

تخمین محتوای آب و زمان آسایش با استفاده از وارون‌سازی شکل موج کامل سیگنال

سونداژ تشدید مغناطیسی

زهرا اسماعیلی^۱، رضا قناتی^{۲*} و محمدکاظم حفیظی^۳

۱. دانش‌آموخته کارشناسی ارشد، گروه فیزیک زمین، مؤسسه ژئوفیزیک، دانشگاه تهران، تهران، ایران

۲. استادیار، گروه فیزیک زمین، مؤسسه ژئوفیزیک، دانشگاه تهران، تهران، ایران

۳. استاد، گروه فیزیک زمین، مؤسسه ژئوفیزیک، دانشگاه تهران، تهران، ایران

(دریافت: ۹۸/۸/۱۱، پذیرش نهایی: ۹۹/۳/۲۰)

چکیده

در وارون‌سازی داده‌های سونداژ تشدید مغناطیسی از لحاظ فضای داده‌ای، ۲ نوع الگوریتم تا کنون ارائه شده است: وارون‌سازی دامنه اولیه و وارون‌سازی پله‌زمانی. دو روش مذکور صرفاً بخشی از داده‌ها را جهت وارون‌سازی استفاده می‌کنند و امکان ارائه یک جواب پایدار با تفکیک‌پذیری عمقی مناسب در فرآیند وارون‌سازی وجود ندارد، در حالی‌که استفاده از شکل موج کامل سیگنال تشدید مغناطیسی (کل فضای داده) علاوه بر تخمین همزمان محتوای آب و زمان آسایش موجب افزایش پایداری و تفکیک‌پذیری مدل‌های محتوای آب و زمان آسایش می‌شود. سیگنال‌های آسایش تشدید مغناطیسی به‌طور ذاتی یک رفتار چند-نمایی نشان می‌دهند که ناشی از برهم‌نهی سیگنال‌های منتج شده از لایه‌ها یا حجم‌های زیر سطحی است که ویژگی‌های زمان آسایش متفاوتی دارند. بنابراین در این تحقیق با در نظر گرفتن رفتار چندنمایی در مدل‌سازی سیگنال سونداژ تشدید مغناطیسی و در نتیجه حل یک مسأله وارون غیرخطی و مقیدسازی آن با استفاده از توابع تبدیل، امکان برآورد یک توزیع واقعی‌تر از پارامترهای هیدروژئوفیزیکی در برابر عمق به‌وجود می‌آورد. نتایج عددی بر روی مدل‌های مصنوعی و داده‌های واقعی با هدف مقایسه میزان پایداری و تفکیک‌پذیری روش پیشنهادی و روش دامنه اولیه، نشان می‌دهد که استفاده از فضای کل داده‌ها امکان برآورد دقیق‌تر از محتوای آب و زمان آسایش نسبت به عمق وجود دارد. همچنین یک تحلیل عدم قطعیت در نتایج وارون‌سازی داده‌های صحرائی با استفاده از روش بوت استرپ ارائه می‌شود.

واژه‌های کلیدی: سونداژ تشدید مغناطیسی، وارون‌سازی غیرخطی، توزیع محتوای آب جزیی، زمان آسایش.

۱. مقدمه

به‌دلیل حساسیت مستقیم به هیدروژن مولکول‌های آب، امکان تخمین پارامترهای هیدروژئوفیزیکی را دارد. استفاده از این روش باعث می‌شود که تعیین وجود یا عدم وجود آب در لایه‌های زیر سطحی با قطعیت بیشتر و به دنبال آن فاکتورهای مهمی از هیدروژئولوژی لایه آبخوان تخمین زده می‌شود. اساس روش سونداژ تشدید مغناطیسی بر مبنای رفتار تشدید گشتاورهای مغناطیسی در حضور میدان مغناطیسی زمین می‌باشد. با اعمال یک میدان الکترومغناطیسی خارجی، به‌علت قطبی بودن مولکول‌های آب زیر سطحی، عملکرد اسپین پروتون‌های هیدروژن آب متأثر از میدان مغناطیسی می‌شود. در حالت تعادل، اسپین‌های مغناطیسی حدوداً در جهت میدان مغناطیسی زمین توجیه می‌شوند و با اعمال یک میدان خارجی

در مطالعات آب‌های زیرزمینی همواره نیاز به تخمین دقیق پارامترهای هیدروژئوفیزیکی (محتوای آب (Water Content)، هدایت هیدرولیکی (Hydraulic conductivity) و قابلیت انتقال (Transmissivity)) وجود داشته است. روش‌های مقاومت‌ویژه الکتریکی (Resistivity) و روش‌های الکترومغناطیسی (Electromagnetic) به‌صورت مستقیم قادر به تخمین چنین پارامترهایی نمی‌باشند. همچنین در این روش‌ها به‌دلیل حساسیت غیرمستقیم به وجود آب در لایه‌های زیر سطحی، منجر به عدم قطعیت بیشتر در تخمین پارامترهای هیدروژئوفیزیکی می‌شود. روش جدیدی که امروزه برای اکتشاف مستقیم آب‌های زیر زمینی استفاده می‌شود، روش سونداژ تشدید مغناطیسی، (MRS) می‌باشد که

داراست. گشتاور مغناطیسی هسته‌های هیدروژن به صورت یک آهنربای کوچک با دو قطب شمال و جنوب در نظر گرفته می‌شود، به طوری که وقتی در یک میدان مغناطیسی استاتیکی با بزرگی B_0 قرار می‌گیرند، هسته‌های هیدروژن در تراز انرژی پایین توجیه می‌شوند. یک هسته هیدروژن قابلیت جذب انرژی یک موج الکترومغناطیس با فرکانس لارمور f_l را دارد (ویچمن و همکاران، ۲۰۰۰). فرکانس لارمور به نسبت ژیرومغناطیسی بستگی دارد و از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\omega_0 = 2\pi f_l = \gamma B_0 \quad (۲)$$

به طوری که

$$f_l \text{ (Hz)} = 0.04285 \times B_0 \text{ (nT)} \quad (۳)$$

هنگامی که هسته‌های هیدروژن در معرض یک میدان الکترومغناطیسی ثانویه قرار می‌گیرند، به تراز با انرژی بالاتر تغییر مکان می‌دهند. مقدار انرژی موج الکترومغناطیسی مورد نیاز برای این تغییر تراز انرژی از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$E = 2\pi h f_l \quad (۴)$$

که در این رابطه h ثابت پلانک می‌باشد. با قطع میدان الکترومغناطیسی خارجی، هسته‌های هیدروژن به وضعیت قبلی یعنی تراز با انرژی پایین برگشته و در نتیجه یک موج الکترومغناطیسی ثانویه ساطع می‌کند. به طور کلی پدیده تشدید مغناطیسی از نقطه نظر ماکروسکوپی، به وسیله معادلات بلاخ بیان می‌شود، جایی که بردار برآیند گشتاور مغناطیسی یک هسته هیدروژن است $M = \sum \mu$ (μ گشتاور مغناطیسی یک هسته هیدروژن است) برای یک حجم معینی از آب، با هسته‌های هیدروژن توجیه شده در راستای میدان مغناطیسی B_0 توسط رابطه زیر بیان می‌شود:

$$M_0 = \frac{NB_0 \gamma^2 h^2}{4K_B T_a} \quad (۵)$$

که در آن N تعداد هسته‌های هیدروژن در واحد حجم، T_a

اسپین‌ها از حالت تعادل اولیه خارج شده و در جهت میدان اعمال شده توجیه می‌شوند. بعد از قطع میدان خارجی، اسپین‌ها با حرکت تقدیمی در یک فرکانس مشخص به نام فرکانس لارمور (Larmor Frequency) به حالت تعادل اولیه خود باز می‌گردند. بازگشت اسپین‌ها به حالت تعادل باعث تولید یک میدان مغناطیسی و در نتیجه القاء یک ولتاژ ضعیف در آنتن گیرنده می‌شود. لازم به ذکر است که توان سیگنال ثبت شده متناسب است با تعداد اسپین‌هایی که تحت تأثیر میدان خارجی قرار گرفته‌اند و در نتیجه متحمل حرکت تقدیمی می‌شوند. به عبارت دیگر توان یا انرژی سیگنال آشکار شده وابسته به محتوای آب آزاد درون فضاها خالی زیر سطحی می‌باشد. ارتباط بین سیگنال پاسخ و محتوای آب توسط معادله انتگرال فردهولم نوع اول بیان می‌شود (هرتریچ، ۲۰۰۸).

$$V(q, z) = \int K(q, z) m(z) dz \quad (۱)$$

به طوری که $K(q, z)$ تابع حساسیت و شامل اطلاعاتی در مورد آرایش آنتن سطحی، توان ممان پالس (Pulse Moment)، بزرگی و زاویه میل میدان مغناطیسی زمین در محل اندازه‌گیری، توزیع مقاومت ویژه لایه‌های زیرسطحی و برخی ثابت‌های فیزیکی می‌شود. مقدار تابع حساسیت برای هر نقطه اندازه‌گیری و به‌ازای ممان پالس‌های مختلف محاسبه می‌شود. جمله دوم معادله ۱ محتوای آب زیر سطحی در مکان z را توصیف می‌کند. بنابراین بر اساس معادله بالا روش MRS قادر به کمی‌سازی محتوای آب می‌باشد، این در حالی است که امکان دسترسی به این ویژگی از طریق روش‌های دیگر ژئوفیزیکی وجود ندارد. هسته‌های هیدروژن دارای گشتاور مغناطیسی ذاتی (اسپین) هستند که در حالت تعادل در جهت میدان مغناطیسی زمین توجیه می‌شوند. خاصیت فیزیکی استفاده شده در روش سونداژ تشدید مغناطیسی، بر اساس اسپین پروتون‌های هیدروژن مولکول‌های آب می‌باشد. اسپین بدون این که چرخش فیزیکی داشته باشد، یک گشتاور زاویه‌ای و یک گشتاور مغناطیسی را

شده است. هر چند تجزیه و تحلیل نوفه‌های الکترومغناطیسی و جزییات حذف آنها خارج از اهداف این مقاله است اما برای مطالعه بیشتر به مقالات سال‌های اخیر (قناتی، ۱۳۹۴؛ قناتی و همکاران، ۲۰۱۴؛ قناتی و همکاران، ۲۰۱۶a؛ قناتی و همکاران، ۲۰۱۶b؛ دالگارد و همکاران، ۲۰۱۲) مراجعه شود.

۲. مدل‌سازی پیشرو مسأله سونداژ تشدید مغناطیسی

فرمول‌بندی مدل‌سازی پیشرو برای مسأله سونداژ تشدید مغناطیسی توسط هرتریچ در سال ۲۰۰۸ معرفی شده است (هرتریچ، ۲۰۰۸).

$$V(q, t) = \int_0^\infty K(q, z) \int_{-\infty}^{+\infty} w(T_2^*, -r) \exp\left(\frac{-t}{T_2^*}\right) dT_2^* d^3r \quad (۸)$$

که $V(q, t)$ سیگنال مختلط اندازه‌گیری شده سونداژ تشدید مغناطیسی وابسته به ممان پالس q و زمان t می‌باشد. z موقعیت حجم زیر سطح و $K(q, z)$ عملگر پیشرو و $w(T_2^*, z)$ توزیع محتوای آب جزیی (Partial Water Content Distribution) می‌باشد. مجموع این توزیع محتوای آب جزیی در زمان‌های آسایش مختلف در هر لایه (یعنی: $(T_{21}^*, \dots, T_{2n}^*)$ ، $\sum_{T_{21}^*}^{T_{2n}^*} w_n$)، محتوای آب کل به‌عنوان تابعی از عمق را به‌دست می‌دهد. با انتگرال‌گیری بر حسب x و y معادله ۸ به‌شکل معادله یک‌بعدی زیر با فرض رفتار چند-نمایی آسایش سیگنال MRS کاهش می‌یابد.

$$V(q, t) = \int_0^{z_{max}} K(q, z) \int_{T_1}^{T_n} w(T_2^*, z) \exp\left(\frac{-t}{T_2^*}\right) dT_2^* dz \quad (۹)$$

که T_1 و T_n محدوده‌ای است که در فرض چند-نمایی، برای زمان آسایش منافذ زیرسطحی در نظر گرفته می‌شود. در صورتی که زمان آسایش به‌جای مقادیر طیفی به‌صورت تک‌مقدار در هر لایه تعریف شود آنگاه: $w(T_2^*, z) \approx w(z)$ و دیگر نیازی به محاسبه انتگرال $\int_{T_1}^{T_n} w(T_2^*, z) \exp\left(\frac{-t}{T_2^*}\right) dT_2^*$ نیست در نتیجه مسأله با فرض رفتار تک‌نمایی سیگنال آسایش سونداژ تشدید

دما‌ی مطلق، K_B ثابت بولتزمن، h ثابت پلانک و γ نسبت ژیرومغناطیسی است (لگچنکو، ۲۰۱۳). برای اندازه‌گیری‌های MRS یک میدان القایی ثانویه به‌وسیله آنتن حلقوی با شکل‌های دایره‌ای مربعی یا Eight-شکل تولید می‌شود، انرژی این میدان نیز توسط جریان تناوبی با رابطه زیر بیان می‌شود:

$$I(t) = I_0 \cos(\omega t) . 0 \leq t < \tau \quad (۶)$$

شدت پالس القایی به‌وسیله پالس ممان $q = I_0 \tau$ شناخته می‌شود که τ مدت‌زمان القاء پالس است. پس از پایان پالس، ولتاژ القاء شده در آنتن گیرنده از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$V(q, t) = V_0(q) \exp\left(\frac{-t}{T_2^*}\right) \cos(\omega_0 t + \theta(q)) \quad (۷)$$

