

آنالیز و پیش‌بینی سری‌های زمانی پارامترهای دوران زمین با استفاده از روش LSHE+ARMA

محمدعلی شریفی^{*}، شایان شیرافکن^۱، سیدمحسن خضرائی^۲ و علیرضا امیری سیمکویی^۳

۱. دانشیار، دانشکده مهندسی نقشه‌برداری و اطلاعات مکانی، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران، تهران، ایران
۲. دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی نقشه‌برداری و اطلاعات مکانی، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران، تهران، ایران
۳. دانش آموخته دکتری، گروه مهندسی نقشه برداری، دانشکده عمران و حمل و نقل، دانشگاه اصفهان، اصفهان، ایران
۴. استاد، گروه مهندسی نقشه برداری، دانشکده عمران و حمل و نقل، دانشگاه اصفهان، اصفهان، ایران

(دریافت: ۱۴۰۰/۸/۲۴، پذیرش نهایی: ۱۴۰۰/۱۰/۲۰)

چکیده

شناسایی رفتاهای تناوبی و تصادفی سری‌های زمانی پارامترهای توجیه زمین (EOP)، به منظور کاربردهای مختلف همچون تعیین دقیق مدار ماهواره‌ها، نجوم ژئودزی، ناوبری فضایی و همچنین مطالعه پدیده‌های ژئوفیزیکی مورد نیاز است. روش‌های مختلف آنالیز سری‌های زمانی از دیرباز مورد بررسی قرار گرفته است. در این تحقیق، بررسی و تعیین فرکانس‌های موجود در پارامترهای توجیه زمین، با استفاده از آنالیز هارمونیک کمترین مربعات یکمتغیره و چندمتغیره سری‌های زمانی IERS 14 C04 با تاریخ اول ژانویه ۱۹۸۰ تا ۳۱ دسامبر سال ۲۰۲۰ صورت گرفته است. با تشکیل مدل تابعی با استفاده از فرکانس‌های تعیین و ضرایب مدل تابعی با استفاده از برآوردهای کمترین مربعات برآورده شده‌اند. سپس مدل مناسب انورگرسیو-میانگین متحرک (ARMA)، متناظر با بردار باقی‌مانده‌های کمترین مربعات حاصل از این مدل تابعی تعیین شد. در نهایت با استفاده از ضرایب برآورده شده مدل تابعی و مدل ARMA، پارامترهای توجیه زمین برای ۲۰ روز اول سال ۲۰۲۱ پیش‌بینی شدند و دقت روش ارائه شده مورد ارزیابی قرار گرفت. نتایج این تحقیق با دو روش یادگیری عمیق مقایسه شده و نتایج نشان می‌دهد که دقت بهتری را نسبت به آنها دارا بوده و رفتارهای تناوبی و تصادفی EOP با دقت بالایی شناسایی شده‌اند. پس از گذشت ۱۰ روز دقت پیش‌بینی برای مؤلفه X حدود ۷/۹ برابر، برای مؤلفه Y حدود ۳/۵ برابر و برای مؤلفه LOD حدود ۱/۵ برابر بهبود یافت. همچنین با گذشت ۲۰ روز دقت پیش‌بینی برای مؤلفه X حدود ۱/۱۵ برابر، برای مؤلفه Y حدود ۲/۸۹ برابر و برای مؤلفه LOD حدود ۱/۱۸ برابر بهبود یافت.

واژه‌های کلیدی: سری‌زمانی، پارامترهای دوران زمین، روش LSHE، مدل ARMA، روش LODR

۱. مقدمه

سماوی و موقعیت ارائه شده توسط برخی از مدل‌های پرسیشن-نوتیشن است ($d\psi$ و dx یا $d\epsilon$ و dy) علاوه‌بر پارامترهای ذکر شده، پارامتر اختلاف طول روز (Length of Day) LOD نیز برای مدل‌سازی انحرافات دوران زمین مورد استفاده قرار می‌گیرد. پارامتر LOD تفاوت بین زمان اندازه‌گیری یک روز با زمان اسمی ۸۶۴۰۰ ثانیه است و درواقع نشانگر تغییرات در نرخ دوران زمین است. LOD به دلیل اثرات جاذبی اجرام خارجی و همچنین فرایندهای ژئوفیزیکی لایه‌های مختلف درونی زمین تغییر می‌کند (فردمون و همکاران، ۱۹۹۴، مدیری و همکاران، ۲۰۲۰).

