مجلهٔ فیزیک زمین و فضا، دوره ۴۰، شماره ۲، ۱۳۹۳، صفحهٔ ۵۹- ۶۸

درون‌یابی داده‌های لرزه‌ای با مجموعه‌ای از تابع‌های منظم‌ساز جدید

برهان توکلی[۱*]، علی غلامی[۲] و حمیدرضا سیاه‌کوهی[۳]

[۱] کارشناس ارشد ژئوفیزیک، لرزه‌شناسی، گروه فیزیک زمین، موسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران، ایران
[۲] استادیار، گروه فیزیک زمین، موسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران، ایران
[۳] استاد، گروه فیزیک زمین، موسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران، ایران

(دریافت: ۹۲/۱/۳۱، پذیرش نهایی: ۹۲/۱۱/۱۵)

چکیده

در عملیات لرزه اکتشافی اغلب به علت وجود موانع طبیعی، غیرطبیعی و یا صرفه‌جویی در هزینه‌ها، برداشت داده به‌صورت منظم و یک شکل صورت نمی‌گیرد. بنابراین، نیازمندیم تا با روش‌های ریاضی ردلرزه‌های مفقود شده را درون‌یابی و بازسازی کنیم. متاسفانه بسیاری از روش‌های امروزی در پر کردن درست و دقیق مکان ردلرزه های خالی ناتوان هستند. در سال‌های اخیر نظریهٔ نمونه‌برداری فشرده در حل مسئله درون‌یابی و بازسازی داده‌های لرزه‌ای بسیار کارآمد ظاهر شده است. براساس این نظریه می‌توان ثبت‌های لرزه‌ای چشمه مشترک را در یک حوزه تُنُک مناسب (برای مثال حوزه کرولت) و با یک معادلهٔ بهینه‌سازی، بازسازی و درون‌یابی کرد.

در این مقاله از مجموعه‌ای از تابع‌های پتانسیل برای حل مسئله به کمک نظریه نمونه‌برداری فشرده بهره می‌بریم. علاوه بر این روشی نیز برای تعیین پارامتر منظم‌سازی در این گونه مسائل معرفی خواهیم کرد. سپس نتایج را با تابع‌های پتانسیل متفاوت و مرسوم مقایسه می‌کنیم و در انتها بهترین و بهینه‌ترین تابع پتانسیل که منجر به جواب‌های دقیق‌تر می‌شود معرفی خواهد شد.

واژه‌های کلیدی: بازسازی و درون‌یابی لرزه‌ای، نمونه‌برداری فشرده، تُنُکی، تبدیل کرولت

Seismic data interpolation via a series of new regularizing functions

Tavakoli, B.[1], Gholami, A.[2] and SiahKoohi, H. R.[3]

[1] *M.Sc. in Geophysics, Department of Earth Physics, Institute of Geophysics, University of Tehran, Iran*
[2] *Assistant Professor, Department of Earth Physics, Institute of Geophysics, University of Tehran, Iran*
[3] *Professor, Department of Earth Physics, Institute of Geophysics, University of Tehran, Iran*

(Received: 20 Apr 2013, Accepted: 04 Feb 2014)

Summary

Natural signals are continues, therefore, digitizing is an essential task enabling us to use computing tools to process them. According to the Nyquist/Shannon sampling theory, the sampling frequency must be at least twice the maximum frequency contained in the signal which is being sampled; otherwise, some high frequencies may be aliased and result in a bad reconstruction. The Nyquist sampling rate makes it possible to reconstruct the original signal exactly from its acquired samples.

To enhance the efficiency of sampling process, a procedure is to use a high sampling rate. But the huge volume of generated data by this approach is a major challenge in many fields, like seismic exploration, and moreover, sometimes the sampling equipment cannot handle the broad frequency band.

Seismic data acquisition includes sampling in time and spatial directions of a waveform that is generated by some sources like dynamite. Sampling should be done according to a regular pattern of receivers. Nevertheless, generally due to some

* نگارنده رابط: تلفن: ۰۹۳۵۳۳۱۳۶۰۱   E-mail: borhan.tavakoli@ut.ac.ir

acquisition obstacles seismic data sets are irregularly sampled in spatial direction(s). This irregularity causes a low quality seismic images that contain artifacts and missing traces.

One of the approaches that have been developed to deal with this defect is interpolation of the acquired data according to a regular grid. Through the interpolation we can achieve an estimation of the fully sampled desired signal. This approach can also be as a tool to design an acquisition geometry which is sparser and results in more cost effective survey.

Compressive sensing (CS) theory has been developed helping us to sample data below Nyquist sampling rate while being able to reconstruct them by considering the solution of an optimization problem. This theory claims that the signals/images that can be presented sparsely under a pre-specified basis or frame can be reconstructed accurately from a few numbers of its samples. The principle of the CS is based on the Tikhonov regularization like equation (eq. 1) which utilizes sparsifying regularization terms. In equation (1), the CS sampling operator, $A = SMC^{-1}$, contains three elements: (i) a sparsifying transform $\boldsymbol{C}$ which provides a sparse presentation of signals/images according to the used basis, (ii) measurement matrix M which for seismic issue is identity matrix, and (iii) under sampling operator $\boldsymbol{S}$ which is incoherent with sparsifying operator $\boldsymbol{C}$.

Curvelet transform contains a frame set whose elements have a great correlation with curve-like reflection events presented in seismic data and can provide a sparse presentation of seismic images. The under sampling scheme used in this paper is Jitter that allows controlling the maximum gap size between known traces. Another commonly used under sampling scheme is Gaussian random or binary random. Since under sampling appearance in frequency domain is a Gaussian random noise, the interpolation problem can be treated as a nonlinear de-noising problem. Curvelet frames are an optimal choice for this purpose.

