

وارون‌سازی دو بعدی داده‌های مغناطیس‌سنجی با استفاده از قیدهای فشردگی و وزن‌دهی عمقی: دو مطالعه موردی روی داده‌های لوله انتقال گاز و داده‌های آثار باستانی

رامین ورفی‌نژاد^{۱*}، سعید پرنو^۱ و ابوالقاسم کامکار روحانی^۲

۱. دانشجوی دکتری، گروه فیزیک زمین، مؤسسه ژئوفیزیک، دانشگاه تهران، تهران، ایران.
 ۲. دانشیار، گروه ژئوفیزیک، دانشکده مهندسی معدن، نفت و ژئوفیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران.
 (دریافت: ۹۷/۱۲/۲۸، پذیرش نهایی: ۹۸/۷/۹)

چکیده

آشکارسازی سازه‌های زیرسطحی همواره یکی از مسائل مورد بحث در تأمین امنیت و نگهداری تأسیسات مدفون و برخی اکتشافات ژئوفیزیکی بوده است. بنابراین نیاز ضروری به روش‌های غیرمخرب برای آشکارسازی این گونه اهداف زیرسطحی کاملاً مشهود می‌باشد. از این رو برای تهیه نقشه این سازه‌ها می‌توان از روش‌های ژئوفیزیکی مناسب، بدون هرگونه تخریبی در سطح زمین بهره گرفت. با وارون‌سازی داده‌های ژئوفیزیکی می‌توان پارامترهای هندسی مانند عمق، موقعیت افقی و خواص فیزیکی مانند خودپذیری مغناطیسی بی‌هنجاری‌های زیرسطحی را تعیین کرد. در روش مغناطیس‌سنجی، مسأله وارون‌سازی دارای عدم یکتایی جبری و عدم یکتایی تئوریک است. همچنین تغییرات کم در مقدار داده‌ها به دلیل وجود نوفه، باعث تغییرات شدیدی در تخمین پارامترهای مدل می‌شود. برای رفع این مشکلات می‌توان از قیدهای مختلف و اطلاعات اولیه بهره گرفت. در این پژوهش، الگوریتم وارون‌سازی کمینه طول وزن‌دار منظم‌سازی شده و دو قید فشردگی و وزن‌دهی عمقی استفاده شده است. برای بررسی کارایی الگوریتم، از داده‌های مصنوعی حاصل از مدل دایک قائم و مدل دو دایک شیب‌دار استفاده شده است. نتایج به دست آمده، دلالت بر تفکیک‌پذیری بالای الگوریتم مورد نظر داشته به نحوی که شیب و تابین چگالی آن نزدیک به مدل اصلی هستند. برای بررسی کارایی عملی الگوریتم پیشنهادی، این الگوریتم بر روی داده‌های برداشت‌شده لوله انتقال گاز در منطقه قلعه شوکت شهرستان شاهرود و داده‌های آثار باستانی ناحیه‌ای از شهر سوخته پمپی اعمال شده است. نتایج حاصل از وارون‌سازی با استفاده از این الگوریتم، بازیابی قابل قبولی از واقعیت زیر سطح را نشان می‌دهند.

واژه‌های کلیدی: مغناطیس‌سنجی، وارون‌سازی، قید فشردگی، وزن‌دهی عمقی، مدل مصنوعی.

۱. مقدمه

مشخصه‌های چشمه یا SPI (تورستن و اسمیت، ۱۹۹۷؛ فیلیس و همکاران، ۲۰۰۷) برای تعیین موقعیت افقی، روش عدد موج محلی بهبود یافته (سالم و همکاران، ۲۰۰۸) و واهمامیخت اوپلر (نیقیان و هانسن، ۲۰۰۱؛ استاورو و رید، ۲۰۰۷؛ فدی و فلوریو، ۲۰۰۹) برای تخمین عمق و ANEUL (سالم و راوات، ۲۰۰۳) و DEXP (فدی، ۲۰۰۷؛ سه‌لا و فدی، ۲۰۱۲) برای تخمین شاخص ساختاری استفاده می‌شوند. با این وجود، هیچ کدام از روش‌های ذکر شده تخمینی از خودپذیری مغناطیسی ارائه نمی‌دهند و بایستی از روش‌های وارون‌سازی برای تخمین این ویژگی فیزیکی بهره گرفته شود. روش‌های وارون‌سازی داده‌های مغناطیسی در طول

روش مغناطیس‌سنجی روشی غیرمخرب، سریع و ارزان قیمت برای بررسی و آشکارسازی ساختارهای مغناطیسی زیرسطحی می‌باشد. این روش یکی از پرکاربردترین روش‌های ژئوفیزیکی در اکتشافات معدنی، نفت و گاز، منابع زمین گرمایی، آب‌های زیرزمینی، مطالعات مهندسی، زیست محیطی و باستان‌شناسی است (نیقیان و همکاران، ۲۰۰۵).

هدف اصلی از تفسیر داده‌های مغناطیس‌سنجی تعیین پارامترهایی مانند عمق، موقعیت افقی و خودپذیری مغناطیسی بی‌هنجاری‌های زیرسطحی است. از روش‌های مختلفی همچون سیگنال تحلیلی (هسو و همکاران، ۱۹۹۶؛ کیتینگ و پیلکنگتون، ۲۰۰۴)، روش تصویرسازی

قید وزن‌دهی عمقی (لی و الدنبرگ، ۱۹۹۶) و برای منظم‌سازی، از ماتریس همواری استفاده شده است. همچنین از یک کران بالا و پایین برای افزایش دقت در بازیابی مدل خودپذیری مغناطیسی استفاده می‌شود. به منظور بررسی عملکرد الگوریتم مورد نظر، از داده‌های دو مدل مصنوعی در حالت بدون نوفه و با نوفه بهره گرفته شده است. در نهایت، الگوریتم را روی داده‌های واقعی اعمال کرده تا قابلیت آن در کاربردهای عملی نیز مشخص شود.

۲. روش کار

۲-۱. مدل‌سازی پیشرو

با فرض گسسته‌سازی زیر سطح زمین به تعدادی سلول با سطح مقطع مربعی یا مستطیلی و طول بی‌نهایت در راستای زمین‌شناسی بی‌هنجاری (شکل ۱) و خودپذیری مغناطیسی ثابت در هر سلول، می‌توان پاسخ پیشرو را از رابطه زیر به دست آورد (بلیکلی، ۱۹۹۶):

$$d_i = \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^4 (\hat{f}_x B_x^k + \hat{f}_z B_z^k)_i \quad (1)$$

که در آن، d_i پاسخ مغناطیسی در نقطه نام، \hat{f}_x و \hat{f}_z مؤلفه‌های واحد میدان ژئومغناطیسی و B_x^k و B_z^k به ترتیب مؤلفه‌های افقی و قائم پاسخ مغناطیسی نوارهای متناظر هستند که به صورت زیر محاسبه می‌شوند (بلیکلی، ۱۹۹۵):

$$B_x = -2C_m (M \cdot \hat{n}) [\hat{s}_x \log \left(\frac{r_{p+1}}{r_p} \right) - \hat{s}_z (\theta_p - \theta_{p+1})] \quad (2)$$

$$B_z = -2C_m (M \cdot \hat{n}) [\hat{s}_z \log \left(\frac{r_{p+1}}{r_p} \right) + \hat{s}_x (\theta_p - \theta_{p+1})] \quad (3)$$

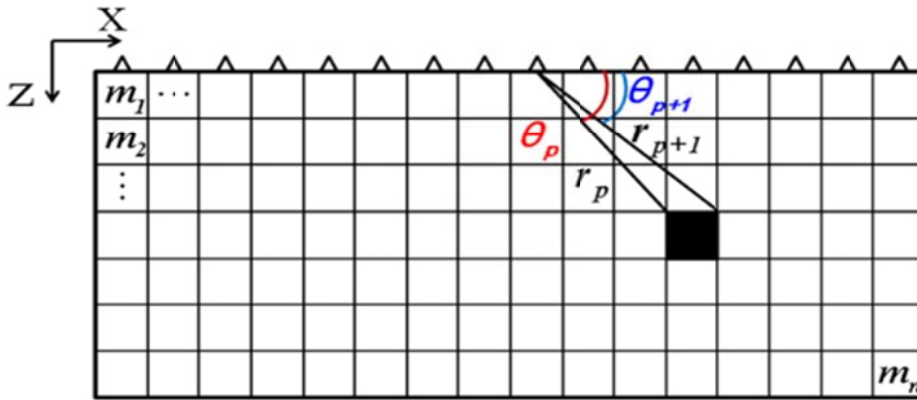
r_p ، r_{p+1} ، θ_p و θ_{p+1} در شکل ۱ نشان داده شده‌اند، M بردار مغناطش، \hat{n} بردار یکه عمود بر هر سلول است، $\hat{s}_x = -\hat{n}_z$ و $\hat{s}_z = \hat{n}_x$ و $C_m = \frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7}$ در سیستم واحدهای SI است.