$$LOD = -\frac{d(UT1)}{dt} \quad (1)$$

چرخش زمین صلب نسبت به فضای اینرسی ثابت نیست بلکه به دلیل نیروهای جاذبه خارجی و دینامیکی داخلی تغییر می‌کند (ژائو و لی، ۲۰۲۰). پارامترهای توجیه زمین (Earth Orientation Parameters) EOP پارامترهایی است که نامنظمی‌های دوران زمین را توصیف می‌کند و به سه دسته تقسیم‌بندی می‌شود:

(۱) حرکت قطبی PM (Polar Motion) که با مختصات x و y قطب تعریف می‌شود،

(۲) دوران روزانه (زاویه دوران زمین یا تفاوت زمانی UT1 و Universal Time Coordinated UTC)،

(۳) آفست مختصات قطب سماوی CPO (Celestial Pole Offsets) که اختلاف بین موقعیت مشاهده شده قطب

*نگارنده رابط:

۴) سامانه ماهواره‌ای ناوبری جهانی (Global Navigation Satellite Systems (دو و همکاران، ۲۰۰۹).

۵) تداخل‌سنجه خطوط مبنای خیلی بلند (Very Long Baseline Interferometry (شلو و اشمیتز، ۲۰۰۰).

IERS، در چارچوب مرکز خدمات و پیش‌بینی سریع پارامترهای توجیه زمین، همواره برآوردهایی از EOP را ارائه می‌دهد (مک‌کارتی و لوزوم، ۱۹۹۱). سری‌های زمانی EOP موجود، شامل پیش‌بینی‌های تا ۹۰ روز در آینده‌اند. همچنین JPL به عنوان بخشی از ناسا که در آن بسیاری از مأموریت‌های دور زمین و بین سیاره‌ای انجام می‌شود به منظور رדיابی و ناوبری ایمن و دقیق فضایپماها، برآورد دقیقی از EOP را ارائه می‌دهد (ناستولا و همکاران، ۲۰۲۰).

پارامترهای EOP را می‌توان با استفاده از روش شبکه‌های عصبی مصنوعی مورد ارزیابی قرار داد. برای این منظور ابتدا تأثیرات جزر و مدار اقیانوسی، جزر و مدار زمین صلب و همچنین تأثیرات جوی فصلی از مشاهدات EOP حذف می‌شوند (سچوح و همکاران، ۲۰۰۲). روش‌های یادگیری عمیق بر روی پارامترهای EOP می‌توانند به کار برده شده و با استفاده از روش سیستم‌های استنتاج فازی، آنها را در دوره‌های کوتاه‌مدت ۱۰ روزه پیش‌بینی کرد و سپس با استفاده از مقادیر پیش‌بینی شده به عنوان داده‌های ورودی، پیش‌بینی را به مدت ۴۰ روز در آینده افزایش داد (آکیلماز و کوترب، ۲۰۰۴). همچنین روش فازی-موجک نیز در تکمیل روش قبلی مؤثر بوده است. استفاده از سیستم‌های استنتاج فازی بسیار کاربردی هستند و نسبت به روش‌هایی همچون تبدیل فوریه سریع از لحظه ثبات آماری و همبستگی دارای مزیت هستند (آکیلماز و همکاران، ۲۰۱۱). از جمله روش‌های مؤثر دیگر آنالیز پارامترهای Least EOP، می‌توان به روش کمترین مربعات (Least Squares (LS) یا AR) یا (square AR) و همچنین روش تبدیل موجک گسسته (Autoregressive

تغییرات در محور تعریف شده توسط قطب متوسط سماوی Z (Celestial Intermediate Pole) CIP سیستم مرجع زمینی به عنوان حرکت قطبی شناخته می‌شود. همچنین آفست مخصوصات قطب سماوی (CPO) معمولاً به صورت اختلاف موقعیت (dx و dy) بین CIP مشاهده شده و قراردادی بیان می‌شود. در بازه‌های زمانی روزانه تا کمتر از یک دهه، حرکت قطبی شامل دوره‌تناوب‌های چندلر و سالیانه است. این دوره‌تناوب‌ها به ترتیب حدود ۴۳۳ و ۳۶۵ روز هستند. روش‌های مختلفی مانند تجزیه و تحلیل فوریه سریع، روش کمترین مربعات، تکنیک‌های هوش مصنوعی، آنالیز طیفی و... برای کشف رفتارهای تناوبی به طور دقیق‌تر مورد استفاده قرار گرفته است (ژائو و همکاران، ۲۰۱۹).

