

یک مطالعه عددی تولید امواج درونی در اثر برهمکنش مدهای فشارورد جزر و مدی با توپوگرافی کف در خلیج عمان و تنگه هرمز با استفاده از مدل iTides

محمد رضا خلیل آبادی*

استادیار دانشگاه صنعتی مالک اشتر، شیراز، ایران

(دریافت: ۹۴/۷/۱۳، پذیرش نهایی: ۹۵/۳/۲۵)

چکیده

بخش عمده‌ای از انرژی جزرومدی از راه برهمکنش جریان‌های جزرومدی با توپوگرافی بستر مستهلک می‌شود. خلیج عمان، دریای حاشیه‌ای و دارای توپوگرافی متغیر است که مؤلفه جزرومدی غالب در آن مؤلفه نیمه‌روزانه M2 است. در این پژوهش، برهمکنش جریان جزرومدی فشارورد با توپوگرافی بستر ارزیابی می‌شود. این پدیده منجر به شکل‌گیری جزرومد درونی می‌شود. از آنجا که مؤلفه نیمه‌روزانه M2 غالب است، بنابراین این مؤلفه نیروی غالب برای شکل‌گیری جزرومد داخلی در خلیج عمان است. در این مقاله، یک مدل‌سازی عددی جزرومد درونی ناشی از مؤلفه نیمه‌روزانه M2 ارائه شده است. که با مدل عددی iTides اجرا شده است. این مدل همه مؤلفه‌های نظری مورد نیاز برای تولید میدان جزرومد درونی را بر مبنای مجموعه‌ای از پارامترهای سامانه ترکیب می‌کند. چیدمانی مدل با تعیین مسیر فایل توپوگرافی شروع می‌شود. سپس، لایه‌بندی چگالی به مدل اعمال شده و در مرحله نهایی تعیین بسامد جزرومدی و بسامد کوریولیس است. پس از اجرای این مراحل، شکل توپوگرافی و نیمرخ لایه‌بندی قابل مشاهده خواهد بود. تولید جزرومد درونی با اجرای مدل عددی iTides که مدلی فشارورد است و اعمال یک جریان جزرومدی نوسانی با دوره نیمه‌روزانه صورت گرفته است. نتایج مدل‌سازی، شکل‌گیری جزرومد درونی را نشان می‌دهد که وقتی به آب کم عمق می‌رسد طول موج آن کاهش می‌یابد. بر طبق نیمرخ‌های بررسی شده بسامد پایداری، لایه‌بندی چگالی خلیج عمان قویاً پایدار است و این خلیج را مستعد شکل‌گیری جزرومد درونی می‌سازد. طول موج جزرومد درونی از مرتبه ده‌ها کیلومتر است که وقتی به ناحیه کم عمق می‌رسد به مرتبه یک کیلومتر کاهش می‌یابد. در نتایج این تحقیق، اتلاف انرژی روی توپوگرافی قابل مشاهده است. بیشترین انرژی جزرومد درونی مربوط به مدهای اولیه است. این پدیده در نواحی عمیق، بسیار مشهود است اما در نواحی کم عمق، انرژی جزرومد درونی به مدهای ۱۴۰ تا ۱۶۰ نیز می‌رسد، قابل توجه است. این پدیده ممکن است ناشی از بازتاب‌های پی‌درپی پرتوهای جزرومد درونی از آبهای کم عمق و نواحی فلات قاره باشد. بیشینه شار انرژی مدهای اولیه در آب عمیق (با عمق حدود ۳۰۰۰ متر) به ۲۰ کیلووات بر متر می‌رسد، در حالی که با کاهش عمق آب، این مقدار نیز کاهش می‌یابد. مقدار انرژی جزرومد درونی در تنگه هرمز به زیر ۵ کیلووات بر متر می‌رسد.

واژه‌های کلیدی: توپوگرافی، جزرومد درونی، فشارورد، خلیج عمان، مدل iTides.

۱. مقدمه

مستهلک می‌شود (مانک، ۱۹۹۷). مشاهدات اخیر نشان می‌دهد که آمیختگی دیاپیکنال اقیانوسی روی بسترهای ناصاف به شدت افزایش می‌یابد (پولزین و همکاران، ۱۹۹۷) که این پدیده با تبدیل انرژی جزرومدی فشارورد به انرژی جزرومدی کژ فشار همراه است (لدول و همکاران، ۲۰۰۰) و "تبدیل مد" نام گرفته است (وانش، ۱۹۹۸).

دریای عمان دریایی حاشیه‌ای است که آب‌های عمیق اقیانوس هند را از راه تنگه هرمز به آب‌های کم عمق

پیش‌بینی شده است که توان لازم برای راه‌اندازی گردش وارون نصف‌النهار، حدود 2.1 TW است و پیشنهاد شده است که تنها منابعی که می‌توانند این توان را تأمین کنند باد و جزرومد هستند. همچنین پیش‌بینی شده است که فقط حدود 1 TW از این توان از باد تأمین می‌شود (مانک و وانش، ۱۹۹۸). توان جزرومدی حدود 3.7 TW برآورد شده که حدود 2.5 TW از آن مربوط به مؤلفه جزرومد نیمه‌روزانه M2 است. بخش عمده‌ای از این توان جزرومدی در لایه مرزی مجاور بستر دریاها حاشیه‌ای

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u + 2\Omega \times u + \frac{1}{\rho} \nabla p - g = v \nabla^2 u \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u \cdot \nabla \rho = 0 \quad (2)$$

$$= 0 \nabla \cdot u \quad (3)$$

در معادله‌های بالا، $u=(u,w)$ نمایانگر سرعت در صفحه عمود (x,z) ؛ ρ بیانگر چگالی، Ω سرعت زاویه‌ای زمین، p فشار، v گرانروی (ویسکوزیته) جنبشی و $g = -gez$ برابر با شتاب گرانشی است. پارامترهای u ، p و ρ را به ترتیب زیر می‌نویسند:

$$u = u_b + u'; p = p_b + p'; \rho = \rho_b + \rho' \quad (4)$$

که در آن، اندیس b بیانگر حالت اولیه و علامت پریم بیانگر حالت اختلال یا آشفتگی پارامتر مورد نظر است. برای نیروی فشارورد سرعت و چگالی برابر خواهد بود با:

$$u_b = U \operatorname{Re}\{e^{-i\omega t}\} e_x \quad (5)$$

$$\rho_b(z) = \rho_0 + \rho(z) \quad (6)$$

که در معادله‌های بالا، U دامنه سرعت فشارورد، ω بسامد، Re به معنی قسمت حقیقی جمله، ρ_0 چگالی پایه و $\rho(z)$ توزیع ایستای چگالی است. با اعمال قانون نیوتن به عناصر آشفته شار، بسامد شناوری برابر خواهد بود با:

$$N^2(z) = -\frac{g}{\rho_b} \frac{d\rho}{dz} \quad (7)$$

برای شرایطی که لایه‌بندی به صورت خطی در نظر گرفته شود، با اعمال محدودیت بوسینیسکی ($\rho'/\rho_0 \ll 1$) چگالی به صورت صریح به صورت رابطه (۸) نوشته می‌شود:

$$\rho(x,z,t) = \rho_0 - \frac{\rho_0 N^2}{g} z + \rho'(x,z,t) \quad (8)$$

عبارت فشار کل تحت محدودیت بوسینیسکی به صورت رابطه (۹) ساده سازی می‌شود:

$$p(x,z,t) = g\rho_0(H-z) + p'(x,z,t) \quad (9)$$

که در آن، H عمق کل شار است. عبارت سرعت کل به صورت رابطه (۱۰) بازنویسی می‌شود:

$$u(x,z,t) = U \operatorname{Re}\{e^{-i\omega t}\} e_x + u'(x,z,t) \quad (10)$$

با جای گذاری معادله‌های (۸) تا (۱۰) در معادله‌های ۱ تا ۳ و خطی سازی معادله با حذف عبارت‌های کوچک‌تر خواهیم داشت:

