

## مقایسه تعیین پارامترهای وضعیت در هیدروگرافی با استفاده از سه و چهار گیرنده GNSS

علیرضا آزموده اردلان<sup>۱\*</sup>، فرهنگ احمدی گیوی<sup>۲</sup> و محمدهادی رضوانی<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup> استاد، گروه مهندسی نقشهبرداری، قطب علمی مهندسی نقشهبرداری در مقابله با سوانح طبیعی، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران، ایران  
<sup>۲</sup> دانشیار، گروه فیزیک فضا، موسسه زئوفیزیک دانشگاه تهران، ایران

<sup>۳</sup> کارشناس ارشد زئودزی-هیدروگرافی، گروه مهندسی نقشهبرداری، قطب علمی مهندسی نقشهبرداری در مقابله با سوانح طبیعی، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران، ایران

(دریافت: ۹۰/۸/۳۰، پذیرش نهایی: ۹۱/۴/۱۳)

### چکیده

امروزه با توجه به توسعه و گسترش روزافزون به کارگیری سامانه‌های تعیین موقعیت ماهواره‌ای در دریا، تعیین زاویه‌های رول (roll)، پیچ (pitch)، و هدینگ (heading) یا yaw (yaw) شناور با استفاده از گیرندهای GNSS از موضوعات تحقیقاتی مورد توجه در هیدروگرافی است. در این مقاله روشی برای تعیین زاویه‌های باد شده بر مبنای سرشکنی کمترین مربعات مورد استفاده و با نصب سه و چهار گیرنده GNSS دو بسامدی جواد با آتنن چوکرینگ روی شناور هیدروگرافی ۲۷ متری سازمان جغرافیایی وزارت دفاع، بهصورت میدانی در سرعت‌های ۵ الی ۱۲ knots پیاده‌سازی و نتایج حاصل از تعیین زاویه‌های دوران با استفاده از سه و چهار گیرنده GNSS با یکدیگر مقایسه شده‌اند. بر مبنای مشاهدات میدانی صورت گرفته، جز خطا مربعی متوسط (RMS) اختلاف بین نتایج حاصل از تعیین زاویه‌های دوران با استفاده از سه و چهار گیرنده مقدار "۴۶° ۴۳' ۲۶" برای رول، و "۲۱° ۲۶' ۴۱" برای هدینگ است. بر اساس این اختلاف به کارگیری چهار گیرنده بهخصوص برای دستیابی به دقت زیاد برای تعیین هدینگ و در اولویت بعدی پیچ ضروری است.

واژه‌های کلیدی: زاویه‌های دوران شناور، رول، پیچ، هدینگ، GNSS، نقشهبرداری هیدروگرافی

### Comparison of attitude determination based on four and three onboard GNSS antennae, case study: hydrographic applications

Ardalan, A. A.<sup>1</sup>, Ahmadi-Givi, F.<sup>2</sup>, Rezvani, M.-H.<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Professor, Department of Surveying and Geomatics Eng., Center of Excellence in Geomatics Eng. and Disaster Prevention, Faculty of Eng., University of Tehran, Iran

<sup>2</sup>Associate Professor, Space Physics Department, Institute of Geophysics, University of Tehran, Iran

<sup>3</sup>M.Sc. in hydrographic Eng., Department of Surveying and Geomatics Eng., Center of Excellence in Geomatics Eng. and Disaster Prevention, Faculty of Eng., University of Tehran, Iran

(Received: 21 Nov 2011, Accepted: 03 Jul 2012)

### Abstract

Attitude determination of the moving platforms which is derivation of roll, pitch and yaw angles, is one of the challenging topics of modern geodesy. Commonly, the attitude parameters are obtained by inertial sensors, comprised of accelerometers, gyroscopes, and gyro-compasses. On the other hand nowadays, thanks to the availability of Global Navigation Satellite Systems (GNSS), like GPS, determination of the attitude parameters of the platforms by multiple onboard GNSS antennae has been among the studied topics in the different environments. The main idea behind the mentioned approaches is

application of at least three onboard GNSS antennae and the use of double difference carrier phase observations for high-accuracy. From the theoretical point of view, the attitude determination requires establishment of the body frame (BF) and local level (LL) coordinate systems onboard the platform, while assuming the platform is a rigid body and the locations of the onboard antennae are unchanged throughout the experiment. Practically, the BF coordinate system is realized at the phase center of one of the onboard GNSS antennae, hereafter Ant. 1, the  $x$ - and  $y$ -axes along the transverse and longitudinal axes of the platform respectively, and the  $z$ -axis is perpendicular to the  $x$ - $y$  plane, positive upward. The LL coordinate system is defined by its origin at the Ant. 1, the  $x$ - and  $y$ -axes along the geodetic east and north, and the  $z$ -axis is perpendicular to the horizontal plane, positive upward.

The multiple GNSS antennae for attitude determination can generally be categorized into dedicated systems, i.e. by using several onboard antennae and one receiver, and non-dedicated systems, i.e. by using several receivers with their corresponding onboard antennae. According to the current studies both systems lead to the same level of accuracy, though the dedicated systems may result in more cost effectiveness. From the computational point of view, the GNSS attitude determination algorithms can be based on either direct method or least squares. Within the direct algorithms the attitudes are determined by using the coordinates of the onboard GNSS Ant. 2 and Ant. 3 with respect to the LL coordinate system centered at the phase center of the Ant. 1. However, in the latter approach, the Euler angles are obtained by transforming the position vectors of the onboard antennae from the BF to LL coordinate systems through the rotation matrices containing the rotation angles. It is worth mentioning that the least square methods in their linearization process require some approximate values for the attitudes, which are commonly provided by the direct methods. Owing to the rigidity assumption of the platform, the BF-coordinates of the onboard antennae need to be determined once. The LL-coordinates can be obtained by using the relative coordinates of the onboard antennae in the Earth-Centered Earth-Fixed (ECEF) coordinate frame with respect to the Ant. 1.