مطالعه پارامترهای توجیه زمین از دیر باز مورد توجه بوده است. استفاده از پارامترهای PM و LOD به منظور بررسی تغییرات جرم جو و الگوهای باد مورد ارزیابی قرار گرفته است (بارنز و همکاران، ۱۹۸۳). استفاده از EOP می‌تواند راه حل مناسبی، برای مطالعه رقص محوری (نوتیشن) در ارتباط زمین با سایر نیروهای دینامیکی داخلی هسته ارئه دهد (متوئس و همکاران، ۱۹۹۱). استفاده از تغییرات در مخزن آب قاره‌ای که از یک سیستم جمع‌آوری داده پیشرفت‌های زمین (LDAS) به دست آمده است، برای کشف عوامل هیدرولوژیکی حرکت قطبی مفید است (چن و ویلسون، ۲۰۰۵). از سال ۱۹۶۰، مشاهدات EOP را می‌توان با تکنیک‌های مختلف ژئودزی فضایی به دست آورد. این تکنیک‌ها عبارت‌اند از:

(۱) فاصله‌یابی لیزری ماهواره‌ای SLR (Ranging (کولات و همکاران، ۲۰۱۰).

(۲) فاصله‌یابی لیزری با ماه LLR (Ranging (دیکی و همکاران، ۱۹۸۵).

(۳) سامانه مدارنگاری داپلر و موقعیت‌یابی رادیویی به همراه Doppler Orbitography and Radiopositioning Integrated by Satellite (DORIS) (آنژرمن و همکاران، ۲۰۱۰).

۲۰۱۸). همچنین در مطالعات اخیر از روش آنالیز طیفی Multi-channel Singular MSSA (تکین چندمتغیره ARMA برای پیش‌بینی Spectrum Analysis) به همراه (Spectrum Analysis) به همراه چندمتغیره (Multi-channel Singular) تکین چندمتغیره (MSSA) برای پیش‌بینی حرکت قطب استفاده شده است و نتایج نشان می‌دهد که دامنه دوره‌تناوب چندلر در ۲۰ سال گذشته به میزان قابل توجهی کاهش یافته است (جین و همکاران، ۲۰۲۱). از دیگر مطالعات انجام شده با هدف آنالیز پارامترهای EOP، می‌توان به شناسایی دوره‌تناوب‌های سری‌های زمانی EOP با استفاده از روش‌های تجزیه تحلیل فوریه سریع و آنالیز طیفی تکین توسط کونگ و همکاران (۲۰۲۰) اشاره کرد. استفاده از کالمون فیلتر نیز همان‌گونه (۲۰۲۰) اشاره کرد. استفاده از کالمون فیلتر نیز همان‌گونه که در EOPCC ذکر شد به عنوان یک روش مؤثر در پیش‌بینی این پارامترها به ویژه آفست‌های EOP مفید است. نتایج این روش بر روی آفست‌های EOP نشان می‌دهد که دقت پیش‌بینی برای dx به میزان ۴۳ درصد و برای dy به میزان ۳۳ درصد کمتر از محصولات IERS در بازه ۹۰ روزه است. همچنین نتایج با در نظر گرفتن مدل مناسب برای پیش‌بینی توسط کالمون فیلتر، برای dx به میزان ۱۹ درصد و برای dy به میزان ۲۲ درصد نسبت به پیش‌بینی‌های قبلی JPL بهبود پیدا کرده است (ناستولا و همکاران، ۲۰۲۰).