خلیج فارس متصل می‌کند. لذا این آبراهه به‌ویژه در غرب خلیج عمان دارای شیب توپوگرافی زیادی است. از طرف دیگر تحقیقات نشان داده است که خلیج عمان دارای لایه‌بندی پایدار است (برای مثال: اسمال و مارتین، ۲۰۰۲؛ خلیل آبادی و صدری نسب، ۱۳۹۲؛ خلیل آبادی و اکبری نسب، ۱۳۹۳). جریان جزرومدی خلیج عمان در حضور این لایه‌بندی پایدار منجر به شکل‌گیری جزرومد داخلی می‌شود (خلیل آبادی و همکاران، ۲۰۱۵؛ خلیل آبادی و همکاران، ۱۳۹۴). تحلیل جزرومدی در خلیج عمان نشان می‌دهد که مؤلفه جزرومدی غالب در این منطقه، مؤلفه نیمه‌روزانه $M2$ است (خلیل آبادی و منصور، ۲۰۱۳). لذا در تحقیق حاضر این مؤلفه برای تولید جزرومد داخلی در نظر گرفته شده است.

بنابراین، نیروی جزرومدی در حضور لایه‌بندی پایدار منجر به تولید جزرومد داخلی خواهد شد که با شیب تند توپوگرافی خلیج عمان برهم‌کنش خواهد داشت. لذا بررسی جزرومد درونی و انرژی حاصل از آن در این ناحیه اهمیت پیدا می‌کند. در این مقاله، تولید جزرومد درونی بر اثر برهم‌کنش یک جریان جزرومدی فشارورد با توپوگرافی بستر آریزایی می‌شود. این کار با مدل عددی $iTides$ که یک مدل فشارورد است و اعمال یک جریان جزرومدی نوسانی با دوره نیمه‌روزانه صورت گرفته است.

۲. مواد و روش‌ها

در این بخش به مدل‌سازی مشخصه‌های جزرومد درونی دریای عمان پرداخته خواهد شد. ابتدا فرمول‌بندی مسئله و سپس داده‌های به کار رفته در مدل‌سازی و ابزار مدل‌سازی استفاده شده شرح داده شده است.

۲.۱. فرمول‌بندی مسئله

معادله‌های حاکم بر حرکت‌های لایه‌بندی شده تراکم‌ناپذیر بر اساس معادله تکانه به شرح زیر است (سعیدی و همکاران، ۲۰۱۲):

(۱۸) را می توان به صورت رابطه (۱۹) ساده نویسی کرد:

$$\Phi_n(z) = C_n \sin(k_{z,n} z) \quad (19)$$

در معادله بالا، C_n مجموعه دلخواه است که دامنه فاز مُد n م را تعریف می کند و $k_{z,n}$ نیز عدد موج قائم است که از رابطه $k_{z,n} = k_{x,n} \cot \theta$ تبعیت می کند که θ زاویه بین مولفه های قائم و افقی بردار عدد موج است.

۲.۲. داده های ورودی مدل iTides

ورودی های مدل عبارت انداز توپوگرافی مقطع، نیم رخ چگالی، پارامتر کوریولیس و بسامد مؤلفه جزرومدی مولد جزرومد درونی. داده های توپوگرافی برای مقاطع مورد بررسی از سایت Gebco با بزرگ نمایی ۳۰ ثانیه جغرافیایی (حدود ۹۲۵ متر) استخراج شده است (مربون و فورمر، ۲۰۱۴). درجه بندی راستای افقی ۲۰۰ متر و در راستای قائم نیز مطابق عمق های استاندارد در نظر گرفته شده است. برای تطبیق داده های توپوگرافی با طول سلول ها از روش درون یابی استفاده شده است.

نیم رخ چگالی نیز از داده های دما، شوری و عمق و با استفاده از برنامه اقیانوسی محاسبه شده است (خلیل آبادی و اکبری نسب، ۱۳۹۳). سپس این داده ها به قالب مورد قبول مدل در آمده و به مدل اعمال شده است. پارامتر کوریولیس با استفاده از مقادیر عرض جغرافیایی محاسبه و به مدل وارد شده است (خلیل آبادی و سرانجام، ۱۳۹۱). بسامد مؤلفه جزرومدی با توجه به اینکه جزرومد غالب در حوزه مورد بررسی نیمه روزانه است (خلیل آبادی و صدری نسب، ۱۳۹۲) برابر ۱۲/۵ ساعت وارد شد. در شکل ۱، توپوگرافی، نقطه های داده برداری و مقاطع عرضی انتخاب شده در خلیج عمان نشان داده شده است.

$$\frac{\partial u'}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial x} = v \nabla^2 u' \quad (11)$$

$$u' \frac{\partial w'}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial z} + \frac{g}{\rho_0} \rho' = v \nabla^2 w' \quad (12)$$

$$g \frac{\partial \rho'}{\partial t} - \rho_0 N^2 w' = 0 \quad (13)$$

$$\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial w'}{\partial z} = 0 \quad (14)$$

که لاپلاسین، ∇ در دو بعد (x, z) است. با استفاده از تابع جریان $(\hat{u}, \hat{w}) = (-\partial_z \hat{\psi}, \partial_x \hat{\psi})$ و با به کارگیری ترکیبی از مشتقات جزئی برای حذف عبارت های p و ρ معادله های (۱۱) و (۱۴) به صورت رابطه (۱۵) نوشته می شود:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \nabla^2 \hat{\psi}' + N^2 \frac{\partial^2 \hat{\psi}'}{\partial x^2} = v \frac{\partial}{\partial t} \nabla^4 \hat{\psi}' \quad (15)$$

بدیهی است متغیرهای زمانی و مکانی مستقل هستند و می توان وابستگی زمان مسئله را جدا کرد:

$$\hat{\psi}'(x, z, t) = \text{Re}\{\hat{\phi}'(x, z) e^{-i\omega t}\} \quad (16)$$

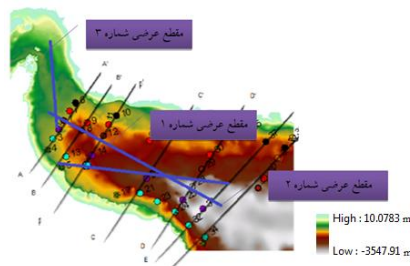
که در آن، Φ' توصیف فضایی متغیر آشفتگی است. با جای گذاری معادله (۱۶) در معادله (۱۵) خواهیم داشت (معادله موج درونی):

$$\omega^2 \nabla^2 \hat{\phi}' - N^2 \frac{\partial^2 \hat{\phi}'}{\partial x^2} = i\omega v \nabla^4 \hat{\phi}' \quad (17)$$

باید توجه داشت که معادله های حاکم بر تابع جریان آشفتگی در جزرومد درونی، هر دو چگالی لایه بندی خطی و غیر خطی را شامل می شود و با ترکیب رابطه $\hat{\phi}(x, z, t) = \Phi(z) \exp\{i(k_x x - \omega t)\}$ با معادله (۱۷) خواهیم داشت (بدون جمله گرانیوی یا لرنجست):

$$\frac{\partial^2 \hat{\phi}'}{\partial z^2} + k_x^2 \left(\frac{N(z) - \omega^2}{\omega^2} \right) \hat{\phi} = 0 \quad (18)$$