The goal of this study, besides the representation of the GNSS-based attitude determination methods, is assessment of their obtainable accuracies by using different onboard antennae configurations. More specifically, we have compared two configurations based on three and four onboard GNSS antennae. For this purpose, we have started presenting the mathematical setup of attitude determination in details and then have organized a case study based on field operation. Considering the fact that one of the common application fields of the attitude determination is hydrographic surveying, e.g. for dredging, pipe-laying, and rig installations; we have selected a 27-meter long hydrographic survey vessel belonging to the National Geographic Organization (NGO) of Iran as the test platform. The vessel was equipped with four dual-frequency Javad GNSS receivers with choke-ring antennae mounted on a 15 m rectangular frame. Furthermore, a Leica GPS receiver antenna was established at the wharf as the base station for relative dynamic positioning. The marine experiment was performed in the surrounding waters of Kish harbor at different cruise ground speeds ranging from 5 to 12 knots, while the GNSS observations were continued with update rate of 1 Hz. The BF coordinates of the onboard GNSS antennae were determined by surveying measurements, when the vessel was on dry dock for some repair jobs. The GPS-derived ECEF coordinates of the onboard antennae were used to derive the LL coordinates of all the antennae with respect to LL-frame centered at the Ant. 1. The number of instantaneous visible satellites during the field operations reached up to 15. By considering the derived attitudes based on four GNSS antennae as the benchmark, the RMS's of the attitudes obtained by three antennae configuration were computed. According to the results, the RMS values of the roll, pitch,

and yaw angles are  $2' 43''$ ,  $4' 46''$ , and  $21' 26''$ , respectively. This clearly indicates that application of four GNSS antennae has significant improvement in the accuracies of the yaw and pitch angles, while the improvement in the roll accuracy is only marginal. Having done this experiment, we recommend implementation of four GNSS antennae configuration for delicate applications.

**Keywords:** Attitude parameters, Roll, Pitch, Yaw (Heading), Multiple GNSS antennae, Hydrographic vessel

## ۱ مقدمه

" $41' 6''$  برای پیچ، " $50' 14''$  برای رول، و " $5' 24''$  برای هدینگ دست یافتد. اونو و سانتر (۱۹۹۹) با مقایسه نتایج حاصل از سامانه متشکل از چهار گیرنده GPS به فاصله  $1/4$  متری با مشاهدات وضعیت سنج به جذر خطای مربعی متوسط  $36'$  برای هدینگ، " $24' 26''$  برای رول، و " $20' 24''$  برای پیچ رسید. هدف اصلی تحقیق حاضر، ارزیابی عملکرد تعیین پارامترهای دوران با استفاده از گیرندهای GNSS و نشاندادن تأثیر پیکربندی گیرندهای GNSS چهار گیری پارامترهای وضعیت شناور است. بر این اساس، با اجرای آزمایش میدانی در آب‌های ساحلی جزیره کیش، مقایسه‌ای بین دو پیکربندی متشکل از سه و چهار گیرنده GNSS دو بسامدی جواد با آتنن چوکرینگ صورت گرفته است.

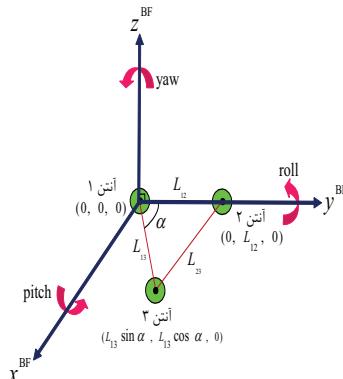
برای دستیابی به اهداف یادشده، ابتدا مسئله تعیین وضعیت شناور با استفاده از گیرندهای GNSS، نحوه تعریف دستگاه‌های مختصات موردنیاز، الگوریتم برآورد پارامترهای وضعیت دورانی شناور به همراه آنالیز اولیه دقیق به منظور طراحی پیکربندی مناسب آتنن‌ها، نحوه محاسبه پارامترهای وضعیت شناور به روش سرشکنی کمترین مربعات با استفاده از مختصات همه گیرندهای GNSS بیان، و سپس به عرضه جزئیات آزمایش میدانی صورت گرفته و برداش داده‌ها پرداخته شده است. در خاتمه، نتایج حاصل از مقایسه آماری پارامترهای برآورد شده در پیکربندی متشکل از سه و چهار گیرنده GNSS نسبت به یکدیگر عرضه خواهد شد.

یکی از موضوعات مهم پیرامون عمقيابی بستر دریا، توجیه دورانی شناور است که با سه زاویه رول (roll)، پیچ (pitch)، و هدینگ (yaw یا heading) مشخص می‌شود (سون و همکاران، ۲۰۰۳). داشتن این اطلاعات برای حذف تأثیر آنها بر اندازه گیری‌های هیدروگرافی ضروری است (آلکان و بایکال، ۲۰۰۱). پارامترهای وضعیت شناور عمدتاً با وضعیت سنج‌ها مشاهده و ثبت می‌شود. از طرفی طی دو دهه اخیر، به کار گیری گیرندهای GNSS، مانند GPS، در تعیین پارامترهای وضعیت شناور نیز مطرح شده است (وانگ و همکاران، ۲۰۰۶). تا کنون محققان متعددی در زمینه ارزیابی قابلیت به کار گیری گیرندهای GNSS در تعیین پارامترهای وضعیت یک سکوی متحرک تلاش کرده‌اند. برای مثال، کوهن (۱۹۹۲) به تحقیق در زمینه توسعه الگوریتم‌های تعیین وضعیت با استفاده از مشاهدات فاز حامل GPS پرداخت. ویلسون و تیماخیر (۱۹۹۲) با به کار گیری سه گیرنده GPS و گمپ (۱۹۹۳) با به کار گیری چهار گیرنده به این نتیجه دست یافته‌اند که تعیین پارامترهای وضعیت سکوی متحرک، متأثر از نحوه پیکربندی آتنن‌ها است. از طرفی مارتین-نایرا و همکاران (۱۹۹۰) لزوم کالیبراسیون طول بازهای آتنن‌های GPS را ضروری دانستند. لو و همکاران (۱۹۹۴)، با نصب دو پیکربندی متشکل از چهار گیرنده تعیین موقعیت 3DF اشتک و سه گیرنده نواتل (Novatel) و اجرای آزمایش دریایی، پس از مقایسه نتایج حاصل از پیکربندی‌های یادشده به جذر خطای مربعی متوسط

