مجلهٔ فیزیک زمین و فضا، دوره ۳۷، شماره ۳، ۱۳۹۰، صفحهٔ ۱۰۱- ۱۱۳

وارون‌سازی سه‌بُعدی گرانی با استفاده از قیود حداقل فاصله، همواری و فشردگی

سعید وطن‌خواه[۱*]، وحید ابراهیم‌زاده اردستانی[۲] و محمد اشتری جعفری[۳]

[۱] دانشجوی کارشناسی ارشد ژئوفیزیک، گروه فیزیک زمین، مؤسسهٔ ژئوفیزیک دانشگاه تهران، ایران
[۲] دانشیار، گروه فیزیک زمین، مؤسسهٔ ژئوفیزیک دانشگاه تهران و قطب علمی مهندسی نقشه‌برداری و مقابله با سوانح طبیعی، تهران، ایران
[۳] مربی، گروه فیزیک زمین، مؤسسهٔ ژئوفیزیک دانشگاه تهران، ایران

(دریافت: ۸۸/۶/۲۵ ، پذیرش نهایی: ۸۹/۱۱/۱۹)

چکیده

در این مقاله روشی برای وارون‌سازی سه‌بُعدی (3D) داده‌های گرانی با استفاده از قیود کمترین فاصله، همواری و فشردگی عرضه شده است. این قیود با استفاده از فرمول‌بندی لاگرانژ ترکیب شده‌اند و وارون‌سازی با تقسیم ناحیه زیرین به مکعب‌هایی با ابعاد مساوی و حل مسئله خطی برای به‌دست‌آوردن چگالی هر مکعب صورت گرفته است. وزن‌های داده شده به هر مکعب وابسته به عمق، اطلاعات اولیه از چگالی و محدوده مجاز چگالی برای ناحیه مورد بررسی است. برای این کار برنامه‌ای به زبان مطلب (MATLAB) نوشته شده است، این برنامه با استفاده از یک مدل اولیه برای چگالی و با یک فرایند تکرار چگالی هر مکعب را می‌یابد. برنامه رایانه‌ای نوشته شده روی دو مدل مصنوعی متفاوت مورد آزمایش قرار گرفته است. مدل اول شامل دو دایک قائم با چگالی‌های متفاوت و مدل دوم ترکیبی از چند جسم با عمق، چگالی و هندسه متفاوت است. کاربرد الگوریتم روی مدل‌های مصنوعی نتایج قابل‌قبول و همگرایی خوبی را نشان می‌دهد. تباین چگالی‌های به‌دست آمده انطباق مناسبی با مدل اولیه دارد و همچنین مرزهای افقی بی‌هنجاری‌ها دقیقاً بازسازی شده‌اند. درنهایت روش عرضه شده برای تهیه مدل ژئوفیزیکی حاصل از داده‌های گرانی‌سنجی مربوط به ناحیه گل‌مندره واقع در استان خراسان شمالی مورد استفاده قرار گرفته است. نتایج حاصل از مدل‌سازی داده‌ها کارست شدگی شدیدی را در این منطقه نشان می‌دهد که با توجه به این مطلب پایدارسازی این بستر کارستی اقتصادی و امکان‌پذیر نیست.

واژه‌های کلیدی: گرانی‌سنجی، وارون‌سازی سه‌بُعدی، فرمول‌بندی لاگرانژ، وزن‌دهی عمقی

3D gravity inversion using a selection of constraints including minimum distance, smoothness and compactness

Vatankhah, S.[1], Ardestani, E. V.[2] and Ashtari Jafari, M.[3]

[1] M.Sc. Student of Geophysics, Earth Physics Department, Institute of Geophysics, University of Tehran, Iran
[2] Associate Professor, Earth Physics Department, Institute of Geophysics, University of Tehran and Center of Excellence in Survey Engineering and Disaster Management, Tehran, Iran
[3] Instructor, Earth Physics Department, Institute of Geophysics, University of Tehran, Iran

(Received: 16 Sep 2009 , Accepted: 8 Feb 2011)

Abstract

In gravity interpretation, inversion algorithms have been used widely over the years, but as the potential follows the Gauss theorem, there are many equivalent source distributions that can produce the same known field. So to obtain a unique solution, suitable constraints should be introduced to the algorithm. During the last decades many authors have used several approaches to introduce a priori information into the inversion. Green (1975) found the model closest to the initially fixed model, Last and Kubik (1983) minimized the volume of the causative body, Guillen and Menichetti (1984) concentrated the solution about a geometric element, such as an axis. Li and Oldenburg (1996, 1998) used a

*نگارنده رابط: تلفن: ۸۲۰۹۶۷۶۸-۰۲۱ دورنگار: ۸۸۶۳۰۵۴۸-۰۲۱ E-mail: svatan@ut.ac.ir

constraint called ‘smoothness’ to find a model with minimum spatial variation of the physical property. Also they counteracted the decreasing sensitivity of the cells with depth by weighting it with an inverse function of depth.

In this paper we have presented a method to interpret gravity data using a selection of constraints including minimum distance, smoothness and compactness that can be combined using a Lagrangian formulation. In this approach the earth is divided into a large number of rectangular prismatic blocks of fixed size where each block side is equal to the distance between two observation points and the problem has been solved by calculating the model parameters linearly (i.e. the densities of each block). Since the number of parameters can be many thousands, the linear system of equations is inverted using a conjugate gradient approach. The given weights to each block depend on depth, a priori information on density and the density ranges allowed for the region under investigation.

A MATLAB-based inversion code for the presented method was prepared. The program uses a primary density model in the input file and calculates densities of blocks at each iteration. The program was tested on two different synthetic models. The first model includes two vertical dikes with different densities and the second model has encircled multiple bodies with different geometries and densities. The results on the synthetic models seem to be acceptable with a suitable convergence. The calculated density contrasts are according to the model contrasts and the horizontal boundaries are fairly reconstructed by the algorithm. Finally the inversion procedure has been applied on the real gravity data from the Golmandareh dam site (the north-eastd Khorasan, Iran). The computations show severe karsting of the area that makes the regional stabilization uneconomical and impossible.