که در معادله بالا، $\Phi(z)$ ساختار عمودی مودال Ψ' و k_x عدد موج افقی است. در صورت داشتن متغیر $N(z)$ ، می توان تابع ویژه Φ_n را با استفاده از روش های عددی مناسب محاسبه کرد. برای چگالی لایه بندی خطی، معادله



شکل ۱. توپوگرافی، نقطه های داده برداری و مقاطع عرضی انتخاب شده در خلیج عمان

۳.۲. مدل عددی iTide

مدل عددی استفاده شده در این پژوهش، مدل iTide است که یک مدل عددی فشارورد دو بُعدی است که برای مدل سازی جزرومد درونی طراحی شده است. این مدل که را دپارتمان مهندسی مکانیک دانشگاه MIT طراحی و تدوین کرده است به صورت متن باز، از راه پایگاه شبکه این دپارتمان قابل دسترسی و پشتیبانی است. این مدل لایه بندی چگالی را در حکم ورودی دریافت می کند و پس از رسم نیم رخ بسامد پایداری مربوط به آن، احتمال شکل گیری جزرومد درونی را با توجه به وضعیت پایداری ستون آب بررسی می کند. سپس نیم رخ های سرعت افقی و سرعت قائم و تابع جریان متناسب با آن را به منزله خروجی به دست می دهد (سعیدی و همکاران، ۲۰۱۲). در ادامه، ابتدا شرایط مرزی مورد بحث قرار خواهد گرفت. سپس حل حالت خاص تابع گرین و کاربرد آن در مدل سازی جزرومد درونی نشان داده خواهد شد و در آخر حل تابع گرین با استفاده از تقریب WKB برای لایه بندی غیر ثابت (غیر خطی) مورد بحث قرار می گیرد.

۴.۲. شرایط مرزی

در این بخش شرایط مرزی مورد استفاده در مدل سازی جزرومد درونی بیان می شود. وضعیت بدون شار را می توان به شکل رابطه (۲۰) تعریف کرد:

$$\left(-\frac{\partial \Phi_T}{\partial z}, \frac{\partial \Phi_T}{\partial x}\right) \cdot \mathbf{n} = 0 \quad (20)$$

و با استفاده از یک مشتق کلی:

$$H \frac{d\psi_T}{dx} = 0 \text{ on } z = z_t(x) \quad (21)$$

در شرایط مرزی به دست آمده از تابع جریان آشفته، ابتدا باید تابعی از Φ_T یافت شود. با قرار دادن Φ_T در معادله های مرزی خواهیم داشت:

$$\Phi_T(x, z = z_t) = -z_t + \phi'(x, z = z_t) = C_1 \quad (22)$$

$$\Phi_T(x, z = H) = -H + \phi'(x, z = H) = C_2 \quad (23)$$

در روابط بالا، C_1 و C_2 ثابت های دلخواه هستند. با

محاسبه جریان در مقطع عرضی و در امتداد یک محل دلخواه توپوگرافی، می توان دریافت که دو ثابت ذکر شده بالا را نمی توان به صورت دلخواه انتخاب کرد و حتما باید دارای شرط $C_1 - C_2 = H$ باشند. با در نظر گیری $C_1 = 0$ و $C_2 = -H$ تابع جریان آشفته منجر به شرایط مرزی (رابطه ۲۴) خواهد شد:

$$\phi'(x, z = z_t(x)) = z_t(x) \text{ and } \phi'(x, z = H) = 0 \quad (24)$$

۱.۴.۲. حل تابع گرین

تابع گرین $G(x, x' | z, z')$ با استفاده از حل جزرومد درونی حاکم ایجاد شده به دست می آید:

$$\left(\frac{N(z)^2 - \omega^2}{\omega^2}\right) \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 G}{\partial z^2} = i\delta(x - x')\delta(z - z') \quad (25)$$

در رابطه بالا، δ تابع دلتای دیراک است. بنابراین در این مشتق خاص مادامی که شرط های $x \rightarrow \pm\infty$ و $z_t \rightarrow 0$ و $z_t \geq 0$ بر آورده شود، شرایط مرزی همگون خواهد شد. می توان نشان داد که تابع گرین را (با شرط بر آوردن شرایط مرزی گفته شده) می توان به شکل رابطه (۲۶) نوشت (پترلیس و همکاران، ۲۰۰۶؛ بالفرت و پیکاک، ۲۰۰۹؛ اچویری و همکاران، ۲۰۰۹):

$$G(x, x' | z, z') = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Phi_n(z)\Phi_n(z')}{2k_{x,n}} \left(\int_0^H \frac{N(z)^2 - \omega^2}{\omega^2} \Phi_n^2 dz\right)^{-1} \exp(ik_{x,n}|x - x'|) \quad (26)$$

که در آن، Φ_T حل معادله (۱۸) است. برای لایه بندی

خطی معادله (۲۶) به شکل رابطه (۲۷) نوشته می شود:

$$G(x, x' | z, z') = \quad (27)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(k_{z,n}z)\sin(k_{z,n}z')}{n\pi\cot\theta} \exp\{ik_{x,n}|x - x'|\}$$

که در آن از رابطه پراکندگی $\omega/N = \sin\theta$ استفاده شده است. با علم به اینکه لزجت از مشتق تابع گرین حذف شده است باید توجه داشت که پارامتر لزجت که در قسمت بعد با عنوان تصحیح لزجتی معرفی خواهد شد، در نهایت روند انتشار موج را تصحیح خواهد کرد. جواب عمومی برای Φ' به منزله یک قرارداد در همه تابع های

می‌آید و در نهایت با در نظر گرفتن حد غیر لزج خواهیم داشت:

$$f_{n,inv}^2 = -k_{z,n}^2 \tan^2 \theta \quad (31)$$

و همچنین برای عبارت لزج خواهیم داشت:

$$f_{n,inv} = -\frac{\tan \theta}{2\omega} k_{z,n}^2 \sec^4 \theta \quad (32)$$

و با در نظر گرفتن عبارت مجموع رابطه (۳۲) تصحیح لزجی برابر خواهد بود با:

$$\exp\left\{-\frac{xv \tan \theta}{2\omega} k_{z,n}^3 \sec^4 \theta\right\} \quad (33)$$

۲.۴.۳. حل تابع گرین با تقریب WKB

در فیزیک ریاضی، تقریب WKB (Wentzel-Kramers-Brillouin) راهی برای یافتن پاسخ‌های تقریبی برای معادله‌های دیفرانسیل جزئی خطی است که ضریب‌های فضایی متغیر دارند. عموماً این روش در محاسبه نیمه کلاسیک مکانیک کوانتومی که در آن تابع موج به صورت تابع نمایی در می‌آید، کاربرد دارد. یک سامانه با چگالی لایه‌بندی غیر خطی با تغییرات آهسته نسبت به مقیاس قائم انتشار موج را می‌توان با نظریه WKB تقریب زد. در مقابل فرض عدد موج عدد ثابت قائم در لایه‌بندی خطی، فرض عدد موج قائم $M(z)$ باید تغییرات عددی برای هر مورد را در نظر گرفت:

$$(x,z) = \phi \exp\{i(k_x x + M(z))\} \quad (34)$$

با استفاده از تقریب WKB و با استفاده از تعریف $\bar{N} = \left(\frac{1}{H}\right) \int_0^H \sqrt{N(z)^2 - \omega^2} dz$ ، تابع گرین به صورت رابطه (۳۵) نوشته می‌شود (اچویری و همکاران، ۲۰۰۹):

$$G(x,x'|z,z') = \quad (35)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(nZ(z'))}{\sqrt{N(z')}} \frac{\sin(nZ(z))}{\sqrt{N(z)}} \exp\{ik_{x,n}|x-x'|\}$$

