

برآورد موجک لرزه‌ای با فاز مرکب با استفاده از تحلیل صفرهای تابع خودهمبستگی در حوزه Z

امین روشنده کاهو^{۱*} و حمیدرضا سیاه‌کوهی^۲

^۱ استادیار، دانشکده معدن، نفت و گیفیزیک، دانشگاه صنعتی شهرورد، ایران
^۲ دانشیار، گروه فیزیک زمین، موسسه گیفیزیک دانشگاه تهران، ایران

(دریافت: ۱۲/۱۲/۸۸، پذیرش نهایی: ۱۱/۱۱/۹۰)

چکیده

هدف از لرزه‌شناسی بازتابی رسیدن به مقطعی لرزه‌ای است که تا حد ممکن به مدل واقعی زمین نزدیک باشد. اما محدود بودن باند بسامدی داده‌های ثبت شده و اثر جذب در زمین مانع از رسیدن به این هدف می‌شود و بایستی مراحل گوناگون پردازشی روی داده‌ها اعمال شود. از مراحل اصلی در پردازش داده‌های لرزه‌ای بازتابی برای نیل به این هدف می‌توان به واهتمامیخت اشاره کرد. این مرحله به منظور حذف اثر همامیختی موجک با سری بازتاب زمین صورت می‌گیرد. متناول ترین روش‌ها در واهمیخت داده‌های لرزه‌ای فرض می‌کنند که موجک چشممه دارای فاز کمینه باشد. در حالی که در اکثر موارد موجک چشممه دارای فاز مرکب است، بنابراین امکان برآورد موجک با فاز مرکب اهمیت بسیار زیادی در پردازش داده‌های لرزه‌ای بازتابی دارد.

در این مقاله با استفاده از تحلیل صفرهای برآورد تابع خودهمبستگی موجک و خواص تبدیل Z موجک چشممه لرزه‌ای با فاز مرکب برآورد می‌شود. این روش بسیار ساده و در عین حال کارآمد است. کارایی آن روی داده‌های لرزه‌ای مصنوعی و واقعی مورد بررسی قرار گرفت و نتایج بدست آمده نشان داد که این روش با دقت خوبی موجک چشممه با فاز مرکب را برآورد کرده و از طرفی در مقابل نوقه نیز دارای حساسیت کمی است.

واژه‌های کلیدی: تابع خودهمبستگی، برآورد موجک، فاز مرکب، تبدیل Z، واهمیخت

Mixed-phase seismic wavelet estimation by analyzing the zeros of autocorrelation function in Z-domain

Roshandel Kahoo, A.¹ and Siahkoohi, H. R.²

¹Assistant Professor, Faculty of Mining, Petroleum and Geophysics, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran

²Associate Professor, Earth Physics Department, Institute of Geophysics, University of Tehran, Iran

(Received: 02 Mar 2010, Accepted: 31 Jan 2012)

Abstract

A seismic section which is very close to the true model of the earth is the goal of reflection seismology. Because raw seismic data are affected by the various ingredients such as geometry, noise and, etc., we are not able to use them for interpretation. Therefore, a processing flow must be applied on the raw seismic data to remove the effects of undesirable ingredients. Deconvolution is one of the most important stages in seismic data processing removed source signature from seismic trace to improve the temporal resolution. Inverse filtering and spiking deconvolution are usual methods in seismic deconvolution.

If the seismic source wavelet is known, it can be removed from seismic trace, easily. But in most cases, the source signature is unknown and there is only an approximation of

the source wavelet autocorrelation function. The usual deconvolution methods work well when the seismic source is of minimum-phase wavelet. Often, the seismic source wavelet is mixed-phase, thus estimation of mixed-phase wavelet is important for deconvolution of seismic data. Moreover, the efficiency of the inversion of seismic data depends on the correlation of the real and synthetic seismic data near the well position. A good estimation of seismic source wavelet can improve the correlation of real and synthetic seismic traces.

In this paper, we estimate the mixed-phase seismic source wavelet by analyzing the zeros of estimated seismic source autocorrelation function. This method is very simple and efficient. We tested the efficiency of mentioned method on both real and synthetic seismic data. It can estimate all of seismic source wavelet type, but given the importance of mixed-phase seismic source wavelet estimation; this paper deals with this issue.

In the most seismic deconvolution methods, the reflection series of the earth is considered as a random series. With this assumption, we can estimate the autocorrelation of source wavelet from seismic trace. Autocorrelation of a signal is equivalent to the convolution of signal with reversed version of it. The reversing effect of a signal simply reciprocates its zeros. Thus, the zeros of autocorrelation function of a signal contain the zeros of original signal combined with zeros of reversed version of it. Let us call the zeros of reversed version of signal as "image" zeros. Because, the image zeros are the complex conjugate of the zeros of original signal, the autocorrelation function is a zero-phase series.

To estimate the original seismic source wavelet, we must find a way to distinguish between the original zeros and its images between the zeros of autocorrelation function. We use a second autocorrelation function calculated from the signal multiplied by exponential, decaying or expanding. Multiplying the original data with an expanding exponential will cause original zeros to move toward the origin along their radials. However, image zeros, being reciprocals of original zeros, will move in the opposite direction away from the origin. Thus, as we observe the movement of the original roots of the autocorrelation function with the expanding exponential multiplication, we see some of the roots move in the expected direction. Therefore, they are the seismic source wavelet roots. Now we can define a process by which the roots of the wavelet Z-transform can be determined uniquely. This will, in turn, define the wavelet phase function.