در این رابطه $V(q, t)$ ولتاژ الکتریکی القاشده در آنتن گیرنده که وابسته به ممان پالس q تولیدشده توسط دستگاه و مدت‌زمان اندازه‌گیری سیگنال می‌باشد. جمله سینوسی نمایانگر تناوبی بودن سیگنال القایی با بسامد زاویه‌ای لارمور یعنی ω_0 و فاز $\theta(q)$ است. دامنه اولیه این سیگنال $V_0(q)$ به‌صورت نمایی با زمان آسایش T_2^* و اهلیده می‌شود. دامنه اولیه سیگنال با محتوای آب فضاهای خالی زیر سطحی یا به‌عبارتی تخلخل در حالت اشباع کامل ارتباط دارد. دامنه اولیه تابع پیچیده ایست از رسانایی الکتریکی لایه‌های زیر سطحی، بزرگی و زاویه انحراف میدان مغناطیسی، محتوای آب لایه‌ها و فرکانس لارمور محیط (گلدمن و همکاران، ۱۹۹۴). زمان آسایش از چند میلی‌ثانیه برای مواد دانه‌ریز اشباع تا بیش از هزار میلی‌ثانیه در کارست‌ها متغیر است (شیروف و همکاران، ۱۹۹۱). با وجود مزیت‌های زیاد روش سونداژ تشدید مغناطیسی، سیگنال دریافتی در سطح زمین به‌دلیل دامنه پایین به‌شدت تحت‌تأثیر نوفه‌های الکترومغناطیسی مانند سیگنال‌های هارمونیک برق شهری و نوفه‌های اسپایکی قرار می‌گیرند که باعث افت کیفیت سیگنال می‌شوند. اما در سال‌های اخیر با ارائه الگوریتم‌های پیشرفته ریاضی امکان استفاده از این روش در محیط‌های شهری فراهم

مغناطیسی حل می‌شود.

۳. وارون‌سازی داده‌های سیگنال تشدید مغناطیسی

یک مسأله سونداژ تشدید مغناطیسی را به‌طور کلی به‌شکل زیر می‌توان بیان کرد:

$$\mathbf{d} = \mathbf{K}(\mathbf{w}) \quad (10)$$

که \mathbf{d} بیانگر داده‌های ورودی مسأله، \mathbf{K} عملگر پیشرو (فیزیک مسأله) و \mathbf{w} پارامترهای مدل مجهول می‌باشند که در این پژوهش، پارامترهای مدل، توزیع محتوای آب جزئی می‌باشد. از مهم‌ترین مسائلی که در بهینه‌سازی ژئوفیزیکی اهمیت ویژه‌ای دارد، تعیین تابع هدف مناسب است. با تعیین تابع هدف ساده نمی‌توان به‌پاسخ مناسبی رسید زیرا یکی از مشکلاتی که در حل مسائل وارون وجود دارد، ناپایداری این مسائل است، یعنی تغییرات کوچک در داده‌های اندازه‌گیری شده منجر به ایجاد تغییرات بزرگی در پارامترهای مدل‌های تخمین‌زده‌شده می‌شود. همچنین در مسائل ژئوفیزیکی با مشکل عدم‌یکتایی مواجه هستیم. یعنی برای یک مسأله وارون می‌توان چندین مدل تخمین‌زده‌شده یافت که همه آنها پاسخ یکسانی داشته باشند. به‌دلیل این مشکلات، مسائل ژئوفیزیکی از جمله مسأله MRS، بد وضع (Ill-Posed) می‌باشند و امکان حل مستقیم آنها وجود ندارد. لذا برای رفع مشکلات مذکور، منظم‌سازی (Regularization) تابع هدف امری اجتناب‌ناپذیر است. ایده منظم‌سازی ابتدا توسط تیخونوف و آرسنین در سال ۱۹۷۷ مطرح شد. به‌طورکلی تابع هدف برای مسأله مورد نظر در الگوریتم مطرح شده را می‌توان به‌صورت زیر بیان کرد:

$$\Psi(\mathbf{w}) = \operatorname{argmin}_{\mathbf{w} \in \mathbb{R}^{m \times 1}} (\|\mathbf{W}_d(\mathbf{K}(\mathbf{w}) - \mathbf{d})\|_{l_2}^2 + \lambda \|\mathbf{L}\mathbf{w}\|_2^2) \quad (11)$$

که $\mathbf{d} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ داده، $\mathbf{K} \in \mathbb{R}^{n \times m}$ عملگر ارتباط‌دهنده بین داده‌ها و پارامترهای مدل، $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^{m \times 1}$ ، λ پارامتر منظم‌سازی، \mathbf{L} ماتریس مشتق مرتبه اول، \mathbf{W}_d ماتریس وزن‌دهی داده‌ها با فرض این‌که خطای داده‌ها همبسته

نیستند و واریانس V_d^2 را دارند، می‌باشد. لذا این ماتریس به‌صورت $\mathbf{W}_d = \operatorname{diag}(v_1^{-1}, \dots, v_m^{-1})$ تعریف می‌شود. اگر λ برابر با صفر باشد، هیچ‌گونه منظم‌سازی اتفاق نمی‌افتد و مسأله همان مسأله کمترین مربعات خواهد بود. هرچه مقدار پارامتر منظم‌ساز بیشتر باشد، اثر قید گذاشته شده در مسأله بیشتر می‌شود که در این حالت پایداری مسأله بالا می‌رود؛ اما در مقابل با تفکیک‌پذیری کمتری مواجه خواهیم بود. هر چه میزان λ کمتر باشد، میزان پایداری کاهش می‌یابد و با افزایش تفکیک‌پذیری روبه‌رو خواهیم بود. پس تعیین λ یکی از چالش‌های مهم در مسائل وارون‌سازی می‌باشد و روش‌های مختلفی برای تعیین آن مطرح شده است (استر و همکاران، ۲۰۱۳). در این پژوهش در فرآیند وارون‌سازی مطرح شده معیار توقف الگوریتم بر اساس مقدار تابع خن-دو می‌باشد و در ابتدا مقدار بزرگی برای پارامتر منظم‌سازی به‌منظور تضمین پایداری الگوریتم در نظر گرفته می‌شود و در هر تکرار مقدار آن بر فاکتوری تقسیم می‌شود و فرآیند تکرار تا زمانی ادامه پیدا می‌کند که مقدار خن-دو یک و یا نزدیک به یک شود یعنی به‌صورت زیر، خن-دو و معیار توقف آن مطرح می‌شود:

$$\chi^2 = \|\mathbf{W}_d(\mathbf{K}(\mathbf{w}) - \mathbf{d})\|_{l_2}^2 \rightarrow 1 \quad (12)$$

از آنجایی که داده‌ها، سیگنال سونداژ تشدید مغناطیسی (\mathbf{d}) و ماتریس حساسیت (\mathbf{K}) مختلط می‌باشد، بنابراین بر اساس رابطه $|\mathbf{d}| = |\mathbf{K}\mathbf{w}|$ نیاز به حل یک مسأله معکوس غیرخطی داریم. در ابتدا خطی‌سازی تابع غیرخطی \mathbf{K} ضروری است، از این رو با استفاده از مدل اولیه \mathbf{w}^i و ساخت ماتریس ژاکوبین $J_{ij} = \frac{\partial K_i}{\partial w_j}$ ($i = 1, \dots, n$) and $j = (1, \dots, m)$ و بسط تیلور تابع در همسایگی مقدار اولیه، به رابطه زیر می‌رسیم:

$$\mathbf{K}(\mathbf{w}^i + \delta\mathbf{w}) \approx \mathbf{K}(\mathbf{w}^i) + \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \mathbf{w}} \delta\mathbf{w} \quad (13)$$

سپس توسط الگوریتم منظم‌شده گوس-نیوتن مسأله را بر اساس تکرار مختلف حل می‌کنیم. در نتیجه

داریم:

$$\Delta w^k = \frac{J^T(w^{k-1})W_d^T W_d J(w^{k-1})}{\lambda^p L^T L}^{-1} J^T(w^{k-1})W_d^T W_d \Delta d - \lambda^p L^T L (w^{k-1} - w_{appr}) \quad (14)$$

که w^{k-1} پارامترهای مدل تخمین‌زده در مرحله $k-1$ و w_{appr} مدل اولیه داده شده به الگوریتم می‌باشند. از آنجایی که برنامه شامل یک حلقه داخلی و یک حلقه خارجی می‌باشد، k و p به ترتیب مربوط به تکرارهای حلقه داخلی و خارجی می‌باشد (پیوست-الف)

در نهایت جواب مسأله سونداژ تشدید مغناطیسی پس از اعمال تابع تبدیل لگاریتمی در یک فرآیند تکرار شونده به شکل زیر بیان می‌شود:

$$w^k = w^{k-1} \times \exp(\Delta w^k) \quad (15)$$

لازم به ذکر است که در مسأله سونداژ تشدید مغناطیسی ماتریس ژاکوبین به شکل زیر تعریف می‌شود (پیوست-ب):

$$J = \frac{K_{real} d_{real} + K_{imag} d_{imag}}{|d|} \quad (16)$$

که $real$ و $imag$ بیانگر بخش‌های حقیقی و موهومی داده‌های صحرائی می‌باشند و K تابع پیشروی به دست آمده از مدل تخمینی در هر تکرار است (نحوه محاسبه ماتریس ژاکوبین در پیوست-ب آورده شده است).

یکدیگر به عنوان یک منحنی سونداژ در نظر گرفته می‌شوند. پس در نهایت به تعداد نمونه‌ها در هر سیگنال، منحنی سونداژ تشدید مغناطیسی خواهیم داشت. در این روش نتیجه وارون‌سازی به شکل ماتریسی به ابعاد $n_t \times n_w$ خواهد که t زمان و w محتوای آب می‌باشد. این ماتریس نشان دهنده فضای محتوای آب است که اگر به هر ستون از این ماتریس یک برازش تک-نمایی یا چند-نمایی دهیم توسط فرمول‌های مطرح شده در این روش، به محتوای آب و زمان آسایش می‌رسیم. در روش وارون‌سازی دامنه اولیه، تنها از دامنه اولیه سیگنال‌های برداشت شده، به عنوان داده ورودی به مسأله استفاده می‌شود. در نتیجه بر اساس صرفاً کاربرد دامنه اولیه (V_0) به عنوان داده ورودی به فرآیند وارون‌سازی، معادله ۹، به شکل زیر ساده می‌شود:

$$V_0 = \mathbf{V}(q, t = 0) = \int K(z, q)w(z)dz \quad (17)$$

این روش تنها منجر به تخمین محتوای آب نسبت به عمق می‌شود. لذا در این روش امکان وارون‌سازی زمان آسایش وجود ندارد. در این پژوهش برای ارزیابی و مقایسه نتایج روش پیشنهادی با روش‌های متداول گذشته، تنها نتایج وارون‌سازی با استفاده از روش IAI آورده شده است.

۳-۲. وارون‌سازی شکل موج کامل سیگنال سونداژ

تشدید مغناطیسی

روش‌های ذکر شده در بخش قبل، تنها از بخشی از داده‌ها جهت تخمین پارامترهای هیدروژئوفیزیکی استفاده می‌کنند. از آنجایی که برداشت داده‌های سونداژ تشدید مغناطیسی به صورت یک‌بعدی بوده، از این جهت استفاده از بخشی از داده‌ها در وارون‌سازی، احتمال افزایش عدم قطعیت و نیز کاهش تفکیک‌پذیری عمقی پارامترهای وارون‌شده را در پی دارد. این در حالی است که امکان استفاده از تمام منحنی‌های آسایش آزاد (Free Induction Decay) در ممان پالس‌های مختلف وجود دارد که استفاده از این فضای داده‌ای جدید باعث افزایش پایداری

۳-۱. روش‌های وارون‌سازی پله‌زمانی و دامنه اولیه

در وارون‌سازی داده‌های سونداژ تشدید مغناطیسی از لحاظ فضای داده‌ای تاکنون دو نوع الگوریتم ارائه شده است (مولر و یارامانسی، ۲۰۱۰): وارون‌سازی دامنه اولیه (Initial Amplitude Inversion (IAI) (لگچنکو و شوشاکوف، ۱۹۹۸) و وارون‌سازی پله‌زمانی (Time Step Inversion) (لگچنکو و همکاران، ۲۰۰۲).

در روش وارون‌سازی پله‌زمانی، از هر سیگنال ثبت شده، در زمان‌های مختلف نمونه‌برداری می‌شود. سپس نمونه‌های هر سیگنال که در یک زمان یکسان هستند، با

بر همین اساس مراحل مختلف انجام کار جهت تخمین پارامترهای هیدروژئوفیزیکی شامل موارد زیر می‌باشد (لگچنکو و والا، ۱۹۹۸):

- (۱) پردازش داده‌ها
- (۲) آشکارسازی سیگنال (شامل: اعمال فیلتر پایین گذر، برازش غیرخطی جهت تخمین دامنه اولیه، زمان آسایش، فاز و سیگنال لارمور، تصحیح منحنی‌های آسایش)
- (۳) تخمین نوفه (با استفاده از مقادیر موهومی داده و بعد از حذف اطلاعات فاز از داده‌ها)
- (۴) وارون‌سازی داده‌ها همراه با اعمال تابع تبدیل لگاریتمی (پیوست-د)

همچنین مراحل مختلف الگوریتم وارون‌سازی چندنمایی داده‌های سونداژ تشدید مغناطیسی در الگوریتم (پیوست-الف) نمایش داده می‌شود. لازم به ذکر است که زمان اجرای الگوریتم وابسته به عوامل مختلفی از جمله اندازه پارامترهای ورودی الگوریتم وارون‌سازی و قدرت سیستم مورد استفاده است.