۲.۵. واسنجی مدل iTides

۲.۵.۱. واسنجی با لایه‌بندی خطی در برنامه iTide و مقایسه با کار پترلیس و همکاران

در این بخش به منظور صحت‌سنجی مدل، چیدمانی مطابق با کار پترلیس و همکاران (۲۰۰۶) انتخاب، و خروجی سرعت نرمال با کار آنها مقایسه می‌شود. ایجاد جزرومد

گرین در امتداد توپوگرافی، با انتگرال (رابطه ۲۸) بیان می‌شود:

$$\Phi'(x,z) = \int_a^b \gamma(x') G(x,x'|z,z_t(x')) dx' \quad (28)$$

که در آن، $\gamma(x')$ تابع وزن و بیانگر چگالی منبع است. با قرارگیری معادله (۲۷) در (۲۸) و سپس وارو کردن رابطه به منظور انتگرال‌گیری و سپس جمع مجموع انتگرال خواهیم داشت:

$$\Phi'(x,z) = \quad (29-الف)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2k_{x,n}} \left(\int_0^H \frac{N(z)^2 - \omega^2}{\omega^2} \Phi_n^2 dz \right)^{-1} \Phi_n(z) \times \int_a^b \gamma(x') \Phi_n(z_t(x')) \exp\{ik_{x,n}|x-x'\} dx'$$

و در حالتی که از چگالی لایه‌بندی خطی استفاده شود خواهیم داشت:

$$\Phi'(x,z) = \quad (29-ب)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(k_{z,n} z)}{n \pi \cot \theta} \int_a^b \gamma(x') \sin(k_{z,n} z_t(x')) \exp\{ik_{x,n}|x-x'\} dx'$$

۲.۴.۲. تصحیح لزجی

عبارت تصحیح لزجی برای نوع شار با لایه‌بندی ثابت قابل استفاده است. از آنجا که انتظار می‌رود لزج تاثیر مستقیمی روی انتشار افقی امواج درونی داشته باشد، دو مختصات فضایی از $\Phi(x,z)$ را جدا و به شکل رابطه (۳۰) بازنویسی می‌کنیم:

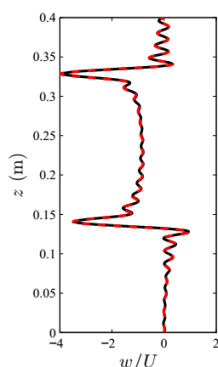
$$\Phi'(x,z) = \sum_{n=1}^{\infty} \zeta_n(x) \sin(k_{z,n} z) \quad (30)$$

که در آن، $\zeta_n(x)$ تابع ویژه تابع جریان در x است. بعد از جای‌گذاری معادله ۳۰ در ۲۸، معادله دیفرانسیل مرتبه چهار به دست می‌آید که از راه جای‌گذاری جواب‌های به شکل $\zeta_n(x) = \exp\{f_n x\}$ برای به دست آوردن یک معادله مشخصه با چهار ریشه قابل قبول حل می‌شود. بنابراین با آگاهی از اینکه جزرومد درونی در اثر طی مسافت ضعیف می‌شود، با به کار بردن نوعی از ضریب تصحیح لزجی شامل دو عبارت لزج و غیر لزج که باعث انتشار و مایل شدن موج می‌شود: $f_n = f_{n,inv} + i \nu f_{n,vic}$ و برای مرتبه پیشرو خواهیم داشت: $f_n^2 = f_{n,inv}^2 + 2i \nu f_{n,vis} + f_{n,inv}$. عبارت $f_{n,inv}$ با ضریب معادله مشخصه در ν به دست

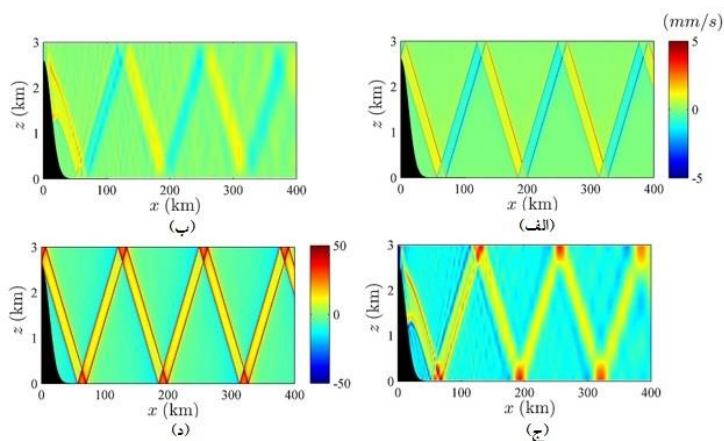
۲.۵.۳. واسنجی مدل *iTides* با استفاده *ROMS* و

تقریب *WKB* در لایه‌بندی غیر خطی

با استفاده از توپوگرافی گفته شده در شکل ۴، مدل لایه‌بندی غیر خطی اجرا شد. نیم‌رخ لایه‌بندی غیر خطی در شکل ۵ نمایش داده شده است. همچنین سازوکار نیروی $\omega = 1.4053 \times 10^{-4}$ و $U = 0.000615$ m/s انتخاب شده است. تصویر مقایسه مدل‌سازی مدل *iTides* و *ROMS* در شکل ۵ نمایش داده شده است. ساختار مدی مشخصه موج با استفاده از مُدهای پایه لایه‌بندی غیر خطی ویژه محاسبه و در شکل ۷ نمایش داده شد است. به‌طور قابل ملاحظه بین پنج مُد اول نتایج همخوانی خوبی وجود دارد. با توجه به اینکه ۹۹ درصد انرژی مشخصه موج در ۴ مُد اول قرار گرفته است بنابراین هیچ افت کیفیت نتایج در برنامه *iTide* به‌علت اختلاف در مُدهای بالا وجود ندارد.



شکل ۲. مقایسه نیم‌رخ سرعت نرمال حاصل از خروجی مدل *iTides* (خم مشکی) و مدل‌سازی پترلیس و همکاران (پترلیس و همکاران، ۲۰۰۶) (خط چین سرخ).



شکل ۳. نمایی از سرعت قائم (الف و ب) و سرعت افقی (ج و د) در مدل *ROMS* (ب و د) و *iTides* (الف و ج) برای حالت لایه‌بندی خطی

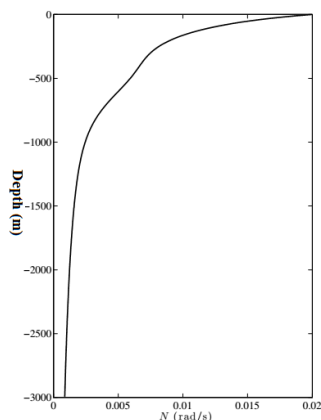
درونی با خط‌الرأس گاوسی با استفاده از رابطه (۳۶) بیان شده است:

$$Z_t = h \exp(-x^2/2\sigma^2) \quad (36)$$

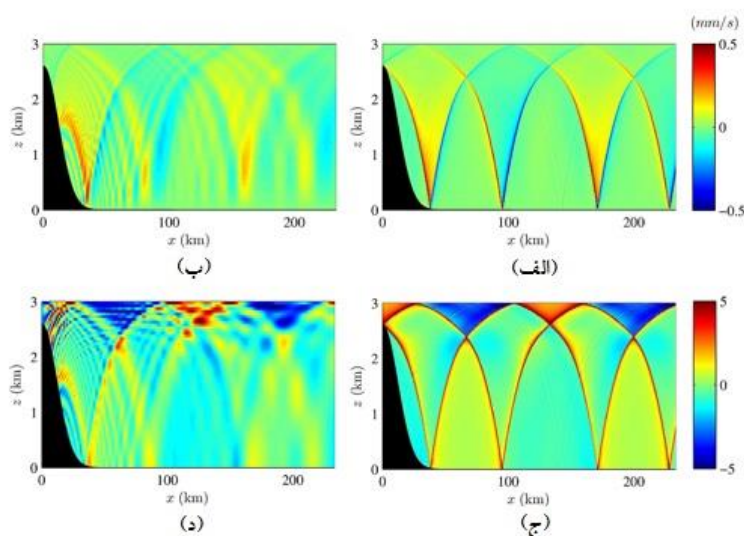
که در آن، $h=0.3$ و $\sigma=0.67$ قرار داده شد. برای لایه‌بندی خطی $N=1$ در نظر گرفته می‌شود و عمق کلی شار 0.4 متر فرض شده است. نیروی بسامدی به میزان $\omega=0.548$ و سرعت اولیه $U=1$ m/s اعمال شده است. شکل ۲ سرعت قائم در فاز صفر را نمایش می‌دهد. تعداد مُدهای در نظر گرفته شده نیز ۵۰ مُد است. با مقایسه عملکرد مدل *iTides* و نتایج پترلیس و همکاران مشاهده می‌شود که همخوانی خوبی در جواب نهایی هر دو شبیه‌سازی وجود دارد.

۲.۵.۲. واسنجی برنامه *iTide* از راه مقایسه با مدل *ROMS*

در این بخش نیز به‌منظور صحت‌سنجی برنامه *iTides* برای یک چیدمان یکسان، نتایج با خروجی‌های مدل *ROMS* که بویژمن و همکاران (۲۰۱۰ a,b) اجرا کرده‌اند (زننگ و همکاران، ۲۰۱۰)، مقایسه می‌شود. برای این کار، تپه گاوسی با $h=2.6$ km و $\sigma = 12$ km و عمق آب $H=3$ km در نظر گرفته شده است. لایه‌بندی برابر با $N=0.003$ rad/s و همچنین پارامترهای $\omega = 1.4053 \times 10^{-4}$ و $U=0.000615$ m/s در نظر گرفته شده است. شکل ۳ مقایسه نتایج دو مدل پیش‌گفته را نمایش داده است.



شکل ۴. نیم‌رخ لایه‌بندی استفاده شده در برنامه iTide

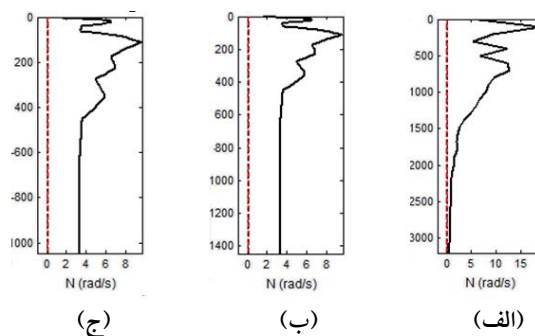


شکل ۵. نیم‌رخ سرعت قائم (الف و ب) و سرعت افقی (ج و د) مشخصه موج تولید شده با مدل iTides (الف و ج) و مدل ROMS (ب و د) در محیط لایه‌بندی غیر خطی

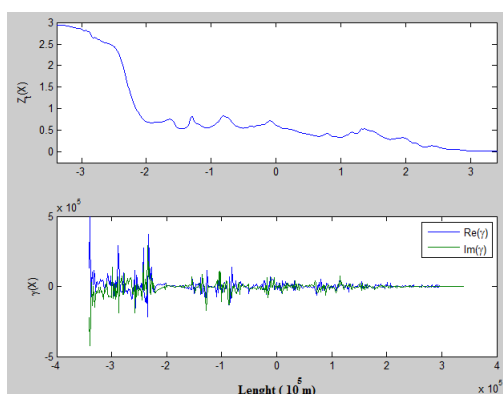
۳. نتایج

توپوگرافی این سه مقطع را به همراه توزیع گامای (Gamma Distribution) متناظر با هر یک از این سه مقطع را نشان می‌دهند. در این شکل‌ها نمودار اول، تغییرات توپوگرافی هر مقطع را نشان می‌دهد و نمودار دوم نیز نشان‌گر توزیع گامای مربوط به این داده‌های توپوگرافی است. در این نمودار، خم آبی بخش حقیقی و خم سبز رنگ بخش موهومی توزیع گاما را نشان می‌دهد. شکل‌های (۸)، (۱۰) و (۱۲) نیز توزیع تابع جریان، گرادیان فشار، تغییرات میدانی سرعت قائم و سرعت افقی را در این سه مقطع نمایش می‌دهند. شکل ۱۳ نیز نمودار شار انرژی مدهای گوناگون را برای سه مقطع مورد بررسی نشان می‌دهد.

در این بخش، نتایج مدل‌سازی برای سه مقطعی که در شکل (۱) انتخاب شدند نشان داده شده است. شکل ۶ نیم‌رخ‌های بسامد شناوری (بسامد پایداری) را برای این سه مقطع نشان می‌دهد. در این شکل، خم مشکی معرف نیم‌رخ بسامد شناوری است. خط چین سرخ‌رنگ فقط معرف بسامد شناوری صفر است که مرز بین لایه‌بندی پایدار و لایه‌بندی ناپایدار است، زیرا در حالتی که بسامد شناوری از صفر کوچک‌تر شود، لایه‌بندی ناپایدار خواهد شد و موج درونی شکل نمی‌گیرد. همان‌طور که مشخص است ستون آب در هر سه مقطع پایدار است. شکل‌های (۷)، (۹) و (۱۱) به ترتیب نمودارهای



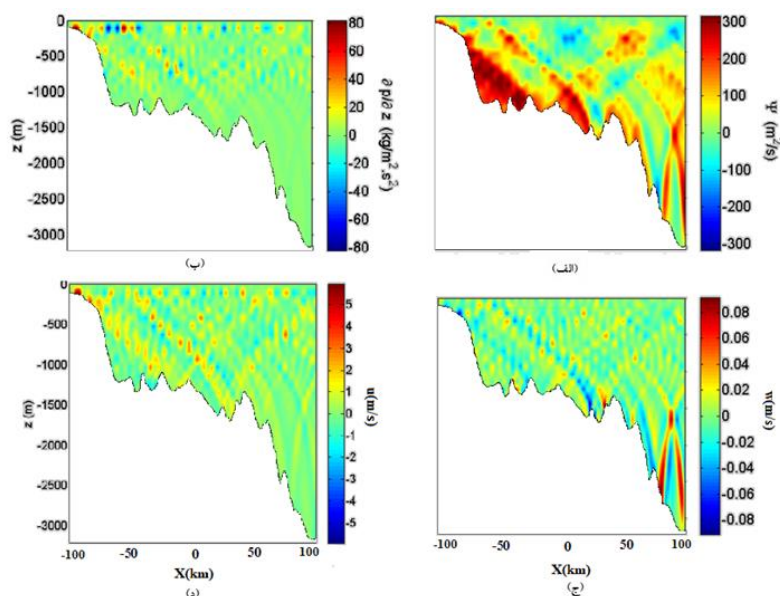
شکل ۶. نیم‌رخ بسامد شناوری برای (الف) مقطع شماره (۱)، (ب) مقطع شماره (۲) و (ج) مقطع شماره (۳)