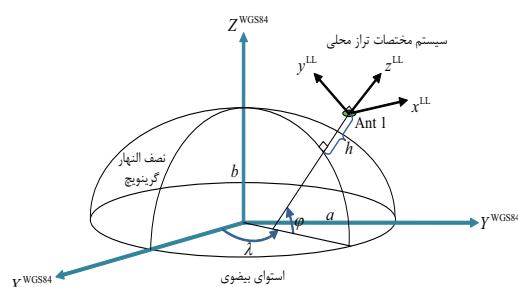
آنتن ۲ در حکم محور  $y$  دستگاه مختصات جسم مرجع، محور  $x$  به سمت راست واقع در صفحه متشکل از آنتن‌های ۱، ۲ و ۳، و محور  $z$  به گونه‌ای انتخاب می‌شود که دستگاه مختصات دست راستی شود. شکل ۱ به صورت طرحوار پارامترهای وضعیت سکوی متحرک، دوران حول محورهای  $y$  (رول)،  $x$  (پیچ)، و  $z$  (هدینگ) دستگاه مختصات جسم GNSS مرجع را نشان می‌دهد. معمولاً موقعیت آنتن‌های در دستگاه مختصات جسم مرجع با استفاده از آندازه‌گیری‌های طولی و زاویه‌ای در زمانی که شناور در اسکله است، تعیین می‌شود. در حین اجرای آزمایش میدانی، با توجه به ثابت ماندن موقعیت آنتن‌های GNSS، دستگاه مختصات جسم مرجع بدون تغییر باقی می‌ماند.

## ۲ تعیین پارامترهای وضعیت شناور با استفاده از GNSS

برای تعیین پارامترهای وضعیت یک سکوی متحرک (تعیین زاویه‌های دوران رول، پیچ و هدینگ) لازم است که یک دستگاه مختصات جسم مرجع (Body Frame) که یک دستگاه مختصات تراز محلی (Local Level) مشخص شود. دستگاه مختصات تراز محلی با در نظر گرفتن محور  $z$  در امتداد نرمال بر بیضوی به سمت خارج آن، محور  $x$  به سمت شرق در صفحه عمود بر امتداد نرمال بیضوی، و محور  $y$  در صفحه عمود یادشده به سمت شمال بیضوی تعیین می‌شود. از سوی دیگر، دستگاه مختصات جسم مرجع با استفاده از صفحه متشکل از سه آنتن GNSS قابل تعیین است (لو، ۱۹۹۵). با توجه به شکل ۱، امتداد آنتن ۱ به



شکل ۱. نمایش طرحوار دستگاه مختصات جسم مرجع تعیین شده با آنتن‌های GNSS نصب شده روی سکوی متحرک، به همراه دوران‌های رول، پیچ و هدینگ.



شکل ۲. نمایش طرحوار ارتباط بین دستگاه‌های مختصات WGS84 و تراز محلی.

در شکل ۱، بر محور شناور و در نظر گرفتن موقعیت آنتن های ۲ و ۳ در دستگاه مختصات جسم مرجع به ترتیب با  $(0, L_{12}, 0)^T$  و  $(L_{12} \sin(\alpha), L_{12} \cos(\alpha), 0)^T$  و  $(x_2, y_2, z_2)^T$  و  $(x_3, y_3, z_3)^T$ ، پارامترهای دورانی هدینگ و پیچ به ترتیب از روابط زیر محاسبه می شود:

$$y = -\tan^{-1}(x_2/y_2) \quad (3)$$

$$p = \sin^{-1}(z_2/\sqrt{x_2^2 + y_2^2}) \quad (4)$$

پس از تعیین پارامترهای دورانی هدینگ و پیچ، موقعیت تراز محلی آنتن ۳  $(x_3, y_3, z_3)^T$  با اعمال این دورانها به  $(x_3'', y_3'', z_3'')^T$  تبدیل می شود و رابطه (۱) به صورت زیر قابل نمایش خواهد بود:

$$\begin{pmatrix} L_{13} \sin(\alpha) \\ L_{13} \cos(\alpha) \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c(r) & 0 & -s(r) \\ 0 & 1 & 0 \\ s(r) & 0 & c(r) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_3'' \\ y_3'' \\ z_3'' \end{pmatrix} \quad (5)$$

از سطر سوم رابطه (۵)، پارامتر دورانی رول به دست می آید:

$$r = -\tan^{-1}(z_3''/x_3'') \quad (6)$$

بر این اساس، با استفاده از روابط (۴) و (۶) پارامترهای دورانی سکویی متحرک قابل محاسبه خواهد بود. همان طور که ملاحظه می شود، به منظور محاسبه مقدار اولیه پارامترهای دورانی شناور به روش یادشده، نیازی به مختصات جسم مرجع آنتن ها نیست.