We tested the efficiency of the proposed algorithm for mixed-phase seismic source wavelet estimation on both synthetic and real seismic data. In the case of synthetic seismic data, first the algorithm was tested on the free noise trace. The estimated mixed-phase wavelet was very similar to that used in the generation of synthetic seismic trace. To investigate the algorithm sensitivity to noise, Gaussian random noise with different signal to noise ratios were added to synthetic trace and mixed-phase wavelet were estimated. We saw that the algorithm can estimate the source wavelet with good accuracy in the presence of random noise with SNR greater than 20 dB. For investigation of efficiency of algorithm on real seismic data, we selected a part of common-midpoint gather with 75 traces and 4 ms sampling interval. We applied the mentioned methods on various traces of CMP.

The theory and obtained results in both synthetic and real seismic data show that: (1) The method has a simple theory, (2) The uncomplicated theory of this method caused it to have low cost of computations and (3) The method has a good efficiency in existence of noise. Therefore, autocorrelation function zeros analysis method for seismic source wavelet estimation is a suitable and efficient algorithm.

Key words: Autocorrelation function, Wavelet estimation, Mixed phase, Z transform, Deconvolution

۱ مقدمه

ميسرا و ساشي (۲۰۰۷) از طريقي بهينه‌سازی غيرخطی فیلتر تمام‌گذري که اورسين و پورسانی (۲۰۰۰) معرفی کردند، موجک با فاز مرکب را برآورد کردند. دسته‌ای ديگر از روش‌هاي برآورد موجک با فاز مرکب از محاسبات انباسته‌اي (cumulant) با درجات بالا استفاده می‌کنند (لازير، ۱۹۹۳؛ وليس و اولريچ، ۱۹۹۶). در اين مقاله با استفاده از تحليل صفرهاي تابع خودهمبستگي در حوزه Z (اپنهایم و همکاران، ۱۹۹۷) موجک چشميه لرزاهاي با فاز مرکب برآورد زده می‌شود. اين روش قادر به برآورد هر موجک با فازهاي گوناگون است، اما بهدليل اينکه مشكل اصلی در برآورد موجک چشميه با فاز مرکب است، تاکيد اين مقاله نيز موجک فاز مرکب است. در ادامه نظرية روش و نحوه تحليل صفرها در حوزه Z شرح داده می‌شود و سپس كاريابي روش روی داده‌هاي لرزاهاي مصنوعي و واقعي مورد بررسی قرار می‌گيرد.

۲ مبانی نظری

چنانچه برای برداشت داده‌هاي لرزاهاي از چشميه انفجاری استفاده شود، اطلاع زيادي از موجک چشميه لرزاهاي در اختيار نیست. در اين حالت تنها اطلاعاتي که از موجک چشميه لرزاهاي در اختيار است، برآوردي از تابع خودهمبستگي موجک است. لذا بایستي رفتار تابع خودهمبستگي در حوزه تبديل Z مورد بررسی قرار بگيرد. تابع خودهمبستگي يك سیگنال مانند $(n)_x$ را می‌توان به صورت رابطه (۱) نوشت (اپنهایم و همکاران، ۱۹۹۷).

$$\begin{aligned} r_{xx}(n) &= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} x(m)x(m-n) \\ &= x(n)*x(-n) \end{aligned} \quad (1)$$

که در آن، $*$ علامت هماميخت است. رابطه (۱) به صورت رابطه (۲) در حوزه تبديل Z نوشته می‌شود.

$$R_{xx}(z) = X(z)X(z^{-1}) \quad (2)$$

داده‌هاي لرزاهاي به دليل اثر تضعيفي عوامل گوناگونی به هنگام عبور از داخل زمين به صورت خام قبل استفاده نیستند و بایستي پردازش‌هاي گوناگونی روی آنها اعمال شود. يكی از اهداف مهم واهماميخت به مثابه يكی از مراحل پردازش داده‌هاي لرزاهاي، حذف اثر موجک از (spikeness) ردلرزا و افزایش قدرت تفكیک و تیزی (spikiness) ردلرزا است. لذا برآورد دقیق موجک باعث افزایش کارآیی واهماميخت و افزایش قدرت تفكیک زمانی داده‌ها می‌شود. از طرفی در مرحله تعییر و تفسیر، مهم ترين مرحله، وارون‌سازی داده‌هاي لرزاهاي به منظور تهیه مدل امپدانسی است. کیفیت وارون‌سازی به همبستگي ردلرزاهاي مصنوعي و واقعي در اطراف چاهها بستگي دارد. با افزایش دقت در برآورد موجک چشميه، اين همبستگي افزایش می‌يابد.

چنانچه موجک چشميه لرزاهاي مشخص باشد، حذف آن از ردلرزا بسيار ساده است، اما تقریباً در تمام موارد، موجک چشميه نامعلوم است و تنها اطلاعاتی که از آن در دسترس است، تقریبی از تابع خودهمبستگي موجک است. روش‌هاي موجود برای واهماميخت در اکثر موارد، موجک چشميه لرزاهاي را کمینه فاز فرض می‌کنند که اين فرض نيز در بيشتر موارد فرض درستی نیست و به همين دليل در چنین حالاتي نتیجه واهماميخت ضعيف است.

