی بر روی ایران، نهمین کنفرانس دینامیک شاره ها، شیراز، ایران.
- Brown, R. G., and Hwang, P. Y., 1992, Introduction to random signals and applied Kalman filtering, second edition, John Wiley printed in USA.
- Galanis, G., and Anadranistakis, M., 2002, A one-dimensional Kalman filter for the correction of near surface temperature forecasts, *Meteorol. Appl.* **9**, 437-441.
- Gelb, A., 1974, Applied optimal estimation, MIT Press printed in USA.
- Glahn, H. R., and Lowry, D. A., 1972, The use of Model Output Statistics (MOS) in objective weather forecast. *J. Appl. Meteorol.*, **11**, 1203-1211.
- Grewal, Mohinder S., and Andrews Angus P., 1993, Kalman filtering theory and practice, upper saddle river, NJ USA, Prentice Hall.
- Homleid, M., 1995, Diurnal corrections of short-term surface temperature forecasts using the kalman filter, *Weather Forecast.*, **10**, 689-707.
- Jacobs, O. L. R., 1993, Introduction to control theory, 2nd edition, Oxford University Press printed in USA.
- Kalman, R. E., 1960, A new approach to linear filtering and prediction problems, *Trans. ASME, Ser. D, J. Basic Eng.*, **82**, 34-45.
- Kalman, R. E., and Bucy, R. S., 1961, New results in linear filtering and prediction problems, *Trans. ASME, Ser. D.*, **83**, 95-108.
- Klein, W. H., Lewis, B. M., and Enger, I., 1959, Objective prediction of five-day mean temperature during winter, *J. Meteorol.*, **16**, 672-682.