The sparsity regularization plays a leading role in CS theory. This approach has also been effectively applied on other problems like de-noising and de-convolution. There are a wide range of functions that can impose sparsity in regularization equation. The performance of these functions to interpolate an incomplete data is related to their ability in coherency with initial model properties. There are a variety of potential functions and the l_1-*norm* is the well-known and commonly used of them. But still a comprehensive study to find out which of them is more efficient for seismic image reconstruction is necessary. This defect is because of absence of a general potential function. Here we use a general potential function which enables us to compare the efficiency of a wide range of potential functions and find the optimum one for our problem. This regularization function incudes l_p-*norm* functions and others as its especial cases which are presented in Table 1. This general function covers both convex and non-convex regularization functions. In this paper we use the potential function to compare the efficiency of different approaches in CS algorithm.

Through solving regularization problems a controversial part is setting the best regularization parameter, $\tau \in R^+$. Here due to redundancy of curvelet transform, assigning a proper parameter will face some difficulties. Many approaches like *L-curve, Stain's unbiased risk estimate (SURE), and generalized cross validation (GCV)*, face some difficulties in finding this parameter. Therefore, we inclined to use some nonlinear approaches, such as *NGCV (Nonlinear GCV)* and *WSURE (Weighted SURE).*

The efficiency of the mentioned methods for estimating regularization parameter and choosing the best potential function is evaluated by considering a synthetic noisy seismic image. By under-sampling this image and removing more than 60% of its traces, the initial/observed model will be reconstructed. This imperfect image serves as our acquired seismic data. In solving equation (1) we use a forward-backward splitting recursion

algorithm. Finally through this algorithm we could reach the optimum potential function and a method to estimate the regularization parameter.

Keywords: Seismic data interpolation/reconstruction, Compressive sensing, Sparsity, Curvelet transform

۱ مقدمه

در طبیعت بسیاری از سیگنال‌ها پیوسته‌اند و برای اینکه بتوان آنها را با رایانه و دیگر وسایل الکترونیکی پردازش کرد بایستی آنها را از حالت مانسته و پیوسته به رقمی تبدیل کرد. بدین منظور سیگنال مدنظر را با فواصل منظم نمونه‌برداری می‌کنیم، به‌گونه‌ای که با کنار هم گذاشتن نمونه‌ها به تقریب قابل قبولی از سیگنال اولیه برسیم. این نمونه‌برداری طبق نظریه شانون نایکویست (Nyquist-Shannon) بایستی با بسامدی که حداقل دو برابر بزرگ‌ترین بسامد سیگنال اولیه است، صورت گیرد تا بتوان با کنار هم گذاشتن نمونه‌های برداشت شده عیناً به سیگنال اولیه دست یافت. در برداشت یک ثبت لرزه‌ای (در این نوشتار منظور از ثبت لرزه ای، ثبت چشمه مشترک است) هدف دریافت شکل موجی است که از مواد منفجره یا ویبراتور در زمین منتشر می‌شود و گیرنده‌هایی که روی زمین قرار داده می‌شوند نقش نمونه‌بَردار را دارند. بنابراین طبق نظریه شانون نایکویست اگر چیدمان گیرنده‌ها از نظم پیش‌گفته پیروی نکند ثبت به‌دست آمده و بازسازی شده از این نمونه‌برداری ثبتی است که شامل رخدادهای غیر واقعی فراوانی است. علت این امر، ظهور پدیده دگرنامی است. در عمل، به علت وجود موانعی مانند رودخانه‌ها، سازه‌های بشری و مانند آن دست‌یابی به این نظم در برداشت‌های لرزه‌ای ممکن نیست و گاهی نیز این رعایت نظم نیازمند استفاده از تعداد زیادی گیرنده است که این موضوع صرفه اقتصادی ندارد. در این شرایط است که نیاز به روش‌های درون‌یابی داده‌های لرزه‌ای برای بازسازی ردلرزه‌های برداشت نشده، احساس می‌شود.

تا به امروز روش‌های بسیاری برای درون‌یابی معرفی شده‌اند که آنها را می‌توان به سه دسته تقسیم کرد: ۱- روش‌های بر مبنای عملگرهای شبه‌مهاجرت (استوِس و فومل، ۱۹۹۳؛ اسکواب، ۱۹۹۳)، ۲- روش‌های بر پایه فرمول‌بندی مسئله درون‌یابی با الگوریتم‌های تکرار شونده (کلربوت، ۱۹۹۲؛ اسپیتز، ۱۹۹۱) و ۳- روش‌های بر پایه تبدیلات خاص مانند فوریه و مانند آن (ساشی و اُلریچ، ۱۹۹۶؛ دویجندام و اسکونیویل، ۱۹۹۹). ولی این روش‌ها به علت وابستگی به پارامترهای زمین مثل سرعت لایه‌ها و نظیر آن، همیشه جواب مناسبی ندارند. امروزه با معرفی نظریه نمونه‌برداری فشرده این مشکلات تا حدی برطرف شده است.

۲ روش‌شناسی

۲-۱ نظریه نمونه‌برداری فشرده

نظریه نمونه‌برداری فشرده (Compressive Sensing) بر خلاف نظریه شانون نایکویست، الزامی برای نمونه‌برداری منظم از یک سیگنال یا تصویر ندارد. طبق این نظریه اگر یک سیگنال یا تصویر تحت تبدیل خاصی دارای تعداد اندکی ضریب غیر صفر باشد، یا به بیان دیگر تُنُک (Sparse) باشد، می‌توان با تعداد کمی از این ضرایب سیگنال اولیه را با تقریب خوبی بازسازی کرد.