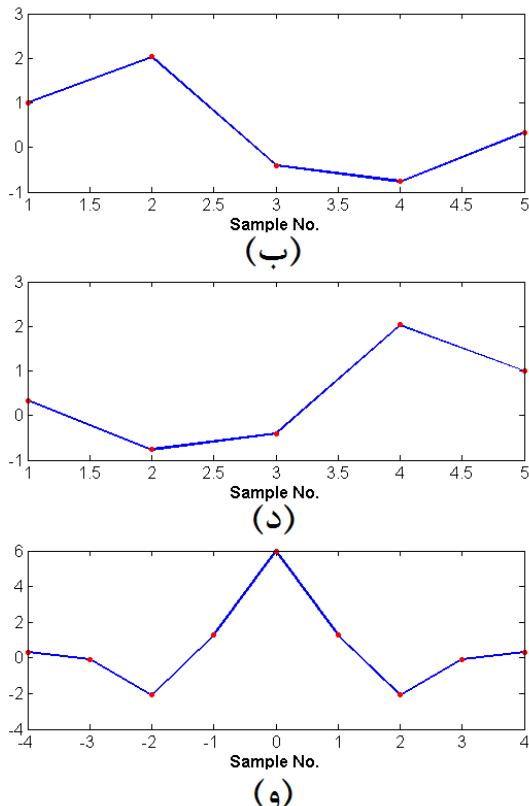
محققان روش‌هاي متفاوتی برای برآورد موجک معرفی کرده‌اند. از آن جمله می‌توان به روش هم‌ريخت (اولريچ، ۱۹۷۱)، روش حداقل مربعات (برخوت، ۱۹۷۷)، روش خودبرگشتی (نير، ۱۹۸۳) و روش شبکه عصبي هاپفيلد (ونگ و مندل، ۱۹۹۲) اشاره کرد. مونديم و همکاران (۲۰۰۶) از روش تضعيف نوفه برای برآورد موجک چشميه لرزاهاي استفاده کردند. اورسين و پورسانی (۲۰۰۰) با استفاده از حل معادله بسط یافته يول – والکر موجک چشميه لرزاهاي با فاز مرکب را برآورد کردند.

تاخورده جدا کرد و بدین ترتیب موجک چشمۀ لرزه‌ای را به دست آورد. برای این منظور اگر موجک به صورت $w = \{w_0, w_1, \dots, w_n\}$ فرض شود، تبدیل Z آن به صورت یک چندجمله‌ای از درجه n خواهد بود و بنابراین سری زمانی w دارای n صفر خواهد بود.

$$W(z) = w_0 + w_1 z + \dots + w_n z^n \quad (۲)$$

حال اگر سری زمانی به صورت $\omega = \{1, \varepsilon, \varepsilon^2, \dots, \varepsilon^n\}$ مفروض باشد که ε مقداری مثبت است و به صورت Z نمونه‌به‌نمونه در موجک ضرب شود، آن‌گاه تبدیل Z موجک به صورت رابطه (۴) نوشته می‌شود.

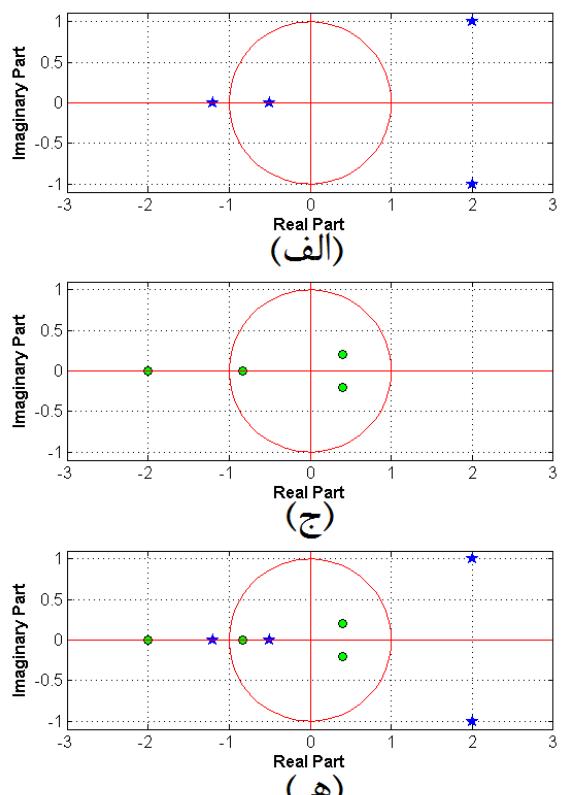
$$\begin{aligned} W_\omega(z) &= w_0 + w_1 \varepsilon z + w_2 \varepsilon^2 z^2 + \dots + w_n \varepsilon^n z^n \\ &= w_0 + w_1 (\varepsilon z) + w_2 (\varepsilon z)^2 + \dots + w_n (\varepsilon z)^n \end{aligned} \quad (۴)$$



شکل ۱. (الف) و (ب) صفرها و سیگنال تاخورده، (ه) و (د) صفرها و سیگنال اصلی، (ج) و (و) صفرها و تابع خودهمبستگی (صفرهای سیگنال با ستاره‌های آبی رنگ و صفرهای سیگنال تاخورده با دایره‌های سبزرنگ نشان داده شده است).