۲. شیوه پژوهش

در این تحقیق، ابتدا با برآورد ماتریس کوواریانس متناظر با سری‌های زمانی EOP، با استفاده از روش Least Brآورد هارمونیک کمترین مربعات (LSHE)، به شناسایی رفتارهای تناوبی پارامترهای EOP می‌پردازیم. دوره‌تناوب‌های کشف شده، در قالب مدل تابعی، رفتارهای قطعی سری زمانی را مدل می‌کنند و پیش‌بینی بخش قطعی تغییرات سری زمانی، در زمان‌های آتی با استفاده از آن انجام می‌شود. بخش باقی‌مانده تغییرات، شامل رفتارهای تصادفی، با استفاده از مدل پیش‌بینی ARMA، بروندیابی می‌شود.

(Discrete wavelet transform) DWT اتوکواریانس (AC) اشاره کرد. برای رسیدن به دقت مناسب، همه اثرات شناخته شده مانند ثانیه‌های جهشی، جزر و مد و... ابتدا از مقادیر مشاهده شده UT1-UTC و LOD حذف می‌شوند. مدل اولیه‌ای که برای LS در نظر گرفته می‌شود، شامل دوره‌تناوب‌های چندلر، سالیانه، نیمسالیانه و سایر دوره‌تناوب‌های دیگر به همراه یک ترند خطی است. تفاوت بین LS و داده‌های واقعی به عنوان باقی‌مانده در نظر گرفته شده و ضرایب مدل AR به وسیله آنها، برآورد می‌شوند (کوزک و همکاران، ۲۰۰۵، کوزک، ۲۰۱۲). در سال ۲۰۱۰ پویشی تحت عنوان EOPCC پویش مقایسه پیش‌بینی پارامترهای توجیه زمین Earth Orientation Parameters Prediction (Comparison Campaign) راهاندازی شد که در آن دقت روش‌های مختلف پیش‌بینی مورد بررسی قرار گرفت. خلاصه نتایج این مقایسه‌ها به این صورت گزارش شده است که ترکیب LS و AR، ترکیب آنالیز طیفی و بروندیابی کمترین مربعات و همچنین شبکه‌های عصبی برای پیش‌بینی حرکت قطب مناسب تر هستند. فیلتر کالمون، ترکیب تجزیه موجک و پیش‌بینی اتوکواریانس و همچنین تبدیل انطباقی از تکانه Atmospheric Angular (AAM) Momentum زاویه‌ای اتمسفری (AAM) نیز نتایج بهتری در پیش‌بینی سری‌های زمانی UT1-UTC و LOD داشته‌اند (کلاروس و همکاران، ۲۰۱۰). از دیگر روش‌های آنالیز و پیش‌بینی پارامترهای EOP، روش آنالیز طیفی تکین SSA (Singular Spectrum Analysis) است. این روش اخیراً در مطالعات مختلف سری‌زمانی ژئودتیکی مورد استفاده قرار گرفته است. به عنوان یک روش سازگار با داده‌ها، قادر به استخراج سیگنال‌هایی با فاز و دامنه غیر ثابت SSA است. نتایج نشان می‌دهد که استفاده از ترکیب الگوریتم Autoregressive Moving ARMA (ARMA) به همراه SSA قادر است پارامترهای EOP را با دقت بالایی پیش‌بینی کند (مالکین و میلر، ۲۰۱۰، شن و همکاران،

Least Square Variance Component (LSVCE) یا Estimation (امیری سیمکویی) در سال ۲۰۰۷ ارائه شد (امیری سیمکویی، ۲۰۰۷). مدل خطی معادلات مشاهدات را می‌توان به صورت زیر نوشت.

$$\mathbf{E}(\mathbf{y}) = \mathbf{Ax}, \mathbf{D}(\mathbf{y}) = \mathbf{Q}_y = \sum_{k=1}^p \sigma_k \mathbf{Q}_k \quad (8)$$

که در آن ماتریس \mathbf{Q}_y ، یک ماتریس معین مثبت در نظر گرفته شده است و به صورت یک ترکیب خطی مجھول از ماتریس‌های معلوم \mathbf{Q}_k نمایش داده می‌شود. ماتریس‌های کوفاکتور \mathbf{Q}_k با ابعاد $m \times m$ به صورت متقارن فرض می‌شوند به طوری که جمع سری رابطه (8) یک ماتریس معین مثبت شود. برای آن که یک جواب یکتا برای مدل تصادفی وجود داشته باشد، لازم است که ماتریس‌های کوفاکتور مستقل خطی باشند. در این رابطه D عملگر پراکشن، $\sigma_1 \dots \sigma_p]^T = \sigma$ بردار مؤلفه‌های واریانس متناظر با ماتریس‌های کوفاکتور و p تعداد مؤلفه‌های واریانس است.