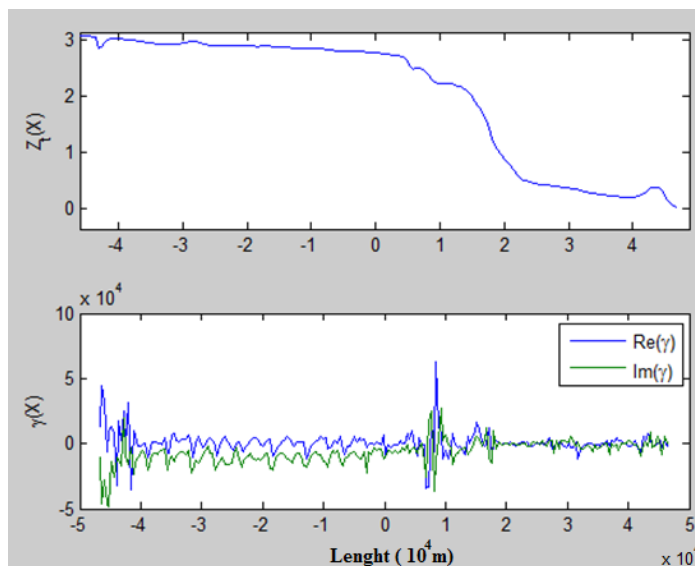
شکل ۷. نمودار توزیع گامای به دست آمده برای مقطع اول

بازتاب‌های متوالی انرژی جزرومد درونی از بستر قابل مشاهده است. استهلاك انرژی جزرومدی در بستر ناصاف نیز به خوبی در شکل ۸-الف نمایان است.

شکل ۸ تابع جریان، گرادیان فشار و تغییرات میدانی مؤلفه‌های قائم و افقی سرعت را در مقطع شماره (۱) نشان می‌دهد. چون این مقطع بیشتر شامل آب عمیق می‌شود، طول موج از مرتبه چند ده کیلومتر است. همچنین اثر



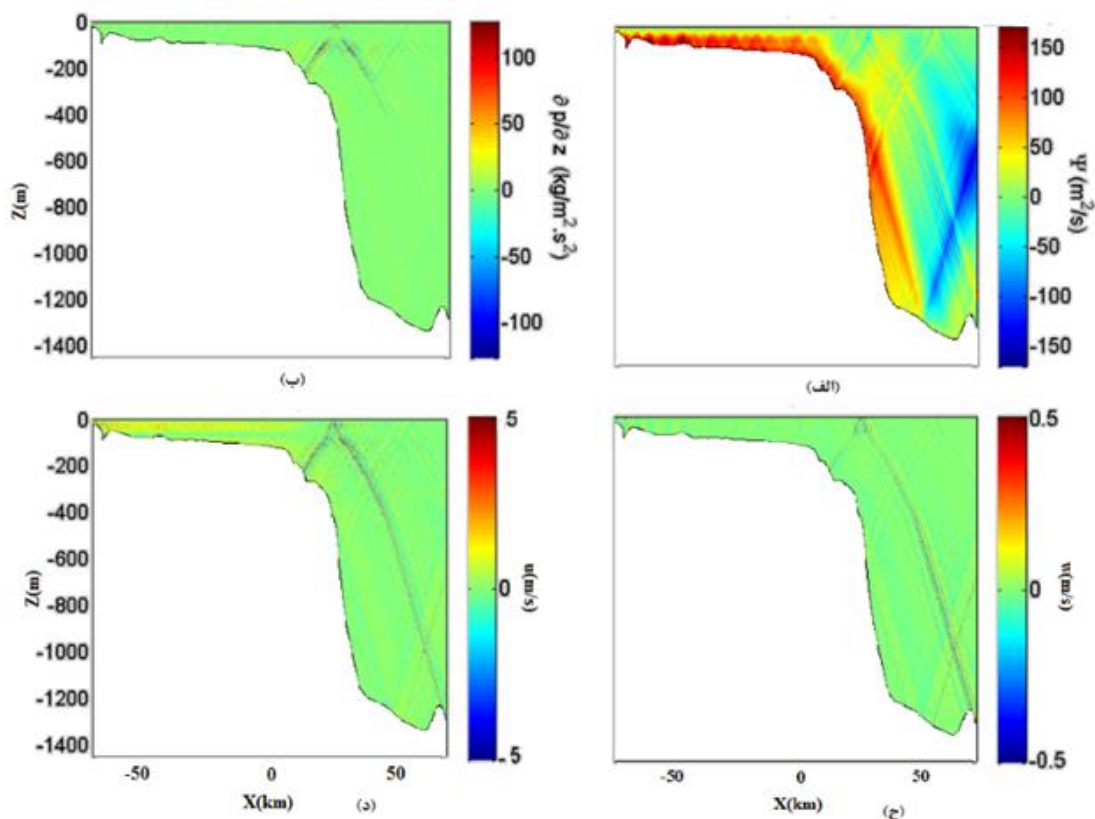
شکل ۸. (الف) تابع جریان، (ب) گرادیان فشار، (ج) تغییرات میدانی سرعت قائم و (د) سرعت افقی در مقطع شماره (۱)



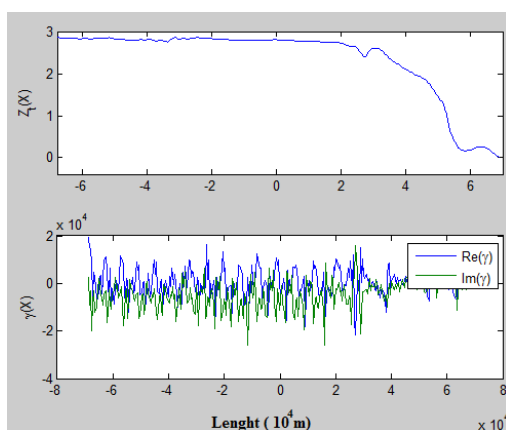
شکل ۹. نمودار توزیع گامای به دست آمده برای مقطع دوم

کاهش می‌یابد. همچنین اثر بازتاب‌های متوالی انرژی جزرومد درونی از بستر نیز به‌ویژه در نمودار تابع انرژی قابل مشاهده است.

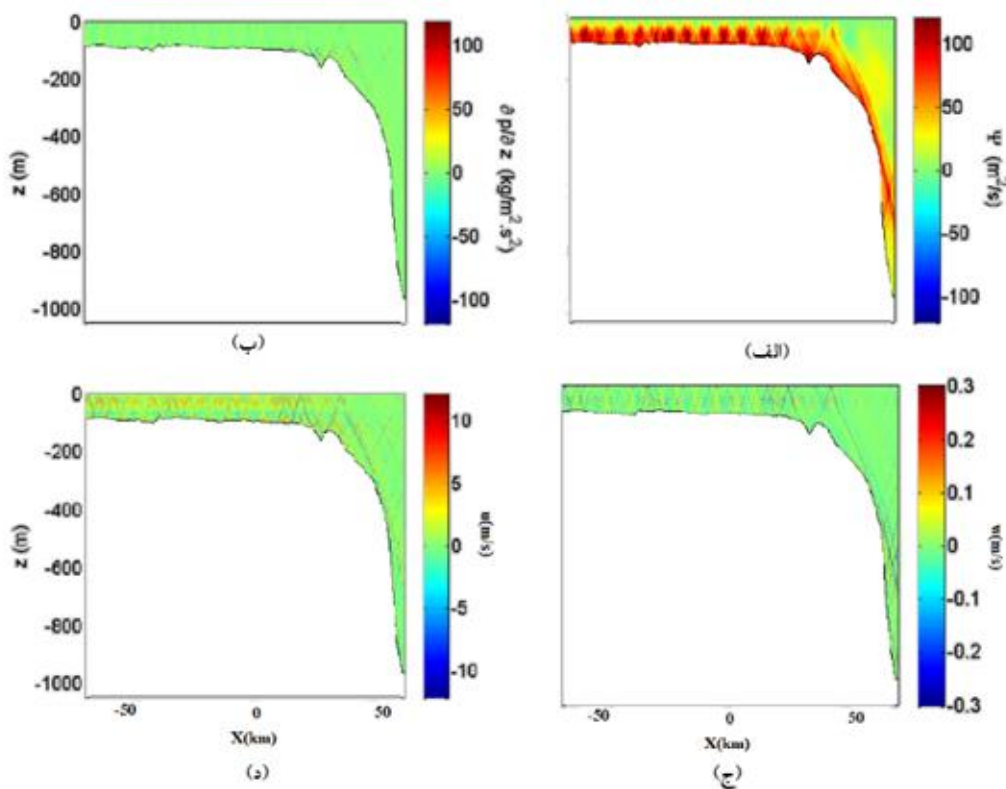
شکل ۱۰ تابع جریان، گرادیان فشار و تغییرات میدانی مؤلفه‌های قائم و افقی سرعت را در مقطع شماره (۲) نشان می‌دهد. در این شکل نیز طول موج در آب عمیق از مرتبه چند ده کیلومتر است که با رسیدن به ناحیه کم‌عمق