دهه‌های اخیر پیشرفت چشم‌گیری داشته و توانسته‌اند ساختارهای زیرسطحی را با دقت بیشتری بازیابی نمایند (پیلکینگتون، ۱۹۹۷؛ بولانگر و شوتو، ۲۰۰۱؛ سیلوا و باروسا، ۲۰۰۶؛ پیلکینگتون، ۲۰۰۹؛ سه‌لا و فدلی، ۲۰۱۲؛ پائولتی و همکاران، ۲۰۱۳). به طور کلی بی‌هنجاری‌های زیرسطحی، ساختاری سه‌بعدی دارند. اما بسیاری از بی‌هنجاری‌ها مانند گسل و دایک دارای ساختاری دو بعدی بوده و می‌توان از مدل‌سازی دوبعدی برای بررسی این ساختارها با تقریب نسبتاً خوبی بهره گرفت.

عدم یکتایی و ناپایداری جواب دو مشکل اصلی در فرآیند وارون‌سازی داده‌های مغناطیس‌سنجی هستند. عدم یکتایی مسأله ناشی از دو عامل ابهام جبری (کمتر بودن تعداد داده‌ها نسبت به پارامترهای مدل) و ابهام تئوریک (طبق قضیه گاوس چشمه‌های بی‌هنجاری متفاوت می‌توانند پاسخ‌های یکسانی تولید کنند) است (وطن‌خواه و همکاران، ۲۰۱۴). همچنین دترمینان ماتریس به دست آمده از حاصل ضرب ماتریس عملگر پیشرو در ترانزاده‌اش یا صفر و یا خیلی نزدیک به صفر است و هرچه این مقدار به صفر نزدیک باشد به دلیل وابستگی ماتریس وارون با عکس دترمینان مسأله ناپایدارتر بوده و با توجه به وجود نوفه روی داده‌ها به خطای بیشتری در تعیین پارامترهای مدل (مقطع زیرسطح) منجر می‌شود (استر و همکاران، ۲۰۰۵). برای حل این مشکلات باید از قیدها و اطلاعات اولیه استفاده کرد.

در این تحقیق به وارون‌سازی دو بعدی داده‌های مغناطیس‌سنجی پرداخته و مبنای روش مورد استفاده، الگوریتم ارائه شده لاست و کوییک (۱۹۸۳) است. در الگوریتم مورد استفاده لاست و کوییک (۱۹۸۳)، ماتریس وزن‌دهی مدل فقط شامل قید فشردگی بوده و در عبارت منظم‌سازی، از ماتریس وزن‌دهی داده‌ها (ماتریس کواریانس داده‌ها) بهره گرفته شده است.

در این پژوهش، ماتریس وزن‌دهی مدل عبارت است از حاصل ضرب قید فشردگی (لاست و کوییک، ۱۹۸۳) و



شکل ۱. گسسته‌سازی زیر سطح زمین به تعدادی سلول با سطح مقطع مربع یا مستطیل (وطن‌خواه و همکاران، ۲۰۱۴).

شکل ماتریسی معادله (۱) به صورت زیر می‌باشد:

$$d = Am + e \quad (۴)$$

که در آن، A ماتریس پیشرو، m بردار پارامترهای مدل، d بردار داده‌ها و e بردار نوفه بر روی داده‌ها است. معادله ماتریسی (۴) بیانگر مسأله پیشرو است که برای یک مدل معین، می‌توان پاسخ مغناطیسی آن را محاسبه کرد.

۲-۲-۱. تابع وزن‌دهی عمق

باتوجه به کاهش شدت میدان پتانسیل با فاصله از چشمه، اثر سلول‌هایی که در عمق قرار دارند در سطح کمتر دیده می‌شوند. برای جبران این موضوع، لی و اولدنبرگ (۱۹۹۶)، تابع وزن‌دهی عمق را به فرآیند وارون‌سازی اعمال کردند. این تابع در حالت گسسته با رابطه (۶) تعریف می‌شود:

$$w_d = \frac{1}{(z)^{\beta/2}} \quad (۶)$$

که در آن، w_d ماتریس قطری وزن‌دهی عمق، Z بردار مؤلفه Z مرکز سلول‌ها و $\beta/2$ توان تابع وزن‌دهی عمق است. در اینجا فرض بر آن است که داده‌ها در سطح زمین برداشت شده‌اند. اگر ارتفاع برداشت Z_0 باشد، آنگاه داخل پراتز باید به $Z+Z_0$ تغییر کند. لی و الدنبرگ (۱۹۹۶) توان تابع وزن‌دهی $\beta/2$ را برای روش مغناطیس‌سنجی برابر $1/5$ در نظر گرفتند یعنی $\beta = 3$. در اینجا برای $\beta/2$ بازه 1 تا $1/5$ استفاده شده است.

۲-۲-۲. قید فشرده‌گی

این قید برای اولین بار در سال ۱۹۸۳ توسط لاست و کوییک معرفی شد و به‌عنوان قید اصلی مسئله وارون داده‌های گرانی‌سنجی به کار گرفته شد:

$$w_c = \frac{1}{(m+\epsilon)^2} \quad (۷)$$

در رابطه (۷) w_c ماتریس فشرده‌گی، m بردار پارامترهای

۲-۲. وارون‌سازی

برای وارون‌سازی تابع هدف تعریف شده در معادله (۵) کمینه می‌شود تا پارامترهای مدل به دست آیند. همان‌طور که در بالا ذکر شد مسأله مورد نظر بد شرط می‌باشد و رایج‌ترین روش برای انجام وارون‌سازی مسائل بد شرط، منظم‌سازی تیخونوف است (استر و همکاران، ۲۰۰۵):

$$f(m) = \|Am - d\|_2^2 + \alpha^2 \|w_m(m)\|_2^2 \quad (۵)$$

که در آن α پارامتر منظم‌سازی و w_m ماتریس وزنی پارامترهای مدل است که می‌تواند شامل یک یا چند قید باشد که در ادامه به آن پرداخته خواهد شد. در معادله (۵)، جمله اول عدم برآزش داده‌های محاسبه شده نسبت به داده‌های واقعی را بیان می‌کند و جمله دوم بیانگر مدل با کمینه طول وزن‌دار نسبت به یک مدل مرجع است.

ماتریس w_m می‌تواند بیانگر ماتریس‌های همواری، تابع وزن‌دهی عمقی (لی و الدنبرگ، ۱۹۹۶) و قید فشرده‌گی (لاست و کوییک، ۱۹۸۳) باشد.

$$L = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

برای حل معادله (۸) و به دست آوردن جواب مسئله وارون که یک فرآیند تکرار است، از $w_m = I \times w_d$ شروع می‌شود (ماتریس فشردگی برابر با ماتریس همانی تعریف می‌شود) و پارامترهای مدل به دست می‌آیند. گام بعدی، اعمال قید کران بالا و پایین روی پارامترهای مدل است. سپس مدل را در قید فشردگی جای‌گذاری کرده و ماتریس وزنی جدید برای مدل به دست می‌آید و دوباره برای وزن جدید پارامترهای مدل را حساب می‌کنیم. این روند تا زمانی ادامه می‌یابد که یا همگرایی حاصل شود و یا جوابی به دست آید که خطای برازش آن قابل قبول باشد. انتخاب پارامتر منظم‌سازی معمولاً یا با روش L-curve یا روش GCV انجام می‌شود و این دو روش به‌طور کامل در کتاب استر و همکاران (۲۰۰۵) مورد بررسی قرار گرفته‌اند. در اینجا از یک روش تجربی برای تخمین پارامتر منظم‌سازی استفاده می‌کنیم که بسیار ساده است. برای تخمین مراحل زیر لازم است:

* تعیین مرتبه بزرگ‌ترین عدد ماتریس پیشرو (عملگر A) که در اینجا از مرتبه 10^4 است.

* برای داده‌های مصنوعی بدون نوفه، پارامتر منظم‌سازی را می‌توان با ضرب کردن این مرتبه در 10^{-4} تا 10^{-8} به راحتی به دست آورد. کافی است ابتدا عدد وسط این بازه (در مقیاس لگاریتمی) یعنی 10^{-6} را انتخاب و در 10^4 ضرب کرد، اگر بازیابی و برازش کامل بود که همین عدد را انتخاب می‌کنیم، اگر مدل بازیابی شده نوفه‌ای بود 10^{-5} یا 10^{-4} را ضرب می‌کنیم و یکی از این دو عدد حاصل بهترین مدل ممکن و برازش را به دست خواهند داد. به ندرت لازم می‌شود که عدد منظم‌سازی از ضرب عددی کوچکتر از 10^{-6} در 10^4 نیاز باشد. بنابراین برای داده‌های مصنوعی بدون نوفه، تخمین این پارامتر در نهایتاً سه آزمون و خطا صورت می‌پذیرد.

مدل و ε عدد بسیار کوچکی است که برای جلوگیری از صفر شدن مخرج کسر استفاده شده است. در مسئله وارون، به دلیل این که قید فشردگی وابسته به بردار پارامترهای مدل است، وارون‌سازی یک فرآیند تکراروار خواهد بود. قید فشردگی در حالت دو بعدی سطح و در سه بعد حجم را کمینه می‌کند. در واقع هرچه تعداد تکرارها در فرآیند تکرار بیشتر شود سطح یا حجم کمینه‌تر و پارامتر مدل‌سازی بزرگ‌تر خواهد شد؛ بنابراین برای جلوگیری از این مشکل، روی پارامتر مدل کران بالا و پایین قرار می‌دهیم.

ماتریس وزنی مدل w_m از حاصل ضرب ماتریس‌های قطری وزن‌دهی عمقی و ماتریس فشردگی به دست می‌آید.