لیتولوژی مختلف تولید شده است. شبیه‌سازی داده‌های مصنوعی سونداژ تشدید مغناطیسی مربوط به دو مدل زمین مورد نظر با دو لوپ دایره‌ای به ترتیب با قطر ۳۰ متر و ۱۰۰ متر انجام شده است. سایر مشخصات فرض شده برای پارامترهای لازم در ساخت ماتریس حساسیت شامل: ممان پالس، مدل مقاومت و ویژه زیر سطحی، میدان مغناطیسی زمین و زاویه میل مغناطیسی در جدول (۱) ذکر شده است. در جدول (۲) نیز تعداد پارامترهای ورودی در فرایند وارون‌سازی برای هر دو مدل مصنوعی ذکر شده اند. همچنین به منظور شبیه‌سازی شرایط واقعی به داده‌های مصنوعی نوفه با توزیع گوسی به مقدار ۱۰ نانو ولت به مدل اول و ۵۰ نانو ولت به مدل دوم، اضافه شده است. در نهایت نتایج عددی هر دو روش برای مقایسه به همراه مقدار واقعی در نظر گرفته شده برای هر پارامتر در دو مدل مصنوعی، در جدول (۳) آورده شده است.

و تفکیک پذیری در مسأله معکوس می‌شود. بنابراین براساس استفاده از کل فضای داده‌ها و نیز فرض رفتار چند-نمایی برای آسایش سیگنال MRS، مسأله پیشرو به حالت زیر نوشته می‌شود:

$$V(q, t) = \int K(z, T_2^*, q, t) w(z, T_2^*) dz \quad (18)$$

همان‌طور که از انتگرال بر می‌آید تابع پیشرو شامل مقادیر طیفی زمان آسایش می‌شود (برای نحوه تولید ماتریس K به پیوست-ج مراجعه شود) به طوری که فرآیند وارون‌سازی در الگوریتم ارائه شده منجر به برآورد همزمان محتوای آب و زمان آسایش در عمق‌های مختلف می‌شود. در این روش نتیجه وارون‌سازی تخمین محتوای آب جزئی (PWC) می‌باشد که بر اساس آن محتوای آب کل و زمان آسایش برای لایه‌های زیر سطحی به دست می‌آید. PWC ماتریسی با ابعاد $n_z \times n_{T_2^*}$ می‌باشد که اگر درایه‌های هر سطر با یکدیگر جمع شوند محتوای آب کل برای آن لایه مد نظر به دست می‌آید. زمان آسایش لایه‌های زیرسطحی نیز توسط فرمول زیر بر اساس توزیع محتوای آب جزئی به دست می‌آید:

$$T_2^* = \exp\left(\frac{PWC \times \log(T_{cube})}{PWC}\right) \quad (19)$$

در این رابطه T_{cube} بیانگر زمان آسایش ظاهری سیگنال تشدید مغناطیسی می‌باشد.

این نکته قابل ذکر است که قبل از عملیات وارون‌سازی نیاز به گسسته‌سازی پارامترهای عمق و زمان آسایش برای یک زمین لایه‌ای وجود دارد، به طوری که ماتریس K دارای ابعادی به بزرگی $N_t \times M_q \times P_z \times R_{T_2^*}$ خواهد شد (پیوست-ج).

همچنین داده‌های MRS مختلط شامل اطلاعات فاز نیز می‌باشند که اغلب در طول فرآیند وارون‌سازی قابل اعتماد نیستند. در نتیجه برای اجتناب از خطا در نتایج وارون‌سازی، از داده‌های تصحیح شده (داده‌های MRS بدون فاز یا داده‌های Rotated شده) استفاده شده است.

جدول ۱. مشخصات فرض شده برای پارامترهای لازم در ساخت ماتریس حساسیت.

Model	Resistivity	Loop	Earth	Number of q
1	$\rho_1 = 100 \Omega \cdot m$ $h_1 = 7 m$ $\rho_2 = 50 \Omega \cdot m$ $h_2 = 8 m$ $\rho_3 = 20 \Omega \cdot m$	Size = 30 Turns = (1.1) shape = circle	Inclination = 60° Declination = 0°	24
2	$\rho_1 = 200 \Omega \cdot m$ $h_1 = 20 m$ $\rho_2 = 100 \Omega \cdot m$ $h_2 = 15 m$ $\rho_3 = 30 \Omega \cdot m$ $h_3 = 15 m$ $\rho_4 = 120 \Omega \cdot m$ $h_4 = 20 m$ $\rho_5 = 20 \Omega \cdot m$	Size = 100 Turns = (1.1) shape = circle	Inclination = 60° Declination = 0°	24

جدول ۲. تعداد پارامترهای لازم در فرآیند وارون‌سازی MRSFWI داده‌های مصنوعی.

Model	Parameter	Number
1, 2	q	24
	Z	100
	t	401
	T_2^*	30

جدول ۳. مقادیر واقعی و تخمین زده شده محتوای آب، عمق و زمان آسایش آبخوان‌ها برای دو مدل مصنوعی توسط هر دو روش IAI و MRSFWI.

Model	True Values			IAI Estimation		MRSFWI Estimation		
	Depth (m)	Water Content (%)	Relaxation time (ms)	Depth (m)	Water Content (%)	Depth (m)	Water Content (%)	Relaxation time (ms)
1	7.3-15	35	339	5.7-19	38	6.75-15.71	40	307
2	21.4-35.5 52.8-70	20 35	163 293	19-40 40-75	20 18	20-36 40-74	28 39	141 252

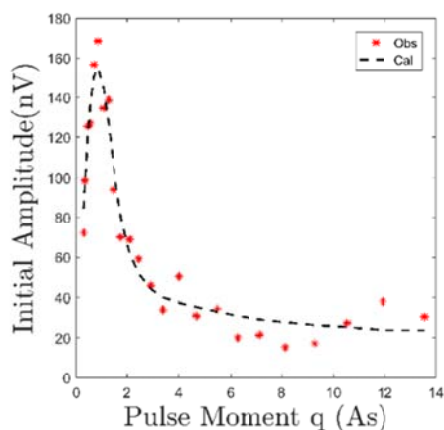
۴. نتایج مثال‌های عددی

۴-۱. وارون‌سازی داده‌های مصنوعی مدل اول

داده‌های مصنوعی سونداژ تشدید مغناطیسی حاصل از مدل اول که نوفه گوسی به مقدار ۱۰ نانو ولت به آنها اضافه شده است، با استفاده از روش IAI و روش MRSFWI وارون شده‌اند. شکل ۱-الف مدل مصنوعی اول (منحنی قرمز) شامل سه لایه زمین‌شناسی که دربرگیرنده یک آبخوان با محتوای آب ۳۵ درصد از عمق ۷/۳ تا ۱۵ متری، با زمان‌های آسایش متفاوت را نشان می‌دهد که نتیجه وارون‌سازی داده‌های حاصل از مدل مصنوعی فرض شده توسط روش وارون‌سازی IAI منحنی

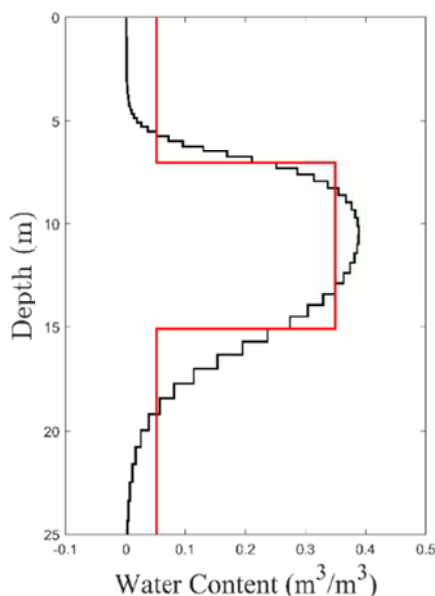
مشکی می‌باشد. شکل ۱-ب داده‌های مصنوعی (ستاره‌های قرمز) و داده‌های محاسباتی (خط چین مشکی) در برابر ممان پالس‌های مختلف را نشان می‌دهد که اصطلاحاً به این نمودار، منحنی سونداژ تشدید مغناطیسی گفته می‌شود. با توجه به نتیجه وارون‌سازی به روش IAI وجود یک لایه آبخوان با محتوای آب ۳۸ درصد از عمق ۵/۷ متری تا عمق حدوداً ۱۹ متری قابل‌رؤیت است که تخمین ضخامت لایه آبخوان دقت کمی دارد و در عمق بیشتر نتیجه قابل‌اعتماد نیست. شکل ۲ نتایج وارون‌سازی رهیافت MRSFWI بر اساس رویکرد چند-نمایی را نشان می‌دهد. براساس نتایج وارون‌سازی شکل ۲-الف، توزیع

ایجاد می‌کند، تعیین توزیع محتوای آب جزئی می‌باشد که تنها توسط رویکرد MRSFWI به دست می‌آید که از طریق آن به محتوای آب کل و زمان آسایش برای لایه‌های زیر سطح می‌رسیم. شکل ۳ سیگنال‌های داده‌های مصنوعی (منحنی‌های مشکی) حاصل از مدل اول با نوفه گوسی اضافه شده به آنها برای ممان پالس‌های مختلف را نشان می‌دهد که برازش (منحنی‌های آبی) داده شده به آنها بر اساس الگوریتم وارون‌سازی نشان داده شده است و مشاهده می‌شود که داده‌های محاسباتی حاصل از وارون‌سازی برازش مناسبی ($\chi^2 = 0.9985$) را به داده‌های حاصل از مدل‌سازی مصنوعی، ایجاد کرده‌اند. شکل ۴ بیانگر داده‌های مصنوعی، داده‌های محاسباتی حاصل از رویکرد MRSFWI با فرض رفتار چند-نمایی برای رفتار آسایش سیگنال‌ها و باقی‌مانده حاصل از این دو را در سطح نوفه فرض شده، نشان می‌دهد. نکته مهم این است که نمودار باقی‌مانده نباید دارای الگوی مشخصی باشد که در شکل وجود این اصل مشاهده می‌شود.



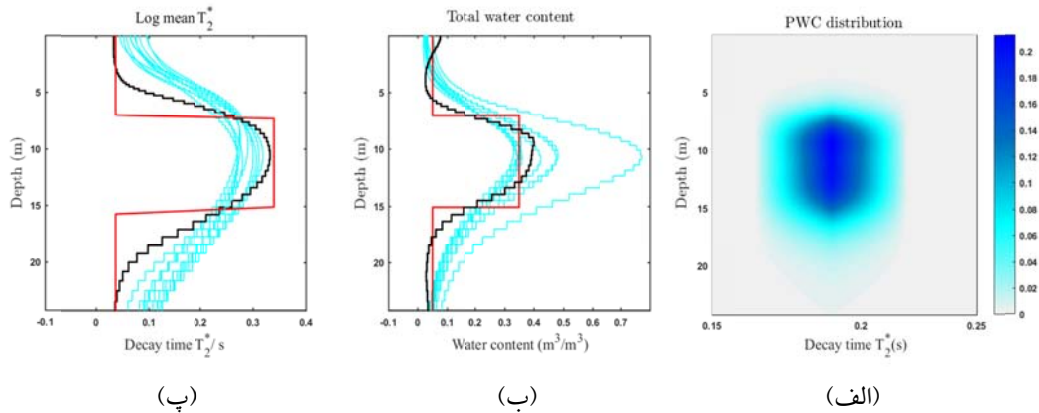
(ب)

محتوای آب جزئی برای مدل مصنوعی اول به عنوان نتیجه وارون‌سازی را نشان می‌دهد که بر اساس آن شکل ۲-ب و شکل ۲-پ به دست آمده‌اند. طبق شکل ۲-ب الگوریتم یک لایه آبخوان از عمق ۶/۷۵ متری تا عمق ۱۵/۷۱ متری با محتوای آب ۴۰ درصد تخمین زده است. به وضوح دیده می‌شود که این رویکرد تخمین دقیق‌تری از ضخامت لایه آبخوان نسبت به روش دامنه اولیه دارا می‌باشد و در عمق‌های بیشتر تفکیک‌پذیری عمقی بهتری را نشان می‌دهد. در شکل ۲-پ تخمین زمان آسایش زیر سطح که بر مبنای فرض چند-نمایی برای رفتار آسایش سیگنال‌های سونداژ تشدید مغناطیسی حاصل شده است، قابل‌رؤیت می‌باشد. در این شکل زمان آسایش تخمین‌زده شده برای لایه آبخوان معادل با مقدار ۳۰۷ میلی‌ثانیه می‌باشد که مقدار واقعی آن بر اساس مدل‌سازی مصنوعی صورت گرفته، ۳۳۹ میلی‌ثانیه می‌باشد که توانمند بودن الگوریتم در تخمین زمان آسایش با اختلاف کم نسبت به مدل واقعی مشخص می‌باشد. آنچه که تمایز اصلی بین دو رویکرد IAI و MRSFWI