Key words: Gravity, 3D Inversion, Lagrangian formulation, Depth Weighting

۱ مقدمه

هدف از نظریه وارون، تعیین پارامترهای مدل از روی داده‌های مشاهده شده در سطح زمین است. افرادی که روی مسائل وارون گرانی‌سنجی کار می‌کنند به دنبال عملگری هستند که روی داده گرانی مشاهده شده عمل کند و درنهایت توزیع چگالی زیرسطحی را، که تولیدکننده میدان مشاهده شده است، نشان دهد. اگرچه جوابی که در داده مشاهده‌ای صدق کند به آسانی یافت می‌شود اما یکتا نبودن جواب در روش‌های میدان پتانسیل، از مشکلات اساسی وارون‌سازی است. بنابراین هدف آن است تا با بسط معیارهایی، جواب‌هایی انتخاب شوند که از نظر زمین‌شناسی محتمل و منطقی باشند. گرین (۱۹۷۵) از یک ماتریس وزن‌دهی مناسب برای ثابت نگه داشتن تعدادی از پارامترهای مدل، هنگامی که اطلاعات زمین‌شناسی و چگالی موجود باشند، استفاده کرد. دیگر نویسندگان مانند لی و اولدنبرگ (۱۹۹۶و۱۹۹۸) کاهش حساسیت سلول‌ها با عمق را با یک تابع وارون از عمق، خنثی کردند. لاست و کوبیک (۱۹۸۳) جوابی فشرده با استفاده از قید کمینه‌کردن (Compactness) حجم چشمه بی‌هنجاری به‌دست آوردند. همچنین قیدی کلی که هموارسازی (Smoothing) نامیده می‌شود را لی و اولدنبرگ (۱۹۹۶) وبعضی دیگر از نویسندگان مورد استفاده قرار دادند. در ادامه، ابتدا محاسبه تحلیلی از بی‌هنجاری گرانی ناشی از مدل مکعبی عرضه می‌شود. همچنین در مورد ابعاد مکعب‌ها و ابعاد مدل توضیح داده می‌شود. سپس مسئله وارون بر پایه روشی که بولانگر و چوتو (۲۰۰۱) مطرح کرده‌اند، بیان می‌شود. این روش ما

را قادر می‌سازد که با استفاده از فرمول لاگرانژ، قیدهای تساوی را با یک تابع وزنی مناسب اِعمال کنیم. بخش بعدی اختصاص به جواب فرمول‌بندی لاگرانژ دارد و در پایان اِعمال روش وارون فوق روی مدل‌های مصنوعی و همچنین وارون‌سازی داده‌های گرانی برداشت شده از ناحیه گل‌مندره نشان داده شده است.

۲ نظریه روش

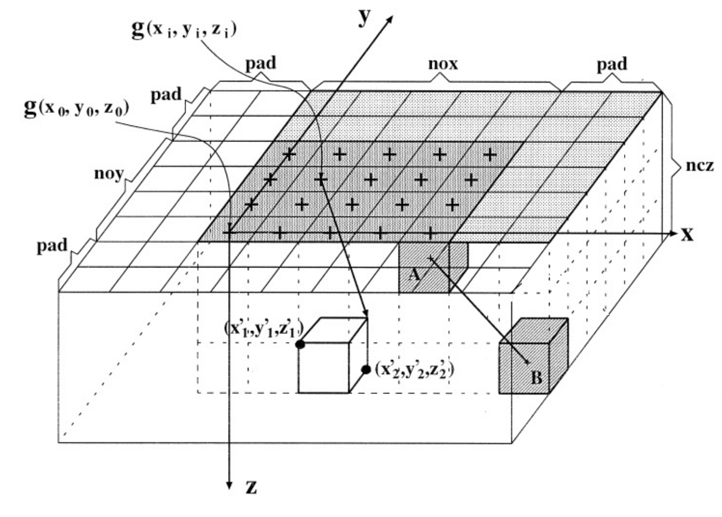
مسئله گرانی در این روش با فرض اینکه ناحیه مورد بررسی می‌تواند با تعدادی بلوک قائم نشان داده شود، معرفی شده است (شکل۱). این پارامترسازی اجازه می‌دهد که جاذبه گرانشی ایجاد شده با هر بلوک جداگانه محاسبه شود. مجموع اثرات ناشی از هریک از بلوک‌های مجزا، میدان گرانی را در نقطه مشاهده تولید می‌کند.

جاذبه گرانشی قائم در ایستگاه iاُم- به مختصات (x_i, y_i, z_i)- حاصل از بلوک jاُم در مختصات دکارتی را می‌توان به‌صورت زیر نشان داد (بولانگر و چوتو،۲۰۰۱):

$$g_i = -\gamma \rho_j \sum_{p=1}^{2}\sum_{q=1}^{2}\sum_{s=1}^{2}\mu_{pqs}\begin{bmatrix} a_p \ln(b_q + r_{pqs}) + \\ b_q \ln(a_p + r_{pqs}) - \\ c_s \arctan\left(\dfrac{a_p b_q}{c_s r_{pqs}}\right) \end{bmatrix} \quad (۱)$$

که:

- ρ_j چگالی بلوک jاُم که ثابت فرض می‌شود.
- γ ثابت جهانی گرانش است.
- $\mu_{pqs} = (-1)^p(-1)^q(-1)^s$ با $p, q, s = 1,2$.
- $a_p = x_i - x'_p$ ، $b_q = y_i - y'_q$ ، $c_s = z_i - z'_s$.
- (x'_p, y'_q, z'_s) مختصات هشت گوشه مکعب jاُم.
- $r_{pqs} = (a_p^2 + b_q^2 + c_s^2)^{1/2}$ فاصله میان یک گوشه مکعب و ایستگاه مشاهده شده است.



شکل ۱. مدل تشکیل شده از بلوک‌های قائم. گرانی مشاهده شده در هر ایستگاه (+) مجموع اثرات ناشی از هریک از بلوک‌های مجزا در آن ایستگاه است. ایستگاه‌های گرانی $g(x_i, y_i, z_i)$ در مرکز وجه بالایی مکعب‌ها درلایه بالا واقع شده‌اند. ایستگاه‌ها در یک شبکه افقی در ارتفاع Z_0 قرار دارند. افزایش در جهت‌های x ، y ، z با dx ،dy ، dz نشان داده می‌شود. *nox* و *noy* به‌ترتیب تعداد مشاهدات در جهت‌های x و y است، *ncx=nox+2*pad* و *ncy= noy+2*pad* و *ncz* تعداد مکعب‌ها در جهت‌های x،y،z است. *pad* دلالت بر تعداد مکعب‌های اضافه شده در اطراف مدل دارد.

به آسانی دیده می‌شود که سمت راست معادله(۱) بر یک ثابت G_{ij} دلالت می‌کند که مقدار G_{ij} از هندسه بلوک‌ها و رابطه آن با نقطه مشاهده‌ای معین می‌شود. ایستگاه‌های گرانی در مرکز وجه بالایی مکعب‌ها در لایه بالایی واقع شده‌اند. برای به‌دست آوردن پاسخ مجموع مکعب‌ها در ایستگاه $g_i(i=1,N)$ ، پاسخ گرانی $M=ncx*ncy*ncz$ مکعب جمع می‌شود:

$$g_i = \sum_{j=1}^{M} G_{ij}\rho_j \qquad (۲)$$

معادله (۲) را می‌توان به شکل ماتریسی به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\vec{g} = G\,\vec{\rho} \qquad (۳)$$

که $\vec{g}$ بردار گرانی مشاهده‌ای به طول N ، G یک ماتریس $N{\times}M$ شامل ضرایب گرانشی هندسی وابسته به هر بلوک و نقطه مشاهده‌ای و ρ یک بردار به طول M از تباین چگالی‌ها است. تباین چگالی برحسب kg/m^3 و جاذبه گرانشی برحسب $mGal\ (=10^{-5}m/s^2)$ است.