با توجه به رابطه (۲) می‌توان دید که تابع خودهمبستگی یک سیگنال شامل صفرهای سیگنال و سیگنال تاخورده است. این صفرها در صفحه Z به صورت مزدوج قرار می‌گیرند و سبب می‌شود که تابع خودهمبستگی دارای فاز صفر باشد. برای مثال $x = \{1, 61/30, -2/5, -23/30, 1/3\}$ به صورت مفروض است. در شکل ۱-الف و ۱-ب سیگنال و صفرهای آن، در شکل ۱-ج و ۱-د سیگنال تاخورده و صفرهای آن و در شکل ۱-ه و ۱-و تابع خودهمبستگی و صفرهای آن نشان داده شده است.

در برآورده موجک چشمۀ لرزه‌ای فقط کافی است از میان صفرهای تابع خودهمبستگی آن دسته از صفرها را که مربوط به سیگنال است از صفرهای مربوط به سیگنال



(دایره‌های سرخ)، به سمت خارج از مرکز دایره واحد حرکت می‌کنند (پیکان‌های مشکی).

۳ بررسی کارایی روش روی داده‌های لرزه‌ای مصنوعی و واقعی

به منظور بررسی کارایی روش برآورد موجک چشممه لرزه‌ای با فاز مرکب با استفاده از تحلیل صفرهای تبدیل Z تابع خودهمبستگی، الگوریتم روی داده‌های لرزه‌ای مصنوعی و واقعی مورد بررسی اعمال شد. برای ساخت داده مصنوعی از موجکی با فاز مرکب که مقادیر صفرهای آن در جدول ۱ آورده شده است، استفاده شد. در شکل ۴ موجک مصنوعی، سری بازتاب مورد استفاده، ردلرزه مصنوعی حاصل از همایخت موجک و سری بازتاب و صفرهای موجک مصنوعی نشان داده شده است.

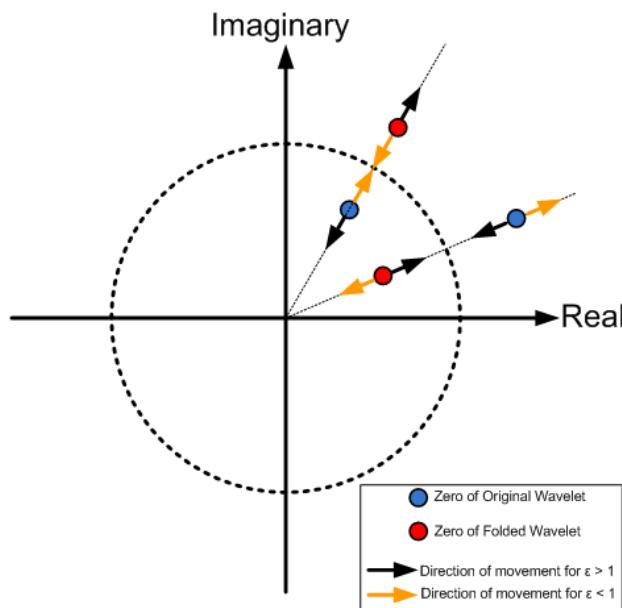
جدول ۱. صفرهای موجک مصنوعی مورد استفاده در ساخت ردلرزه مصنوعی.

No	Zero
1	0.7874
2	1.2195
3	-2.2727
4	-2.4673+2.9028i
5	-2.4673-2.9028i
6	-0.8273+0.1870i
7	-0.8273-0.1870i
8	1+1i
9	1-1i
10	0.5546+0.5873i
11	0.5546-0.5873i

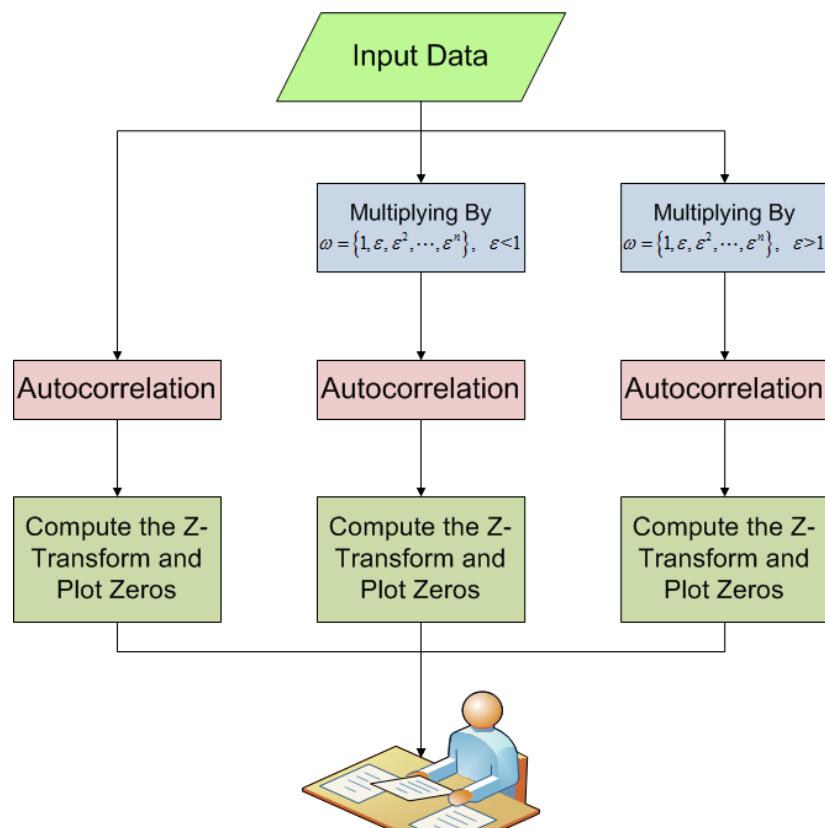
و این بدان معنا است که اگر $z < 0$ صفرهای موجک ضرب شده در ω نسبت به موجک اولیه به سمت خارج از مرکز دایره واحد حرکت می‌کنند و بر عکس اگر $z > 0$ صفرهای موجک ضرب شده در ω نسبت به موجک اولیه به سمت داخل مرکز دایره واحد حرکت می‌کنند. حال اگر موجک ضرب شده در ω تاخورده شود، جهت حرکت صفرهای آن نسبت به موجک تاخورده قبل از ضرب عکس حرکت صفرهای موجک اولیه خواهد بود. این موضوع به راحتی از تبدیل Z موجک تاخورده قابل درک است.