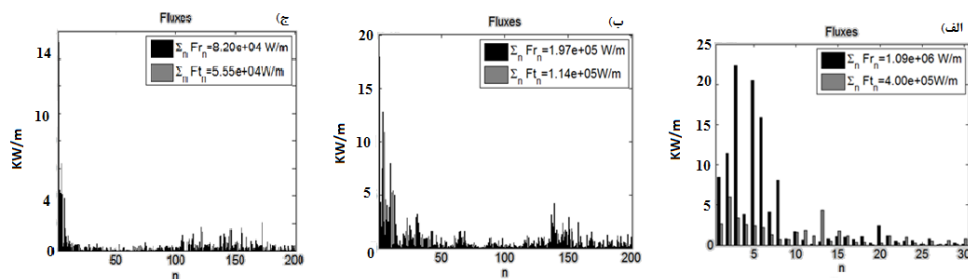
شکل ۱۰. (الف) تابع جریان، (ب) گرادیان فشار، (ج) تغییرات میدانی سرعت قائم و (د) سرعت افقی در مقطع شماره (۲)



شکل ۱۱. نمودار توزیع گامای به دست آمده برای مقطع سوم



شکل ۱۲. (الف) تابع جریان ، (ب) گرادیان فشار، (ج) تغییرات میدانی سرعت قائم و (د) سرعت افقی در مقطع شماره (۳)



شکل ۱۳. نمودار شار انرژی برای (الف) مقطع شماره (۱)، (ب) مقطع شماره (۲) و (ج) مقطع شماره (۳)

ناصاف به وضوح قابل مشاهده است. نکته قابل توجه این است که در ناحیه کم عمق، انرژی تقریباً در همه مدها توزیع می شود که علت این پدیده می تواند بازتاب های مکرر پرتوهای جزرومد درونی از بستر باشد. اثر این بازتاب های مکرر در نمودارهای تابع جریان به خوبی نمایان است. پرتوهای بازتابی در رویارویی با لایه بندی قوی نزدیک سطح می توانند غیرخطی شوند که این پدیده منجر به ایجاد تلاطم یا شکست و تبدیل به گروه هایی با بسامدهای بیشتر و طول موج کوتاه تر و در نتیجه ایجاد امواج درونی غیر خطی در فاصله ای دورتر از منشأ ایجاد موج جزرومد داخلی خواهد شد. این پدیده در تحقیقات منتشر شده گرکما (۱۹۹۶)، گرکما و همکاران (۲۰۰۶) و داسیلوا و همکاران (۲۰۰۹) نیز گزارش شده است.

- نتایج پژوهش روشن می سازد که در پرتوی جزرومد داخلی، مدهای بزرگ، سهم اندکی در شار انرژی دارند. این نتیجه با نتایج کاجیون و همکاران (آکچون و همکاران، ۲۰۰۲) تطابق خوبی دارد. بیشترین انرژی جزرومد درونی مربوط به مدهای اولیه آن است. این پدیده برای مقطعی که بیشتر شامل آب عمیق است به خوبی قابل تعمیم است اما برای دو مقطع دیگر که بیشتر در ناحیه آب کم عمق واقع شده اند به مدهای حدود ۱۴۰ تا ۱۶۰ نیز می رسند که از نظر انرژی اهمیت پیدا می کند و علت این وضعیت می تواند بازتاب های مکرر انرژی پرتو جزرومد درونی از آب کم عمق باشد.

- از نتایج این پژوهش استنتاج می شود که شار انرژی به طور قابل توجهی در آب عمیق بزرگ تر از مقدار آن در ناحیه فلات قاره است. بیشینه شار انرژی مدهای اولیه در عمق ۳۰۰۰ متر به بیش از ۲۰ کیلووات بر متر می رسد در حالی که با کاهش عمق مقطع مورد بررسی، این مقدار کاهش به نحوی می یابد که در مقطع منطبق بر دهانه تنگه هرمز به کمتر از ۵ کیلووات بر متر می رسد. این نتیجه که شار انرژی در آب عمیق، بزرگ تر از مقدار آن در ناحیه فلات قاره است، با نتایج سینت لورنت، (۲۰۰۳) منطبق است.

شکل ۱۲ تابع جریان، گرادیان فشار و تغییرات میدانی مؤلفه های قائم و افقی سرعت را در مقطع شماره (۳)، واقع در تنگه هرمز نشان می دهد. در این شکل کاهش طول موج جزرومد درونی از آب عمیق به آب کم عمق به وضوح قابل مشاهده است. همچنین اثر بازتاب های متوالی انرژی جزرومد درونی از بستر نیز به ویژه در نمودار تابع انرژی قابل مشاهده است. شکل ۱۳ نیز نمودار انرژی مدهای گوناگون موج را برای هر سه مقطع نشان می دهد. همان طور که مشاهده می شود بیشترین انرژی مربوط به مدهای اولیه است. نکته قابل توجه این است که در ناحیه کم عمق، انرژی تقریباً در همه مدها توزیع می شود که علت این پدیده می تواند بازتاب های مکرر پرتوهای جزرومد درونی از بستر باشد. اثر این بازتاب های مکرر در نمودارهای تابع جریان به خوبی نمایان است.

۴. نتیجه گیری

در این پژوهش، برای مدل سازی جزرومد درونی در تنگه هرمز و خلیج عمان از مدل عددی *iTides* که مدلی فشاروردد است استفاده شده است. ابتدا این مدل با روش های گوناگون واسنجی و صحت سنجی شده است. سپس مدل با اعمال یک جریان جزرومدی نوسانی با دوره نیمه روزانه که مختصه منطقه مورد بررسی به اجرا در آمده است. بر طبق نیم رخ های بررسی شده بسامد پایداری، لایه بندی چگالی خلیج عمان پایدار است و این خلیج را مستعد شکل گیری جزرومد درونی می سازد. نتایج مدل سازی، شکل گیری جزرومد درونی را نشان می دهد که با حرکت از ناحیه عمیق به آب کم عمق، طول موج آن کاهش می یابد. به طور خلاصه می توان نتایج حاصل را به این شرح دسته بندی کرد:

- نتایج مدل سازی، شکل گیری جزرومد درونی را نشان می دهد که وقتی به آب کم عمق می رسد طول موج آن به مرتبه کیلومتر کاهش می یابد. طول موج جزرومد درونی از مرتبه چند ده کیلومتر است که وقتی به ناحیه کم عمق می رسد به مرتبه یک کیلومتر کاهش می یابد.