از طرفی به منظور تحلیل اولیه نحوه پیکریندی آنتن های GNSS در مرحله طراحی، با استفاده از قانون انتشار خطاهای اتفاقی، دقت پارامترهای دورانی را می توان تعیین کرد و مورد تجزیه و تحلیل قرار داد. برای مثال با دیفرانسیل گیری از رابطه (۳) داریم:

$$dy = -\frac{y_2 dx_2 - x_2 dy_2}{x_2^2 + y_2^2} \quad (7)$$

و با استفاده از قانون انتشار خطاهای اتفاقی و چشم پوشی

با استفاده از مشاهدات فاز موج حامل GNSS، مختصات نسبی آنتن های ۲ و ۳ نسبت به آنتن ۱ به دقت در دستگاه مختصات WGS84 تعیین می شود. با در نظر گرفتن آنتن ۱ به منزله مبدأ دستگاه مختصات تراز محلی، مختصات حاصل از دستگاه WGS84 به دستگاه مختصات تراز محلی انتقال می باید (ورتر، ۱۹۷۸). شکل ۲ به صورت طرحوار ارتباط بین دستگاه های مختصات WGS84 و تراز محلی را نشان می دهد.

با سه دوران متوالی، به ترتیب حول محورهای  $z$  (هدینگ)،  $x$  (پیچ)، و  $y$  (رول) دستگاه مختصات جسم مرجع؛ موقعیت یک نقطه از دستگاه مختصات تراز محلی به دستگاه مختصات جسم مرجع قابل انتقال است (ورتر، ۱۹۷۸):

$$\begin{pmatrix} x^{BF} \\ y^{BF} \\ z^{BF} \end{pmatrix} = \mathbf{R}(y, p, r) \begin{pmatrix} x^{LL} \\ y^{LL} \\ z^{LL} \end{pmatrix} \quad (1)$$

به طوری که:

$$\mathbf{R}(y, p, r) = \mathbf{R}_2(r) \mathbf{R}_1(p) \mathbf{R}_3(y) \quad (2)$$

$$= \begin{pmatrix} c(r)c(y) - s(r)s(p)s(y) & c(r)s(y) + s(r)s(p)c(y) & -s(r)c(p) \\ -c(p)s(y) & c(p)c(y) & s(p) \\ s(r)c(y) + c(r)s(p)s(y) & s(r)s(y) - c(r)s(p)c(y) & c(r)c(p) \end{pmatrix}$$

در روابط فوق  $R(y, p, r)$  ماتریس دوران معتمد (اوتوگونال) تبدیل موقعیت از دستگاه مختصات تراز محلی  $(x^{LL}, y^{LL}, z^{LL})^T$  به دستگاه مختصات جسم مرجع در  $(x^{BF}, y^{BF}, z^{BF})^T$  است و پارامتر دورانی پیچ با  $p$ ، رول با  $r$ ، و هدینگ با  $y$  نمایش داده شده است. همچنین  $s(0)$  و  $c(0)$  به ترتیب تابعهای کسینوس و سینوس هستند. در مسئله تعیین پارامترهای وضعیت با استفاده از GNSS، با معلوم بودن موقعیت هر آنتن در دستگاه های مختصات تراز محلی و جسم مرجع، پارامترهای دورانی سکویی متحرک ک در هر لحظه مشاهداتی قابل محاسبه است.

**۱-۲ تعیین مقادیر اولیه پارامترهای دورانی شناور با فرض انطباق امتداد آنتن ۱ به آنتن ۲، نمایش داده شده**

$$\sigma_p \leq \frac{\sigma_{h_2}}{L_{12}} \quad (15)$$

و با جایگذاری  $\sigma_{\max}(x_3'', z_3'')$  در رابطه (۱۲) به نتیجه زیر می‌رسیم:

$$\sigma_r \leq \frac{\sigma_{\max}(x_3'', z_3'')}{L_{13} \cos(\alpha)} \quad (16)$$

با توجه به رابطه (۱۵) مشخص است که دقت پیچ با عکس طول بین آتن‌های ۱ و ۲ متناسب است. از طرفی با توجه به رابطه (۱۶)، دقت رول نسبت عکس با طول بین آتن‌های ۱ و ۳ دارد. همچنین در صورت عمود بودن طول یادشده بر طول متشکل از آتن‌های ۱ و ۲ ( $\alpha = 90^\circ$ )، مقدار انحراف معیار رول کمینه می‌شود.

## ۲-۲ برآورد کمترین مربعات پارامترهای دوران

### شناور

با داشتن موقعیت هر آتن در دستگاه‌های مختصات تراز محلی و جسم مرجع، و رابطه (۱) می‌توان برآورد بهینه‌ای از پارامترهای دورانی  $(p, r, y)$  با استفاده از روش سرشکنی کمترین مربعات به دست آورد. با فرض اینکه موقعیت آتن  $\lambda$  در دستگاه مختصات تراز محلی و متناظر آن در دستگاه مختصات جسم مرجع به ترتیب با  $\mathbf{v}_i = (x_i^{\text{BF}}, y_i^{\text{BF}}, z_i^{\text{BF}})^T$  و  $\mathbf{l}_i = (x_i^{\text{LL}}, y_i^{\text{LL}}, z_i^{\text{LL}})^T$  نشان داده شود و با توجه به معادله (۱) داریم:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{v}_1 \\ \mathbf{v}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{v}_n \end{pmatrix} = \mathbf{R}(y, p, r) \begin{pmatrix} \mathbf{l}_1 \\ \mathbf{l}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{l}_n \end{pmatrix} \quad (17)$$

یا:

$$\mathbf{V} = \mathbf{R}(y, p, r) \mathbf{L} \quad (18)$$

رابطه (۱۸)، یک مدل سرشکنی کمترین مربعات بهمنظر برآورد پارامترهای مجهول  $r$ ،  $p$  و  $y$  است

از وابستگی بین مختصات؛ دقت پارامتر دورانی هدینگ برابر است با:

$$\sigma_y = \frac{\sqrt{\cos^2(y) \sigma_{x_2}^2 + \sin^2(y) \sigma_{y_2}^2}}{L_{12} \cos(p)} \quad (8)$$