$$\begin{aligned} W_{\omega_{fold}}(z) &= w_0 + w_1 \varepsilon z^{-1} + w_2 \varepsilon^2 z^{-2} + \dots + w_n \varepsilon^n z^{-n} \\ &= w_0 + w_1 \left(\frac{\varepsilon}{z}\right) + w_2 \left(\frac{\varepsilon}{z}\right)^2 + \dots + w_n \left(\frac{\varepsilon}{z}\right)^n \end{aligned} \quad (5)$$

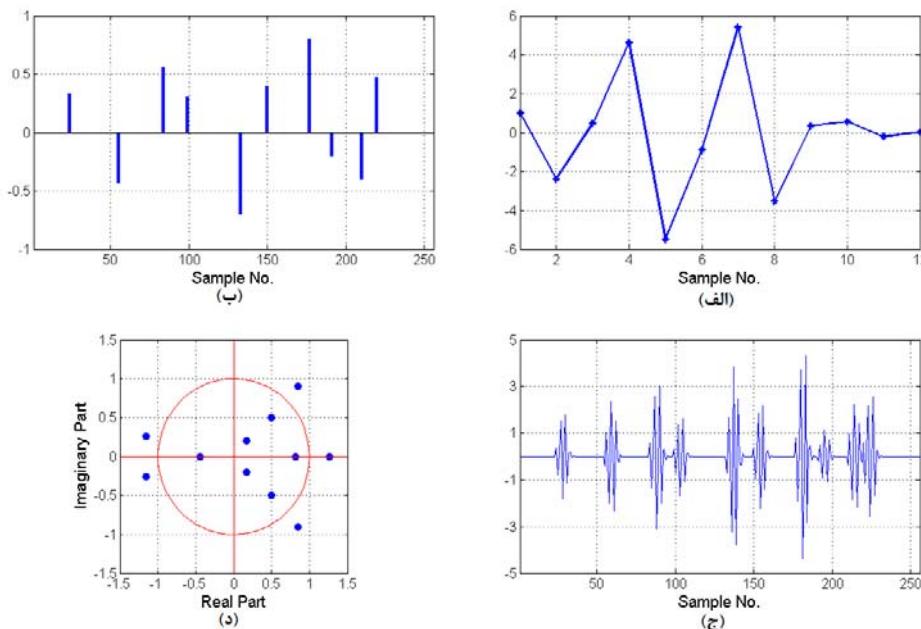
حال با توجه به این مطلب می‌توان الگوریتمی برای شناسایی صفرهای موجک اصلی از موجک تاخورده در تبدیل Z تابع خودهمبستگی به دست آورد که در شکل ۲ به صورت طرحوار نشان داده شده است و در شکل ۳ نیز نمودار گردشی آن رسم شده است. همان‌طور که در شکل ۲ مشاهده می‌شود چنانچه $z < 0$ فرض شود، آن دسته از صفرهای تابع خودهمبستگی که مربوط به موجک واقعی هستند (دایره‌های آبی)، به سمت خارج از مرکز دایره واحد حرکت می‌کنند (پیکان‌های نارنجی) ولی آن دسته از صفرهای تابع خودهمبستگی که مربوط به موجک تاخورده هستند (دایره‌های سرخ)، به سمت خارج مرکز دایره واحد حرکت می‌کنند (پیکان‌های نارنجی). در صورتی که $z > 0$ فرض شود، آن دسته از صفرهای تابع خودهمبستگی که مربوط به موجک واقعی هستند (دایره‌های آبی)، به سمت مرکز دایره واحد حرکت می‌کنند (پیکان‌های مشکی) ولی آن دسته از صفرهای تابع خودهمبستگی که مربوط به موجک تاخورده هستند



شکل ۲. نحوه حرکت صفرهای تابع خودهمبستگی به هنگام ضرب موجک در سری زمانی ω برای شناسایی صفرهای موجک واقعی و تاخورده.