۳ وزن‌دهی ماتریس حساسیت (Weighting the sensitivity matrix)

واضح است که حساسیت در سلول‌های نزدیک سطح زمین بیشتر است بنابراین تمام توزیع چگالی تمایل دارد که در نزدیک سطح زمین متمرکز شود. در این مرحله حساسیت با تابعی وابسته به عمق متوسط سلول ρ_j ($\frac{1}{(z_j+\varepsilon)}$ که ε یک مقدار بسیار کوچک است) وزن داده می‌شود. این تدبیر را برخی از نویسندگان مانند لی و اولدنبرگ (۱۹۹۶) و پیلکینگتون (۱۹۹۷) عملی کرده‌اند تا به تمام مکعب‌ها در طول فرایند وارون‌سازی احتمال یکسانی را داده شود و سلول‌های نزدیک سطح زمین از حساسیت بیفتند. آزمایش‌های متعدد روی مدل‌های مصنوعی دلالت بر آن دارد که تابع وزنی با توان β ، مانند $\frac{1}{(z_j+\varepsilon)^{\beta}}$ برای بازسازی مدل‌های مصنوعی مناسب است (بولانگر و چوتو، ۲۰۰۱). بهترین مقدار یافته شده $\beta=$ ۰/۹ است و رنج قابل قبول [۱/۲, ۰/۶] است. لی و اولدنبرگ (۱۹۹۸) از تابع وزنی به‌صورت $W(z)=\frac{1}{(z+z_0)^{\frac{-\beta}{2}}}$ استفاده کردند که z_0 ارتفاع ایستگاه گرانی است.

۴ ابعاد مکعب‌ها و مدل برای وارون‌سازی

یکی از مسائل اساسی در وارون‌سازی تعیین اندازه بهینه مکعب‌ها در مدل است. ابعاد مکعب‌ها باید به اندازه کافی کوچک انتخاب شود تا بتوان طول موج‌های کوتاه در داده‌های مشاهده شده را مدل‌سازی کرد و نیز به اندازه کافی بزرگ باشد تا مسئله نبود پایداری رخ ندهد و تعداد پارامترهای مدل محدود باقی بماند تا محاسبات در زمان منطقی صورت پذیرد. در این مقاله ابعاد مکعب‌ها، dx=dy=dz در نظر گرفته می‌شود به‌طوری‌که هر ایستگاه گرانی در مرکز وجه بالایی مکعب‌ها در لایه بالایی قرار دارد. علاوه بر آن برای اجتناب از انحراف محتمل در بازسازی در طول مرزها، در اطراف این مدل در جهت‌های x و y مکعب‌هایی اضافه می‌شود (*pad*) (بولانگر و چوتو، ۲۰۰۱).

۵ فرمول‌بندی (Formulation)

فرمول‌بندی مسئله وارون شامل یافتن مدلی قابل‌قبول، نزدیک به مدل اولیه است (باکوس و گیلبرت، ۱۹۶۷). وارون‌سازی با استفاده از معیار حداقل فاصله را گرین (۱۹۷۵) عرضه کرد که برمبنای کمینه‌کردن فاصله مدل پذیرفتنی از یک مدل اولیه است، به‌طوری‌که قید تساوی

$(g^{obs}-g)=G(\rho-\rho^0)$ با ضرایب لاگرانژ وارد می‌شود. در این مقاله از تابع لاگرانژ $L(\rho,\theta)$ که نیم‌نرم $\frac{1}{2}\|W(\rho-\rho^0)\|_2^2$ را کمینه می‌کند به همراه قید تساوی $A(\rho-\rho^0)=b$ استفاده می‌شود (بولانگر و چوتو، ۲۰۰۱):

$$L(\rho,\theta)=\frac{1}{2}(\rho-\rho^0)^T W^T W(\rho-\rho^0)+ (b-A(\rho-\rho^0))^T\theta \quad (۴)$$

- $A^T=\left[G^T \,\middle|\, H^T\right]$ که A یک ماتریس $(N+M,M)$ شامل ماتریس کرنل $G_{N\times M}$ و ماتریس $H_{M\times M}$ است. $H_{M\times M}$ مشتق اول $(\eta_H\partial)$ یا مشتق دوم $(\eta_H\partial^2)$ است که مشتق اول به قید صاف‌شدگی و مشتق دوم به قید همواری اشاره دارد. η_H ضریبی است که به ماتریس H، وزن بیشتر یا کمتر می‌دهد. در عمل η_H درحکم نرم ۲ ماتریس $\|GX\|^2$ با $\|X\|=1$ انتخاب می‌شود که در ثابت کوچک μ_H ضرب شده است $(\eta_H=\mu_H\|GX\|^2)$. در وارون‌سازی صورت گرفته در این مقاله، $\mu_H=10^{-4}$ انتخاب شده است.
- $b^T=\left[\Delta g^T \,\middle|\, 0^T\right]$ که $b_{(N+M,1)}$ شامل Δg (تفاوت میان گرانی مشاهده‌ای و محاسبه‌ای) و بردار 0 است.
- $\theta^T=\left[\alpha^T \,\middle|\, \zeta^T\right]$ که $\theta_{(N+M,1)}$ ضرایب لاگرانژ است و خود به دو قسمت تقسیم شده است (α برای Δg و ζ برای 0).
- ρ^0 بردار تباین چگالی اولیه است.
- $W_{M\times M}=P^{-1}Q\upsilon$ حاصل‌ضرب سه ماتریس قطری p و Q و υ است:
- p ماتریس قیود سخت (hard constraint) است به‌طوری‌که P_{jj} در $\eta=10^{-2}$ یا ۱ - بسته به اینکه مقدار j امین تباین چگالی اولیه توسط اطلاعات زمین‌شناسی ثابت در نظر گرفته شده یا نه – ثابت می‌باشد.
- Q ماتریس وزنی عمقی است که دارای عضو قطری $Q_{jj}=\frac{1}{(z_j+\varepsilon)^\beta}$ است.
- υ قید کمینه‌کردن حجم است که $\upsilon_{jj}=\frac{1}{\rho_j^2+\varepsilon}$

.این قید را لاست و کوبیک (۱۹۸۳) مورد استفاده قرار داده است. اگر $\upsilon=I$ باشد نشان‌دهنده این است که از این قید استفاده نمی‌شود.