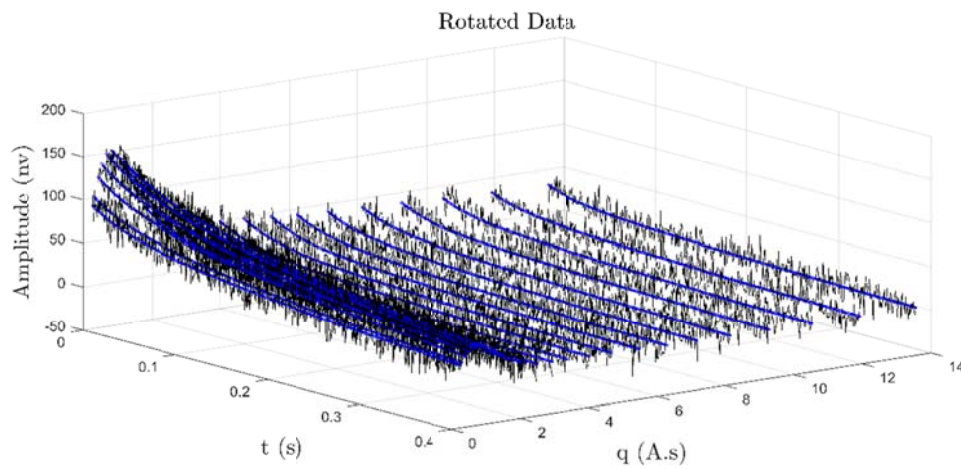


(الف)

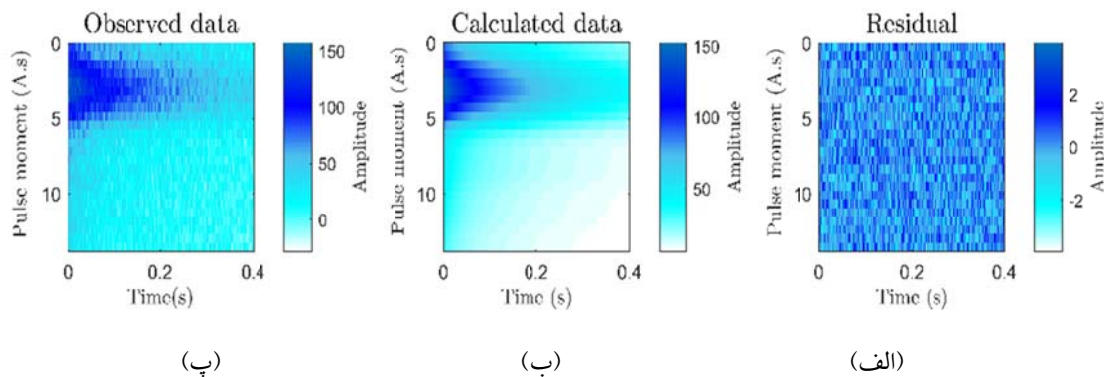
شکل ۱. نتایج وارون‌سازی داده‌های مصنوعی مدل اول به اضافه ۱۰ نانو ولت نوفه اضافه شده به آنها با استفاده از روش وارون‌سازی دامنه اولیه. الف) تخمین محتوای آب زیرسطحی (منحنی مشکی) در برابر عمق بررسی و مدل مصنوعی (منحنی قرمز)، با استفاده از وارون‌سازی دامنه اولیه. ب) داده‌های مصنوعی (ستاره‌های قرمز) و داده‌های محاسباتی (خطچین مشکی) در برابر ممان پالس‌های مختلف.



شکل ۲. نتیجه وارون‌سازی توسط روش استفاده از کل فضای داده برای داده‌های مصنوعی مدل اول به اضافه ۱۰ نانو ولت نوفه اضافه شده به آنها به همراه نتایج تحلیل عدم قطعیت به روش بوت استرپ برای ۱۰ بار تکرار الگوریتم وارون‌سازی (منحنی‌های آبی). الف) توزیع محتوای آب جزئی در برابر عمق برای زمان‌های آسایش مختلف. ب) محتوای آب کل در برابر عمق (منحنی قرمز مدل واقعی منحنی مشکی مدل تخمین‌زده شده). پ) لگاریتم میانگین زمان آسایش در برابر عمق (منحنی قرمز مدل واقعی و منحنی مشکی مدل تخمین‌زده شده).



شکل ۳. سیگنال‌های سونداژ تشدید مغناطیسی داده‌های مصنوعی مدل اول به اضافه ۱۰ نانو ولت نوفه اضافه شده به آنها برای ممان پالس‌های مختلف. سیگنال مشکی، سیگنال مصنوعی تولید شده و منحنی‌های آبی برازش داده شده به سیگنال‌ها بر اساس نتیجه وارون‌سازی به روش MRSFWI می‌باشند.



شکل ۴. الف) اختلاف داده‌های محاسباتی و داده‌های مشاهده‌ای داده‌های مصنوعی مدل اول. ب) داده‌های محاسباتی داده‌های مصنوعی مدل اول در برابر دامنه. پ) داده‌های مصنوعی مدل اول در برابر دامنه.

همچنین این نکته شایان ذکر است که با در نظر گرفتن رفتار چندنمایی سیگنال سونداژ تشدید مغناطیسی در هردو مدل مصنوعی ساخته شده، تعداد پالس ممان‌ها، نمونه‌های زمانی سیگنال در هر پالس ممان، تعداد لایه‌ها جهت گسسته‌سازی زمین و نیز تعداد زمان‌های آسایش در هر لایه به ترتیب برابر با ۲۴ $N_{T_2^*} = 30$ و $N_Z = 100$ ، $N_t = 401$ ، $N_q =$ در نظر گرفته شد. بنابراین تعداد کل داده‌ها براساس تعداد پالس ممان‌ها و تعداد نمونه‌های زمانی در هر پالس ممان برابر $N_q \times N_t = 9624$ با و نیز تعداد پارامترهای مدل براساس طیف زمان آسایش و تعداد لایه‌بندی برابر با $N_Z \times N_{T_2^*} = 3000$ می‌باشد (جدول ۲). با توجه به اندازه پارامترهای ورودی الگوریتم وارون‌سازی و سایر عوامل، زمان اجزای الگوریتم حدود $2'34''$ برآورد شده است.

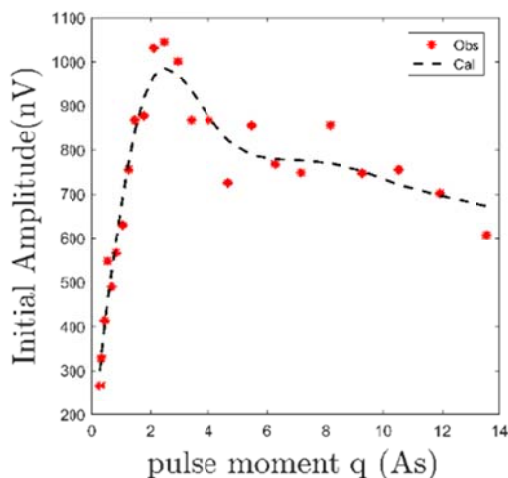
۴-۲. وارون‌سازی داده‌های مصنوعی مدل دوم

همانند مدل اول، داده‌های مصنوعی حاصل از مدل دوم به همراه ۵۰ نانو ولت نوفه گوسی اضافه شده به آنها توسط هر دو روش مطرح شده وارونه شده‌اند. شکل ۵ نتایج وارون‌سازی روش IAI برای مدل مصنوعی دوم شامل یک زمین ۵ لایه با دو آبخوان با محتوای آب ۲۰ درصد برای آبخوان بالایی و محتوای آب ۳۵ درصد برای آبخوان عمیق‌تر را نشان می‌دهد. شکل ۵-الف مدل مصنوعی اول (منحنی قرمز)، دربرگیرنده دو آبخوان با محتوای آب ۲۰ درصد از عمق $21/4$ تا $35/5$ متری و آبخوان دوم از عمق $52/8$ تا 70 متری با محتوای آب ۳۵ درصد، با زمان‌های آسایش متفاوت را نشان می‌دهد که نتیجه وارون‌سازی داده‌های حاصل از مدل مصنوعی فرض شده توسط روش وارون‌سازی دامنه اولیه منحنی مشکی می‌باشد. شکل ۵-ب داده‌های مصنوعی (ستاره‌های قرمز) و داده‌های محاسباتی (خط چین مشکی) در برابر ممان پالس‌های مختلف را نشان می‌دهد. با توجه به نتیجه وارون‌سازی به روش IAI در شکل ۵-الف،

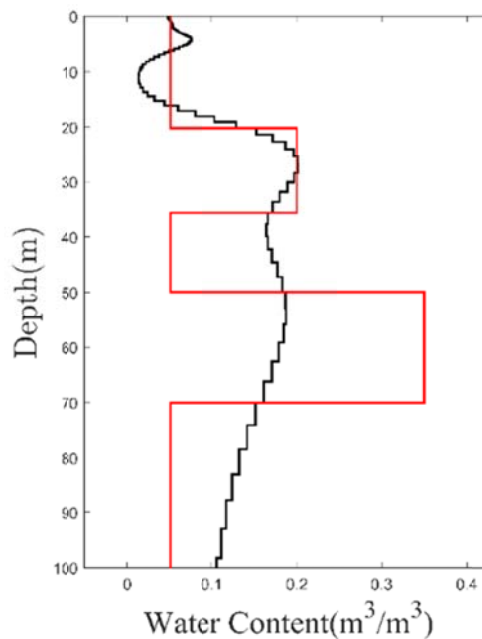
آبخوان اول از عمق ۱۹ تا ۴۰ متری با محتوای آب ۲۰ درصد تشخیص داده شده است که از دقت خوبی برخوردار است اما برای آبخوان دوم، این روش نتیجه خوبی را ارائه نمی‌دهد و از عمق حدوداً ۴۰ متری تا عمق ۷۵ متری آبخوانی با محتوای آب ۱۸ درصد تخمین زده است. در واقع می‌توان گفت الگوریتم در تمایز بین دو آبخوان چندان موفق نبوده است و در تخمین ضخامت و محتوای آب آبخوان دوم از دقت پایینی برخوردار است. پس با توجه به نتیجه وارون‌سازی صحت این مطلب که استفاده از بخشی از فضای داده به‌عنوان داده ورودی به مسأله باعث کاهش تفکیک‌پذیری در عمق‌های بیشتر می‌شود، قابل اثبات است. شکل ۶ نتیجه وارون‌سازی حاصل از رویکرد MRSFWI را نشان می‌دهد. بر اساس شکل ۶-الف توزیع محتوای آب جزئی، به‌وضوح دو آبخوان موجود را تعیین کرده است. شکل ۶-ب، محتوای آب کل حاصل شده از توزیع محتوای آب جزئی، آبخوان اول را از عمق ۲۰ متری تا 36 متری با محتوای آب ۲۸ درصد و آبخوان دوم را از عمق 47 متری تا عمق 74 متری با محتوای آب ۳۹ درصد را تعیین کرده است که از دقت بالایی برخوردار است. شکل ۶-پ زمان آسایش تخمین زده شده برای لایه‌های زیر سطحی مدل مصنوعی دوم را نشان می‌دهد که بر طبق آن، آبخوان اول از عمق ۲۰ تا 37 متری دارای زمان آسایش 141 میلی‌ثانیه می‌باشد که مقدار واقعی آن بر اساس مدل‌سازی مصنوعی 163 میلی‌ثانیه می‌باشد. همچنین زمان آسایش تخمین زده شده برای آبخوان دوم معادل با 252 میلی‌ثانیه است که مقدار واقعی آن 293 میلی‌ثانیه می‌باشد. پس به‌صراحت می‌توان گفت که رویکرد پیشنهادی با دقت بسیار بالایی ضخامت آبخوان‌ها و محتوای آب و زمان آسایش آنها را تخمین زده است. شکل ۷ سیگنال‌های داده‌های مصنوعی (منحنی‌های مشکی) حاصل از مدل دوم با نوفه گوسی اضافه شده به آنها برای ممان پالس‌های مختلف را نشان می‌دهد که

رویکرد، به‌وضوح دیده می‌شود که رویکرد MRSFWI، یک توزیع واقعی‌تر از زمان آسایش و محتوای آب در برابر عمق بررسی به‌دست می‌دهد. علاوه بر این، از آنجایی که دامنه سیگنال تشدید مغناطیسی مستقیماً با محتوای آب زیر سطحی متناسب است، فرض رفتار چند-نمایی در وارون‌سازی داده‌های سیگنال تشدید مغناطیسی، بهبود قابل‌توجهی در برازش سیگنال‌ها ایجاد می‌کند که باعث می‌شود تخمین دقیق‌تر و قابل‌اعتمادتری از محتوای آب کل زیر سطحی داشته باشیم. با توجه به اندازه پارامترهای ورودی الگوریتم وارون‌سازی و سایر عوامل، زمان اجرای الگوریتم حدود ۱۲:۳ برآورد شده است.