برآورد کمترین مربعات از بردار p بعدی مؤلفه‌های (کو)واریانس مجھول در مدل تصادفی $\hat{\sigma}$ می‌تواند از طریق رابطه (9) محاسبه شود.

$$\hat{\sigma} = N^{-1} \mathbf{l} \quad (9)$$

درایه‌های ماتریس N به ابعاد $p \times p$ و بردار \mathbf{l} از روابط (10) و (11) حاصل می‌شوند.

$$n_{kl} = \frac{1}{2} \text{tr}(\mathbf{Q}_y^{-1} \mathbf{P}_A^\perp \mathbf{Q}_k \mathbf{Q}_y^{-1} \mathbf{P}_A^\perp \mathbf{Q}_l) \quad (10)$$

$$l_k = \frac{1}{2} \hat{\mathbf{e}}^T \mathbf{Q}_y^{-1} \mathbf{Q}_k \mathbf{Q}_y^{-1} \hat{\mathbf{e}} \quad k, l = 1, 2, \dots, p \quad (11)$$

در رابطه (10)، tr عملگر اثر (trace) است. با توجه به حضور \mathbf{Q}_y در روابط (10) و (11)، می‌توان از یک روند تکراری برای برآورد مؤلفه‌های (کو)واریانس استفاده کرد. لذا ابتدا یک مقدار اولیه برای مؤلفه‌های (کو)واریانس در نظر گرفته می‌شود و در هر مرحله از

تکرار، برآوردهای جدیدی از آنها حاصل شده و جایگزین مقادیر قبلی می‌شوند. این روند تکراری تا زمانی

۱-۲. صحت سنجی مشاهدات

ارزیابی صحت مشاهدات یا به عبارت دیگر کشف مشاهدات اشتباه در سری‌های زمانی را می‌توان با استفاده از آزمون آماری به شرح ذیل انجام داد. مبنای این آزمون بر اساس دو فرض صفر و مقابل است:

$$\left[\begin{array}{l} H_0: \mathbf{E}(\mathbf{y}) = \mathbf{Ax} \\ H_a: \mathbf{E}(\mathbf{y}) = \mathbf{Ax} + \mathbf{C}_y \Delta \end{array} \right] \quad (2)$$

$$\left[\begin{array}{l} \text{فرض صفر} \\ \text{فرض مقابل} \end{array} \right] \quad (3)$$

در روابط (2) و (3)، عملگر امید ریاضی، \mathbf{A} ماتریس طرح مدل تابعی به ابعاد $m \times n$ ، x بردار مجھولات به ابعاد $1 \times n$ و $n \times n$ به ترتیب تعداد مشاهدات و مجھولات مدل تابعی، $\mathbf{C}_y = [0 \ 0 \ \dots \ 1 \ 0 \ \dots \ 0]^T$ یک بردار با ابعاد m ماتریس طرح متناظر با مشاهده اشتباه آم (درایه آم برابر ۱) و Δ بزرگی اشتباه در مشاهده آم است.

آماره مربوط به این آزمون به صورت رابطه (4) تعریف می‌شود که این آماره از تابع توزیع خی-دو با درجه آزادی ۱ تبعیت می‌کند (امیری سیمکویی، ۲۰۰۷).

$$T = \frac{(C_y^T Q_y^{-1} e)^2}{C_y^T Q_y^{-1} Q_e Q_y^{-1} C_y} \quad (4)$$

در رابطه (4)، \mathbf{Q}_y ماتریس واریانس کواریانس مشاهدات است. $\hat{\mathbf{e}}$ و Q_e نیز به ترتیب بردار باقی‌مانده‌ها و ماتریس کواریانس باقی‌مانده‌های سرشکن شده تحت فرض صفر هستند و به صورت روابط (5) و (6) تعریف می‌شوند (امیری سیمکویی، ۲۰۰۷):

$$\hat{\mathbf{e}} = P_A^\perp \mathbf{y} \quad (5)$$

$$Q_e = P_A^\perp Q_y \quad (6)$$

که در آنها

$$P_A^\perp = I - A(A^T Q_y^{-1} A)^{-1} A^T Q_y^{-1} \quad (7)$$

تصویرگر قائم ماتریس طرح A است.