کمینه‌کردن تابع هدف $L(\rho,\theta)$ با توجه به تباین چگالی ρ و ضرایب لاگرانژ θ منجر به دستگاهی متشکل از دو معادله می‌شود:

$$(AW^{-1})(AW^{-1})^T\theta^k=b^k \quad (۵)$$

$$\rho^{k+1}=\rho^k+W^{-1}(AW^{-1})^T\theta^K \quad (۶)$$

این دستگاه به‌طور تکرار حل می‌شود. در هر تکرار، W اصلاح می‌شود و جوابی برای θ^k از فرمول ۵ به‌دست می‌آید. θ^k حاصل در معادله ۶ جایگزین می‌شود تا ρ^{k+1} به‌دست آید، سپس بی‌هنجاری g^{k+1} و بردار Δg^{k+1} محاسبه می‌شود تا مقداری برای χ^2 به‌دست آید. ($\chi^2=\left\|\frac{g_i^{obs}-g_i}{\sigma_i}\right\|_2^2$ که σ_i خطای انحراف استاندارد است) برنامه هنگامی که به $\chi^2\le N+\sqrt{2N}$ یا بیشینه مقدار تکرارها برسد، متوقف می‌شود. به منظور افزایش کارایی الگوریتم برای تعداد داده‌های زیاد، از روش گرادیان مزدوج (Conjugate gradient) برای حل دستگاه معادلات ۵ استفاده شده است (گلوب و ون‌لون، ۱۹۹۶).

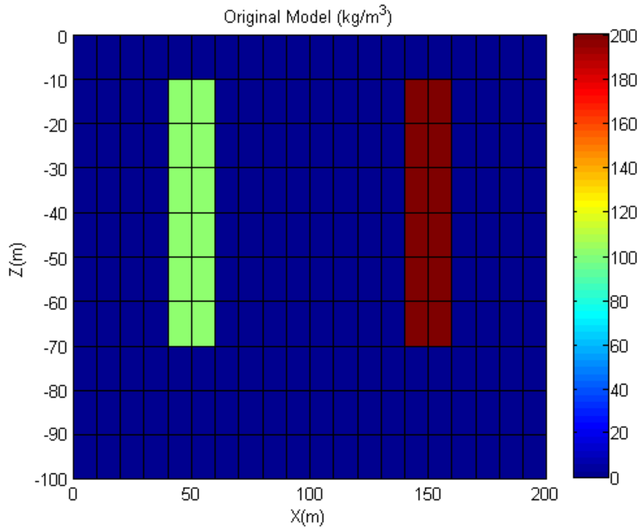
۶ وارون‌سازی داده‌های مصنوعی

به‌منظور بررسی صحت الگوریتم برنامه رایانه‌ای نوشته شده، این برنامه روی مدل‌های زیر مورد آزمایش قرار گرفته است.

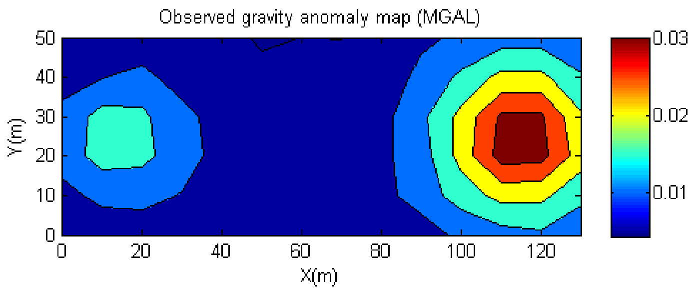
۶-۱ دو دایک قائم با چگالی‌های متفاوت

مثال اول به‌صورت دو دایک قائم با تباین چگالی‌های +۲۰۰ kg/m^3 و +۱۰۰ kg/m^3 که در چگالی زمینه $\rho_B = 0 \ kg/m^3$ قرار دارند، است. شکل‌های ۲ و ۳ مدل و بی‌هنجاری حاصل از آن را که با ۴٪ نوفه تصادفی آمیخته شده، نشان می‌دهند. شبکه برداشت شامل ۶ × ۱۴ ایستگاه به فاصله ۱۰ متر از هم است و تعداد مکعب‌های اضافه شده در این حالت pad=۳ است، بنابراین ناحیه مورد بررسی به ۲۴۰۰=۱۰×۱۲×۲۰ مکعب به ابعاد ۱۰متر تقسیم شده است.

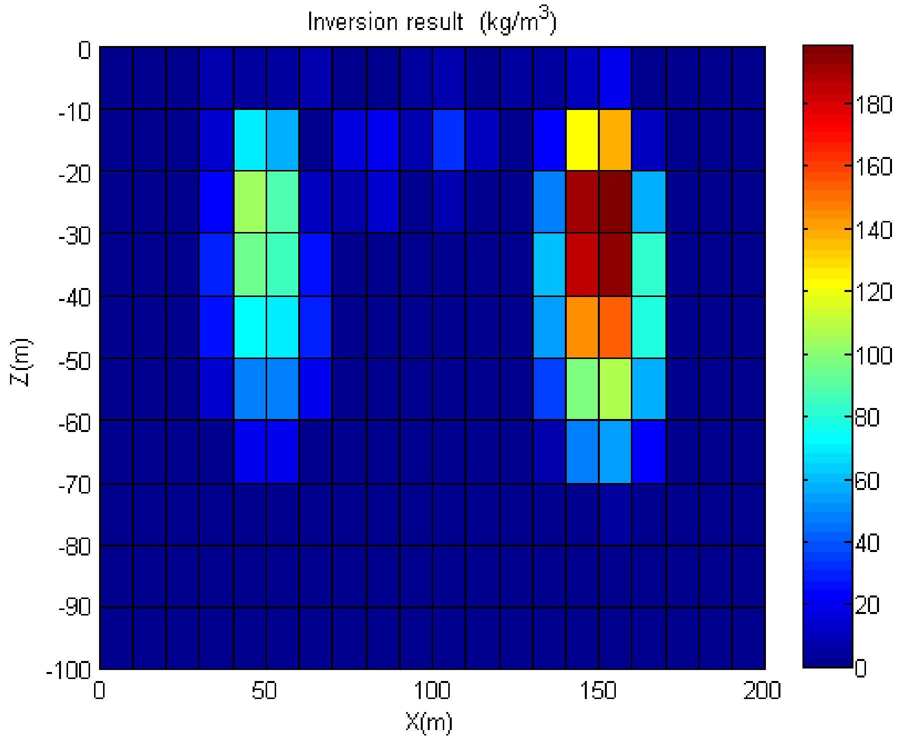
مدل آغازی برای وارون‌سازی زمین همگن با چگالی $\rho_B = 0 \ \frac{kg}{m^3}$ و ماتریس اولیه $P = I$ و $[\rho_{\min} = 0kg/m^3, \rho_{\max} = +200kg/m^3]$ است. برنامه هنگامی که برای همه ایستگاه‌ها $\chi^2 \le 96$ $(\sigma_i = 0.001mGal)$ باشد، متوقف می‌شود. شکل ۴ نتیجه وارون‌سازی را نشان می‌دهد، مدل بعد از ۲ تکرار به همگرایی رسیده است. مرزهای افقی و قائم بی‌هنجاری‌ها (مخصوصاً عمق بالای آنها) به‌خوبی بازسازی شده است، همچنین تباین چگالی‌های بیشینه به‌دست آمده برای دو دایک به‌ترتیب برابر ۱۹۰ kg/m^3 و ۱۱۰ kg/m^3 است که برای قسمت‌های میانی حاصل شده‌اند و در بقیه قسمت‌ها نیز جواب‌های قابل قبولی را نشان می‌دهد.