برازش (منحنی‌های آبی) داده شده به آنها بر اساس الگوریتم وارون‌سازی نشان داده شده است و مشاهده می‌شود که داده‌های محاسباتی حاصل از وارون‌سازی برازش مناسبی ($\chi^2 = 0.9988$) را به داده‌های حاصل از مدل‌سازی مصنوعی، ایجاد کرده‌اند. شکل ۸ بیانگر داده‌های مصنوعی، داده‌های محاسباتی حاصل از رویکرد MRSFWI با فرض رفتار چند-نمایی برای رفتار آسایش سیگنال‌ها و باقی‌مانده حاصل از این دو را در سطح نوفه فرض شده، نشان می‌دهد که همانند شکل ۴، نمودار باقی‌مانده دارای الگوی مشخصی نمی‌باشد. پس با توجه به‌موارد ذکر شده، در نتایج حاصل از هر دو

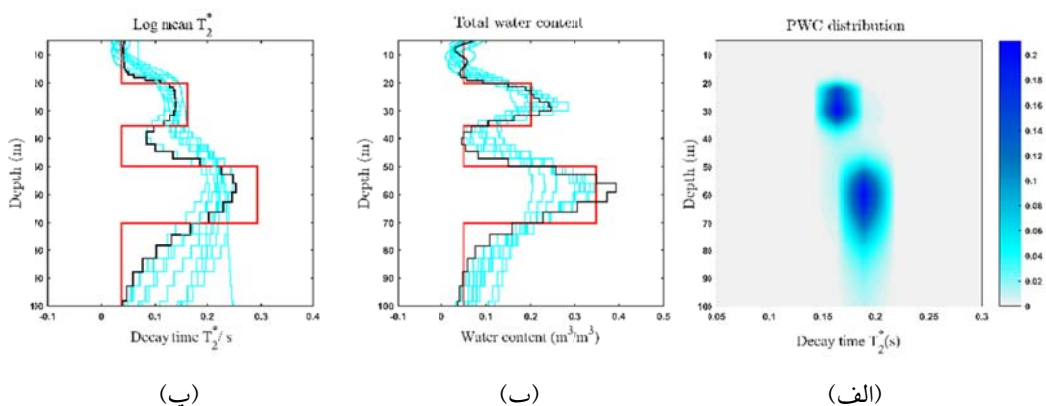


(ب)

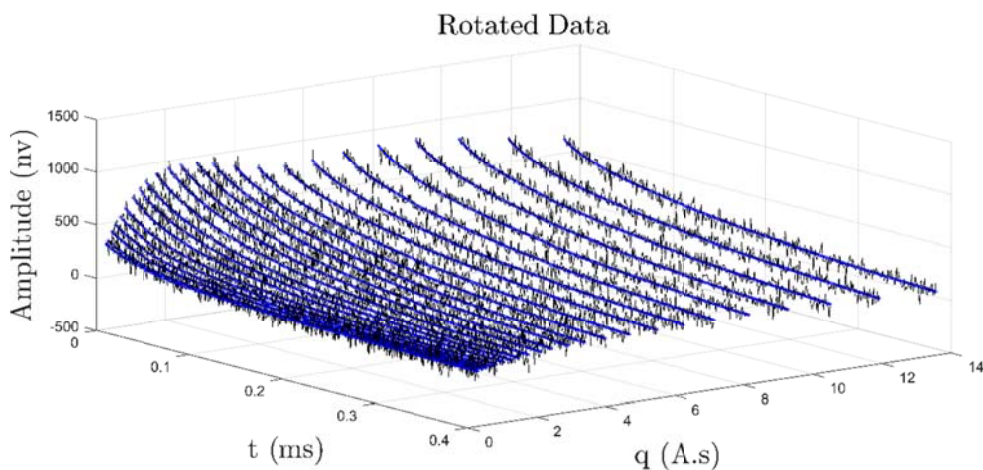


(الف)

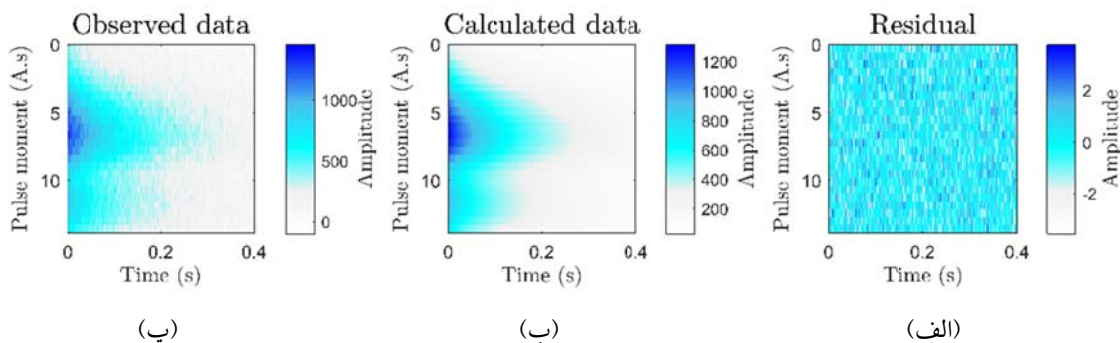
شکل ۵. نتایج وارون‌سازی داده‌های مصنوعی مدل دوم به‌اضافه ۵۰ نانو ولت نوفه اضافه‌شده به آنها. با استفاده از روش وارون‌سازی دامنه اولیه. الف) تخمین محتوای آب زیر سطحی (منحنی مشکی) در برابر عمق بررسی و مدل مصنوعی (منحنی قرمز). با استفاده از وارون‌سازی دامنه اولیه. ب) داده‌های مصنوعی (ستاره‌های قرمز) و داده‌های محاسباتی (خط‌چین) در برابر ممان پالس‌های مختلف.



شکل ۶. نتیجه وارون‌سازی توسط روش استفاده از کل فضای داده برای داده‌های مصنوعی مدل دوم به‌اضافه ۵۰ نانو ولت نوفه اضافه‌شده به آنها به‌همراه نتایج تحلیل عدم‌قطعیت به‌روش بوت استرپ برای ۱۰ بار تکرار الگوریتم وارون‌سازی (منحنی‌های آبی). (الف) توزیع محتوای آب جزئی در برابر عمق برای زمان‌های آسایش مختلف. (ب) محتوای آب کل در برابر عمق (منحنی قرمز مدل واقعی و منحنی مشکی مدل تخمین‌زده‌شده). (پ) لگاریتم میانگین زمان آسایش در برابر عمق (منحنی قرمز مدل واقعی و منحنی مشکی مدل تخمین‌زده‌شده).



شکل ۷. سیگنال‌های سونداژ تشدید مغناطیسی داده‌های مصنوعی مدل دوم به‌اضافه ۵۰ نانو ولت نوفه اضافه‌شده به آنها برای همان پالس‌های مختلف. سیگنال مشکی، سیگنال مصنوعی تولید شده و منحنی‌های آبی برازش داده‌شده به سیگنال‌ها براساس نتیجه وارون‌سازی به‌روش MRSFWI می‌باشند.



شکل ۸. (الف) اختلاف داده‌های محاسباتی و داده‌های مشاهده‌ای برای مدل دوم. (ب) داده‌های محاسباتی مدل دوم در برابر دامنه. (پ) داده‌های مصنوعی مدل دوم در برابر دامنه.

۳-۴. وارون‌سازی داده‌های صحرایی

جهت ارزیابی بهتر الگوریتم وارون‌سازی MRSFWI از داده‌های صحرایی برداشت‌شده در منطقه شیلرسلانگه (Schillerslage) در نزدیکی هانوفر استفاده شده است. این منطقه به دلیل شرایط زمین‌شناسی مساعد برای هدف مورد نظر به لحاظ وجود دو آبخوان در آن انتخاب شده است. زمین‌شناسی منطقه توسط گمانه‌ای که حفر شده است، تا عمق ۲۲ متری روی سنگ بستر مارلی متعلق به دوره کرتاسه به عنوان رسوبات یخبندان تشخیص داده شده است. نتیجه گمانه حفر شده در شکل ۱۰-الف مشاهده می‌شود. با توجه به نتیجه حفر گمانه، از سطح تا عمق حدود ۲ متری منطقه غیر اشباع می‌باشد. از عمق ۲ تا ۱۰ متری لایه‌ای از ماسه دانه متوسط دیده می‌شود که در زیر آن تا عمق ۱۵ متری لایه سیلتی-ماسه‌ای وجود دارد. از لایه ۱۵ تا ۲۲ متری ماسه دانه‌ریز تا متوسط قرار دارد و از عمق ۲۲ متری به بعد سنگ کف مارلی در منطقه قرار دارد. داده‌های مقاومت‌ویژه الکتریکی منطقه بر اساس نتایج سونداژ الکتریکی در جدول ۴ آورده شده است. شکل ۹ نتیجه وارون‌سازی داده‌های واقعی توسط روش دامنه اولیه را نشان می‌دهد.

بر اساس نتایج وارون‌سازی در شکل ۹-الف، شروع یک آبخوان از عمق حدوداً ۳ متری تا عمق ۲۰ متری با محتوای آب ۳۰ درصد قابل استنباط می‌باشد. این روش تنها قادر به تخمین محتوای آب بر اساس عمق بررسی می‌باشد و براساس این روش نمی‌توان در مورد جنس و دانه‌بندی لایه‌های زیر سطحی اظهار نظر دقیقی نمود. تنها می‌توان وجود لایه آبخوان به همراه مقدار محتوای آب آن را تخمین زد.

در مدل‌سازی وارون داده‌های صحرایی تعداد پالس ممان‌ها، نمونه‌های زمانی سیگنال در هر پالس ممان، تعداد لایه‌ها جهت گسسته‌سازی زمین و نیز تعداد زمان‌های آسایش در هر لایه به ترتیب برابر با $N_q = 22$ ، $N_t = 256$ ، $N_z = 35$ و $N_{T_2^*} = 40$ در نظر گرفته شد. بنابراین تعداد کل داده‌ها براساس تعداد پالس ممان‌ها و تعداد نمونه‌های زمانی در هر پالس ممان برابر $N_q \times N_t = 5632$ با و نیز تعداد پارامترهای مدل براساس طیف زمان آسایش و تعداد لایه‌بندی برابر با $N_z \times N_{T_2^*} = 1400$ می‌باشد. بنابراین به نظر می‌رسد تعداد پارامترهای مدل در وارون‌سازی با رویکرد چندنمایی قابل ملاحظه خواهد بود (جدول ۵).

جدول ۴. نتایج سونداژ الکتریکی انجام شده در منطقه مورد مطالعه.

layer	Resistivity ($\Omega \cdot m$)	Tickness (m)
1	$\rho_1 = 550 \Omega \cdot m$	$h_1 = 3 m$
2	$\rho_2 = 450 \Omega \cdot m$	$h_2 = 14 m$
3	$\rho_3 = 85 \Omega \cdot m$	$h_3 = 5.5 m$
4	$\rho_4 = 200 \Omega \cdot m$	$h_4 = 12.5 m$
5	$\rho_5 = 20 \Omega \cdot m$	

جدول ۵. تعداد پارامترهای لازم در فرآیند وارون‌سازی MRSFWI داده‌های صحرایی.

Parameter	Number
q	22
Z	35
t	256
T_2^*	40

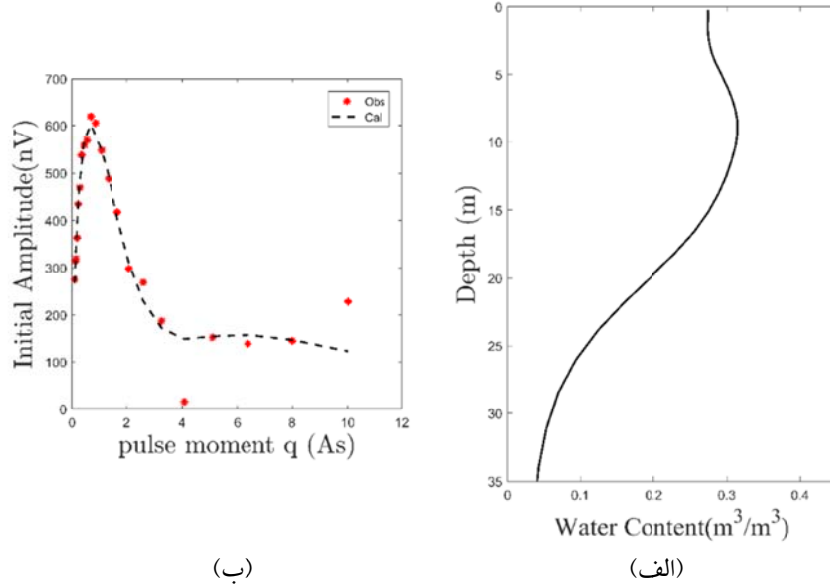
در آبخوان دوم ۲۳۰ میلی‌ثانیه می‌باشد. لازم به ذکر است که مقدار خن-دو برابر با ۱/۰۲۳ می‌باشد که بنا به توضیح داده شده در قسمت‌های قبل، این پارامتر باید مقداری بسیار نزدیک به یک داشته باشد. شکل ۱۱ سیگنال‌های برداشت شده صحرایی برای ۲۲ ممان پالس مختلف را در برابر زمان نشان می‌دهد که در این شکل، منحنی‌های آبی بیانگر داده‌های محاسباتی حاصل از فرآیند وارون‌سازی می‌باشند که همان‌طور که مشاهده می‌شود در طول فرآیند وارون‌سازی برازش مناسب به داده‌های صحرایی ایجاد شده است. شکل ۱۲ بیانگر داده‌های صحرایی، داده‌های محاسباتی حاصل از الگوریتم پیشنهادی با فرض رفتار چند-نمایی و باقی‌مانده حاصل از این دو را در سطح نوفه تخمین زده شده از داده‌های منطقه نشان می‌دهد. همان‌طور که پیش‌تر بیان شد، نمودار باقی‌مانده نباید دارای الگوی مشخصی باشد که در شکل ۱۲-پ برقراری این اصل، مشاهده می‌شود. در نهایت نتایج وارون‌سازی توسط دو روش مذکور برای مقایسه با یکدیگر و با مقدار واقعی در جدول ۶ آورده شده‌اند. با توجه به اندازه پارامترهای ورودی الگوریتم وارون‌سازی و سایر عوامل، زمان اجزای الگوریتم حدود ۳:۴۱ برآورد شده است.