- در بررسی نتایج، استهلاك انرژی در بستر

مراجع

- فناوری سنجش از دور در استخراج مشخصه‌های امواج داخلی در خلیج عمان، تهران، دومین همایش بین‌المللی اقیانوس‌شناسی خلیج فارس و دهمین همایش علوم و فنون دریایی ایران.
- خلیل آبادی، م. ر.، صدری نسب، م.، چگینی، و. و اکبری نسب، م.، ۱۳۹۳، پایداری ایستایی و پخش دو گانه در خلیج عمان، م. علوم و فناوری دریا، ۱۹-۱۰، (۷۱)۲۱.
- خلیل آبادی، م. ر. و سرانجام، ب.، ۱۳۹۱، مبانی دینامیک اقیانوس‌ها، اول تدوین تهران: انتشارات دانشگاه صنعتی مالک اشتر.
- خلیل آبادی، م. ر. و صدری نسب، م.، ۱۳۹۲، کاربرد J. M., 2000, Evidence for enhanced mixing over rough topography in the abyssal ocean, *Nature*, 403, 179-182.
- Meirion, T. J. and Former, C., 2014, GEBCO, Retrieved 2013, from http://www.gebco.net/data_and_products/gebco_web_services/web_map_service/mapserver?request=getCapabilities&service=wms&version=1.1.1
- Munk, W., 1997, Once again: once again—tidal friction, *Progress in Oceanography*, 40, 7-35.
- Munk, W. and Wunsch, C., 1998, Abyssal recipes II: energetics of tidal and wind mixing, *Deep-Sea Research*, 45, 1977-2010.
- Petrelis, F., Llewellyn, S. S. and Young, W. R., 2006, Tidal conversion at a submarine ridge, *Journal of Physical Oceanography*, 36, 1053-1071.
- Polzin, K. L., Toole, J. M., Ledwell, J. R. and Schmitt, R. W., 1997, Spatial variability of turbulent mixing in the abyssal ocean, *Science*, 276, 93-96.
- Saidi, S., Mercier, M., Echeverri, P., Mathur, M. and Peacock, T., 2012, iTides Manual. Massachusetts Institute of Technology, Department of Mechanical Engineering, Cambridge: Massachusetts Institute of Technology.
- Small, J. and Martin, J., 2002, The generation of non-linear internal waves in the Gulf of Oman, *Continental Shelf Research*, 22(8), 1153-1182.
- St. Laurent, S. J., 2003, The generation of internal tides at abrupt topography, *Deep-Sea Res.*, 50, 987-1003.
- Wunsch, C., 1998, The work done by the wind on the ocean circulation. *Journal of Physical Oceanography*, 28, 2331-2339.
- Zhang, Z., Fringer, O. and Ramp, S., 2010, Three-dimensional, nonhydrostatic numerical simulation of nonlinear internal wave generation and propagation in the South China Sea, Stanford University, Civil and Environmental Engineering, Stanford: Stanford University.
- Acchione, D., Pratson, L. and Ogston, A., 2002, The shaping of continental slopes by internal tides, *Science*, 296, 724-727.
- Balmforth, N. J. and Peacock, T., 2009, Tidal conversion by supercritical topography, *Journal of Physical Oceanography*, 39, 1965-1974.
- Buijsman, M., Kanarska, Y. and McWilliam, J., 2010a, On the generation and evolution of nonlinear internal waves in the South China Sea, *J. of Geoph. Res.*, 115(C02012), 1-17.
- Buijsman, M., McWilliams, J. and Jackson, C., 2010b, East-west asymmetry in nonlinear internal waves from Luzon Strait, *J. of Geoph. Res.*, 115(C10057), 1-14.
- Da Silva, J. C., New, A. L. and Magalhaes, J. M., 2009, Internal solitary waves in the Mozambique Channel: observations and interpretation, *Journal of Geophysical Research*, 114-128.
- Echeverri, P., Flynn, M. R., Peacock, T., and Winters, K. B., 2009, Low-mode internal tide generation by topography: an experimental and numerical investigation, *Journal of Fluid Mechanics*, 636, 91-108.
- Gerkema, T., 1996, A unified model for the generation and fission of internal tides in a rotating ocean, *Journal of Marine Research*, 54, 421-450.
- Gerkema, T., Staquet, C. and Bouruet-Aubertot, P., 2006, Decay of semi-diurnal internal-tide beams due to subharmonic resonance, *Geophys. Res. Lett.*, 33-42.
- Khalilabadi, M. R. and Mansouri, D., 2013, The effect of super cyclone "GONU" on sea level variation along Iranian coastlines, Submitted for Persian Gulf Journal, *Indian Journal of Geo-Marine Science*.
- Khalilabadi, M. R., Sadrasab, M., Chegini, V. and Akbarinasab, M., 2015, Internal wave generation in the Gulf of Oman, *Indian Journal of Geo-Marine Science*, 44(3), 519-527.
- Ledwell, J. R., Montgomery, E. T., Polzin, K. L., St. Laurent, L. C., Schmitt, R. W. and Toole,

A numerical study of internal tide generation due to interaction of barotropic tide with bottom topography in the Oman Gulf

Khalilabadi, M. R.*

Assistant Professor, Malek-Ashtar University of Technology, Shiraz, Iran

(Received: 05 Oct 2015, Accepted: 14 Jun 2016)

Summary

A major part of tidal energy is usually dissipated by the interaction of tidal currents with bottom topography. Gulf of Oman is a marginal sea which has variable topography and its dominant tidal constituent is M2 semi-diurnal tide. In this paper, the interaction of barotropic tidal current with bottom topography is evaluated. This phenomenon causes the formation of internal tide. Internal tide is a large scale and baroclinic phenomena which causes long wave oscillations of water column. Whereas the M2 semi-diurnal constituent is dominant, therefore this constituent is the main force for formation of internal tide in the Gulf of Oman. In this paper, numerical modeling of internal tide due to M2 semi-diurnal constituent is presented. This modeling is done using iTides model. This model is a software package which produces the internal wave field from the barotropic tide. The iTides package provides a graphical user interface (GUI) that combines all the theoretical elements necessary for producing a desired internal tide field given a set of system parameters. The model setup begins by specifying the pathway of the file to the topography, where the topography shape is specified by the horizontal coordinate assigned x , topography height h and the topographic change dh (both h and dh are functions of x). We use this dataset to define the maximum depth of the problem H_0 as the maximum depth reached by the topography. Then, the density stratification must be given. The final step requires the user to specify the tide (forcing) frequency and the Coriolis frequency of the problem. After all parameters have been declared, the topography shape and stratification profile can be reviewed. This work has been done by implementation of iTides numerical model, which is a barotropic model, and forcing of an oscillating tidal current with semi-diurnal period. The model results show the formation of internal tide with a wavelength of order of $O(10\text{km})$ which reduces to $O(1\text{km})$ when reaches the shallow water. According to studied profiles of stability frequency, density stratification is quite stable in the Gulf of Oman and this Gulf is capable for formation of internal tide. Internal tide wavelength is of order of tens kilometers which reduces to a few kilometers when reaching the shallow zones. In the results, also the energy dissipation over the topography is visible. Most of internal tide energy is related to first modes. This phenomenon is mostly extended to deep zones, but for shallow zones internal tide energy is considerable between 1 to 3th internal tide modes. This fact may be due to iterated reflection of internal tidal beams from continental shelf and coastal shallow waters. The maximum energy Flux of primary modes in deep water (with depth of about 3000 meters) reaches to 20 kiloWatt per meter, whereas by decreasing the water depth, this amount of energy Flux reduces. The amount of internal tidal energy Flux in the Strait of Hormuz shallow water reaches below five kiloWatt per meter.

Keywords: Topography, Barotropic, Internal tide, Gulf of Oman, ITides model.