شکل۲. دو دایک قائم در شبکه‌ای مرکب از ۲٤۰۰=۱۰×۱۲×۲۰ مکعب به ابعاد ۱۰ متر، سطح مقطع در راستای محور z نشان داده شده است . تباین چگالی دایک‌ها +۲۰۰ kg/m^3 و +۱۰۰ kg/m^3 هستند.



شکل۳. بی‌هنجاری حاصل از مدل مصنوعی شکل ۲ و آمیخته با ٤٪ نوفه.

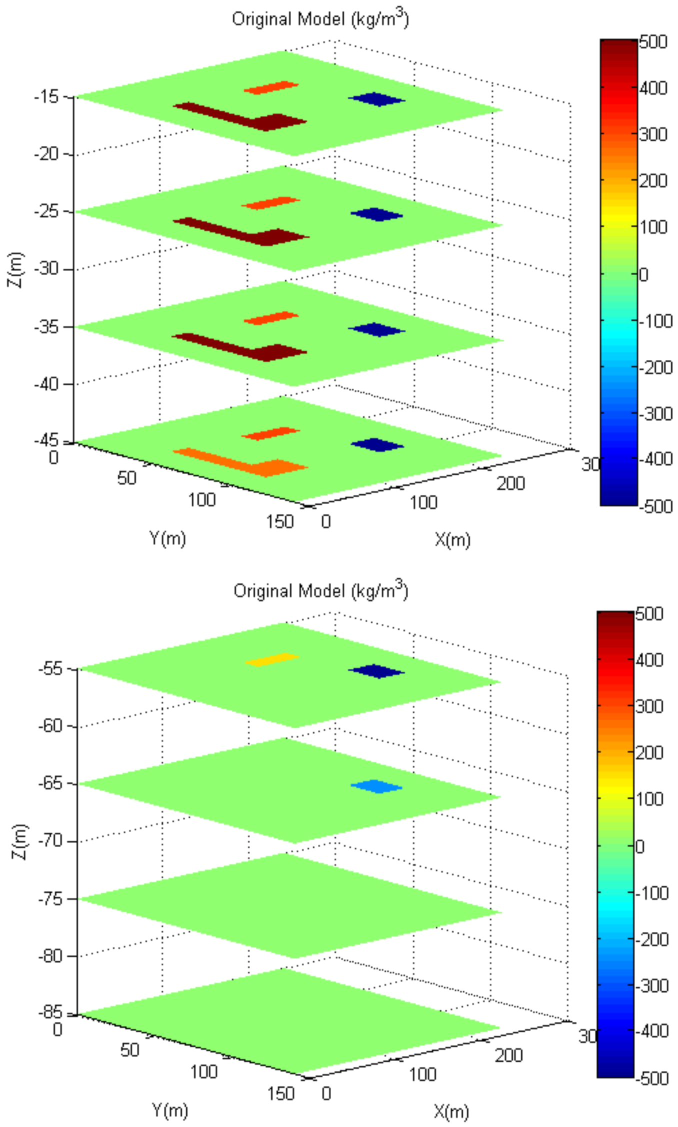


شکل ٤. مدل چگالی به‌دست آمده از وارون داده‌های شکل۳ با استفاده از فرمول‌بندی کمترین فاصله و همواری وکمترین حجم.

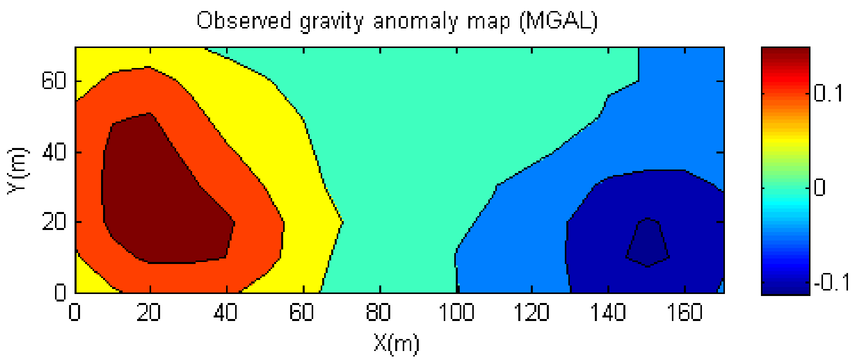
۶-۲ اجسام چندگانه (Multiple Bodies)

در دومین مثال مدل‌سازی روی اجسامی با عمق، چگالی و هندسه متفاوت صورت گرفته است. شکل ۵ سطح مقطع‌هایی در صفحه x-y از مدلی شامل بلوک‌های سبک‌تر ($-۵۰۰\ kg/m^3$) و چگال‌تر ($+۳۰۰\ kg/m^3$) و ($+۵۰۰\ kg/m^3$) از چگالی زمینه ($\rho_B = 0\ kg/m^3$)، را نشان می‌دهد. بی‌هنجاری‌ها به‌ترتیب از بی‌هنجاری چگال‌تر (L مانند) تا بی‌هنجاری‌های سبک‌تر، در ۴ و ۵ و ۶ لایه گسترده شده‌اند. این‌گونه مدل‌سازی‌ها که هم دارای اجسام با اندازه و عمق متفاوت و هم دارای تباین چگالی مثبت و منفی نسبت به چگالی زمینه است، به ما توانایی بررسی صحت الگوریتم در مورد داده‌های واقعی را که زمین‌شناسی آن پیچیده است، می‌دهد. شبکه برداشت شامل ۸ × ۱۸ ایستگاه به فاصله ۱۰ متر از هم است. تعداد مکعب‌های اضافه شده ۳ عدد و تعداد لایه‌های در نظر گرفته شده ۱۰ لایه است، بنابراین ناحیه مورد بررسی به ۳۳۶۰=۱۰×۱۴×۲۴ مکعب به ابعاد ۱۰ متر تقسیم شده است. شکل ۶ بی‌هنجاری محاسبه شده برای این مدل مصنوعی و آمیخته با ۴٪ نوفه را نشان می‌دهد.