شکل ۱۰ نتایج وارون‌سازی توسط رویکرد MRSFWI می‌باشد. نمودار مقاومت ویژه الکتریکی در برابر عمق بر اساس داده‌های سونداژ الکتریکی برداشت شده در منطقه، در شکل ۱۰-ب رسم شده است با توجه به شکل ۱۰-پ که توزیع محتوای آب جزئی تخمین زده شده را نشان می‌دهد، وجود دو آبخوان به وضوح در منطقه قابل‌رؤیت است که روش وارون‌سازی دامنه اولیه قادر به تمایز این دو آبخوان نبوده است. با توجه به نتایج حاصل از شکل ۱۰-ت، آبخوان اول با محتوای آب ۳۵ درصد از عمق ۳ متری شروع و تا عمق ۱۰ متری ادامه می‌یابد و آبخوان دوم با محتوای آب ۳۰ درصد از عمق تقریباً ۱۳ متری شروع و تا عمق ۲۰ متری که شروع سنگ کف می‌باشد، دیده می‌شود. بین دو آبخوان مذکور، یک لایه آکورد (Aquitard) با محتوای آب ۲۳ درصد قرار دارد که توسط آن بین دو آبخوان انتقال آب به مقدار کم و با سرعت پایین امکان پذیر می‌باشد که از این جهت وجود آن دارای اهمیت می‌باشد. تخمین زمان آسایش لایه‌های زیر سطحی نیز در شکل ۱۰-ج آمده است. تخمین زمان آسایش نیز حاکی از وجود دو آبخوان در منطقه دارد که نکته قابل توجه افزایش زمان آسایش در آبخوان‌ها می‌باشد که مقدار آن در آبخوان اول ۳۰۰ میلی‌ثانیه و

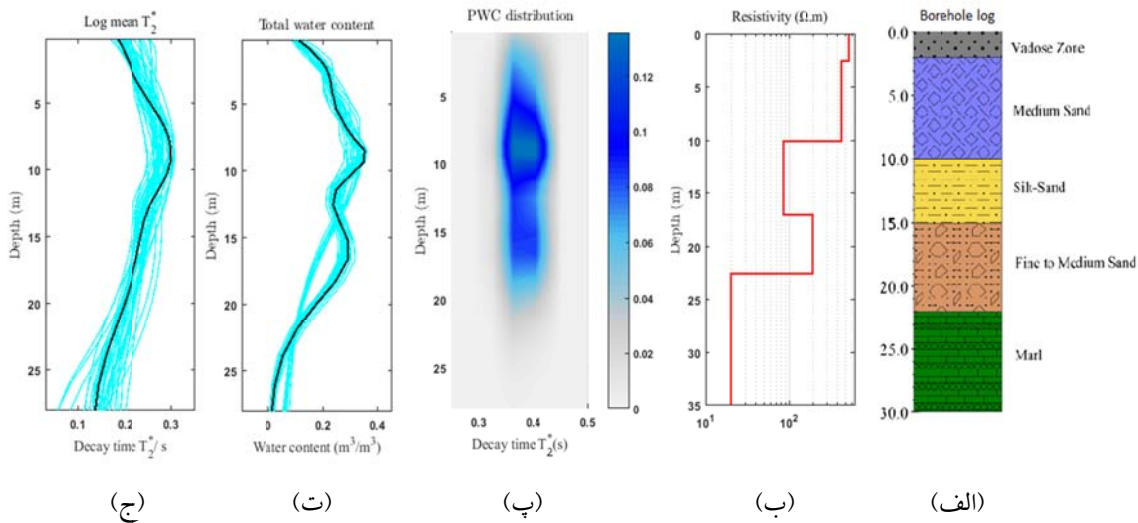
جدول ۶. مقادیر واقعی و تخمین زده شده محتوای آب، عمق و زمان آسایش آبخوان‌ها برای داده‌های صحرایی منطقه Schillerslage توسط هر دو روش IAI و

MRSFWI

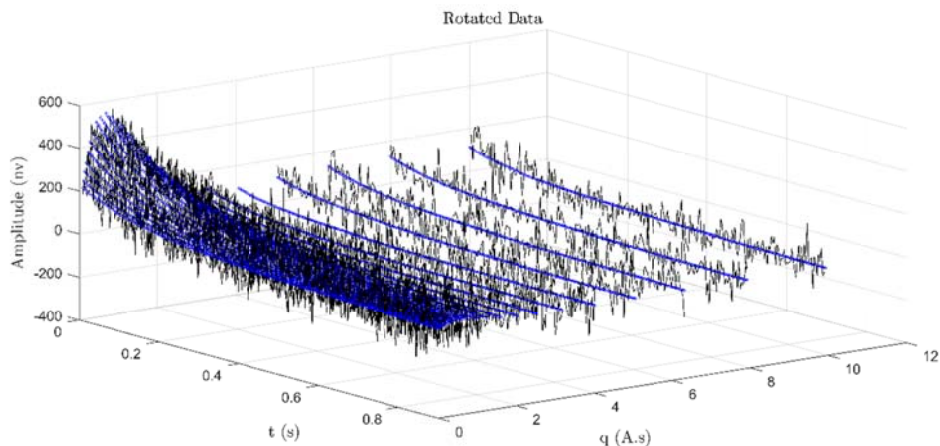
IAI Estimation		MRSFWI Estimation		
Depth (m)	Water Content (%)	Depth (m)	Water Content (%)	Relaxation Time (ms)
3-20	30	0-3	16.8	199.8
		3-10	35	300
		10-13	23	245
		13-23	30	230
		23-30	3.15	151.5



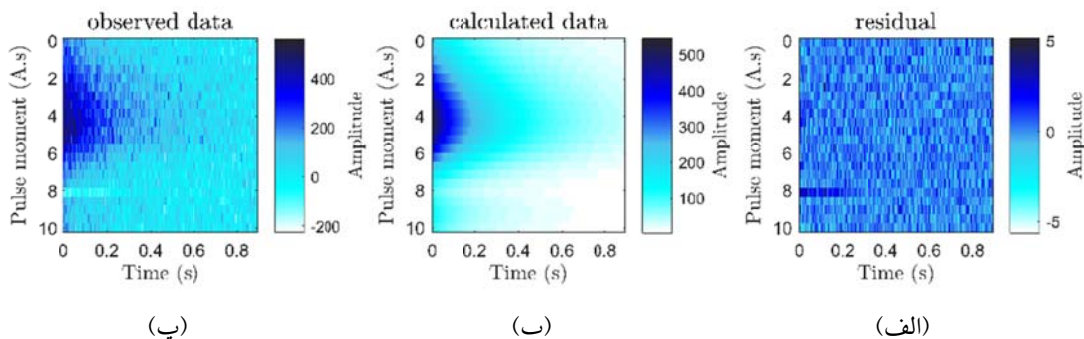
شکل ۹. نتایج وارون‌سازی داده‌های صحرائی با استفاده از روش وارون‌سازی دامنه اولیه. الف) تخمین محتوای آب زیر سطحی (منحنی مشکی) در برابر عمق بررسی با استفاده از وارون‌سازی دامنه اولیه. ب) داده‌های صحرائی منطقه Schillerslage (ستاره‌های قرمز) و داده‌های محاسباتی (خط‌چین) در برابر ممان پالس‌های مختلف.



شکل ۱۰. نتیجه وارون‌سازی توسط روش استفاده از کل فضای داده برای داده‌های صحرائی منطقه Schillerslage. الف) گمانه حفاری شده در منطقه مورد مطالعه ب) نمودار مقاومت ویژه لایه‌های زیر سطحی در برابر عمق بررسی. پ) توزیع محتوای آب جزئی در برابر عمق برای زمان‌های آسایش مختلف. ت) محتوای آب کل زیر سطحی در برابر عمق بررسی به همراه نتیجه تحلیل عدم قطعیت به روش بوت استرپ برای ۳۵ بار اجرای الگوریتم و استفاده از بخشی از داده‌ها در هر بار اجرا (منحنی‌های آبی) و مدل تخمین زده شده محتوای آب برای یکبار اجرای الگوریتم برای کل داده‌ها (منحنی قرمز). ج) لگاریتم میانگین زمان آسایش در برابر عمق بررسی به همراه نتیجه تحلیل عدم قطعیت به روش بوت استرپ برای ۳۵ بار اجرای الگوریتم و استفاده از بخشی از داده‌ها در هر بار اجرا (منحنی‌های آبی) و مدل تخمین زده شده زمان آسایش برای یکبار اجرای الگوریتم برای کل داده‌ها (منحنی قرمز).



شکل ۱۱. سیگنال‌های سونداژ تشدید مغناطیسی داده‌های صحرایی برای ممان پالس‌های مختلف. سیگنال مشکی، سیگنال برداشت‌شده صحرایی منطقه Schillerslage، و منحنی‌های آبی برازش داده‌شده به سیگنال‌ها بر اساس نتیجه وارون‌سازی به روش MRSFWI می‌باشند.



شکل ۱۲. الف) اختلاف داده‌های محاسباتی و داده‌های مشاهده‌ای برای داده‌های صحرایی منطقه Schillerslage. ب) داده‌های محاسباتی در برابر دامنه. پ) داده‌های صحرایی در برابر دامنه.

۴-۴. تحلیل عدم قطعیت نتایج وارون‌سازی داده‌های مصنوعی و صحرایی

هدف علم ژئوفیزیک اکتشافی به دست آوردن یک تفسیر صحیح از زمین با کمترین خطا توسط پارامترهای فیزیکی داده‌های صحرایی برداشت شده است. به طور کلی قوانین فیزیکی روشی برای محاسبه مقادیر داده برای یک مدل ارائه شده فراهم می‌کنند که این مسأله، یک مسأله پیشرو نامیده می‌شود. اما در یک مسأله وارون هدف اظهار نظر کمی در مورد سیستم‌های فیزیکی با استفاده از داده‌های ثبت شده است. چنین اظهار نظرهایی باید بتوانند عدم قطعیت پارامترهای تخمین زده شده سیستم‌های فیزیکی تحت مطالعه را برآورد کنند (غلامی، ۱۳۸۴).

یکی از مشکلات اساسی روش‌های ژئوفیزیکی، عدم یکتایی (Non-uniqueness) آنها و تعیین این که کدام مدل، مدل واقعی زمین است، می‌باشد. عدم یکتایی ناشی از این مسأله است که تعداد محدودی از داده‌ها به منظور تفسیر یک محیط پیوسته برداشت می‌شود. عدم یکتایی، خود از عوامل ایجاد عدم قطعیت می‌باشد. به طور کلی از منابع ایجادکننده عدم قطعیت می‌توان به نوفه‌های موجود در داده‌های صحرایی، ساده‌سازی‌های در طول فرآیند وارون‌سازی مانند خطی‌سازی، فرض‌های نادرست مانند انتخاب مدل اولیه غلط، اشتباهات فردی در داده‌برداری و در نوشتن الگوریتم وارون‌سازی و همچنین پیوسته بودن زمین و گسسته کردن آن با داده‌برداری اشاره کرد. پس،

برداشت‌شده، هر بار تعداد مشخصی داده به‌طور تصادفی انتخاب می‌شود و وارد الگوریتم وارون‌سازی می‌شود و بر اساس آن تعدادی پارامتر مدل زیر سطحی به‌دست می‌آید. سپس تمامی پارامترهای مدل به‌دست آمده در هر نمونه‌برداری، با یکدیگر مقایسه می‌شوند و بر اساس میزان تغییرپذیری آنها، میزان عدم قطعیت روش وارون‌سازی استفاده‌شده، بررسی می‌شود. در روش‌های قبلی، تنها بر اساس یک تک‌مدل (Single model) تخمین زده‌شده، تحلیل عدم قطعیت انجام می‌گیرد. اما در روش چند مدلی، از داده‌های برداشت‌شده از زمین، نمونه‌برداری می‌شود و بر اساس مجموعه‌ای از داده‌های جدید، به‌جای یک مدل منفرد، مجموعه‌ای از مدل‌ها را داریم که همه آنها برازش مناسبی را ایجاد می‌کنند. در این روش تحلیل عدم قطعیت بر روی این مجموعه‌ای از مدل‌ها صورت می‌گیرد و منطقی است که گفته شود با این تکنیک تحلیل عدم قطعیت مناسب‌تر و بهتری به‌دست خواهد آمد. در این روش به‌جای این که برای هر داده تنها یک پارامتر مدل تخمین زده شود، یک مجموعه از تخمین‌ها برای هر پارامتر مدل وجود خواهد داشت. در نهایت می‌توان تحلیل عدم قطعیت را برای تمام این مجموعه پارامترهای مدل انجام داد و تصمیم‌گیری بهتری در مورد انتخاب بهترین پارامتر مدل اتخاذ کرد.