این نظریه بر مبنای حل یک معادله بهینه‌سازی حاصل می‌شود:

$$\hat{x}(\tau) = \arg\min_{x} \|Ax - y\|_2^2 + \tau \sum_i \varphi(x_i) \qquad (۱)$$

که در اینجا، سمت چپ معادله، $\hat{x} \in R^{n\times 1}$ مدل برآورد

برای سیگنال، $y \in R^{m\times 1}$ داده برداشت شده در عملیات و $A \in R^{m\times n}$ عملگری است که شامل عملگرهای نمونه‌بردار و تُنُک‌کننده است. تابع φ تابع پتانسیل و $\tau \in R^{+}$ پارامتر منظم‌ساز خوانده می‌شود. $\chi \in R^{n\times 1}$ نیزسیگنال مطلوب ما است که از آن نمونه‌برداری می‌کنیم. در اینجا همواره $m < n$ است که این موضوع مسئله درون‌یابی را به یک مسئله فرومعیّن (underdetermined) تبدیل می‌کند (غلامی، ۱۳۸۸).

برای حل این مسئله از تابع‌های پتانسیل متفاوتی استفاده می‌شود که از مهم‌ترین و پُرکاربردترین آنها می‌توان به موارد ذکر شده در جدول ۱ اشاره کرد. تابع‌های پیش‌گفته هرکدام معایب و مزایایی دارند و نیاز به بررسی جامع برای معرفی بهترین و مناسب‌ترین تابع پتانسیل احساس می‌شود. برای دست‌یابی به این هدف از یک تابع پتانسیل جدید (غلامی و حسینی، ۲۰۱۱) بهره می‌بریم که به‌صورت رابطه (۲) است:

$$\varphi_q^p(x) = \begin{cases} \frac{1}{q}(1-(|x|^p+1)^{-q}) & if \;\; q \neq 0 \\ \ln(|x|^p+1) & if \;\; q = 0 \end{cases} \qquad (۲)$$

که در اینجا، $p \in (0,2],\ q \in [-1,+\infty)$ و $x \in R$ است. همان‌گونه که در جدول ۱ می‌بینیم این تابع کلی، برای مقادیر تعریف شده (p,q) به تابع‌های متفاوتی تبدیل می‌شود. اکنون با این تابع کلی می‌توان بازسازی و درون‌یابی را برحسب طیف وسیعی از تابع‌های پتانسیل عملی ساخت.

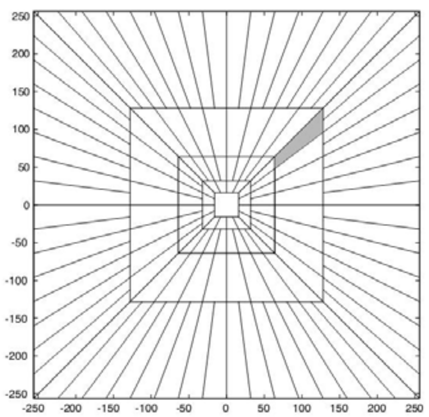
۲-۲ تبدیل تُنُک‌کننده: کرولت

همان‌گونه که در بخش قبل توضیح داده شد، در فرایند بازسازی و درون‌یابی یک ثبت لرزه‌ای براساس نظریه نمونه‌برداری فشرده نیازمند تنک کردن سیگنال ورودی به الگوریتم هستیم. با توجه به ماهیت سیگنال‌های لرزه‌ای و هذلولی بودن رویدادهای موجود در ثبت‌های لرزه‌ای در برداشت‌های چشمه مشترک و نقطه میانی مشترک، تبدیل کرولت(Curvelet) (کندس و همکاران، ۲۰۰۵؛ استارک و همکاران، ۲۰۰۲) برای نیل به این هدف، بسیار مناسب است. بنابراین در عمل، عملگر A را می‌توان به‌صورت $A = SC^{-1}$ معرفی کرد که S عملگر نمونه‌بردار و C نماینده تبدیل کرولت است.

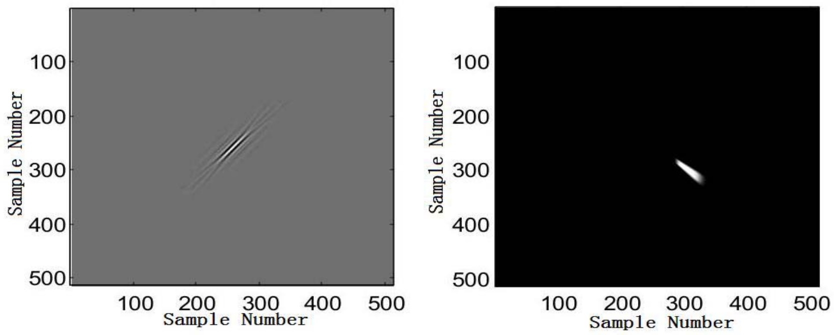
ضرایب تبدیل کرولت حاصل‌ضرب داخلی کرولت‌ها با ثبت لرزه‌ای‌اند و همه کرولت‌ها در مقیاس 2^{-j} با انتقال و چرخش یک کرولت مادر Ψ_j حاصل می‌شوند. کرولت‌ها با پنجره‌بندی صفحه زمان-بسامد در راستای شعاع و زاویه به‌دست می‌آیند. هر تکه بیانگر یک کرولت است (شکل ۱).