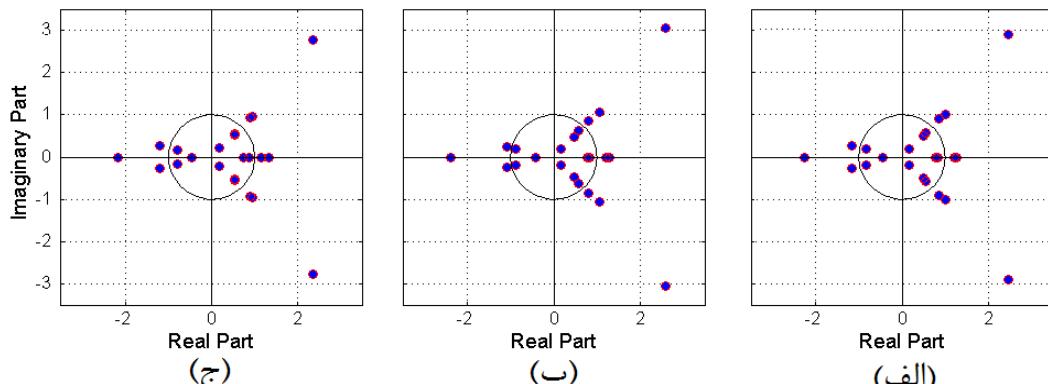
شکل ۳. نمودار گردشی شناسایی صفرهای موجک واقعی و تاخورده.



شکل ۴.(الف) موجک مصنوعی با فاز مرکب با صفرهای بیان شده در جدول ۱، (ب) سری بازتاب، (ج) ردلرزه حاصل از همایخت موجک و سری بازتاب و (د) صفرهای موجک مصنوعی.

پس از انتخاب قسمتی از ردلرزه که موجک از آن می‌دهد. با تحلیل صفرها با استفاده از شکل ۲ درنهایت موجک برآورده شده در شکل ۶ به همراه موجک اولیه نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، الگوریتم توانسته است موجک را دقیق برآورد کند.

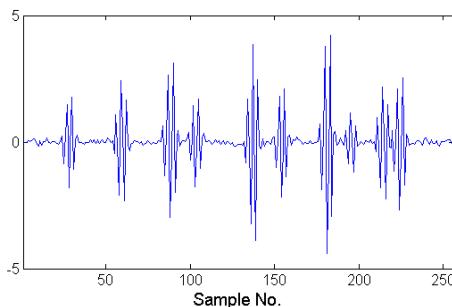
شکل ۵. صفرهای تابع خودهمبستگی (الف) سیگنال ورودی بدون تغییر، (ب) سیگنال ضرب شده با سیگنال $\omega = \{1, \varepsilon, \varepsilon^2, \dots, \varepsilon^n\}$ ، $\varepsilon > 1$ و (ج) سیگنال ضرب شده با سیگنال $\omega = \{1, \varepsilon, \varepsilon^2, \dots, \varepsilon^n\}$ ، $\varepsilon < 1$.



شکل ۵. صفرهای تابع خودهمبستگی (الف) سیگنال ورودی بدون تغییر، (ب) سیگنال ضرب شده با سیگنال $\omega = \{1, \varepsilon, \varepsilon^2, \dots, \varepsilon^n\}$ ، $\varepsilon > 1$ و (ج) سیگنال ضرب شده با سیگنال $\omega = \{1, \varepsilon, \varepsilon^2, \dots, \varepsilon^n\}$ ، $\varepsilon < 1$.

سیگنال به نوافه ۱۰ دسی بل تغییر داده و الگوریتم اعمال شد. در هر مرحله ضریب همبستگی موجک برآورد شده با موجک اولیه محاسبه شد که مقادیر حاصل در نموداری در شکل ۱۰ نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود الگوریتم تا نسبت سیگنال به نوافه برابر ۲۰ دسی بل پاسخ خوبی دارد و موجک را با دقت زیادی برآورد می‌کند.

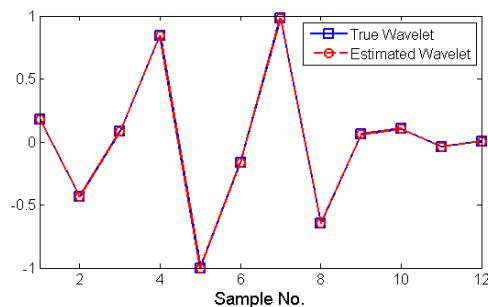
داده لرزه‌ای واقعی که برای برآورد موجک مورد استفاده قرار گرفته است، قسمتی از یک ثبت نقطه میانی مشترک با ۷۵ ردلرزو و فاصله نمونه‌برداری ۴ میلی‌ثانیه است که در شکل ۱۱ نشان داده شده است. الگوریتم پیشنهادی روی ردلرزوهای متفاوتی از ثبت نقطه میانی مشترک موردنظر اعمال شد و موجک‌های گوناگونی به دست آمد که با میانگین گرفتن از آنها موجک نشان داده شده در شکل ۱۲ به دست آمد. در شکل ۱۳ صفرهای این موجک میانگین به دست آمده نشان داده شده است.