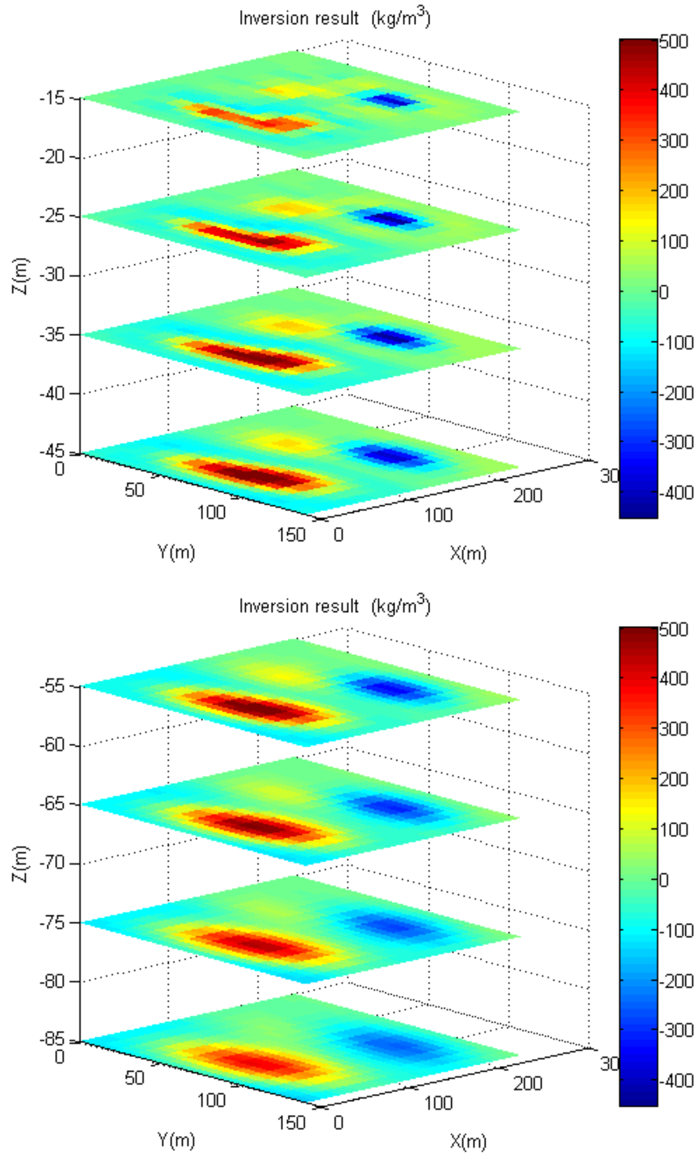
مدل آغازی برای وارون‌سازی زمین همگن با چگالی $\rho_B = 0 \quad kg/m^3$ و ماتریس اولیه $P = I$ و $[\rho_{\min} = -500 kg/m^3, \rho_{\max} = +500 kg/m^3]$ است. برنامه هنگامی که برای همه ایستگاه‌ها $(\sigma_i = 0.004 mGal)\chi^2 \le 160$ باشد، متوقف می‌شود. همگرایی بعد از ۴ تکرار حاصل شده است. نتایج نهایی وارون‌سازی در شکل ۷ نشان داده شده است.



شکل۵. مدل شامل چند نوع جسم متفاوت در شبکه‌ای مرکب از ۳۳۶۰=۱۰×۱۴×۲۴ مکعب به ابعاد ۱۰متر. تباین چگالی‌ها ($-۵۰۰\ kg/m^3$)، ($+۳۰۰\ kg/m^3$) و ($+۵۰۰\ kg/m^3$) است.



شکل٦. بی‌هنجاری حاصل از مدل مصنوعی شکل ۵ و آمیخته با ٤٪ نوفه.



شکل۷. مدل چگالی به‌دست‌آمده از وارون داده‌های شکل ٦ با استفاده از فرمول‌بندی کمترین فاصله و هموراری وکمترین حجم.

موفقیت وارون‌سازی در مقایسه نتایج با مدل مصنوعی مشاهده می‌شود، موقعیت افقی همه شکل‌ها به خوبی بازسازی شده است. همچنین عمق بالایی اجسام بسیار نزدیک به مدل اصلی است. ۵ لایه اول تشابه نزدیکی با شکل ورودی دارند و تباین چگالی‌های به‌دست آمده برابر ($-۴۵۰\ kg/m^3$)، ($+۲۰۰\ kg/m^3$) و ($+۵۰۰\ kg/m^3$) هستند. برای لایه‌های ۶ و۷و۸ مشاهده می‌شود که توسعه اجسام بزرگ‌تر (بی‌هنجاری L شکل) درعمق دارای تفاوت با مدل اصلی است. این به علت فقدان حساسیت پاسخ‌ها برای بخش عمیق‌تر مدل و نشان‌دهنده آن است که برای لایه‌های پایین نتایج غیرقابل اعتماد هستند.

نتایج به‌دست آمده برای این دو مدل بینشی کلی و مفید از توانایی‌ها و محدودیت‌های الگوریتم در بازسازی ساختارهای متفاوت زمین‌شناسی می‌دهد و مشاهده می‌شود که حتی در حالتی که زمین‌شناسی منطقه پیچیده و

شامل چندین بی‌هنجاری گوناگون باشد نیز جواب‌های قابل قبولی حاصل می‌شود.

۷ مدل سازی داده‌های واقعی گرانی

در این بخش به مدل‌سازی داده‌های واقعی می‌پردازیم. محل موردنظر برای تحقیقات میکروگرانی‌سنجی، ساختگاه سد گلمندره در استان خراسان شمالی است که عملیات داده‌برداری آن را بخش گرانی‌سنجی موسسه ژئوفیزیک به انجام رسانده است. هدف از این تحقیق، بررسی خصوصیات ژئوفیزیکی ساختگاه سد گلمندره به‌ویژه شناسایی کارست‌های ساختگاه است.

۷–۱ موقعیت جغرافیایی منطقه

منطقه مورد بررسی در شمال شرقی ایران و در مجاورت مرز استان‌های خراسان شمالی و گلستان واقع شده است (شکل۸). موقعیت جغرافیایی محل پروژه در عرض جغرافیایی ″۳۰/۶ ′۱۶ °۳۷ شمالی و طول جغرافیایی ″۳/۲ ′۵ °۵۶ شرقی قرار دارد. ساختگاه سد در نزدیکی روستای چشمه‌خان واقع است.

شکل۸. موقعیت جغرافیایی منطقه مورد بررسی.