جدول ۱. مثال‌هایی از تابع‌های پتانسیل پُرکاربرد به‌دست آمده از مقداردهی تابع پتانسیل کلی.

p	q	نمایش تابع پتانسیل $\varphi_q^p(x)$
1	-1	$\|x\|$
2	0	$\ln(x^2+1)$
2	1	$\frac{x^2}{x^2+1}$
1	1	$\frac{\|x\|}{\|x\|+1}$



شکل ۱. پنجره‌بندی صفحه بسامد برای به‌دست آوردن کرولت‌ها. قسمت تیره‌رنگ معادل یک کرولت است.



(ب) (الف)

شکل ۲. (الف) نمایش کرولت $\Psi_{4,16,(23,34)}$ در حوزه بسامد و (ب) کرولت پیش‌گفته در حوزه مکان.

از نظر ریاضی رابطه بین کرولت مادر و کرولت‌های در مقیاس 2^{-j} به‌صورت زیر است:

$$\Psi_{j,l,k} = \Psi_j(R_{\theta_l}(x - x_k^{j,l})) \qquad (۳)$$

که R ماتریس دوران و $x_k^{j,l} = R_{\theta_l}^{-1}(k_1 2^{-j}, k_2 2^{-j/2})$. مقدار j با توجه به تصویر اولیه به‌دست می‌آید، زیرنویس l نیز مربوط به تغییرات زاویه است به‌صورتی که $\theta_l = 2\pi.2^{-\lfloor j/2 \rfloor}.l,\ l = 0,1,2,...$ و $k = (k_1, k_2) \in Z^2$ پارامتر مکان است. در شکل ۲ می‌توان یک کرولت و معادل آن در حوزه بسامد را مشاهده کرد.

ضرایب کرولت نیز از ضرب داخلی المان‌های تصویر f با کرولت $\Psi_{j,l,k}$ به‌دست می‌آیند:

$$c_{j,l,k} = \langle f, \Psi_{j,l,k} \rangle = \int f(x)\overline{\Psi}_{j,l,k}(x)dx \qquad (۴)$$

۲-۳ انتخاب پارامتر منظم‌سازی

در حل مسائل فرومعیّن براساس منظم‌سازی، یکی از اصلی‌ترین قدم‌ها پیدا کردن بهترین مقدار برای پارامتر منظم‌سازی است. مقدار این پارامتر تاثیر بسیار زیادی بر جواب نهایی حاصل از معادله (۱) خواهد داشت و درنتیجه انتخاب روشی که بتواند بهینه‌ترین مقدار را معرفی کند بسیار مهم است. از جمله روش‌های مرسومی که در این راستا به کار برده می‌شود می‌توان به روش‌هایی مثل GCV (*generalized cross validation*), SURE (*Stain's unbiased risk estimate*), L Curve, Discrepancy principle اشاره کرد. این روش‌ها را می‌توان به دو دسته روش‌های بر پایه اطلاعات نوفه مانند SURE و روش‌های بر پایه تغییرات اجزای سمت راست معادله (۱)، مانند GCV، تقسیم کرد. توانایی پاسخ‌گویی این روش‌ها متاثر از چندین پارامتر است که از جمله آنها می‌توان به سطح نوفه، همگرایی روش‌ها، داده‌های ورودی و همواری اجزای سمت راست معادله (۱)، اشاره کرد.

همان‌گونه که اشاره شد، در این مسئله از تبدیل کرولت استفاده شده است که این موضوع سبب ایجاد افزونگی در مسئله می‌شود. منظور از افزونگی، زیاد شدن تعداد پارامترهای داده ورودی تحت این تبدیل است. علت این موضوع به تلاش تبدیل کرولت در پوشش زاویه‌ای و بسامدی گسترده باز می‌گردد. این نکته باعث می‌شود که بسیاری از روش‌های معمول در معرفی یک مقدار بهینه برای پارامتر منظم‌ساز دچار ضعف شوند. یکی از روش‌های بسیار پُرکاربرد روش GCV است. در حالتی که خروجی مسئله بازسازی را بتوان به‌صورت اِعمال یک تبدیل خطی بر داده ورودی، $y \in R^{m\times 1}$، در نظر گرفت، این روش بسیار کارآمد است. ولی در حالتی که مسئله به‌صورت تبدیل غیر خطی باشد بایستی از نسخه غیر خطی آن، NGCV استفاده کرد. فرمول‌بندی عرضه شده برای

این کمیت به‌صورت معادله (۵) است (رامنی و همکاران، ۲۰۱۲):

$$NGCV(\tau)=\frac{m^{-1}\|y-A\hat{x}(\tau)\|_2^2}{(1-m^{-1}tr\{AJ(\hat{x}(\tau),y)\})^2} \quad (۵)$$

با به‌دست آوردن $\hat{x}(\tau)$ به‌ازای پارامتر منظم‌ساز τ می‌توان مقدار NGCV را برحسب این پارامتر رسم کرد. پارامتر منظم‌ساز مناسب منجر به کمینه شدن مقدار NGCV خواهد شد. در رابطه بالا $J(\hat{x},y)\in R^{n\times m}$ بیانگر مقدار ژاکوبی خروجی برآورد نسبت به داده ورودی است. در مخرج کسر نیازمند محاسبه مقدار ردلرزه‌ای $AJ(\hat{x},y)$ هستیم. در ادامه خواهیم دید که به علت افزونگی زیاد مسئله، این روش نیز قادر به عرضه مقداری بهینه برای پارامتر منظم‌ساز نیست. پیرو این مشکل و پاسخ‌گو نبودن NGCV، از روش SURE استفاده می‌کنیم، روشی که براساس اطلاعات سطح نوفه است.