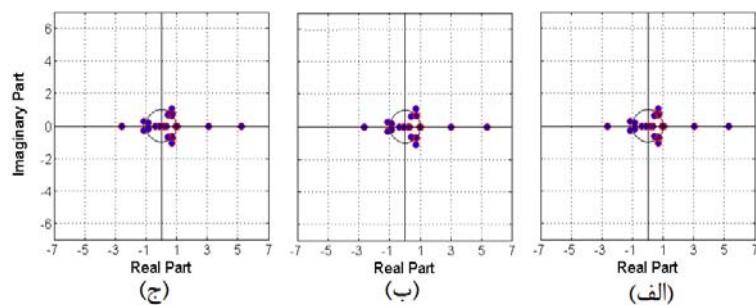
شکل ۷. ردلرزو حاوی نوافه گاووسی به میزان ۳۵ دسی بل.

برای بررسی عملکرد روش در حضور نوافه مقدار ۳۵ دسی بل نوافه اتفاقی گاووسی به ردلرزو مصنوعی اضافه و الگوریتم روی ردلرزو حاوی نوافه اعمال شد. در شکل ۷ ردلرزو حاوی نوافه گاووسی به میزان ۳۵ دسی بل نشان داده شده است. شکل ۸ صفرهای تابع خودهمبستگی سیگنال برای سه حالت بدون تغییر در سیگنال (شکل ۸-الف)، سیگنال ضرب شده با سیگنال (شکل ۸-ب) و ضرب شده با سیگنال (شکل ۸-ج) را نشان می‌دهد و درنهایت موجک برآورد شده همراه موجک اصلی در شکل ۹ نشان داده شده است. مقایسه موجک به دست آمده و موجک اصلی نشان می‌دهد که در حضور نوافه نیز کارایی روش مناسب است.

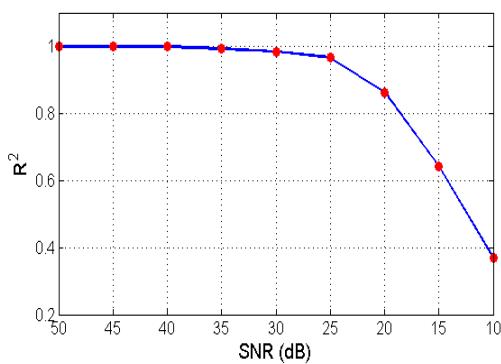
به منظور بررسی حساسیت روش به نوافه، میزان نوافه گاووسی اتفاقی اضافه شده به ردلرزو از مقدار نسبت سیگنال به نوافه ۵۰ دسی بل با گام ۵ دسی بل تا نسبت



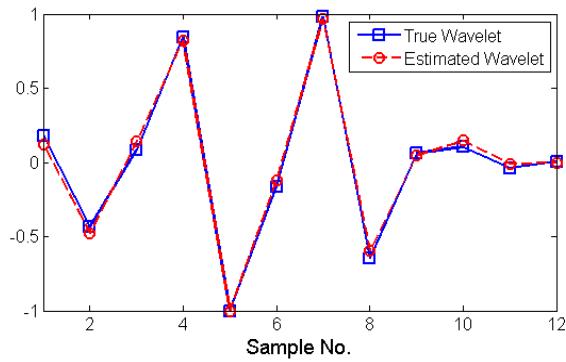
شکل ۶. موجک برآورد شده (خط چین سرخ) و موجک اولیه (خط توپر آبی).



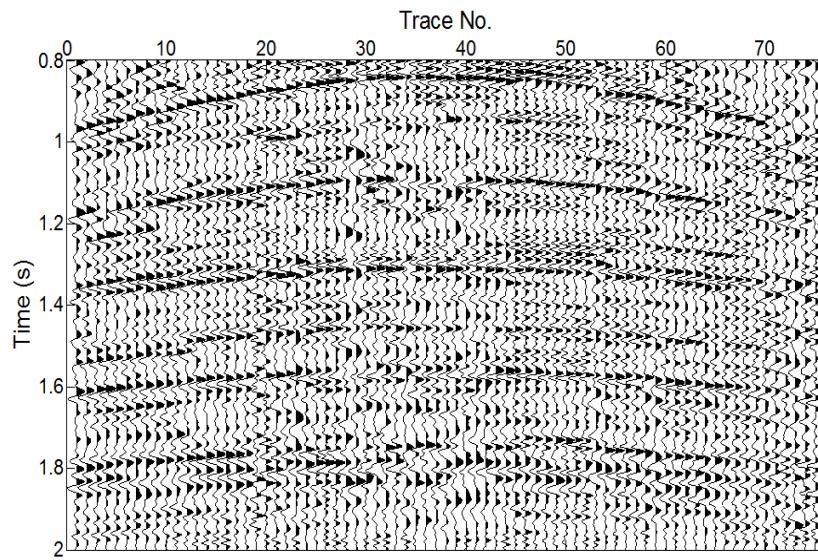
شکل ۸. صفرهای تابع خودهمبستگی (الف) سیگنال ورودی بدون تغییر، (ب) سیگنال ضرب شده با سیگنال $\omega = \{1, \varepsilon, \varepsilon^2, \dots, \varepsilon^n\}$ ، $\varepsilon > 1$ و (ج) سیگنال ضرب شده با سیگنال $\omega = \{1, \varepsilon, \varepsilon^2, \dots, \varepsilon^n\}$ ، $\varepsilon < 1$.