۲-۳. قید کران بالا و پایین برای پارامترهای مدل

پارامتر مدل در وارون‌سازی داده‌های مغناطیس‌سنجی، خودپذیری مغناطیسی است و این کمیت برای سنگ‌های زمین مقدار منفی ندارد، بنابراین کران پایین پارامترهای مدل صفر خواهد بود. کران بالا را می‌توان براساس اطلاعات اولیه مشخص کرد. این قید در طی الگوریتم وارون‌سازی اعمال می‌شود و مانع از وجود مقادیر غیر معقولی برای پارامترهای مدل خواهد شد و سبب بهبود مدل بازیابی شده می‌شود.

با قرار دادن ماتریس همانی به جای ماتریس وزن‌دهی عدم انطباق داده‌ها، معادله (۴) کمینه و جواب کمینه طول وزن‌دار به دست می‌آید. اگر به جواب کمینه طول عبارت منظم‌سازی تیخونوف را اضافه کنیم، معادله زیر حاصل می‌شود (منکه، ۲۰۱۲):

$$m = w_m^{-1} A^T (A w_m^{-1} A^T + \alpha^2 L^T L)^{-1} d \quad (8)$$

در معادله (۸)، L ماتریس همواری، w_m ماتریس وزن‌دهی است که حاصل ضرب ماتریس وزن‌دهی عمقی در ماتریس فشردگی می‌باشد و α پارامتر منظم‌سازی است. ماتریس L به صورت زیر تعریف می‌شود (استر و همکاران، ۲۰۰۵):

به‌منظور شبیه‌سازی بهتر شرایط واقعی، به هریک از داده‌های مصنوعی نوفه گوسی با انحراف استاندارد ۵ درصد افزوده می‌شود.

۳-۱. مدل مصنوعی ۱

در ابتدا الگوریتم را روی داده‌های حاصل از مدل دایک قائم با تباین خودپذیری مغناطیسی ۰/۱۵ به کار می‌گیریم. دایک موردنظر دارای ضخامت ۱۰ متر و گستره عمقی ۶۰ متر است که سقف توده در عمق ۲۰ متری قرار دارد. شکل ۲، هندسه و محل قرارگیری مدل را در نیم‌فضای زیرسطحی و بی‌هنجاری مغناطیسی ناشی از آن را نشان می‌دهد.

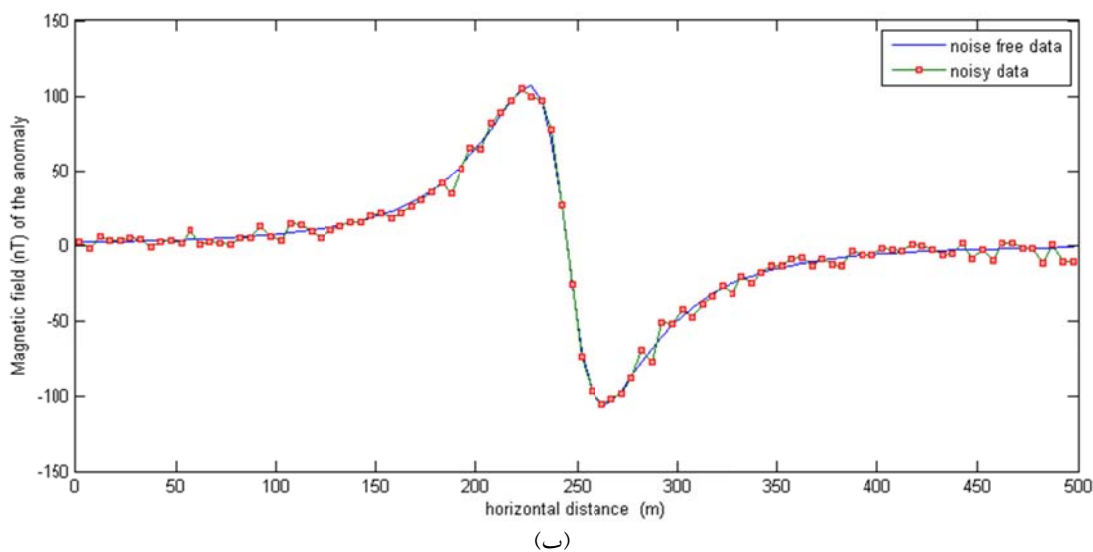
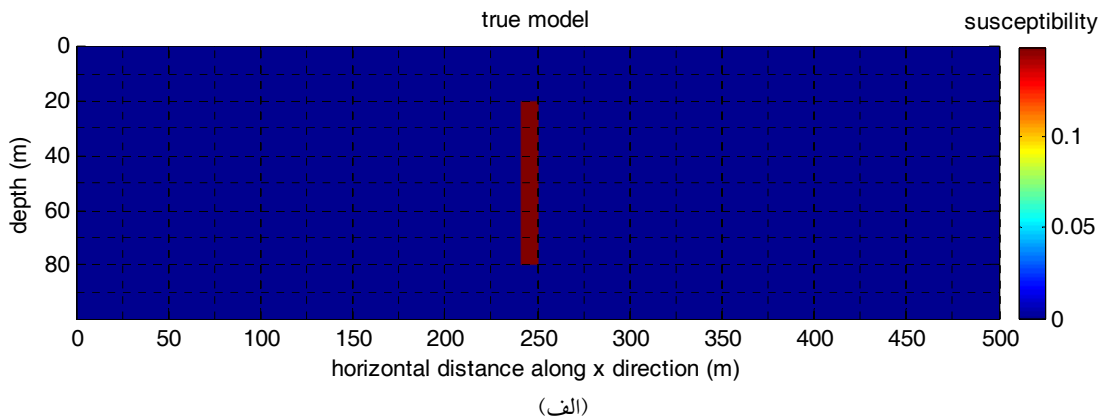
با استفاده از الگوریتم وارون مطرح شده، پاسخ پیشرو مدل را به‌عنوان داده ورودی در نظر گرفته و توانایی الگوریتم برای بازیابی مدل اصلی سنجیده می‌شود. نتایج حاصل از وارون‌سازی مدل دایک، در شکل ۳ نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که در حالت بدون نوفه، هندسه و چگالی مدل اصلی به‌طور دقیق بازیابی شده و همخوانی کاملی با مدل اولیه دارند (شکل ۳-الف). این درحالی است که با افزودن نوفه گاوسین ۵ درصد به داده‌ها، بازیابی هندسه و چگالی قسمت‌های عمیق مدل با خطا همراه می‌شود (شکل ۳-ب). در واقع برای وارون‌سازی داده‌های نوفه‌دار می‌بایست از پارامتر منظم‌سازی بزرگ‌تری استفاده کرد تا جواب مسأله پایدار شود، اما از طرف دیگر یک‌سویه‌گی در بازیابی مدل افزایش می‌یابد و بنابراین شباهت مدل بازسازی شده به مدل اصلی کمتر می‌شود. در جدول ۱ تمامی پارامترهای مورد نیاز در فرآیند وارون‌سازی با داده‌های بدون نوفه و با نوفه آورده شده‌اند. طبق این جدول پارامتر منظم‌سازی در حالت داده‌های با نوفه ۱۰۰ برابر حالتی است که در آن روی داده‌ها نوفه‌ای اعمال نشده است و این نشان‌دهنده اثر بسیار نامطلوب نوفه در فرآیند وارون‌سازی است که طی آن باید چنین یک‌سویه‌گی بزرگی برای ۵ درصد نوفه وارد وارون‌سازی شود.

* برای داده‌های مصنوعی با نوفه (۵ درصد) و داده‌های واقعی، حدود پارامتر منظم‌سازی با ضرب کردن 10^{-2} در مرتبه بزرگ‌ترین عدد ماتریس (اینجا 10^4) به‌دست می‌آید که ۱۰۰ می‌شود. حال کافی است علاوه بر ۱۰۰ اعدادی در این مرتبه مثلاً ۳۰۰ یا ۴۰۰ را نیز امتحان کرده و با بررسی مدل وارون‌سازی و برازش به‌راحتی بهینه‌ترین پارامتر منظم‌سازی را انتخاب کنید. هر چه نوفه کمتر از ۵ درصد باشد، عدد کمتر از ۱۰۰ و هرچه نوفه بیشتر از ۵ درصد باشد، عدد بیشتر از ۱۰۰ را باید انتخاب کرد. در اینجا ۳ یا ۴ انتخاب کافی است و پارامتر منظم‌سازی بهینه از بین آنها به‌راحتی مشخص خواهد شد.

در مثال‌های مصنوعی و داده‌های واقعی که در این تحقیق استفاده شده‌اند، پارامتر منظم‌سازی طبق قواعد بالا و بدون استفاده از دو روش استاندارد موجود تعیین شده است و نتایج به‌دست آمده به‌خوبی نشان‌دهنده کارآمدی این روش تجربی است. بنیاد این روش استفاده از عدد بیشینه ماتریس عملگر پیشرو است که این ماتریس در وارون‌سازی خطی نقشی مشابه ماتریس ژاکوبین در وارون‌سازی غیرخطی را دارد.