تمام مجموعه داده‌های تولیدشده از بوت‌استرپ با مدل‌های شروع یکسان و شرایط مشابه معکوس شده‌اند تا تفاوت‌ها و شباهت‌های بین مدل‌های بوت‌استرپ که نشان دهنده عدم قطعیت مدل هستند را ارزیابی کنند. در نهایت بعد از مقایسه، قسمت‌هایی که اختلاف زیادی باهم دارند عدم قطعیت بالاتر الگوریتم وارون‌سازی مورد استفاده در آن قسمت‌ها را نشان می‌دهند و قسمت‌هایی که میزان تغییرپذیری و اختلاف کمتری با یکدیگر دارند، دارای عدم قطعیت کمتری هستند. در نهایت می‌توان برای تمام مجموعه پارامترهای مدل‌های حاصل از روش بوت‌استرپ را که برای یک پارامتر مدل خاص به‌دست آمده‌اند،

برآورد عدم قطعیت بخش مهمی از فرآیند مدل‌سازی عددی ژئوفیزیکی است. روش‌های متنوعی برای تعیین عدم قطعیت وجود دارد که اغلب پیچیده و دشوار هستند. در روش‌های تصادفی مثل الگوریتم ژنتیک، بیزین و... روش‌های متعددی برای تحلیل عدم قطعیت پارامترهای مدل وجود دارد و حداقل امکان این روش‌ها توانسته‌اند تحلیل مناسبی از عدم قطعیت در پارامترهای تخمین زده‌شده ارائه دهند. اما با توجه به این که استفاده از این روش‌های تصادفی در مسائل بزرگ مقیاس ژئوفیزیکی بسیار زمان‌بر است و با بازدهی پایین روبه‌رو است، از این رو بهره‌برداری از این روش‌ها با محدودیت‌هایی مواجه است. این در حالی است که روش‌های تعیینی به دلیل سرعت همگرایی بالا با اقبال بیشتری در حل مسائل بزرگ مقیاس روبه‌رو شده‌اند. مشکل اصلی در روش‌های تعیینی ارائه یک الگوریتم مناسب در تحلیل عدم قطعیت پارامترهای مدل می‌باشد. بخصوص این مشکل در مسائل غیرخطی نمود بیشتری پیدا می‌کند.

۴-۱-۴. روش چند مدلی (Multi-model method)

همان‌طور که تاکنون بیان شد، برآورد عدم قطعیت بخش مهمی از مدل‌سازی عددی ژئوفیزیکی است. تاکنون روش‌های متنوعی برای تحلیل عدم قطعیت ارائه شده است که اغلب پیچیده و دشوار هستند. در این قسمت روش نمونه‌برداری مجدد بوت‌استرپ (Bootstrap Resampling) مورد استفاده قرار گرفته است. قدرت روش بوت‌استرپ در پیاده‌سازی آسان آن است. این روش هزینه محاسباتی بالایی دارد اما با توجه به بالا رفتن قدرت محاسبات، این مسأله دیگر یک مشکل محسوب نمی‌شود. روش بوت‌استرپ ابتدا توسط مک لافین (۱۹۸۸) معرفی شد که از آن برای تحلیل عدم قطعیت میزان وقوع زلزله استفاده کرد. همچنین در سال ۱۹۸۹ نیچلار و راف از این روش در مطالعه موردی برای محاسبه عمق زلزله استفاده کردند. بر طبق این روش، از مجموعه داده‌های صحرائی

تحلیل عدم قطعیت با روش‌های دیگر را انجام داد و بهترین مدل را از این مجموعه مدل یافت. در واقع با روش چند مدلی تمام مدل‌هایی را که به اندازه مناسبی به تابع هدف برازش داده می‌شوند به دست می‌آیند و از بین آنها بهترین مدل توسط تحلیل عدم قطعیت انتخاب می‌شود. در شکل ۲-ب، ۲-پ و شکل ۶-ب، ۶-پ و شکل ۱۰-ت، ۱۰-ج نتیجه تحلیل عدم قطعیت به روش بوت استرپ برای داده‌های مصنوعی هر دو مدل مصنوعی و داده‌های صحرایی منطقه شیلر سلاگه نمایش داده شده است. برای انجام تحلیل عدم قطعیت داده‌های مصنوعی مدل اول و دوم توسط روش بوت استرپ، ۱۰ بار و برای داده‌های مصنوعی ۳۵ بار الگوریتم وارون‌سازی مد نظر، هر بار برای تعداد ۱۵ ممان پالس و ۲۳۰ داده که به‌طور تصادفی از کل فضای داده انتخاب می‌شوند، تکرار شد و نتیجه همه آنها بر روی یک نمودار نمایش داده شده است (منحنی‌های آبی). لازم به ذکر است که منحنی مشکی نتیجه وارون‌سازی کل فضای داده‌ها و با یک بار اجرای الگوریتم وارون‌سازی می‌باشد. همان‌طور که در شکل مشاهده می‌شود، نتیجه تحلیل عدم قطعیت برای مدل اول حاکی از آن است که نتایج الگوریتم در تعیین آبخوان به‌خوبی دارای قطعیت بالایی می‌باشد. در مدل دوم نیز در هر بار تکرار به‌خوبی دو لایه آبخوان شناسایی شده‌اند که در نتایج زمان آسایش تخمین زده شده شده عدم قطعیت بیشتری نسبت به تخمین محتوای آب آبخوان‌ها استنباط می‌شود. بر اساس نتیجه حاصل شده الگوریتم برای داده‌های صحرایی تا عمق حدوداً ۱۳ متری دارای عدم قطعیت نسبتاً پایینی می‌باشد و نتایج قابل اعتماد است. بر اساس نتیجه کلی می‌توان با قطعیت وجود آبخوان در منطقه را از عمق ۳ تا ۲۰ متری مشاهده کرد. نکته جالب توجه دو دسته شدن نتایج می‌باشد که هر کدام می‌توانند نتیجه درستی از وارون‌سازی باشند و دلیل این اختلاف عدم یکتایی حاکم بر ژئوفیزیک می‌باشد. در مورد نتایج برای زمان آسایش نسبت به محتوای آب عدم قطعیت بالاتری مشاهده می‌شود ولی در این نمودار هم وجود لایه

آبخوان در منطقه به‌وضوح قابل رؤیت می‌باشد.

۵. نتیجه‌گیری

در این مقاله رویکرد MRSFWI برای وارون‌سازی داده‌های سونداژ تشدید مغناطیسی ارائه شد. برای مقایسه، این رهیافت و روش وارون‌سازی IAI، که تا کنون استفاده می‌شده است، بر روی داده‌های مصنوعی و صحرایی تست شده‌اند. در رویکرد ارائه شده از کل فضای داده در فرآیند وارون‌سازی استفاده می‌شود در صورتی که در روش‌های پیشین تنها از بخشی از داده‌ها برای وارون‌سازی استفاده می‌شود که استفاده از موج کامل سیگنال تشدید مغناطیسی باعث افزایش پایداری و تفکیک پذیری عمقی می‌شود. در نتایج حاصل از وارون‌سازی داده‌های مصنوعی به‌وضوح دیده می‌شود که رویکرد MRSFWI قادر به تفکیک نسبتاً دقیق مرز لایه‌ها و تعیین محدوده آبخوان‌ها می‌باشد در صورتی که روش دامنه اولیه با دقت کمتری موفق به تعیین مرز لایه‌های زمین‌شناسی و تشخیص آبخوان‌ها شده است. آنچه تمایز مهمی بین این دو روش ایجاد می‌کند، امکان تخمین محتوای آب جزئی می‌باشد که منجر به تخمین همزمان محتوای آب کل و زمان آسایش لایه‌های زیر سطحی می‌شود که چنین امکانی در روش دامنه اولیه وجود ندارد. با تخمین زمان آسایش می‌توان در مورد دانه‌بندی بندی و اندازه دانه‌های زیر سطح اظهار نظر کرد و از این رو امکان بررسی میزان تراوایی و نفوذپذیری با استفاده از روابط موجود، وجود دارد. بر اساس نتایج حاصل از وارون‌سازی داده‌های صحرایی، با مقایسه شکل‌های ۹ و ۱۰ برتری رویکرد پیشنهادی نسبت به روش دامنه اولیه قابل اثبات است. بر اساس گمانه موجود در منطقه و نتایج حاصل از آن وجود دو آبخوان در عمق‌های ۲ تا ۱۰ متری و ۱۵ تا ۲۲ متری محرز است که تنها، روش پیشنهادی قادر به ایجاد تمایز بین این دو آبخوان بوده است و روش دامنه اولیه در تفکیک این

تشکر و قدر دانی

این طرح در قالب طرح پژوهشی شماره ۶۲۰۱۰۱۰/۱/۷ با استفاده از اعتبارات پژوهشی دانشگاه تهران انجام شده است که قسمتی از هزینه‌های این پژوهش را تأمین کرده، تشکر و قدردانی می‌کند. از موسسه لاینیتز آلمان، جهت تشکر و قدردانی قرار دادن داده‌های صحرائی تشکر و قدر دانی می‌شود.

مراجع

قناتی، ر.، ۱۳۹۴، بهبود پردازش و تخمین پارامترهای سیگنال سونداژ تشدید مغناطیسی، رساله دکتری، موسسه ژئوفیزیک، دانشگاه تهران.

غلامی، ع، ۱۳۸۴، بررسی عدم قطعیت در حل مسائل معکوس لرزه‌ای از طریق وارون‌سازی داده‌های پروفیل لرزه‌ای قائم، پایان نامه کارشناسی ارشد، موسسه ژئوفیزیک، دانشگاه تهران.

- Aster, R. C., Borchers, B. Clifford, Thurber, H., 2013, Parameter estimation and inverse problems.
- Ghanati, R., Fallahsafari, M. and Hafizi, M., 2014, Joint application of a statistical optimization process and Empirical Mode Decomposition to Magnetic Resonance Sounding Noise Cancellation, *J. Appl Geophys*, 111, 110–120.
- Ghanati, R. and Hafizi, M. K., 2017, Statistical de-spiking and harmonic interference cancellation from surface-NMR signals via a state-conditioned filter and modified Nyman-Gaiser method. *Bollettino Di Geofisica Teorica Ed Applicata*, 58(3), 181–204. <https://doi.org/10.4430/bgta0207>.
- Ghanati, R., Hafizi, M. and Fallahsafari, M., 2016a, Surface nuclear magnetic resonance signals recovery by integration of a non-linear decomposition method with statistical analysis. *Geophysical Prospecting*, DOI: 10.1111/1365-2478.12296.
- Ghanati, R., Hafizi M, K., Mahmoudvand, R. and Fallahsafari, M., 2016b, Filtering and parameter estimation of surface-NMR data using singular spectrum analysis. *Journal of Applied Geophysics*. 130, 118-130.
- Goldman, M., Rabinovich B., Rabinovich M., Gilad D., Gev, I., and Schirov, M., 1994, Application of integrated NMR-TDEM method in groundwater exploration in Israel.

دو آبخوان از یکدیگر ناموفق بوده است و تنها یک آبخوان از عمق حدود ۳ متری تا عمق حدوداً ۱۸ متری تعیین کرده است. براساس گمانه حفرشده و شکل ۱۰ یک آکوردر در بین دو آبخوان در منطقه وجود دارد که رویکرد MRSFWI پیشنهادشده به‌خوبی این لایه را مشخص کرده است. از طریق این لایه بین دو آبخوان منطقه تبادل آب با سرعت کم انجام می‌شود که توجه به این لایه از این حیث حائز اهمیت است. بر اساس نتیجه وارون‌سازی و تحلیل عدم قطعیت انجام‌شده بر روی داده‌های صحرائی توانایی رویکرد MRSFWI مطرح‌شده، با فرض چند-نمایی برای آسایش سیگنال‌های سونداژ تشدید مغناطیسی، در وارون‌سازی برای محتوای آب و زمان آسایش و نیز ایجاد تمایز بین دو آبخوان مذکور، بیشتر اثبات می‌شود. درنهایت با توجه به نتایج حاصل از هر دو روش، برتری رویکرد ارائه‌شده نسبت به رویکرد IAI به‌خوبی مشخص است.

- J. Appl. Geophys* 31, 27–52.
- Hertrich, M., 2008, Imaging of groundwater with nuclear magnetic resonance. *Progress in Nuclear Magnetic Resonance Spectroscopy*, 53, 227-248.
- Legchenko, A. and Shushakov, O. A., 1998, Inversion of surface NMR data: *Geophysics*, 63, 75–84.
- Legchenko, A. and Valla, P., 1998, Processing of surface proton magnetic resonance signals using non-linear fitting. *J Appl Geophys* 39:77–83.
- Legchenko A., Baltassat, J. M., Beauce, A. and Bernard, J., 2002, Nuclear magnetic resonance as a geophysical tool for hydrogeologists *Journal of Applied Geophysics* 50, 21 – 46.
- Legchenko, A., 2013, *Magnetic resonance imaging for groundwater*, WILEY.
- McLaughlin, K. L., 1988, Maximum-likelihood event magnitude estimation with bootstrapping for uncertainty estimation.
- Müller-Petke, M. and Yaramanci, U., 2010, QT inversion — Comprehensive use of the complete surface NMR data set. *Geophysics*, 75(4), WA199-WA209.
- Shirov, M., Legchenko, A. and Creer, G., 1991, A new direct non-invasive groundwater detection technology for Australia. *Exploration Geophysics* 22, 333–338.
- Tichelaar, B. W. and Ruff, L. J. 1989, How good are our best models? Jackknifing,

- Bootstrapping and earthquake depth. *Eos Trans. AGU*, 70(20), 593-606.
- Tikhonov, A. N. and Arsenin, V. Y., 1977, *Solutions of Ill-posed problems*, Winston, John Wiley and Sons, New York.
- Weichman, P. B., Lively, E. M. and Ritzwoller, M. H., 2000, Theory of surface nuclear magnetic resonance with applications to geophysical imaging problems. *Phys Rev E Stat Phys Plasmas Fluids Relat Interdiscip Top*, 62, 1290–1312.