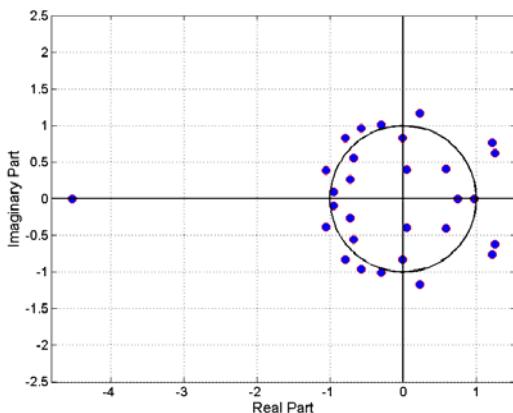
شکل ۱۰. ضریب همبستگی موجک برآورده شده و موجک اولیه
بر حسب نسبت‌های مختلف سیگنال به نویه.



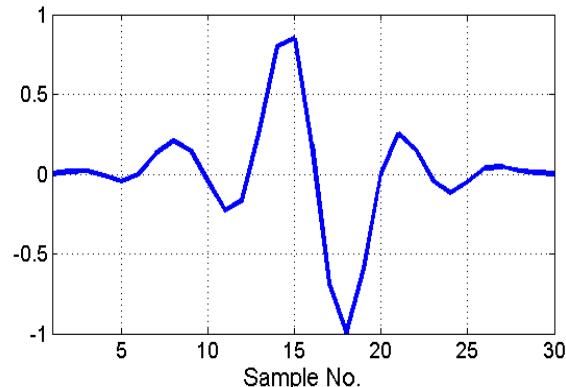
شکل ۹. موجک برآورده شده (خطچین سرخ) و موجک اولیه (خط توپر آبی)
برای حالت رد لرزه حاوی نویه گاوسی به میزان ۳۵ دسی‌بل.



شکل ۱۱. ثبت نقطه میانی مشترک مورد استفاده در برآورد موجک.



شکل ۱۲. صفرهای موجک میانگین به دست آمده در شکل ۱۲



شکل ۱۳. موجک میانگین به دست آمده از روش تحلیل صفرهای تابع خود
همبستگی برای ثبت نقطه میانی مشترک شکل ۱۱.

- wavelet estimation by non-linear optimization of all-pass operators, *Geophysical prospecting*, **55**, 223-234.
- Mundim, E. C., Schots, H. A. and Araujo, J. M., 2006, WTdecon, a colored deconvolution implemented by wavelet transform, *The Leading Edge*, April, 398-401.
- Nair, G. J., 1983, Deconvolution of seismograms by autoregressive method, *Geophysics*, **48**, 229-233.
- Oppenheim , A. V., Willsky, A. S. and Nawab, S. H., 1997, Signals and systems, 2nd edition, Prentice-Hall, Inc., USA.
- Ulrich, T. J., 1971, Application of homomorphic deconvolution to seismology, *Geophysics*, **36**, 650-660.
- Ursin, B. and Porsani, M. J., 2000, Estimation of an optimal mixed-phase inverse filter: *Geophysical Prospecting*, **48**, 663-676.
- Velis, D. R. and Ulrych, T. J., 1996, Simulated annealing wavelet estimation via fourth-order cumulant matching, *Geophysics*, **61**, 1939-1948.
- Wang, L. X. and Mendel, J. M., 1992, Adaptive minimum prediction-error deconvolution and source wavelet estimation using Hopfield neural networks, *Geophysics*, **57**, 670-679.

۴ نتیجه‌گیری

در این مقاله از تحلیل صفرهای تابع خودهمبستگی برای برآورد موجک چشمی لرزه‌ای با فاز مرکب استفاده شده است. همانطور که نشان داده شد، صفرهای تابع خودهمبستگی شامل صفرهای موجک اصلی و موجک تاخورده است. نتایج به دست آمده نشان داد که ضرب کردن سیگنال در یک تابع نمایی به صورت " e " می‌تواند در شناسایی صفرهای موجک اصلی از موجک تاخورده کمک کند. چنانچه $e < 1$ باشد، آن دسته از صفرهای تابع خودهمبستگی که مربوط به موجک واقعی هستند، به سمت خارج از مرکز دایره واحد حرکت می‌کنند ولی آن دسته از صفرهای تابع خودهمبستگی که مربوط به موجک تاخورده هستند، به سمت مرکز دایره واحد حرکت می‌کنند و برعکس. این روش روی داده‌های لرزه‌ای واقعی و مصنوعی اعمال شد. با توجه به نظریه و نتایج به دست آمده می‌توان گفت که روش تحلیل صفرهای تابع خودهمبستگی برای برآورد موجک چشمی لرزه‌ای:

- ۱- دارای نظریه بسیار ساده و در عین حال کارآمد است.
- ۲- دارای حجم محاسبات بسیار کمی است.
- ۳- در نسبت‌های سیگنال به نویفه کم نیز نتایج قابل قبولی می‌دهد.

با توجه به نتایج به دست آمده از اعمال الگوریتم روی داده‌های لرزه‌ای مصنوعی و واقعی و مطالب مطرح شده، روش تحلیل صفرهای تابع خودهمبستگی برای برآورد موجک چشمی لرزه‌ای روش مناسب و کارآمدی است.

منابع

- Berkhout, A. J., 1977, Least-square inverse filtering and wavelet deconvolution, *Geophysics*, **42**, 1369-1383.
- Lazear, G. D., 1993, Mixed-phase wavelet estimation using fourth-order cumulants, *Geophysics*, **58**, 1042-1051.
- Misra, S. and Sacchi, M., 2007, Non-minimum phase