به بیان ساده می‌توان بهترین پارامتر منظم‌سازی را آن پارامتری معرفی کرد که به‌ازای آن کمترین مقدار مربعات خطا (MSE) را داشته باشیم. در واقع می‌توان MSE را تابعی از پارامتر منظم‌ساز بیان کرد: $MSE(\tau)=\|x-\hat{x}(\tau)\|_2^2$ ولی به علت نبود دسترسی به تصویر اولیه x در عمل، این روش کاملا متنفی است. ولی می‌توان با تعریف عباراتی که برآوردی هستند از مقدار MSE ، این مشکل را حل کرد. روش SURE در واقع برآوردی است از مقدار کمترین مربعات خطا برای حالتی که میزان انحراف معیار، σ، قابل محاسبه است. این روش برای حالتی که با یک مسئله فرومعیّن روبه‌رو هستیم به‌صورت وزن‌دار،WSURE، تعریف شده است (رامنی و همکاران، ۲۰۱۲) و به‌صورت معادله (۶) فرمول‌بندی می‌شود:

$$\mathrm{WSURE}(\tau)=\mathrm{m}^{-1}\|\mathrm{y}-\mathrm{A}\hat{\mathrm{x}}(\tau)\|_{\mathrm{w}}^2-\frac{\sigma^2}{\mathrm{m}}\mathrm{tr}\{\mathrm{W}\}+\frac{2\sigma^2}{\mathrm{m}}\mathrm{tr}\{\mathrm{WAJ}(\hat{\mathrm{x}}(\tau),\mathrm{y})\} \quad (۶)$$

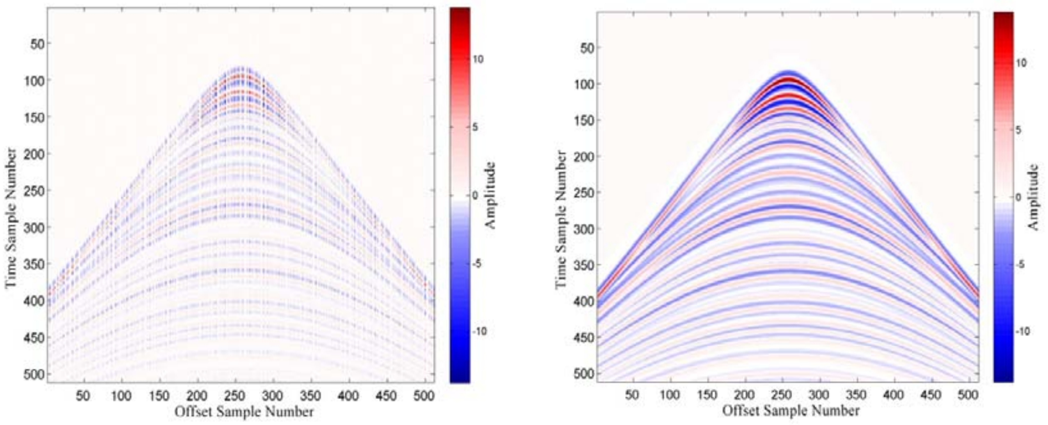
که $\|x\|_W^2\overset{\Delta}{=}x^HWx$ و W ماتریس وزن‌دهی است. در اینجا نیز نیازمند محاسبه مقدار ژاکوبی، خروجی برآورد شده نسبت به داده ورودی هستیم. بالانویس H معرف عملگر ارمیتی است. مانند روش NGCV با به‌دست آوردن $\hat{x}(\tau)$ به‌ازای τ می‌توان مقدار WSURE را برحسب این پارامتر رسم کرد و کمینه‌کننده آن را به مثابه پارامتر منظم‌ساز مناسب معرفی کرد. در ادامه خواهیم دید که این روش جواب‌های بسیار قابل‌قبول‌تری نسبت به دیگر روش‌ها به‌دست می‌دهد.

۳ اِعمال روش‌ها بر ثبت لرزه‌ای

تاکنون روش‌های موجود برای حل رابطه (۱) از تابع‌هایی استفاده می‌کرده‌اند که در جدول ۱ آورده شده‌اند. با معرفی تابع پتانسیل کلی (غلامی و حسینی، ۲۰۱۱)، رابطه (۲)، می‌توان بررسی جامع‌تری در حل مسئله درون‌یابی و بازسازی ثبت‌های لرزه‌ای داشت. برای به‌دست آوردن یک چارچوب به‌منظور حل مسئله درون‌یابی داده لرزه‌ای، ابتدا نیازمندیم که بهتربن تابع پتانسیل و مناسب‌ترین الگوریتم تولید پارامتر منظم‌سازی را تعیین کنیم. بدین منظور این مسئله با استفاده از تابع کلی $\varphi_q^p(x)$ روی یک ثبت لرزه‌ای مصنوعی با نسبت سیگنال به نوفه ۲۰ دسی‌بل و با ابعاد ۵۱۲×۵۱۲ مورد بررسی قرار گرفت. با حذف تصادفی بیش از ۶۰٪ ردلرزه‌های ثبت پیش‌گفته، یک نسخه ناکامل از ثبت موردنظر حاصل می‌شود که درحکم ورودی و ثبت برداشت شده ناقص در عملیات، شکل ۳، وارد الگوریتم درون‌یابی می‌شود. این الگوریتمی است با هدف بازیابی و بازسازی ردلرزه‌ها مفقود شده در ثبت. برای حل معادله (۱) از یک الگوریتم بازگشتیِ شکافتیِ جلورونده–عقب‌رونده (forward-backward splitting recursion) استفاده می‌شود (غلامی و حسینی، ۲۰۱۱). از مقدار سیگنال به نوفه، درحکم ملاکی در تشخیص بهینه‌ترین مقدار برای p و q و پارامتر منظم‌ساز بهره گرفته شده است. نتایج به‌دست آمده، شکل ۴، بهینه‌ترین