۳. مدل‌سازی عددی

در بررسی‌های ژئوفیزیکی، به‌منظور بررسی روش‌های مورد استفاده در تفسیر داده‌های به‌دست آمده از عملیات صحرائی و سنجش دقت و قابلیت عملی این روش‌ها، آنها را بر داده‌های مصنوعی حاصل از شکل‌های هندسی ساده اعمال می‌کنند. بنابراین، می‌توان نتایج به‌دست آمده را با مقادیر اولیه پارامترهای هدف مقایسه کرد و برآورد مناسبی از میزان دقت روش مورد استفاده به‌دست آورد. در این مقاله، از دو مدل مصنوعی متفاوت به‌منظور ارزیابی توانایی الگوریتم موردنظر در بازیابی توده‌های زیرسطحی استفاده شده است. در هر دو مدل، نیم‌فضای زیرسطحی به‌صورت ۱۰ سلول در راستای محور Z و ۵۰ سلول در راستای محور X گسسته‌سازی می‌شود. سطح مقطع سلول‌ها به‌صورت مربعی با ابعاد ۱۰ متر است. همچنین



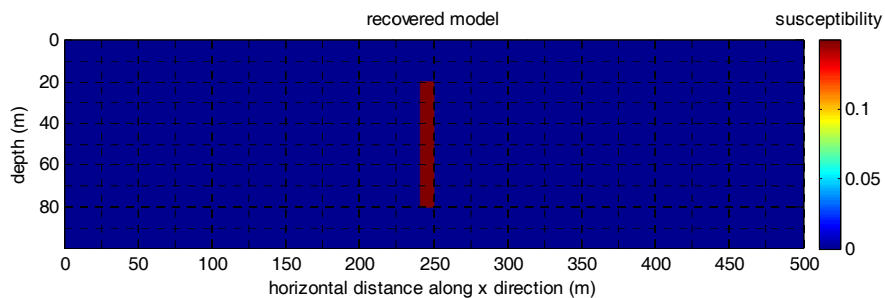
شکل ۱. الف) مدل دایک قائم، ب) بی‌هنجاری مغناطیسی ناشی از مدل دایک قائم، میدان مغناطیسی منطقه ۴۷۰۰۰ nT و زاویه‌های میل و انحراف به‌ترتیب ۴۵ و صفر درجه فرض شده‌اند.

جدول ۱. پارامترهای انتخاب شده در وارون‌سازی مدل دایک قائم.

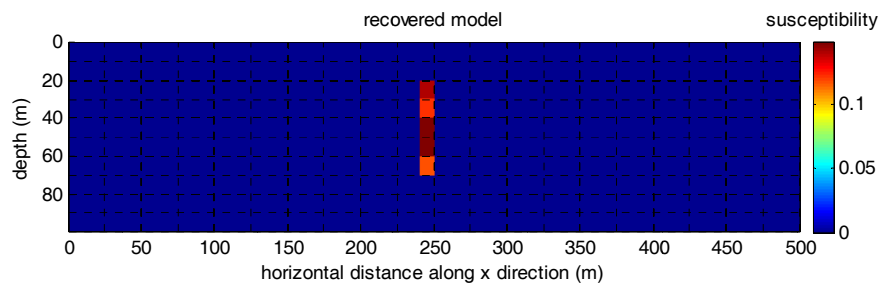
| پارامتر منظم‌سازی | β | تعداد تکرارها | کران پایین برای پارامترهای مدل | کران بالا برای پارامترهای مدل | |
|-------------------|---------|---------------|--------------------------------|-------------------------------|---------------------|
| ۰/۰۱ | ۳ | ۸ | ۰ | ۰/۱۵ | داده‌های بدون نوفه |
| ۱۰۰ | ۳ | ۵ | ۰ | ۰/۱۵ | داده‌های با نوفه ۵٪ |

دقیق مدل اصلی، دو منحنی داده‌های مشاهده شده و محاسبه شده با هم منطبق هستند اما برای حالت داده‌های مشاهده شده شامل، نوفه داده‌های محاسبه شده نسبت به داده‌های اصلی دارای خطا می‌باشند.

مقایسه داده‌های مشاهده شده اصلی با داده‌های محاسبه شده از مدل‌های وارون‌سازی برای حالت بدون نوفه و با نوفه در شکل ۴ نشان داده شده است. در این شکل مشاهده می‌کنیم که برای حالت بدون نوفه، به‌دلیل بازیابی

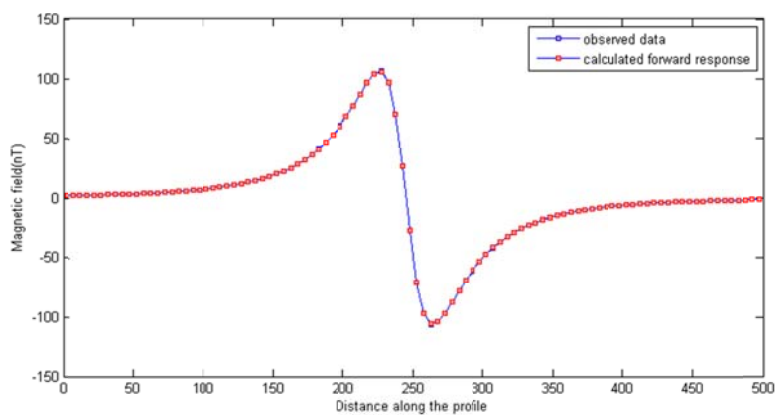


(الف)

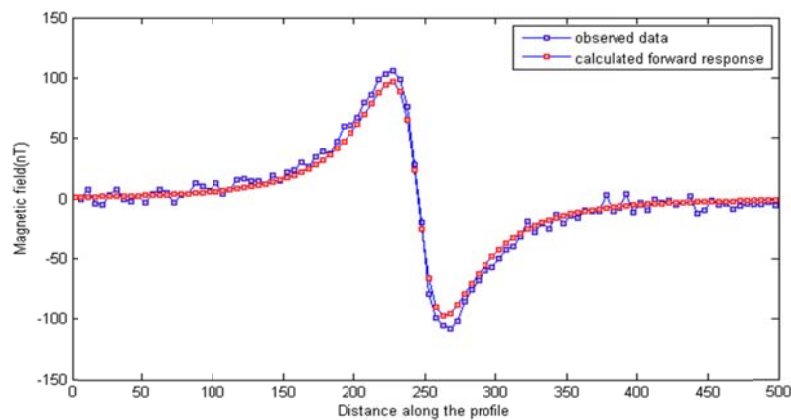


(ب)

شکل ۲. مدل بازیابی شده حاصل از الگوریتم وارون‌سازی الف) مدل بدون نوفه ب) مدل همراه با ۵ درصد نوفه گاوسی.



(الف)



(ب)

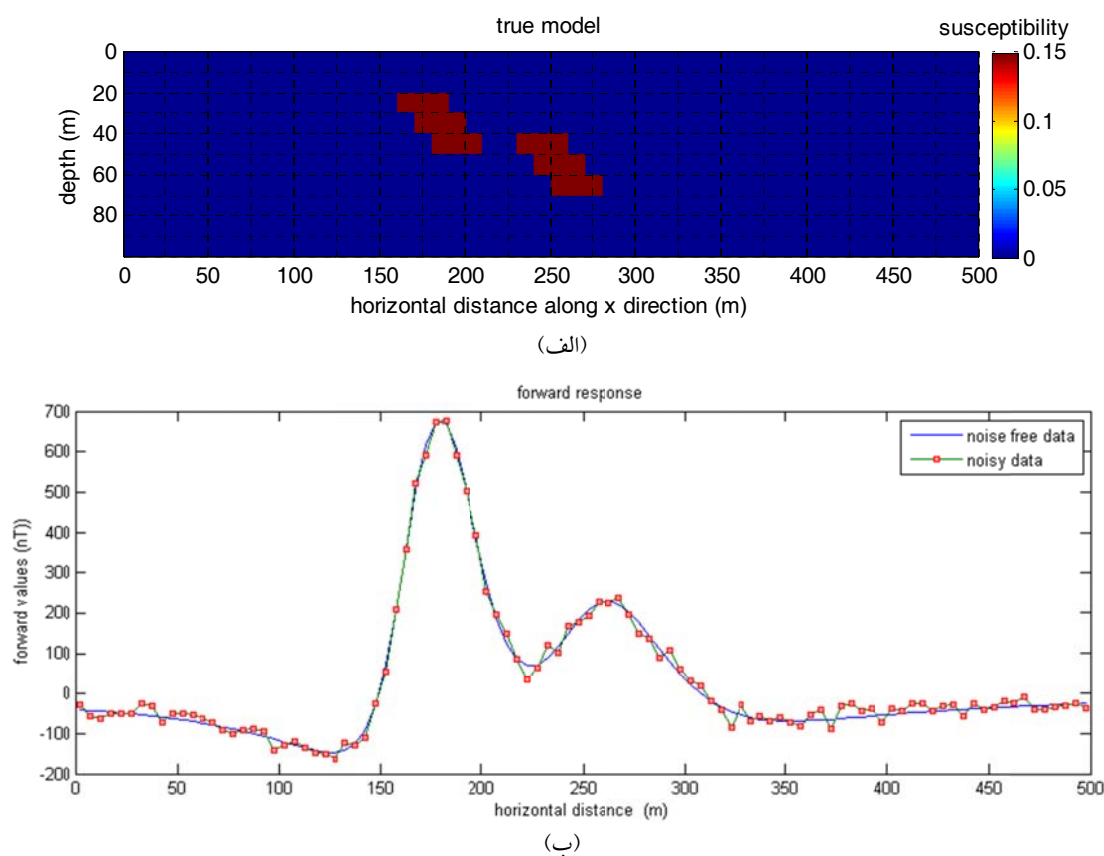
شکل ۴. مقایسه داده‌های مشاهده شده مصنوعی و داده‌های محاسبه شده از مدل وارون‌سازی الف) داده‌های مشاهده شده بدون نوفه باشند ب) داده‌های مشاهده شده شامل ۵ درصد نوفه باشند.