پیوست

الف) شبه کد الگوریتم وارون سازی داده های تشدید مغناطیسی به روش MRSFWI

Algorithm 1. Multi-exponential full waveform inversion of surface-NMR
<p>Given: whole complex data space \mathbf{d}, \mathbf{w}_{apr}, ε, n(number of data), m (number of model parameters), C, λ^1, a, b, c, L</p> <p>Data preparation:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Estimate noise level using Imaginary part of the complex data \mathbf{d} • Calculate the rotated data using elimination of phase and frequency offset $\mathbf{d}^{\text{rotated}}$ • Construct multi-exponential kernel matrix \mathbf{K} <p>Initialize: set $\mathbf{W}_d = \text{diag}(v_1^{-1}, \dots, v_m^{-1})$, $\mathbf{w}^0 = \mathbf{w}_{\text{apr}}$, $\mathbf{d}^0 = 0$, $p = 1$, $\mathbf{T}_2^* = \text{logspace}(a, b, c)$, $k = 1$</p> <p>While $\chi^2 = \ \mathbf{W}_d(\mathbf{K}(\mathbf{w}^{k-1}) - \mathbf{d}^{\text{rotated}})\ _{l_2}^2 \geq 1$ or maximum number of iterations reached do</p> <p>Calculate $\mathbf{d}^k = \mathbf{K}(\mathbf{w}^{k-1})$</p> <p>While $(\ \mathbf{d}^k - \mathbf{d}^{k-1}\ /\text{sqrt}(n)) > \varepsilon$ or maximum number of iterations reached do</p> <p>Calculate the Jacobian matrix \mathbf{J} using Eq. 16</p> <p>Impose logarithmic transformation $\mathbf{J}(\mathbf{w}^{k-1}) = \mathbf{J}(\mathbf{w}^{k-1}) * \mathbf{w}^{k-1}$</p> <p>Calculate $\Delta\mathbf{w}^k$ using Eq. 14</p> <p>Compute Inverse logarithmic transformation $\mathbf{w}^k = \mathbf{w}^{k-1} \times \exp(\Delta\mathbf{w}^k)$</p> <p>$\mathbf{d}^k = \mathbf{K}(\mathbf{w}^k)$</p> <p>$k = k + 1$</p> <p>end while</p> <p>$\lambda^{p+1} = \lambda^p / C$</p> <p>$p = p + 1$;</p> <p>end while</p> <p>Output: Solution PWC = \mathbf{w}^k</p>

ب) محاسبه ژاکوبین برای مسأله سونداژ تشدید مغناطیسی

با توجه به رابطه غیرخطی داده ها و پارامترهای مدل در معادله $|\mathbf{d}| = |\mathbf{K}\mathbf{w}|$ ، نیاز به خطی سازی آن از طریق تشکل ماتریس ژاکوبین می باشد.

$$\mathbf{J}(n, m) = \partial \mathbf{d}(n) / \partial \mathbf{w}(m)$$

$$\mathbf{d} = \mathbf{K}\mathbf{w}$$

$$\mathbf{R} = \text{real}(\mathbf{K})$$

$$\mathbf{Q} = \text{Imag}(\mathbf{K})$$

$$\text{real}(\mathbf{d}) = \text{real}(\mathbf{K}\mathbf{w}) = \mathbf{R}\mathbf{w}$$

$$\text{Imag}(\mathbf{d}) = \text{Imag}(\mathbf{K}\mathbf{w}) = \mathbf{Q}\mathbf{w}$$

$$|\mathbf{d}| = |\mathbf{K}\mathbf{w}| = \text{sqrt}((\mathbf{R}\mathbf{w})^2 + (\mathbf{Q}\mathbf{w})^2)$$

به طوری که برای محاسبه یک مقدار داده محاسباتی از رابطه زیر استفاده می شود ($j = 1, 2, \dots, m$ $i = 1, 2, \dots, n$)

$$\mathbf{d}(1) = \sqrt{(\mathbf{R}(1,1)\mathbf{w}(1) + \mathbf{R}(1,2)\mathbf{w}(2) + \dots + \mathbf{R}(1,j)\mathbf{w}(j))^2 + \dots + (\mathbf{Q}(1,1)\mathbf{w}(1) + \mathbf{Q}(1,2)\mathbf{w}(2) + \dots + \mathbf{Q}(1,j)\mathbf{w}(j))^2}$$

و مقدار ماتریس ژاکوبین برای داده $|\mathbf{d}(1)|$ نسبت $\mathbf{w}(1)$ از رابطه زیر محاسبه می شود

$$\mathbf{J}(1,1) = \frac{\partial |\mathbf{d}(1)|}{\partial |\mathbf{w}(1)|} = \frac{[\mathbf{R}(1,1)\mathbf{w}(1) + \dots + \mathbf{R}(1,j)\mathbf{w}(j)]\mathbf{R}(1,1)}{|\mathbf{d}(1)|} + \frac{[\mathbf{Q}(1,1)\mathbf{w}(1) + \dots + \mathbf{Q}(1,j)\mathbf{w}(j)]\mathbf{Q}(1,1)}{|\mathbf{d}(1)|}$$

با تعمیم معادله فوق برای تمام نقاط، ماتریس ژاکوبین به شکل زیر تعریف می شود:

$$J(i,j) = \frac{\partial |d(i)|}{\partial |w(j)|} = \frac{[R(i,1)w(1) + \dots + R(i,j)w(j)]R(i,j)}{|d(i)|} + \frac{[Q(i,1)w(1) + \dots + Q(i,j)w(j)]Q(i,j)}{|d(i)|}$$

در نهایت داریم:

$$\begin{aligned} J(i,j) &= \frac{\text{real}(d(i))R(i,j) + \text{Imag}(d(i))Q(i,j)}{|d(i)|} \\ &= \frac{\text{real}(K(i,j)) * \text{real}(d(i)) + \text{Imag}(K(i,j)) * \text{Imag}(d(i))}{|d(i)|} \\ &= \frac{K_{\text{real}}d_{\text{real}} + K_{\text{imag}}d_{\text{imag}}}{|d(i)|} \end{aligned}$$

ج) ماتریس کرنل با فرض رفتار چند-نمایی سیگنال تشدید مغناطیسی

در حالت ماتریسی کرنل سونداژ تشدید مغناطیسی با فرض رفتار چند-نمایی را به شکل زیر می توان بیان کرد. قبل از ساخت ماتریس نیاز به گسسته سازی (لایه بندی) زمین بر حسب ضخامت های مختلف z_n ($n = 1, 2, \dots, k$) و نیز طیفی از زمان آسایش برای هر لایه $T(k)_2^*$ ($k = 1, 2, \dots, n$) وجود دارد. همچنین اندازه گیری های سیگنال در ممان پالس های مختلف q_p ($p = 1, 2, \dots, l$) جهت دستیابی به عمق های بیشتر انجام می گیرد.

$$\begin{bmatrix} V_1^1 \\ V_2^1 \\ \vdots \\ V_1^2 \\ \vdots \\ V_m^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K(z_1, q_1) \exp(-t_1/T(1)_2^*) & \dots & K(z_k, q_1) \exp(-t_1/T(1)_2^*) & K(z_1, q_1) \exp(-t_1/T(2)_2^*) & \dots & K(z_k, q_1) \exp(-t_1/T(n)_2^*) \\ K(z_1, q_2) \exp(-t_1/T(1)_2^*) & \dots & K(z_k, q_2) \exp(-t_1/T(1)_2^*) & K(z_1, q_2) \exp(-t_1/T(2)_2^*) & \dots & K(z_k, q_2) \exp(-t_1/T(n)_2^*) \\ \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ K(z_1, q_l) \exp(-t_1/T(1)_2^*) & \dots & K(z_k, q_l) \exp(-t_1/T(1)_2^*) & K(z_1, q_l) \exp(-t_1/T(2)_2^*) & \dots & K(z_k, q_l) \exp(-t_1/T(n)_2^*) \\ K(z_1, q_1) \exp(-t_2/T(1)_2^*) & \dots & K(z_k, q_1) \exp(-t_2/T(1)_2^*) & K(z_1, q_1) \exp(-t_2/T(2)_2^*) & \dots & K(z_k, q_1) \exp(-t_2/T(n)_2^*) \\ \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ K(z_1, q_l) \exp(-t_m/T(1)_2^*) & \dots & K(z_k, q_l) \exp(-t_m/T(1)_2^*) & K(z_1, q_l) \exp(-t_m/T(2)_2^*) & \dots & K(z_k, q_l) \exp(-t_m/T(n)_2^*) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_1^1 \\ m_2^1 \\ \vdots \\ m_k^1 \\ m_1^2 \\ \vdots \\ m_k^2 \end{bmatrix}$$

د) قید لگاریتمی اعمال شده به مسأله سونداژ تشدید مغناطیسی

قید لگاریتمی ذکر شده، به شکل زیر بر روی ماتریس ژاکوبین اعمال می شود:

$$J^{A,log}(i,j) = J^A(i,j) \times w(j)$$

و پارامتر مدل در هر تکرار الگوریتم به شکل زیر محاسبه می شود:

$$w^k = w^k \times \exp(\Delta w^k)$$

Water Content and Relaxation Time Estimation Using Full-Wave Form Inversion of MRS Signal

Esmaeili, Z.¹, Ghanati, R.^{2*} and Hafizi, M. K.³

1. M.Sc. Graduated, Department of Earth Physics, Institute of Geophysics, University of Tehran, Tehran, Iran

2. Assistant Professor, Department of Earth Physics, Institute of Geophysics, University of Tehran, Tehran, Iran

3. Professor, Department of Earth Physics, Institute of Geophysics, University of Tehran, Tehran, Iran

(Received: 2 Nov 2019, Accepted: 9 June 2020)

Summary

The magnetic resonance sounding (MRS) method is a relatively novel geophysical method, which allows for the estimation of hydrogeophysical parameters due to the direct sensitivity of hydrogen molecules of water. The use of this method makes it possible to determine the presence or absence of water below the surface more precisely and to determine the important characteristics of the hydrogeology parameters of the aquifer layer such as water content and hydraulic conductivity. The MRS technique is based on the Nuclear Magnetic Resonance (NMR) principles to determine the subsurface distribution of hydrogen protons. MRS field measurements are mostly carried out with a surface antenna as transmitter/receiver of electromagnetic signals. However novel instruments utilize a number of reference loops to mitigate noise in MRS signals. It enables us to use more sophisticated noise canceling strategies and it is possible to overwhelm the drawbacks from the single-channel MRS filtering techniques (Ghanati and Hafizi, 2017; Ghanati, et al, 2016b). To obtain depth information, a series of measurements at different pulse moments, $q = I_0 \tau$ (where I_0 is current amplitude and τ is pulse duration) are passed through the loop. The larger the pulse moment, the larger the penetration depth. By varying the pulse moment, a spatial distribution of aquifer properties with respect to the depth can be obtained from the MRS data inverse problem.

From data space point of view, in the inversion of magnetic resonance sounding data, two types of algorithms have been presented: 1) Initial Amplitude Inversion (IAI) and 2) Time Step Inversion (TSI). Given that in the above-mentioned methods only a portion of the data is used for inversion, it is not possible to provide a stable solution with a suitable depth resolution in the inversion process, while the use of the full waveform inversion of the magnetic resonance signal (i.e., using whole data space) increases the stability and resolution of water content and relaxation time models. Magnetic resonance signals naturally show a multi-exponential behavior that is due to the suppression of signals from layers or sub-volumes that have different relaxation times. In this method, the concept of multi-exponential behavior is considered for magnetic resonance signal data due to the non-uniform distribution of relaxation time at sub-surface pores. The proposed algorithm is evaluated using some synthetic examples and a real data set with the assumption of multi-exponential regime. From the numerical experiments, it is clearly observed that the presented method obtains a more realistic distribution of relaxation time versus the depth of the survey compared to the IAI algorithm with the assumption of the mono-exponential behavior. Furthermore, since the amplitude of the magnetic resonance signal is related to the sub-surface water content directly, the theory of multi-dimensional behavior in the inversion of the magnetic resonance signal provides a significant improvement in the fitting of the signals, which makes it possible a more accurate and reliable estimate of sub-surface water content. Finally, to evaluate the accuracy of the algorithm assuming multi-exponential behavior of signals, Bootstrap uncertainty analysis is performed on the field data. Given the results of the uncertainty analysis and its comparison with the geological model obtained from the borehole results, the power of the proposed approach in estimating the position and water content of subsurface aquifers is clearly visible.

Keywords: MRS, Non-linear Inversion, multi-exponential behavior, PWC distribution, relaxation time.

* Corresponding author:

rghanati@ut.ac.ir