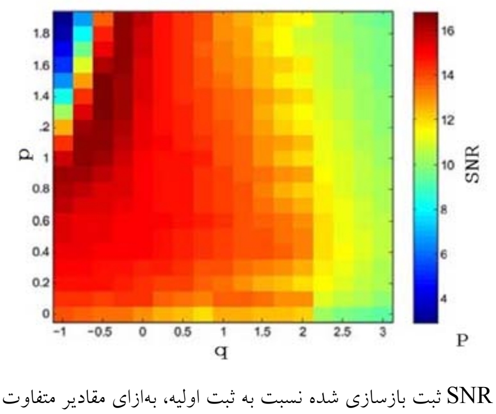
مقادیر (p, q) را که سبب بهترین بازسازی می‌شوند، تقریباً (۰/۴-، ۱/۴) معرفی می‌کند که تابع پتانسیل معادل آن $\varphi(x)=(1/q)(1-(|x|^{p}+1)^{-q})$ است. در اینجا برای افزایش دقت بازسازی، مقدار پارامتر منظم‌سازی را در یک بازه محدود قرار می‌دهیم و برای هر p,q خاص مسئله را به‌ازای این مقادیر پارامتر حل می‌کنیم. سپس بهترین پارامتر را مقداری در نظر می‌گیریم که به‌ازای آن بیشترین مقدار سیگنال به نوفه حاصل می‌شود.

برای بررسی الگوریتم‌های پیش‌گفته در پیدا کردن مقدار بهینه پارامتر منظم‌سازی مجدداً از ثبت‌های لرزه‌ای مصنوعی آغشته به نوفه بهره می‌بریم. در شکل‌های ۵ و ۶ می‌توان نسبت سیگنال به نوفه ثبت بازسازی شده را برای چند تابع پتانسیل مشاهده کرد. نزدیک‌ترین تقریب پارامتربه روش WSURE به‌دست آمده است و بیشترین مقدار نسبت سیگنال به نوفه نیز از تابع پتانسیل بهینه‌ای که در بالا به آن اشاره شد کسب شده است. برای به‌دست آوردن این مقدار از تعریف $SNR=20\log_{10}(\frac{\|x\|_2}{\|x-\hat{x}\|_2})$ استفاده شده است که صورت کسر بیانگر نُرم ۲ داده اولیه و مخرج کسر بیانگر نُرم ۲ تفاضل داده اولیه و خروجی است. در اینجا پارامترهای منظم‌سازی ایدئال برای بیشترین نسبت سیگنال به نوفه، که با دایره مشخص شده‌اند، براساس جست‌وجوی گستره‌ای از مقادیر ممکن برای پارامتر حاصل به‌دست آمده‌اند.

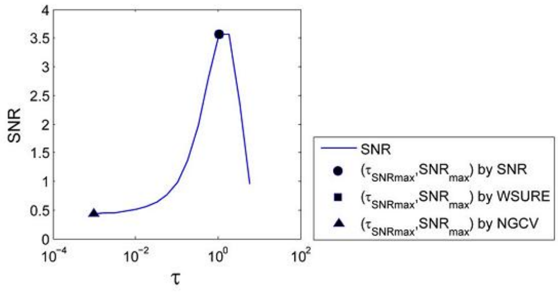


(الف) (ب)

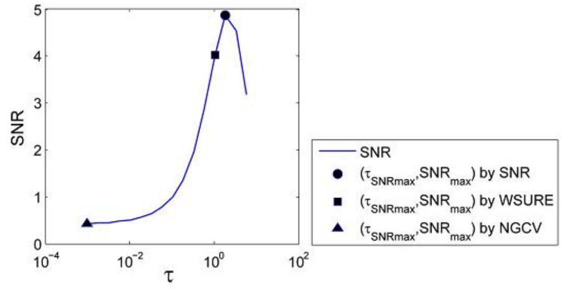
شکل ۳. (الف) ثبت لرزه‌ای اولیه آغشته به نوفه است و در (ب) بیش از ٦٠٪ ردلرزه‌های آن حذف شده است.



شکل ٤. تغییرات مقدار SNR ثبت بازسازی شده نسبت به ثبت اولیه، به‌ازای مقادیر متفاوت p و q برای تابع $\varphi(x)$.



(الف)



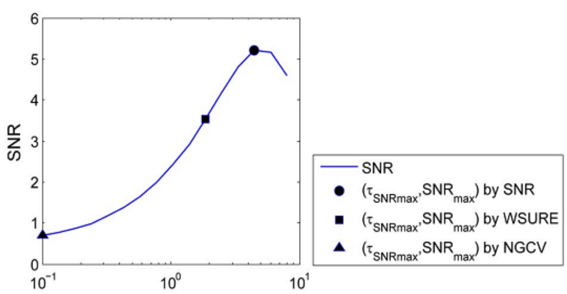
(ب)

شکل ۵. مقادیر پیشنهادی ($\tau_{SNR\ max}$, SNR_{max}) برطبق خروجی‌های SNR, WSURE, NGCV برای (الف) φ_{-1}^{1} و (ب) $\varphi_{-0.4}^{1.4}$.