۳-۲. مدل مصنوعی ۲

در این مرحله، از مدل پیچیده‌تری شامل دو دایک شیب‌دار استفاده می‌شود که تباین خودپذیری هر دو مدل با زمینه ۰/۱۵ واحد SI و عمق‌های آنها متفاوت است. شکل ۵، هندسه و محل قرارگیری دو مدل در نیم‌فضای زیرسطحی به همراه بی‌هنجاری مغناطیسی ناشی از آنها را نشان می‌دهد.

شکل ۶، نتایج حاصل از وارون‌سازی مدل فوق را نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که با اعمال الگوریتم بر مدل

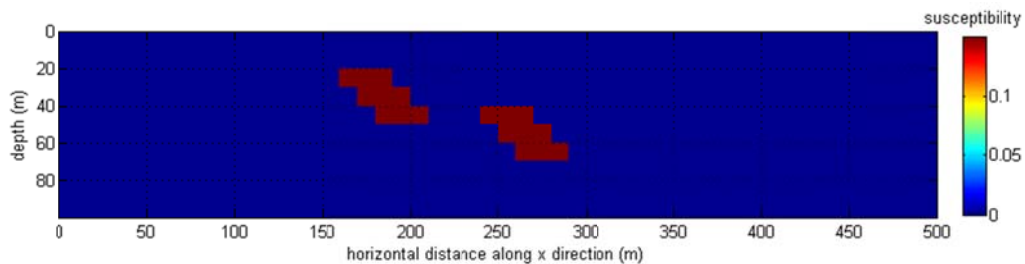
فاقد نوفه، مدل حاصل از وارون‌سازی از نظر هندسه و خودپذیری مغناطیسی تا حد زیادی به مدل اصلی شباهت دارد (شکل ۶-الف)؛ در صورتی که با افزودن نوفه گاوسین ۵ درصد به داده‌ها، بازیابی هندسه و خودپذیری مغناطیسی با خطای بیشتری همراه می‌شود (شکل ۶-ب). با این وجود، خودپذیری مغناطیسی برآورد شده در بیشتر مناطق مدل، تطابق قابل‌قبولی با مقدار اصلی داشته و همچنین تخمین هندسه مدل از دقت مناسبی برخوردار است.



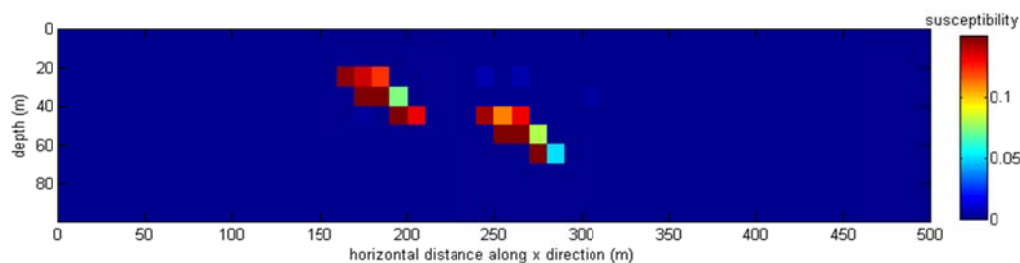
شکل ۵. (الف) مدل دو دایک شیب‌دار. (ب) بی‌هنجاری مغناطیسی ناشی از مدل دو دایک شیب‌دار. میدان مغناطیسی محل 47000 nT و زاویه‌های میل و انحراف به ترتیب ۴۵ و صفر درجه فرض شده‌اند.

جدول ۲. پارامترهای انتخاب شده در وارون‌سازی مدل دو دایک شیب‌دار.

| پارامترهای مدل | کران بالا برای پارامترهای مدل | کران پایین برای پارامترهای مدل | تعداد تکرارها | β | پارامتر منظم‌سازی | داده‌های بدون نوفه |
|----------------|-------------------------------|--------------------------------|---------------|---------|-------------------|---------------------|
| ۰/۱۵ | ۰ | ۰ | ۱۰ | ۲ | ۰/۰۱ | داده‌های بدون نوفه |
| ۰/۱۵ | ۰ | ۰ | ۱۵ | ۲ | ۲۰۰ | داده‌های با نوفه ۵٪ |

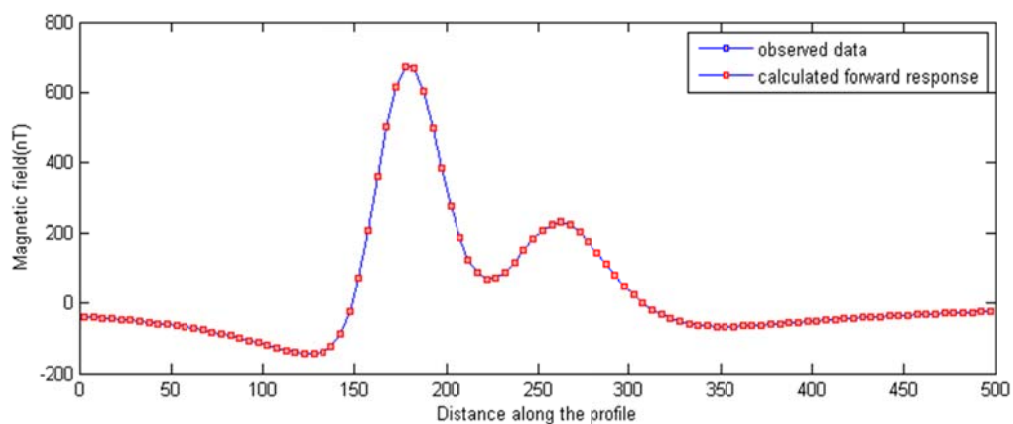


(الف)

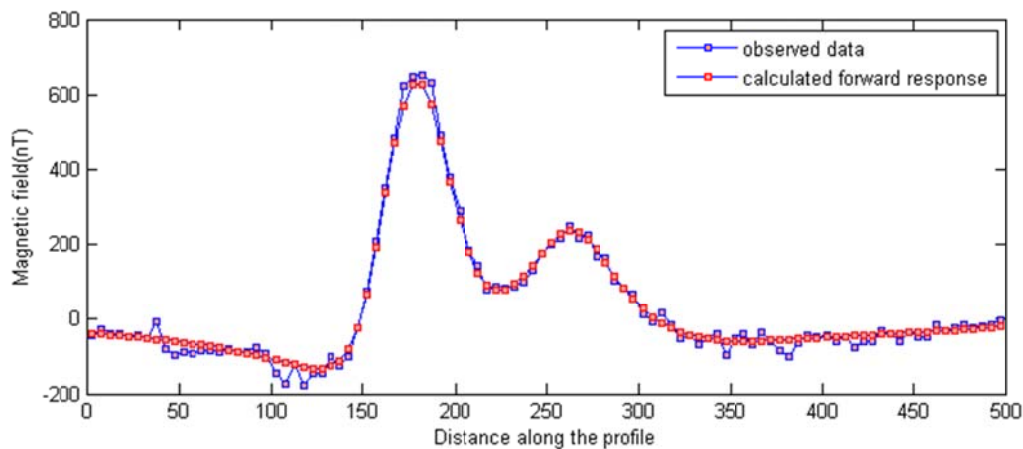


(ب)

شکل ۶. مدل بازیابی شده حاصل از الگوریتم وارون‌سازی (الف) مدل بدون نوفه (ب) مدل همراه با ۵ درصد نوفه گاوسی.



(الف)



(ب)

شکل ۷. مقایسه داده‌های مشاهده شده مصنوعی و داده‌های محاسبه شده از مدل وارون‌سازی (الف) داده‌های مشاهده شده بدون نوفه باشند (ب) داده‌های مشاهده شده شامل ۵ درصد نوفه باشند.