با فرض:

$$\begin{aligned} \sigma_{x_2} &= \sigma_{\lambda_2} \\ \sigma_{y_2} &= \sigma_{\varphi_2} \\ \sigma_{z_2} &= \sigma_{h_2} \end{aligned} \quad (9)$$

که در آن،  $\sigma_{x_2}$ ،  $\sigma_{y_2}$  و  $\sigma_{z_2}$  به ترتیب دقت تعیین موقعیت آتن ۲ در دستگاه مختصات تراز محلی، همچنین  $\sigma_{\lambda_2}$  و  $\sigma_{\varphi_2}$  دقت تعیین موقعیت ژئودتیکی آتن ۲ است و پس از جایگذاری  $(\sigma_{x_2}, \sigma_{y_2})$  به جای  $\sigma_{\max}(\sigma_{x_2}, \sigma_{y_2})$  در رابطه (۸) داریم:

$$\sigma_y \leq \frac{\sigma_{\max}(\sigma_{\varphi_2}, \sigma_{\lambda_2})}{L_{12} \cos(p)} \quad (10)$$

با توجه به رابطه (۱۰) واضح است که دقت هدینگ دارای نسبت عکس با فاصله بین آتن‌های ۱ و ۲ است. به طور مشابه، دقت پارامترهای دورانی پیچ و رول به ترتیب از روابط زیر حاصل می‌شود:

$$\sigma_p = \frac{\sqrt{\cos^2(p) \sigma_{h_2}^2 + \sin^2(p) \cos^2(y) \sigma_{\lambda_2}^2 + \sin^2(p) \sin^2(y) \sigma_{\varphi_2}^2}}{L_{12}} \quad (11)$$

$$\sigma_r = \frac{\sqrt{\cos^2(r) \sigma_{z_3''}^2 + \sin^2(r) \sigma_{x_3''}^2}}{L_{13} \cos(\alpha)} \quad (12)$$

به طوری که:

$$\begin{aligned} \sigma_{z_3''}^2 &= \sin^2(p) \sin^2(y) \sigma_{\lambda_3}^2 \\ &\quad + \sin^2(p) \cos^2(y) \sigma_{\varphi_3}^2 + \cos^2(p) \sigma_{h_3}^2 \end{aligned} \quad (13)$$

$$\sigma_{x_3''}^2 = \cos^2(y) \sigma_{\lambda_3}^2 + \sin^2(y) \sigma_{\varphi_3}^2 \quad (14)$$

و  $\alpha$  زاویه طول بین آتن‌های ۱ و ۳ ( $L_{13}$ ) با محور  $y$  دستگاه مختصات جسم مرجع است (شکل ۱).

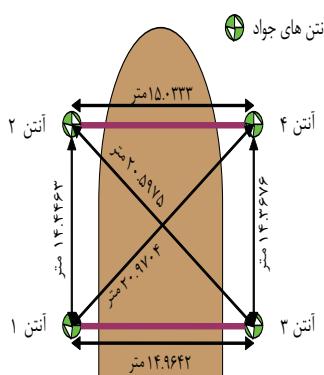
با جایگذاری  $\sigma_{h_2}$  به جای  $\sigma_{\lambda_2}$  و  $\sigma_{\varphi_2}$  در رابطه (۱۱) داریم:

به دست می‌دهد. در روش سرشکنی کمترین مربعات برخلاف روش بخش قبل، با به کارگیری مختصات همه آتن‌ها، موجبات تعديل خطای گیرنده‌ها فراهم می‌آید.

**۳ آزمایش میدانی**

مشاهدات میدانی موردنیاز این تحقیق با شرکت بخش هیدرولوگرافی سازمان جغرافیایی وزارت دفاع و پشتیبانی نیروهای مسلح، و طراحی و هدایت گروه نقشه‌برداری دانشگاه تهران در آب‌های ساحلی جزیره کیش صورت پذیرفت. پیش از شروع عملیات، چهار گیرنده GNSS دو بسامدی اشتک با آتن چوکرینگ روی یک قاب مربعی شکل به ضلع ۱۵ متر روی شناور ۲۷ متری سازمان جغرافیایی نصب شد. شکل ۳ پیکربندی آتن‌های GNSS روی شناور یادشده را نشان می‌دهد.

با استفاده از ۵۵ دقیقه مشاهدات فاز حامل گیرنده‌ها در زمان پهلوگیری شناور در اسکله، موقعیت آتن‌های GNSS در دستگاه مختصات جسم مرجع تعیین شد. در جدول ۱ موقعیت به دست آمده آتن‌های GNSS در دستگاه مختصات جسم مرجع آورده شده است.



شکل ۳. پیکربندی آتن‌های GNSS روی شناور مورد استفاده.

(کراکوسکی، ۱۹۸۷).

با خطی‌سازی رابطه (۱۸) نسبت به پارامترهای مجھول دورانی داریم:

$$\mathbf{A}_i \hat{\mathbf{d}} + (\mathbf{B}_i - \mathbf{I}) \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{d}} \mathbf{l}_i \\ \hat{\mathbf{d}} \mathbf{v}_i \end{pmatrix} + \mathbf{w}_i = \mathbf{0} \quad (۱۹)$$

در حالی که به ازای مقادیر اولیه  $(y^\circ, r^\circ, p^\circ)$  داریم:

$$\mathbf{A}_i = \left( \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial y} \mathbf{l}_i \quad \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial r} \mathbf{l}_i \quad \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial p} \mathbf{l}_i \right)_{3 \times 3} \quad (۲۰)$$

$$\mathbf{B}_i = \mathbf{R}(y^\circ, r^\circ, p^\circ) \mathbf{l}_i - \mathbf{v}_i \quad (۲۱)$$

$$\mathbf{w}_i = \mathbf{R}(y^\circ, r^\circ, p^\circ) \mathbf{l}_i - \mathbf{v}_i \quad (۲۲)$$

$$\hat{\mathbf{d}} = (\delta y, \delta r, \delta p)^T \quad (۲۳)$$

همچنین، با ماتریس واریانس - کوواریانس مشاهدات:

$$\mathbf{C}_{\mathbf{l}_i} = \begin{pmatrix} \mathbf{c}_{\mathbf{l}_i} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{c}_{\mathbf{v}_i} \end{pmatrix} \quad (۲۴)$$