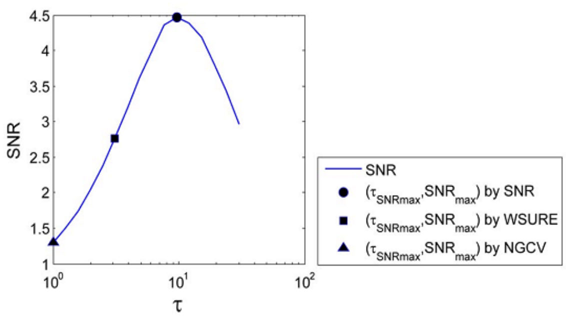
قابل ذکر است که در شکل ۵–الف مقادیر پیشنهادی برای پارامتر منظم‌سازی از راه WSURE و SNR برهم منطبق‌اند ولی نسبت به حالت مربوط به تابع پتانسیل بهینه، $\varphi_{-0.4}^{1.4}$، مقدار کمتری برای نسبت سیگنال به نوفه دارند.

بازسازی ثبت پیش‌گفته با بهینه‌ترین تابع پتانسیل و پارامتر منظم‌ساز حاصل از روش WSURE را در شکل ۷–الف، می‌توان مشاهده کرد. در شکل ۷–ب همین فرایند برای یک تابع پتانسیل دیگر نیز تکرار شده است. همان‌گونه که دیده می‌شود تابع پتانسیل بهینه معرفی شده، نسبت سیگنال به نوفه بیشتری را نشان داده است.

همین مراحل را برای بازسازی داده‌های واقعی نیز می‌توان اجرا کرد. در شکل ۸–الف یک مقطع چشمه مشترک آورده شده است. نمونه‌برداری مکانی این مقطع با فاصله ۱۵ متر و نمونه‌برداری زمانی آن با فاصله زمانی ۴ میلی‌ثانیه صورت گرفته است. در شکل ۸–ب می‌توان نسخه نمونه‌برداری شده مقطع اولیه را مشاهده کرد که ۵۰٪ ردلرزه‌ای آن به‌صورت تصادفی حذف شده‌اند. در شکل ۸–پ مقطع بازسازی شده با استفاده از تابع پتانسیل $\varphi_{1.5}^{1.5}$ آورده شده است و درنهایت در شکل ۸–ت نیز می‌توان تفاضل مقطع اولیه و بازسازی را مشاهده کرد. لازم به ذکر است که علت استفاده از این تابع خاص نشان دادن توانایی الگوریتم در استفاده از تابع‌هایی است که نه محدب‌اند و نه مقعر، به بیان دیگر، می‌توان این‌گونه مسائل را با استفاده از این تابع کلی براساس طیف وسیعی از تابع‌های پتانسیل حل کرد و به بهترین نتیجه رسید که در این مسئله، تابع $\varphi_{1.5}^{1.5}$ منجر به جوابی قابل قبول می‌شود.

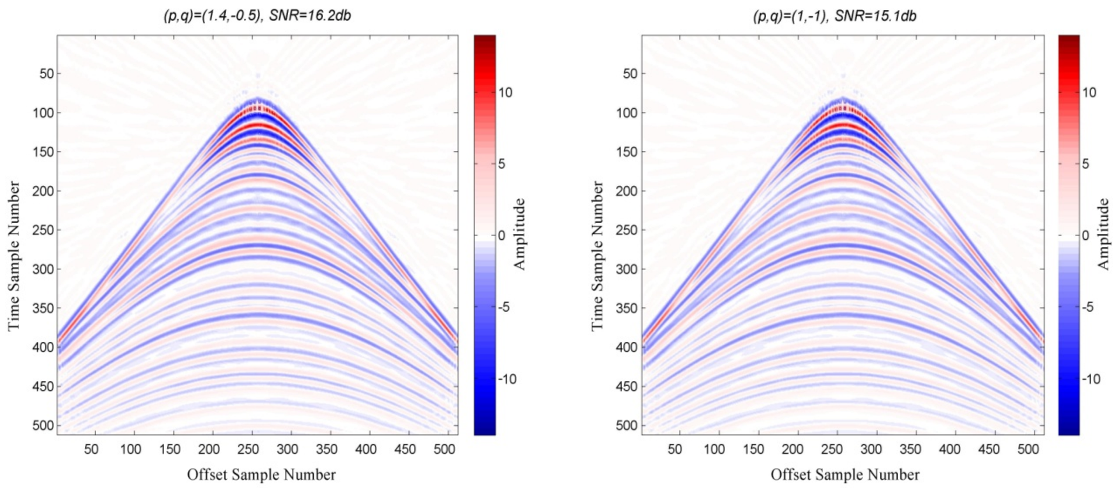


(الف)