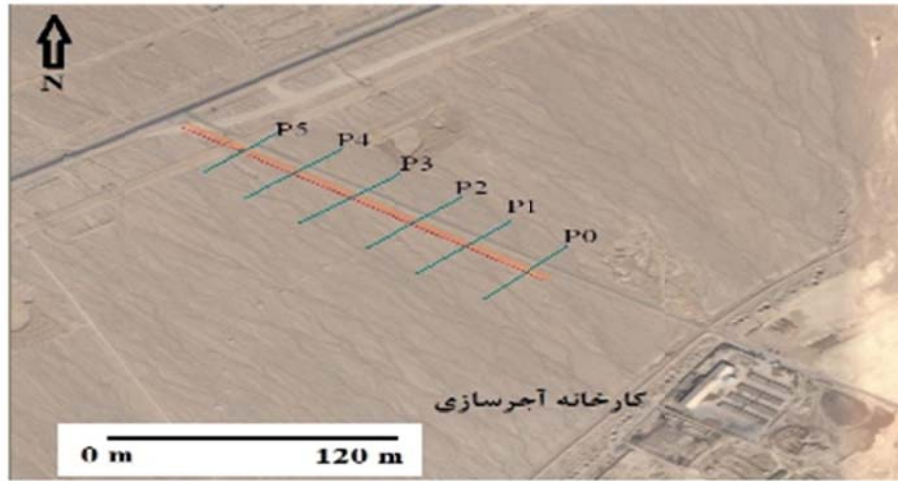
۴. داده واقعی

۴-۱. داده‌های لوله انتقال گاز قلعه شوکت شهرستان شاهرود

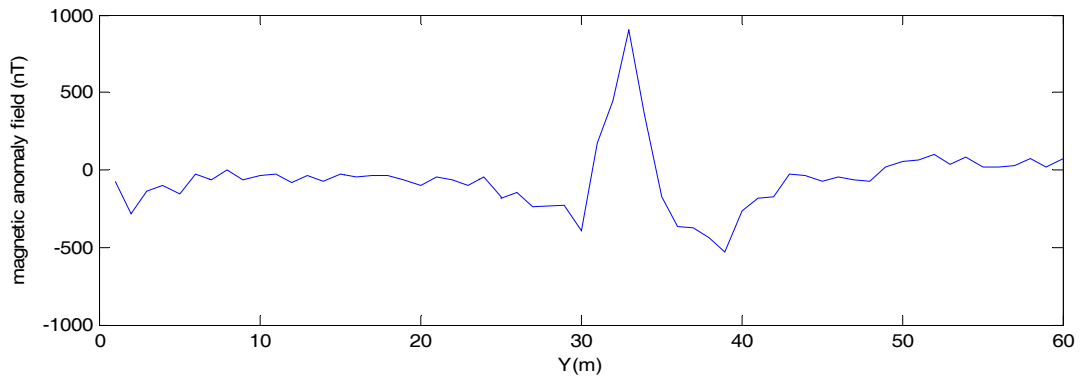
در این پژوهش جهت بررسی کارایی الگوریتم مورد نظر، از داده‌های مغناطیسی برداشت‌شده در ناحیه قلعه شوکت شهرستان شاهرود توسط حسینی و همکاران (۱۳۸۸) استفاده شده و الگوریتم ذکر شده بر روی این داده‌ها اعمال شده است. این داده‌ها بر روی لوله فلزی انتقال گاز که در عمق تقریبی ۱ متر بوده است، برداشت شده‌اند. به موازات خط لوله، خطوط انتقال نیروی برق ۵۰ هرتز و خط تلفن در نزدیکی لوله در زمین دفن شده‌اند. علاوه بر این، جاده آسفالت‌های نیز با همین امتداد، جزیی از منطقه برداشت داده‌ها است. پروفیل‌های برداشتی متشکل از ۶ پروفیل P0 تا P5 (شکل ۸) به طول ۶۰ متر و به‌طور موازی در فاصله ۱۰۰ متری از همدیگر واقع شده‌اند. همان‌طور که در شکل ۸ نشان داده شده، جاده آسفالت‌ه، لوله گاز و خط تلفن در این منطقه موازی با هم قرار گرفته‌اند.

در برداشت داده‌های مغناطیسی، برای هر ایستگاه برداشت شده، یک مختصات محلی X و Y برای شبکه برداشت شده تعریف شده است؛ به‌طوری که امتداد پروفیل‌ها که عرض شبکه را تشکیل می‌دهند، در جهت محور Y است، یعنی ایستگاه اول در هر پروفیل در نقطه $Y=0$ و ایستگاه آخر در نقطه $Y=60$ واقع شده است. طول شبکه که محل قرارگیری ۶ پروفیل برداشت شده است، در جهت محور X است؛ به‌صورتی که اولین پروفیل یعنی P0 در $X=0$ و آخرین پروفیل یعنی L5 در $X=500$ متر واقع شده است. شدت میدان مغناطیسی کل منطقه ۴۸۵۰۰ نانوتسلا است. برای بررسی عملکرد کد وارون‌سازی دوبعدی، یکی از پروفیل‌ها را به‌عنوان نمونه (پروفیل P3) انتخاب کرده و

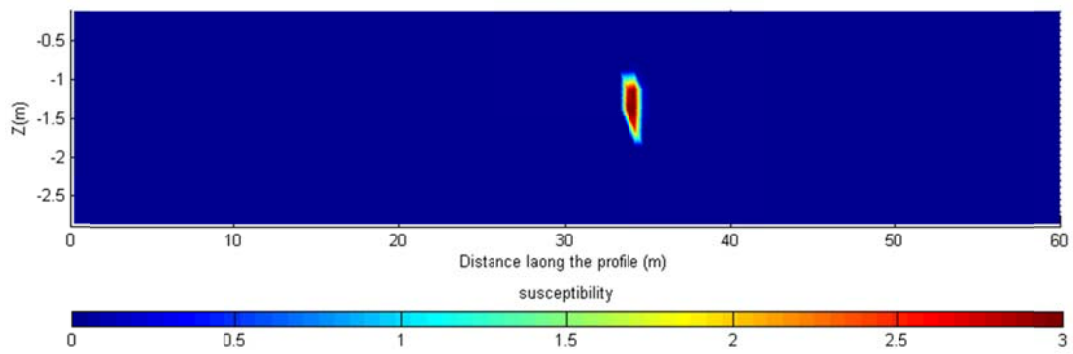
نتایج حاصل از اعمال آن روی داده‌ها نمایش داده می‌شود. زیر زمین به ۱۲۰ سلول در راستای پروفیل و ۱۰ سلول در راستای محور Z (عمق) با ابعاد افقی و قائم هر سلول ۰/۵ متر گسسته شده است. میدان مغناطیسی اندازه‌گیری‌شده در راستای پروفیل P3 و مدل حاصل از کد وارون‌سازی به‌ترتیب در شکل‌های ۹-الف و ب نشان داده شده است. در اینجا به جزء حذف میدان زمینه هیچ‌گونه پردازشی بر روی داده‌ها انجام نشده است تا کارآمدی آن بیشتر مشخص شود. همان‌گونه که ملاحظه می‌شود یک بی‌هنجاری واضح در فاصله ۳۵ متری از ابتدای پروفیل و در عمق ۱ متری از سطح زمین مشاهده می‌شود. پارامتر منظم‌سازی، توان تابع وزن‌دهی عمقی ($\beta/2$) و تعداد تکرار به‌ترتیب ۱۰۰، ۱/۲ و ۵ انتخاب شده‌اند. خودپذیری مغناطیسی این توده مقدار بالایی است و دلالت بر حضور یک توده با خودپذیری مغناطیسی بالا مانند آهن یا فولاد دارد. در شکل ۱۰ میدان مغناطیسی محاسبه شده از مدل وارون‌سازی با داده‌های اندازه‌گیری‌شده مقایسه شده‌اند. ملاحظه می‌شود که روند کلی داده‌های اندازه‌گیری‌شده در تعداد نقاط زیادی بازسازی شده و خطاها در فاصله ۲۵ تا ۳۰ متری از ابتدای پروفیل قابل توجه است؛ البته باید توجه داشت که در اینجا به‌جز حذف میدان مغناطیسی زمینه منطقه، هیچ‌گونه پردازش دیگری روی داده‌ها صورت نگرفته است و تصحیحات مربوط به زوایای میل و انحراف نیز در خود عملگر A انجام می‌گیرد. بنابراین، در چنین حالتی انتظار این‌گونه خطاها را باید داشت. در واقع، هدف اصلی سنجش توانایی الگوریتم برای حالت بدون هموار کردن منحنی داده‌های اندازه‌گیری بوده است و در این حالت مشاهده می‌شود که نتیجه با واقعیت تطابق قابل‌قبولی را دارد.



شکل ۸. در این شکل موقعیت پروفیل‌ها نسبت به هم، لوله گاز و جاده آسفالتی نمایش داده شده است.

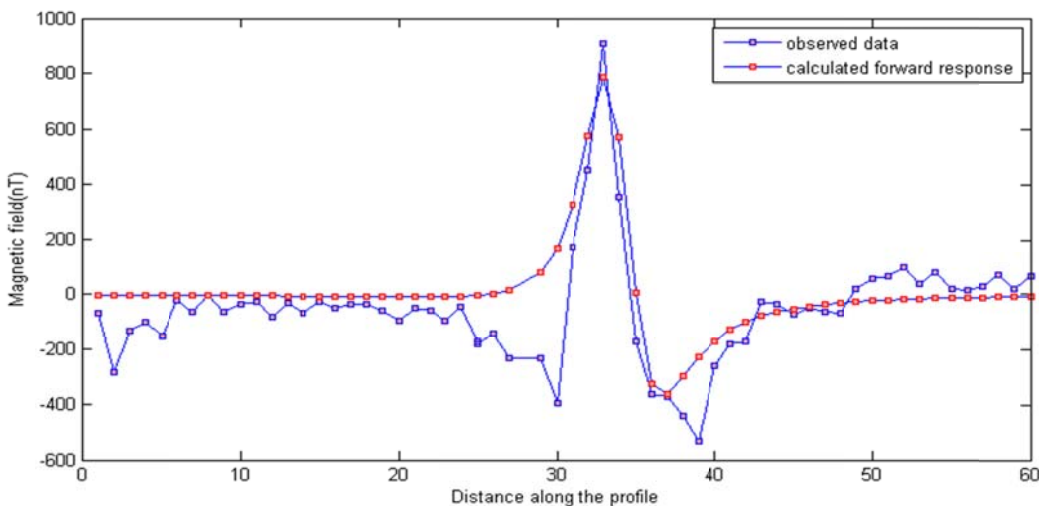


(الف)