در روش کمترین مربعات به منظور برآورد تصحیحات پارامترهای مجھول  $(\delta y, \delta r, \delta p)^T$

$$\hat{\mathbf{d}} = -\mathbf{N}^{-1} \mathbf{U} = -\left[ \sum_{i=1}^n \mathbf{A}_i^T (\mathbf{B}_i^T \mathbf{c}_{\mathbf{l}_i} \mathbf{B}_i + \mathbf{c}_{\mathbf{v}_i})^{-1} \mathbf{A}_i \right]^{-1} \quad (۲۵)$$

$$\left[ \sum_{i=1}^n \mathbf{A}_i^T (\mathbf{B}_i^T \mathbf{c}_{\mathbf{l}_i} \mathbf{B}_i + \mathbf{c}_{\mathbf{v}_i})^{-1} \mathbf{w}_i \right]$$

و برای برآورد پارامترهای مجھول  $(y, r, p)^T$

$$\begin{aligned} &(\hat{y}, \hat{r}, \hat{p})^T \\ &= (y^\circ, r^\circ, p^\circ)^T + (\hat{\delta} y, \hat{\delta} r, \hat{\delta} p)^T \end{aligned} \quad (۲۶)$$

همچنین برآورد ماتریس کوواریانس مجھولات:

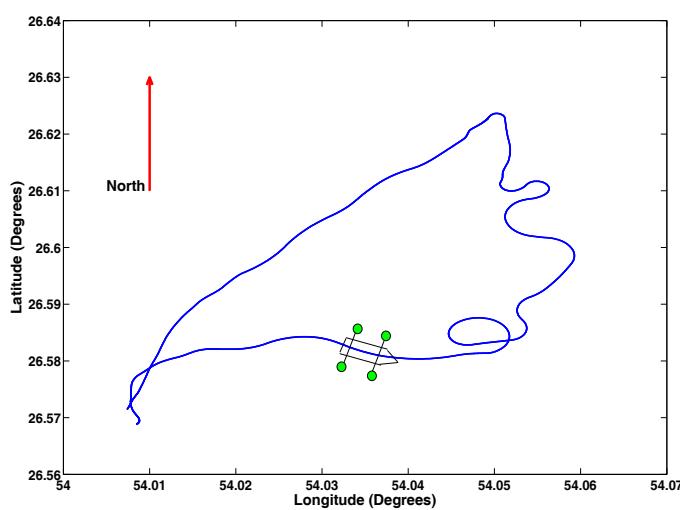
$$\mathbf{C}_{\hat{\mathbf{d}}} = \left[ \sum_{i=1}^n \mathbf{A}_i^T (\mathbf{B}_i^T \mathbf{c}_{\mathbf{l}_i} \mathbf{B}_i + \mathbf{c}_{\mathbf{v}_i})^{-1} \mathbf{A}_i \right]^{-1} \quad (۲۷)$$

در فرایند خطی‌سازی رابطه (۱۸)، نتایج حاصل از روش بخش قبل در حکم مقادیر اولیه  $(y^\circ, r^\circ, p^\circ)$  مورد استفاده قرار می‌گیرند. در روش سرشکنی کمترین مربعات پارامترهای وضعیت شناور، المان‌های قطری معکوس ماتریس نرمال، دقت پارامترهای دورانی برآورد شده را

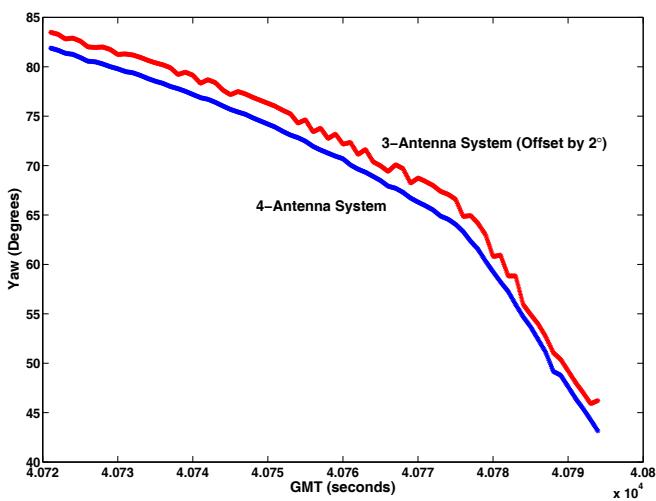
در ادامه همزمانی رایانه ثبت داده‌های وضعیت سنج نسبت به زمان متوسط گرینویچ صورت پذیرفت. همچنین نرخ جمع آوری مشاهدات فاز حامل ۱ ثانیه تنظیم شد. در مرحله پس‌پردازش با توجه به تعداد و هندسه ماهواره‌های مشاهداتی، داده‌های مناسب برای تعیین پارامترهای وضعیت شناور یادشده انتخاب شد. شکل ۴ مسیر حرکت شناور در حین اجرای آزمایش را نشان می‌دهد.

جدول ۱. موقعیت جسم مرجع آنتن‌های GNSS در دستگاه مختصات جسم مرجع.

GNSS	آنتن	x (متر)	y (متر)	z (متر)
	آنتن ۱	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰
	آنتن ۲	۰/۰۰۰	۱۴/۳۸۸	۰/۰۰۰
	آنتن ۳	۱۵/۰۵۲	۰/۱۴۸	۰/۰۰۰
	آنتن ۴	۱۴/۸۹۷	۱۴/۲۵۴	۰/۸۷۰



شکل ۴. مسیر حرکت شناور در حین انجام عملیات میدانی.