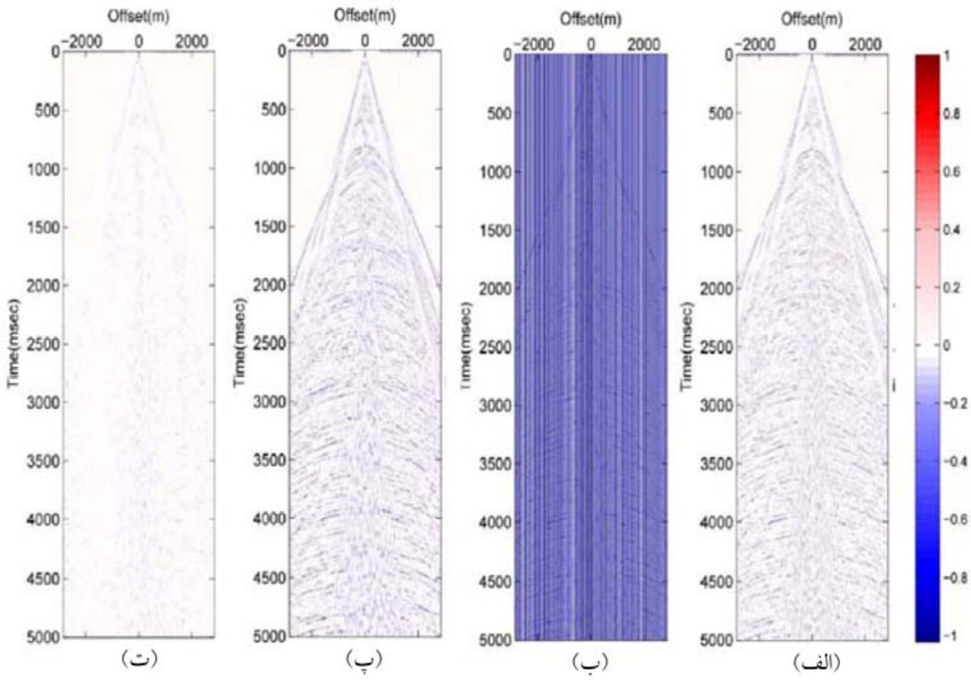


(ب)

شکل ٦. مقادیر پیشنهادی $(\tau_{SNR\max}, SNR_{\max})$ برطبق خروجی‌های SNR, WSURE, NGCV برای φ_{0}^{1} (الف) و φ_{1}^{1} (ب).



شکل ۷. بازسازی شکل ۳–ب، با استفاده از تابع، (الف) φ_{-1}^{1}، SNR=15.1db و تابع پتانسیل، (ب) $\varphi_{-0.5}^{1.4}$، SNR=16.2db.



شکل ۸. بازسازی یک مقطع چشمه مشترک واقعی. (الف) مقطع اولیه، (ب) مقطع ۵۰٪ نمونه‌برداری شده، (پ) مقطع بازسازی شده و (ت) تفاضل بین مقطع اولیه بازسازی شده.

۴ نتیجه‌گیری

با توجه به نتایج می‌توان دید که الگوریتم‌های بازسازی ثبت‌های لرزه‌ای که امروزه اغلب براساس تابع‌های پتانسیل نُرم ۱ حل می‌شوند، با استفاده از تابع پتانسیل‌های جدیدتر می‌توانند بسیار بهینه و دقیق‌تر جواب دهند. علاوه بر این، روش WSURE را می‌توان روشی برای یافتن پارامتر منظم‌سازی برای این‌گونه مسائل قرار داد. این روش یافتن پارامتر منظم‌ساز به علت حساسیت به میزان سیگنال به نوفه، روش کاملاً ایده‌آلی نیست و البته از طرفی هم به علت افزونگی زیاد مسئله و به‌شدت فرومعیّن بودن آن

(مسئله درون‌یابی یک مسئله فرومعیّن است و افزونگی تبدیل کرولت فرومعیّن بودن مسئله را شدت می‌بخشد) روش مناسب‌تری نیز تعریف نشده است. امروزه با بهره بردن از این روش بازسازی و درون‌یابی و به کارگیری اصول نظریه نمونه‌برداری فشرده در طراحی عملیات لرزه‌ای، می‌توان برداشت‌های تُنک‌تر و در نتیجه ارزان‌تر را عملی ساخت، بدون اینکه اطلاعات زیادی از زمین را از دست بدهیم.

مراجع

غلامی، ع.، ۱۳۸۸، منظم‌سازی مسائل بدوضع بر مبنای تُنکی، رساله دکتری، موسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران.

Candes, E., Demanet, L., Donoho, D. and Ying, L., 2005, Fast discrete curvelet transforms, Department of Statistics, Stanford University, Stanford, CA 94305, http://authors.library.caltech.edu.

Claerbout, J. F., 1992, Earth soundings analysis: Processing versus inversion, Blackwell Scientific publishing, Hoboken, New Jersey.

Duijndam, A. J. W. and Schonewille, M. A., 1999, Reconstruction of band-limited signals, irregularly sampled along spatial direction, Geophysics, **64**, 524-538.

Golami, A. and Hosseini, S. M., 2011, A general framework for sparsity based denoising and inversion, IEEE Trans, signal processing, **59**(11), 5202-5211.

Ramni, S., Lio, Zh., Rosen, J., Nielsen, J. F. and Fessler, J. A., 2012, Regularization parameter selection for nonlinear iterative image restoration and MRI reconstruction using GCV and SURE-Based methods, IEEE Trans, Image processing, **21**(8), 3659-3672.

Sacchi, M. D. and Ulrych, T. J., 1996, Estimation of the discrete Fourier transform a linear inversion approach, Geophysics, **61**, 1128-1136.

Schwab, M., 1993, Shot gather continuation, Technical Report, 77, SEP.

Spitz, S., 1991, Seismic trace interpolation in the f-x domain, Geophysics, **56**, 785-794.

Starck, J. L., Candes, E, J. and Donoho, D, L., 2002, The curvelet transform for image denoising, IEEE Trans, Image processing, **11**(6), 670-684.

Stovas, A. M. and Fomel, S. B., 1993, Kinematically equivalent DMO operators, Russian Geology and Geophysics, **37**, 102-113.