(ب)

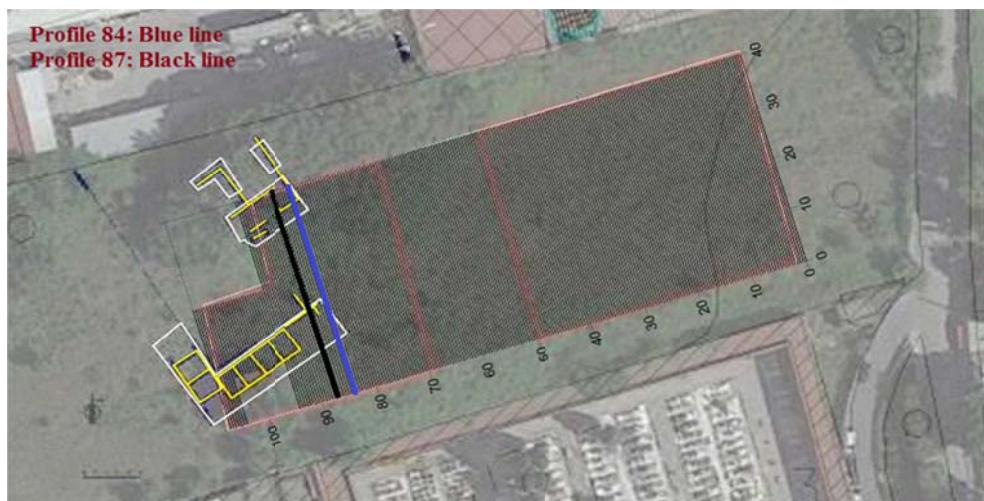
شکل ۹. (الف) میدان مغناطیسی اندازه‌گیری‌شده در راستای پروفیل P3، (ب) مدل حاصل از اعمال کد وارون‌سازی.



شکل ۱۰. مقایسه میدان مغناطیسی محاسبه شده با میدان اندازه‌گیری شده برای لوله مورد نظر.

راستای افقی (در امتداد پروفیل) و ۸ سلول در راستای قائم است. پارامتر منظم‌سازی، β و تعداد تکرارها به ترتیب ۳۰۰، ۲ و ۴ انتخاب شده‌اند. روی پارامتر مدل (خودپذیری مغناطیسی) مرز پایین صفر و مرز بالای ۰/۵ انتخاب شده است. پس از انجام وارون‌سازی مدل نشان داده در شکل ۱۲ به دست می‌آید. همان‌طور که مشاهده می‌شود، این مقطع شامل چهار بی‌هنجاری است: بی‌هنجاری اول که تباین آن با زمینه نسبت به دیگر بی‌هنجاری‌های کمتر است، در فاصله افقی ۲ تا ۵ متر و گستره عمقی ۲ تا ۳/۵ متر قرار دارد و نشان‌دهنده دیوارهایی که پروفیل از رو آن عبور کرده نیست.

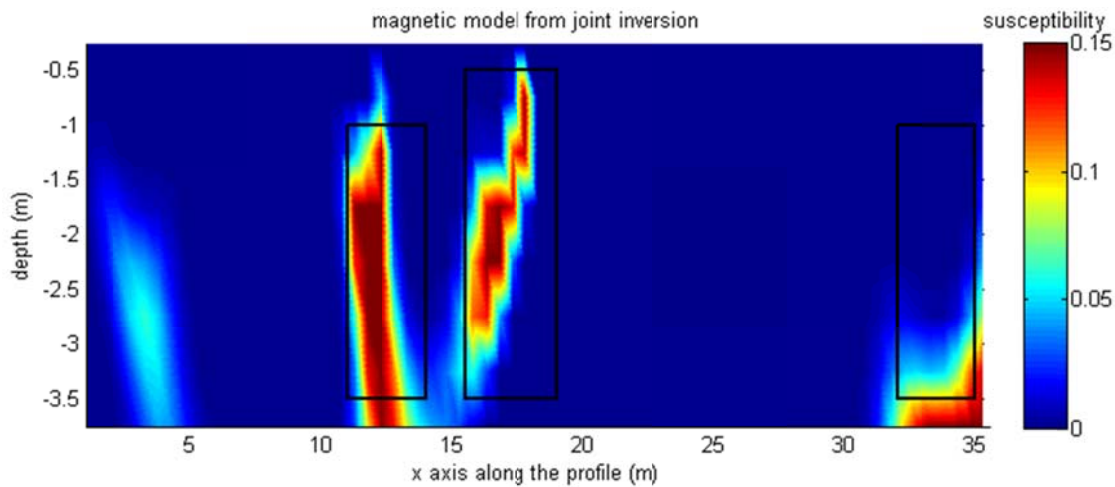
۲-۴. داده‌های آثار باستانی شهر سوخته پمپئی در ایتالیا برای بررسی الگوریتم با داده واقعی دیگر، از داده‌های برداشت شده در منطقه باستانی شهر سوخته پمپئی واقع در نزدیکی شهر ناپل در ایتالیا استفاده شده است، این داده مربوط به پروفیل ۸۴ است که همان‌طور در نقشه (شکل ۱۱) مشخص است این پروفیل از روی دیوارهای در فاصله ۱۷، ۱۲ و ۳۳ متری از ابتدای پروفیل عبور کرده است. طول پروفیل ۳۵/۵ m است و تعداد نقاط برداشت ۳۴۲ داده با فواصل برداشت ۱۰/۴ cm می‌باشد. برای انجام وارون‌سازی، شبکه دو بعدی از سلول‌های مربعی با ابعاد ۰/۵ m تولید شده است. تعداد سلول‌ها برابر ۷۱ سلول در



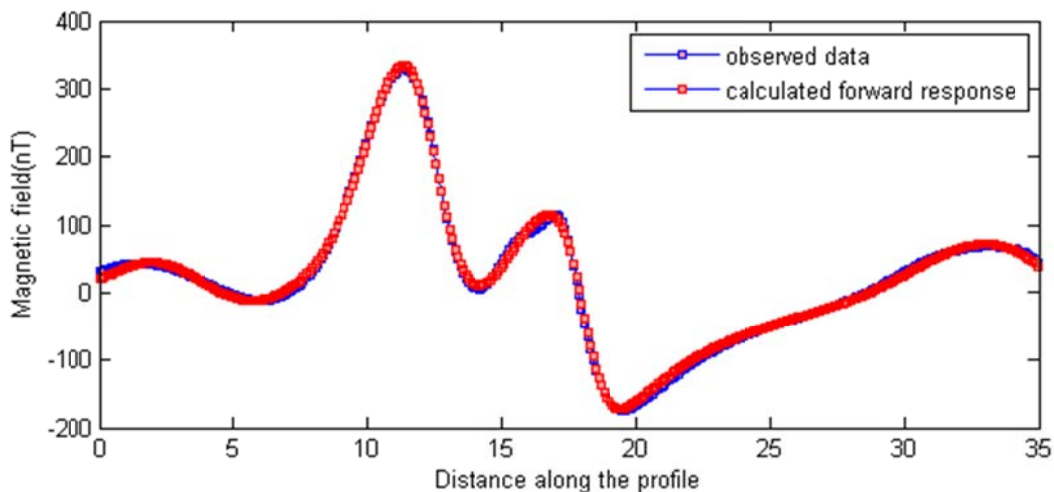
شکل ۱۱. نقشه ناحیه مورد نظر و پروفیل ۸۴ که با خط پر رنگ آبی نشان داده است.

آخر، در گستره عمقی بسیار بیشتری از دیوار سوم قرار بازیابی شده است اما مکان افقی آن صحیح است. دلیل این موضوع می‌تواند در نتیجه ناقص بودن پروفیل در قسمت انتهایی باشد. در شکل ۱۳، منحنی برازش داده‌های محاسبه شده از مدل وارون‌سازی با داده‌های اندازه‌گیری شده را نشان می‌دهد که برازش آنها به‌خوبی صورت گرفته است.

در واقع گزارشی که عامل ایجاد کننده این بی‌هنجاری مغناطیسی را مشخص کند، در دست نبود. بی‌هنجاری‌های دوم و سوم که نشانگر دیوار اول و دومی هستند که با پروفیل ۸۴ تقاطع داشته‌اند و همان‌طور که در نقشه مشخص است گسترش افقی و قائم آن با دیوارهای زیرسطحی (با مستطیل‌هایی که اضلاع آنها مشکی است نشان داده شده‌اند) تطابق بسیار خوبی دارند. بی‌هنجاری



شکل ۱۲. مدل حاصل از وارون‌سازی داده‌های پروفیل ۸۴



شکل ۱۳. برازش منحنی داده‌های محاسبه شده از مدل وارون‌سازی با داده‌های اندازه‌گیری شده پروفیل ۸۴

۵. نتیجه گیری

در ازای یک سویه گی به دست آمده است. در پایان با توجه به دقت و درستی روش مذکور در بازیابی خودپذیری مغناطیسی و مشخصات هندسی مدل‌ها، روش وارون‌سازی پیشنهادی روی دو نوع داده واقعی اعمال شد: (۱) داده‌های برداشت‌شده بر روی لوله انتقال گاز ناحیه قلعه شوکت شهرستان شاهرود به‌عنوان داده، (۲) داده‌های آثرباستانی ناحیه‌ای از شهر سوخته پمپی در نزدیک شهر ناپل ایتالیا. نتایج حاصل از وارون‌سازی برای هر دو نوع داده واقعی انطباق قابل‌قبولی با واقعیت زیر سطح نشان می‌داد.