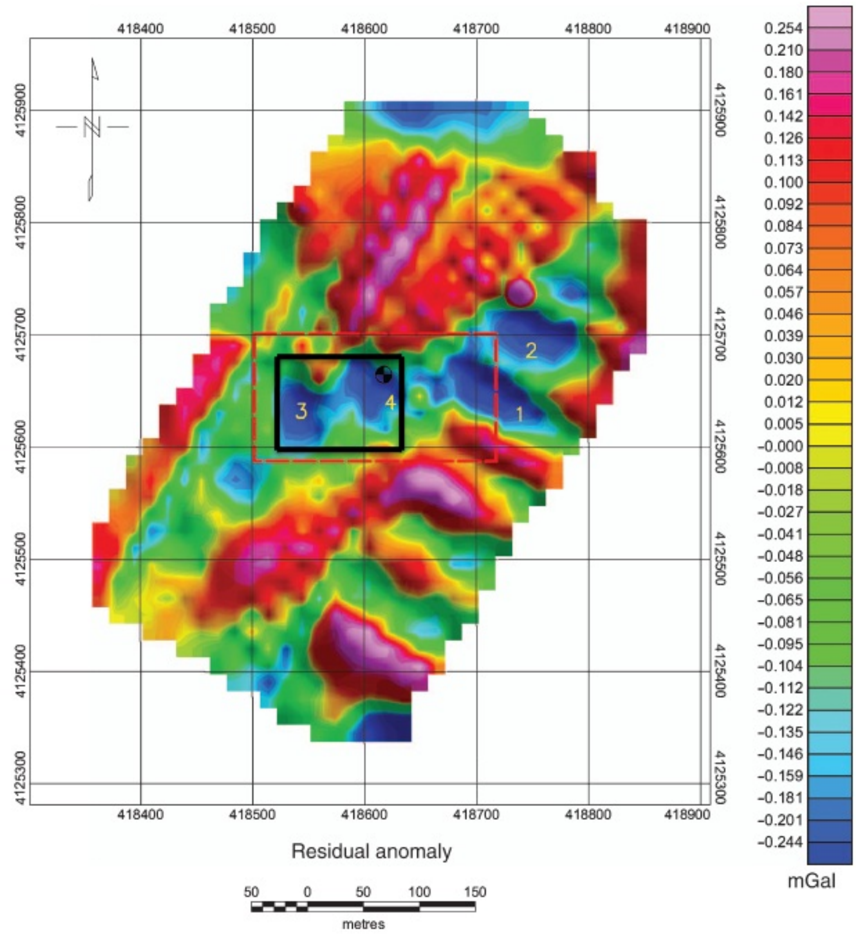
۷–۲ زمین‌شناسی عمومی منطقه

گستره مورد بررسی در منتهاالیه زون ساختاری رسوبی ایران مرکزی و در زون البرز واقع شده است. این منطقه از نظر توپوگرافی، ادامه رشته‌کوه‌های البرز است که به کوه‌های بینالود و آلاداغ می‌رسد. توپوگرافی حوضه آبریز شامل دوبخش کوهستانی و دشت است که در بخش کوهستان ارتفاعات بین ۱۱۰۰ تا ۱۸۰۰ متر از سطح دریا ارتفاع داشته و شیب دامنه‌ها بین ۳۰ تا ۷۰ درجه متغیر است. قسمت دشت حوضه آبریز دارای شیب ۵ تا ۲۰ درجه و ارتفاع بین ۹۰۰ تا ۱۲۰۰ متر متغیر است. پوشش سنگ‌شناختی ارتفاعات، سنگی است و بیشتر از سنگ‌های آهکی تشکیل شده است درحالی‌که قسمت‌های پست و کم‌ارتفاع، دارای پوشش رسوبات نئوژن و آبرفت‌های کواترنر است.

۷–۳ عملیات میدانی

برداشت‌های میکروگرانی‌سنجی در شبکه‌ای شامل ۱۵۰۰=۳۰×۵۰ ایستگاه برداشت به فاصله ۱۰ متر است. چگالی متوسط موردنیاز برای تصحیح بوگه با توجه به اطلاعات قبلی ۲۶۵۰ kg/m^3 انتخاب شده است (اردستانی، ۲۰۰۸). شکل ۹ بی‌هنجاری باقی‌مانده را برای این ناحیه نشان می‌دهد.

بیشینه اختلاف بی‌هنجاری باقی‌مانده به حدود ۰/۵ میلی‌گال می‌رسد. همان‌طور که در شکل۹ مشاهده می‌شود ناحیه‌ای که با مستطیل مشکی مشخص شده است شامل بی‌هنجاری‌های عمده منفی ۳ و ۴ است. بنابراین مناسب به‌نظر می‌رسد به منظور مدل‌سازی سه‌بُعدی از این ناحیه استفاده شود (مستطیل سرخ‌رنگ ناحیه‌ای را نشان می‌دهد که در وارون‌سازی به روش growing bodies مورد استفاده قرار گرفته است (اردستانی، ۲۰۰۸)). این کار دارای چندین مزیت است اول آنکه با محدود کردن ناحیه مدل‌سازی روی سطح زمین، تعداد پارامترهای مدل کاهش می‌یابد و دقت مدل‌سازی تا حد زیادی افزایش پیدا می‌کند. همچنین این امر زمان لازم برای اجرای برنامه را به میزان قابل‌ملاحظه‌ای کاهش می‌دهد.

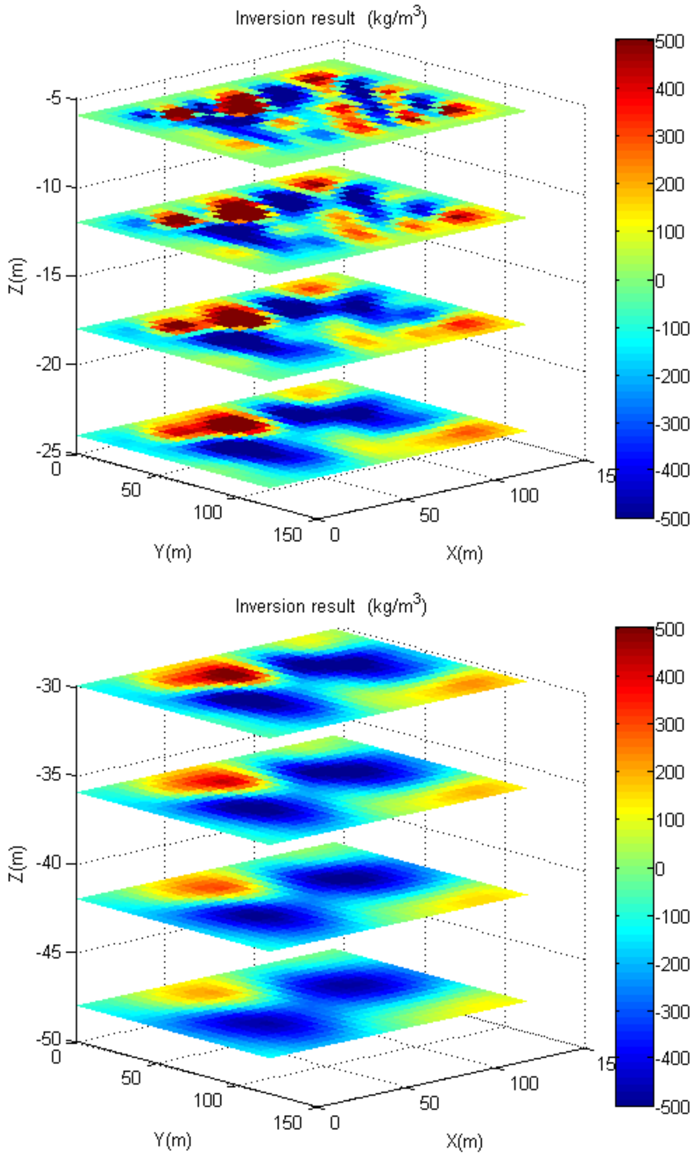


شکل ۹. بی‌هنجاری باقی‌مانده، مستطیل مشگی ناحیه منتخب برای وارون‌سازی. مستطیل سرخ‌رنگ ناحیه منتخب در وارون‌سازی به روش growing bodies (اردستانی، ۲۰۰۸).