شکل ۵. زاویه‌های دوران محاسباتی هدینگ در پیکربندی‌های متعدد از سه (رنگ سرخ) و چهار (رنگ آبی) گیرنده GNSS.

جدول ۲. برآورد دقت پارامترهای وضعیت شناور محاسباتی در پیکربندی‌های مشکل از سه و چهار گیرنده GNSS.

چهار گیرنده GNSS				سه گیرنده GNSS				پیکربندی	
								کمیت آماری	
کمینه	میانگین	میانه	بیشینه	کمینه	میانگین	میانه	بیشینه	دقت برآورد شده پارامترهای وضعیت	پیج
۱۸"	۲۸"	۲۷"	۵۹"	۲۲"	۳۵"	۳۴"	۱۰۲۰"		
۱۸"	۲۸"	۲۹"	۱۱۵"	۲۲"	۳۵"	۳۴"	۱۰۳۱"		رول
۱۲"	۱۷"	۱۶"	۲۲"	۱۵"	۲۴"	۲۳"	۳۴"		هدینگ

شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، نویفهای موجود در پیکربندی مشکل از سه گیرنده GNSS در نتایج حاصل از چهار گیرنده به‌دلیل امکان سرشکنی کمترین مربعات به‌طور قابل ملاحظه‌ای تعدیل شده است. شکل ۶، زاویه‌های دوران محاسباتی پیج با استفاده از مشاهدات فاز حامل در پیکربندی‌های مشکل از سه و چهار گیرنده GNSS را نشان می‌دهد. در این شکل، دوران‌های محاسبه شده در پیکربندی مشکل از سه گیرنده GNSS برای تفکیک از پیکربندی چهار گیرنده‌ای با جابه‌جایی  $0/5$  درجه نمایش داده شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، زاویه‌های دوران محاسبه شده پیج در هر دو پیکربندی یادشده، رفتار به‌نسبت مشابهی دارند.

شکل ۷، زاویه‌های دوران محاسباتی رول را در پیکربندی‌های مشکل از سه و چهار گیرنده GNSS نشان می‌دهد. در این شکل دوران محاسباتی رول در پیکربندی مشکل از سه گیرنده GNSS، به‌طور مشابه شکل‌های قبلی، با جابه‌جایی ۲ درجه‌ای ترسیم شده است. با توجه به شکل ۷، ملاحظه می‌شود که روند تغییرات زاویه‌های دوران محاسبه شده رول در پیکربندی‌های مشکل از سه و چهار گیرنده GNSS تقریباً مشابه‌اند.

در جدول ۳، اطلاعات آماری حاصل از مقایسه مقادیر

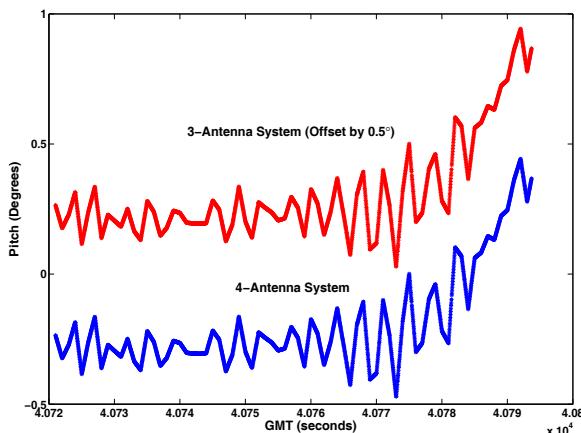
پس از اجرای آزمایش میدانی، مشاهدات فاز حامل مورد پس‌پردازش قرار گرفته و موقعیت نسبی آنتن‌های ۲، ۳ و ۴ نسبت به آنتن ۱ در هر لحظه مشاهداتی و در دستگاه مختصات ترازو محلی تعیین شد. سپس پارامترهای دورانی شناور با استفاده از روش کمترین مربعات برآورد شد.

دوره تناوب داده‌های جمع‌آوری شده در آزمایش میدانی یادشده حدود ۱۰۵ دقیقه، تعداد ماهواره‌های قابل رؤیت در زمان اجرای آزمایش بین هفت تا پانزده ماهواره متغیر بود. در حین اجرای آزمایش، بیشینه سرعت شناور ۱۲ knots و کمینه آن ۵ knots بود. در جدول ۲، اطلاعات آماری مربوط به دقت برآورد پارامترهای وضعیت شناور در هریک از پیکربندی‌های مشکل از سه و چهار گیرنده GNSS آورده شده است. با توجه به این جدول، میانگین دقت محاسبه پارامترهای وضعیت بین ۱۷" الی ۲۸" در پیکربندی مشکل از چهار گیرنده GNSS، و ۲۴" الی ۳۵" در پیکربندی مشکل از سه گیرنده GNSS (آنتن‌های ۱، ۲ و ۳) است.

شکل ۵ زاویه‌های دوران محاسباتی هدینگ در پیکربندی‌های مشکل از سه و چهار گیرنده GNSS را نشان می‌دهد. در این شکل برای تمایز دو نمودار از یکدیگر، دوران‌های محاسبه شده در پیکربندی مشکل از سه گیرنده GNSS با یک جابه‌جایی ۲ درجه‌ای ترسیم

وضعیت محاسبه شده در دو پیکربندی یادشده بین  $2' 43''$  الی  $20' 6''$  و جذر خطای مربعی متوسط بین  $2' 43''$  الی  $21' 26''$  است.