مراجع

حسینی، م.، ۱۳۸۸، برداشت، پردازش و تفسیر داده های رادار نفوذی به زمین (GPR) در منطقه شاهرود و مقایسه نتایج آن با نتایج ژئومغناطیس در منطقه مزبور، پایان‌نامه ارشد، دانشکده مهندسی معدن، نفت و ژئوفیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود.

- Aster, R. C., Borchers, B. and Thurber, C. H., 2005, Parameter estimation and inverse problems, Elsevier Academic Press.
- Blakely, R. J., 1996, Potential Theory in Gravity and Magnetic Applications, Cambridge University Press.
- Boulanger, O. and Chouteau, M., 2001, Constraints in 3D gravity inversion, Geophys. Prospect., 49, 265-280.
- Cella, F. and Fedi, M., 2012, Inversion of potential field data using the structural index as weighting function rate decay, Geophys. Prospect, 60, 313-336.
- Fedi, M., 2007, DEXP: A fast method to determine the depth and the structural index of potential fields sources, Geophysics, 72, 1-11.
- Fedi, M. and Florio, G., 2009, Quarta T. Multiridge analysis of potential fields: geometrical method and reduced Euler deconvolution, Geophysics, 74, 53-65.
- Hsu, S. K., Sibuet, J. C., and Shyu, C. T., 1996, High-resolution detection of geologic boundaries from potential-field anomalies: An enhanced analytic signal technique, Geophysics, 61(2), 373-386.
- Keating, P. and Pilkington, M., 2004, Euler deconvolution of the analytic signal and its application to magnetic interpretation, Geophysical prospecting, 52, 165-182.

در این مقاله به بررسی وارون‌سازی داده‌های مغناطیس‌سنجی با استفاده از روش کمینه طول وزن‌دار منظم‌سازی شده و دو قید فشردگی و وزن‌دهی عمقی به‌منظور غلبه بر عدم‌یکتایی و ناپایداری جواب که منجر به جواب‌های واقعی‌تری می‌شود، پرداخته شد. براساس نتایج به‌دست آمده روش مذکور دارای میزان تفکیک‌پذیری قائم و افقی خوبی است. تأثیر نوفه بر مسأله وارون‌سازی داده‌های مغناطیس‌سنجی نیز برای داده‌های مصنوعی مورد بررسی قرار گرفت. نتایج نشان دادند که برای وارون‌سازی داده‌های نوفه‌دار می‌بایست از پارامتر منظم‌سازی بزرگ‌تری نسبت به حالت داده بدون نوفه استفاده کرد تا جواب مسأله پایدار شود، با انتخاب پارامتر منظم‌سازی بزرگ‌تر یک سویه گی در بازیابی مدل افزایش می‌یافت و شباهت مدل بازسازی شده به مدل اصلی کمتر شد، اما مدل وارون‌سازی پایدار شده و دیگر تصویری شامل نوفه نیست. در واقع پایداری

- Last, B. J. and Kubik, K., 1983, Compact gravity inversion, Geophysics, 48, 713-721.
- Li, Y. and Oldenburg, D. W., 1996, 3-D inversion of magnetic data, Geophysics, 61, 394-408.
- Menke, W., 2012, Geophysical data analysis, discrete inverse theory, Elsevier Academic Press.
- Nabighian, M. N., Grauch, V. J. S., Hansen, R. O., LaFehr, T. R., Li, Y., Peirce, J. W. and Ruder, M. E., 2005, The historical development of the magnetic method in exploration, Geophysics, 70(6), 33-61.
- Nabighian, M. N., and Hansen, R. O., 2001, Unification of Euler and Werner deconvolution in three dimensions via the generalized Hilbert transform, Geophysics, 66(6), 1805-1810.
- Paoletti, V., Ialongo, S., Florio, G., Fedi, M. and Cella, F., 2013, Self-constrained inversion of potential fields, Geophysical Journal International, 195(2), 854-869.
- Pilkington, M., 2009, 3D magnetic data-space inversion with sparseness constraints, Geophysics, 74, 7-15.
- Pilkington, M., 1997, 3-D magnetic imaging using conjugate gradients, Geophysics, 62, 1132-1142.
- Phillips, J. D., Hansen, R. O. and Blakely, R., 2007, The use of curvature in potential field

- interpretation, *Explor. Geophys.* 38, 111-119.
- Salem, A. and Ravat, D., 2003, A combined analytic signal and Euler method (AN-EUL) for automatic interpretation of magnetic data, *Geophysics*, 68, 1952-1961.
- Silva, J. B. C. and Barbosa, V. C. F., 2006, Interactive gravity inversion, *Geophysics*, 71, 1-9.
- Stavrev, P. and Reid, A. B., 2007, Degrees of homogeneity of potential fields and structural indices of Euler deconvolution, *Geophysics*, 72, 1-12.
- Thurston, J. B. and Smith, R. S., 1997, Automatic conversion of magnetic data to depth, dip, susceptibility contrast using the SPI method, *Geophysics* 62, 807-813.
- Vatankhah, S., Renaut, R. A. and Ardestani, E. V., 2014, Regularization parameter estimation for underdetermined problems by the χ^2 principle with application to 2D focusing gravity inversion, *Inverse Problems*, 30, 085001-085009.

2-D inversion of magnetic data using compactness and depth weighting constraints: two case studies on gas transmission pipe and archeological data

Varfinezhad, R.^{1*}, Parnow, S.¹ and Kamkar Rouhani, A.²

1. Ph.D. Student, Department of Earth Physics, Institute of Geophysics, University of Tehran, Tehran, Iran

2. Associate Professor, Department of Geophysics, School of Mining, Petroleum & Geophysics Engineering, Shahrood University Technology, Shahrood, Iran

(Received: 19 March 2019, Accepted: 1 Oct 2019)

Summary

Magnetic surveys have been used for a wide range of studies such as oil and gas exploration, mining applications and mapping bedrock topography. Inversion of magnetic data is the most important step in the interpretation of magnetic anomalies. Due to the existence of 2-D geological structures such as fracture zones, faults, dikes, rift zones and anticlines, 2-D inversion of magnetic data is very practical. Magnetic data inversion has two main problems about non-uniqueness and instability of the solution which can be obviated by using constraints and a priori information. Non-uniqueness is the consequence of two ambiguities: I) following Gauss theorem, there are many equivalent sources that can produce the same known field at the surface (theoretical ambiguity), II) since the parameterization of the problem is such that there are more unknowns than observations, the system does not provide enough information in order to uniquely determine model parameters (algebraic ambiguity). Every measurement of data on the earth's surface contains some noise which imposes a large amount of changes on the inverse solution, therefore the problem is also ill-posed. There are many constraints including compactness, minimization of inertia around an axis or a point, depth weighting etc. Different combinations of these constraints in the objective function lead to different algorithms each of which are appropriate for some cases. In this paper, an inversion algorithm based on inserting a combination of compactness and depth weighting constraints in the regularized weighted minimum length solution is introduced. Compactness constraint, introduced by Last and Kubic, tries to minimize the area of the anomalous body in 2-D. Depth weighting function, introduced by Li and Oldenberg, is utilized to counteract the natural decay of kernel, so all the cells have an equal probability during the inversion. The subsurface is discretized into many horizontal prisms with infinite length in one direction, which is required for 2-D modeling, and the susceptibility of each prism is assumed to be constant. Model parameters, susceptibilities contrast, is also limited between a lower and upper bound. This algorithm was programmed in MATLAB software and its efficiency was investigated by applying it on synthetic models and real data. The first synthetic model is a vertical dyke and inversion process was done for free-noise and noisy data and in both cases recovered models were satisfactory. The second model was composed of two parallel dip dykes in different depths which is a complex synthetic case. Inverting free-noise data leads to the well recovering true model. Reconstructed model obtained from noisy data actually represented an acceptable model. Therefore, results of synthetic cases were promising enough and convince us in order to apply the algorithm on real cases. Finally, the algorithm was applied on two real data sets: i) real data of the buried metallic pipes for gas transmission in Qaleh-Showkat area, Shahrood, ii) an archeological data profile of an area in old Pompeii city near Naples in Italy. This profile intersects three walls. Inversion result of the first data set using this algorithm represents an anomaly at 35 m from the start point of profile with depth to top of about 1 m and its high recovered susceptibility value was suggestive of iron or steel pipe. The derived model from archeological data were suggestive of four anomalies: the first weak anomaly was not related to any of the three walls, the horizontal and vertical extensions of the second and third anomalies were in good agreement with the first two walls and the fourth one at the end of the profile has a great difference range depth with the third wall. One main reason can be related to the imperfect profile at the end where it is not being backed to the background value.

Keywords: magnetometry, inversion, compactness, depth weighting, synthetic model.

*Corresponding author:

ramin.varfi@ut.ac.ir