۴-۷ نتایج وارون‌سازی

برای مدل‌سازی سه‌بُعدی در این ناحیه از شبکه‌ای شامل ۲۵۲=۱۴×۱۸ نقطه برداشت (مستطیل مشگی در شکل۹) استفاده شده است. مدل به‌صورت یک مدل نُه‌لایه با ضخامت ۶ متر در هر لایه در نظر گرفته شده است. تعداد مکعب‌های اضافه شده به مدل، *pad*=۳، است، بنابراین تعداد پارامترهای مدل ۴۳۲۰=۹×۲۰×۲۴ است. طبق اطلاعات قبلی محدوده چگالی برای این مدل بین $-500\ kg/m^3$ و $+500\ kg/m^3$ انتخاب شده است (اردستانی، ۲۰۰۸). نتایج وارون‌سازی در شکل ۱۰ برای ۸ مقطع عمقی متفاوت با فواصل ۶ متر نشان داده شده است. مدل بعد از ۵ تکرار به همگرایی رسیده است ($\chi^2 \le 274$).

همان‌طور که در شکل‌ها دیده می‌شود، هندسه بی‌هنجاری‌های مثبت ومنفی مخصوصاً در مرزهای افقی به‌وضوح معین شده است. نتایج حاکی از یک کارست‌شدگی شدید در این منطقه و بیانگر بحرانی بودن این نواحی برای ساختن سد است. مقایسه این نتایج با نتایج حاصل از وارون‌سازی به‌روش growing bodies (اردستانی، ۲۰۰۸) صحت نتایج وارون‌سازی را مورد تایید قرار داده است.



شکل ۱۰. نتایج وارون‌سازی سه بعدی داده‌های منطقه گلمن‌دره.

۸ نتیجه‌گیری و پیشنهادات

در این تحقیق وارون‌سازی سه‌بُعدی داده‌های گرانی که با استفاده از معیار کمینه فاصله که گرین (۱۹۷۵) پیشنهاد کرده صورت گرفته و همچنین با تابع لاگرانژ فرمول‌بندی شده است، الگوریتمی قابل انعطاف به‌دست می‌دهد که در صورت‌نیاز می‌توان قیود همواری و فشردگی را نیز ترکیب کرد. به‌منظور وارون‌سازی سه‌بُعدی گرانی برنامه‌نویسی در زبان مطلب (MATLAB) صورت گرفته است. ورودی برنامه فقط شامل مقادیر عددی تباین چگالی و داده‌های اندازه‌گیری شده است. استفاده از برنامه نوشته شده، برای وارون‌سازی داده‌های مصنوعی و داده‌های واقعی به مجموعه‌ای از نتایج قابل‌قبول و همگرایی خوب منجر شده است. برنامه به ما این توانایی را می‌دهد تا شیوه‌های متفاوت برای یافتن جواب قابل‌قبول را ارزیابی و مقایسه کنیم. از جمله مزایای این الگوریتم آن است که در آن نیازی به جداکردن بی‌هنجاری‌های مثبت و منفی نیست و

برای ترکیبی از تباین چگالی‌های مثبت و منفی قابل استفاده است. همچنین مقدار اطلاعات ورودی موردنیاز اندک است و الحاق اطلاعات زمین‌شناسی و ژئوفیزیکی موجود برای محدود کردن و بهبود کیفیت جواب بسیار راحت است. با استفاده از این الگوریتم، تباین چگالی‌های خوبی به‌دست می‌آید و مرزهای افقی با دقت زیادی تعیین می‌شود. همچنین درصورتی‌که تباین چگالی‌ها هم‌علامت با چگالی زمینه باشند، بازسازی خوبی در عمق صورت می‌پذیرد اما برای ترکیبی از تباین چگالی‌های مثبت و منفی هندسه بی‌هنجاری‌ها در عمق دقیقا بازسازی نمی‌شود. به‌منظور بهبود کارایی روش، می‌توان از روش‌های تعیین عمق بیشینه بی‌هنجاری به‌منظور مقیدکردن مسئله در عمق، که منجر به جواب‌های واقعی‌تری در عمق می‌شود، استفاده کرد. همچنین کاربرد قیود متفاوت روی ساختارهای متنوع می‌تواند تا حد زیادی در بهبود جواب‌ها موثر واقع شود به‌طوری‌که برای نواحی دارای تباین چگالی زیاد، استفاده از قید فشردگی مناسب است و برای اکتشافاتی که به دنبال آشکارسازی ترکیبی از تباین چگالی‌های مثبت و منفی هستند، بهترین ترکیب، وارد کردن قیود همواری و فشردگی است.

منابع

Ardestani, E. A., 2008, Modelling the karst zones in a dam site through micro-gravity data, Exploration Geophysics, **39**, 204-209.

Backus G. and Gilbert J. F., 1967, Numerical applications of a formalism for geophysical inverse problems, Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society, **13**, 247-276.

Boulanger, O. and Chouteau, M., 2001, Constraints in 3D gravity inversion, Geophysical Prospecting, **49**, 265–280.

Golub, G. H. and Van Loan, C. F., 1996, Matrix Computations, 3rd edn. Johns Hopkins University Press.

Green, W. R., 1975, Inversion of gravity profiles by use of a Backus-Gilbert approach, Geophysics, **40**, 763-772.

Guillen, A. and Menichetti, V., 1984, Gravity and magnetic inversion with minimization of specific functional, Geophysics, **49**, 1354-1360.

Last, B. J. and Kubik, K., 1983, Compact gravity inversion, Geophysics, **48**, 713-721.

Li, Y. and Oldenburg, D. W., 1996, 3-D inversion of magnetic data, Geophysics, **61**, 394-408.

Li, Y. and Oldenburg, D. W., 1998, 3-D inversion of gravity data, Geophysics, **63**, 109-119.

Pilkington, M., 1997, 3-D magnetic imaging using conjugate gradients, Geophysics, **62**, 1132-1142.