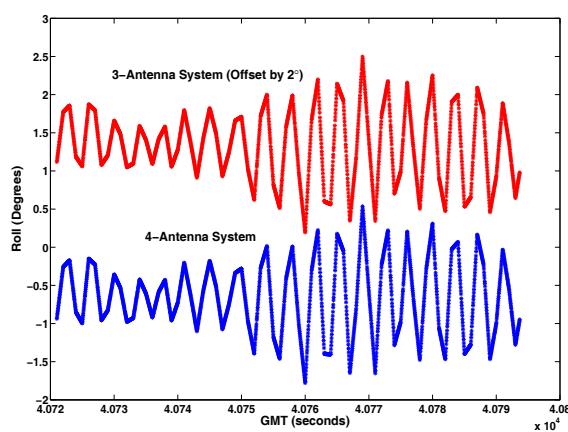
برآورده شده پارامترهای وضعیت شناور در دو پیکربندی مشکل از سه و چهار گیرنده GNSS آورده شده است. با توجه به این جدول، میانگین اختلاف پارامترهای



شکل ۶. زاویه‌های دوران محاسباتی پیچ در پیکربندی‌های مشکل از سه و چهار گیرنده GNSS.

جدول ۳. مقایسه آماری اختلاف پارامترهای وضعیت برآورده شده شناور در سامانه‌های مشکل از سه و چهار گیرنده GNSS.

پارامتر وضعیت	میانگین	میانه	انحراف معیار	جذر خطای مربعی متوسط
پیچ	$3' 20''$	$3' 17''$	$3' 25''$	$4' 46''$
رول	$43''$	$0/1''$	$2' 37''$	$2' 43''$
هدینگ	$6' 20''$	$20''$	$20' 29''$	$21' 26''$



شکل ۷. زاویه‌های دوران محاسباتی رول در پیکربندی‌های مشکل از سه و چهار گیرنده GNSS.

#### ۴ نتیجه‌گیری

در این پژوهش، با اجرای آزمایش میدانی روی شناور هیدرولوگرافی سازمان جغرافیایی، قابلیت به کارگیری گیرندهای GNSS، در پیکربندی‌های سه و چهار گیرنده، به‌منظور تعیین پارامترهای وضعیت در محیط دریایی مورد بررسی واقع شد. نتایج حاصل از این آزمایش نشان می‌دهد که میانگین دقت پارامترهای وضعیت برآورده شده در پیکربندی‌های مشکل از سه و چهار گیرنده GNSS به ترتیب "۲۸" و "۲۵" برای زاویه‌های دوران پیچ، "۳۵" و "۳۵" برای زاویه‌های دوران رول، همچنین "۲۴" و "۱۷" برای هدینگ است. از طرفی جذر خطای مربعی متوسط اختلاف مقادیر برآورده شده پارامترهای وضعیت شناور در دو پیکربندی یادشده، "۴۶" برای دوران پیچ، "۴۳" برای دوران رول، و "۲۶" برای هدینگ است. بر این اساس در مسئله تعیین پارامترهای وضعیت شناور به کمک گیرندهای GNSS، با استفاده از سه گیرنده GNSS با پیکربندی نظری این آزمایش می‌توان به نتایج مناسبی برای برآورده شدن پارامترهای دورانی رول رسید. اما پیکربندی مشکل از چهار گیرنده GNSS در برآورده پارامترهای دورانی هدینگ و پیچ دارای دقت بسیار بیشتری در مقایسه با پیکربندی مشکل از سه گیرنده GNSS است. از این‌رو پیشنهاد می‌شود، به‌منظور اندازه‌گیری هدینگ حتماً از چهار گیرنده و برای پیچ و رول، به‌منظور دستیابی به دقت بهتر، از چهار گیرنده GNSS استفاده شود.

#### تشکر و قدردانی

بدین‌وسیله از همکاری سازمان جغرافیایی وزارت دفاع و پشتیبانی نیروهای مسلح در اجرای عملیات میدانی این تحقیق تشکر و قدردانی می‌شود.

#### منابع

- Alkan, R. M. and Baykal, O., 2001, Survey boat attitude determination with GPS/IMU systems, *Journal of Navigation*, **54**(1), 135-144.
- Cohen, C. E., 1992, Attitude determination using GPS, Ph.D. dissertation, Department of Aeronautics and Astronautics, Stanford University, California, USA.
- Comp, C. J., 1993, Optimal antenna configuration for GPS based attitude determination, proceeding of the ION-GPS'93, The 6<sup>th</sup> International Technical Meeting of ION Satellite Division, Salt Lake City Utah, U.S.A., September, 773-779.
- Krakiwsky, E. J. (Ed.), 1987, Papers for the CISM adjustment and analysis seminars, The Canadian Institute of Surveying and Mapping, Ottawa.
- Lu, G., Cannon, M. E., LaChapelle, G. and Kielland, P., 1994, Attitude determination using dedicated and nondedicated multiantenna GPS sensors, *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, **30**(4), 1053-1059.
- Lu, G., 1995, Development of a GPS multi-antenna system for attitude determination, PhD Thesis, University of Calgary, Canada.
- Martin-Neira, M., Lucas, R. and Martinez, M. A., 1990, Attitude determination with GPS: Experimental results, *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, **5**(9), 24-29.
- Sun, Y.R., Liu, J.Y., Chen, W. and Hu, C.W., 2003, Vessel attitude system for multibeam echosounding, *Nanjing Hangkong Hangtian Daxue Xuebao/Journal of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics*, **35**(4), 356-360.
- Ueno, M., and Santerre, R., 1999, GPS attitude for a berthing guidance system, *Canadian Aeronautics and Space Journal*, **45**(3), 264-269.
- Wang, L., Zhai, G., Zhao, J. and Bao, J., 2006, A new method for vessel attitude determination using GPS, *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, **31**(12), 1071-1074.
- Wertz, J. R. (Ed.), 1978, *Spacecraft attitude determination and control*, Kluwer Academic Publishers, the Netherlands.
- Wilson, G. J. and Tonnemacher, J. D., 1992, A GPS attitude determination system, *Journal of Navigation*, **45**(2), 192-204.