۲-۲. برآورد مؤلفه‌های واریانس به روش

کمترین مربعات روش برآورد مؤلفه‌های واریانس کمترین مربعات روش برآورد مؤلفه‌های واریانس کمترین مربعات

(Identification and Adaptation) توسعه یافته است. در این روش، ماتریس طرح اولیه A ، ماتریسی شامل دو ستون مربوط به ترم رگرسیون خطی است که به صورت رابطه (۱۶) تعریف می‌شود و ماتریس A_k به ازای هریک از فرکانس‌های ω_k دارای یک ستون مؤلفه‌های سینوسی و یک ستون مؤلفه‌های کسینوسی است که به صورت رابطه (۱۷) تعریف می‌شود و به مدل تابعی رابطه (۱۵) اضافه می‌شود.

$$\mathbf{y} = \mathbf{Ax} + \sum_{k=1}^q \mathbf{A}_k \mathbf{x}_k \quad (15)$$

با اضافه کردن هر \mathbf{A}_k به مدل، پارامتری اضافه می‌کنیم تا فرکانس‌های بیشتری پیدا کنیم اما باید بینیم که پارامترهایی که اضافه می‌شوند از نظر آماری چه مفهومی دارند؟ برای این منظور از آزمونی استفاده می‌شود که فرضیه آماری آن به صورت روابط (۱۹) و (۲۰) است.

$$H_0 = \mathbf{Ax} + \sum_{k=1}^{i-1} \mathbf{A}_k \mathbf{x}_k \quad (19)$$

$$H_a = \mathbf{Ax} + \sum_{k=1}^i \mathbf{A}_k \mathbf{x}_k \quad (20)$$

این آزمون آماری به صورت تکراری برای فرکانس‌های مختلف انجام می‌شود و رد فرض صفر در آن معادل وجود فرکانس ω_k در سری زمانی مورد بررسی است. با قبول هر ω_k ، ترم سینوسی و کسینوسی مربوط به آن را ($\mathbf{A}_k \mathbf{x}_k$) به فرض صفر اضافه کرده و آزمون را برای فرکانس‌های بعدی از سر می‌گیریم.

در هر مرحله، فرکانس ω_k که کمترین نرم بردار باقی‌مانده‌ها تحت فرض مقابل را نتیجه دهد، به مدل تابعی اضافه می‌شود. این فرکانس از استخراج آرگومان ماکزیمم طیف توان رابطه (۲۱) به ازای مقادیر مختلف ω_j ، به صورت عددی حاصل می‌شود (رابطه ۲۲).

$$\mathbf{P}(\omega_j) = \hat{\mathbf{e}}_0^T \mathbf{Q}_y^{-1} \mathbf{A}_j (\mathbf{A}_j^T \mathbf{Q}_y^{-1} \mathbf{p}_A^\perp \mathbf{A}_j)^{-1} \mathbf{A}_j^T \mathbf{Q}_y^{-1} \hat{\mathbf{e}}_0 \quad (21)$$

$$\omega_k = \arg \max \mathbf{P}(\omega_j) \quad (22)$$

در این روابط

ادامه می‌باید که مقدار برآورده شده برای مؤلفه‌های (کو)واریانس، باتکرار بیشتر، تغییری نکند (امیری سیمکویی، ۲۰۰۷).

۲-۲-۱. مدل‌های تصادفی

در این تحقیق به تبعیت از بسیاری از سری‌های زمانی ژئوفیزیکی از قبیل سری‌های زمانی مختصات ایستگاه‌های دائم GPS، مدل تصادفی سری‌زمانی به صورت ترکیبی از نویز سفید و فلیکر نویز در نظر گرفته شده است. فلیکر نویز، نویز توان قانون به ازای ان迪س طیفی ۱ است. در ادامه ساختار ماتریس‌های کوفاکتور متناظر با نویز سفید و نویز توان قانون ارائه شده است.

نویز سفید (White noise): ماتریس کوفاکتور متناظر با نویز سفید یک ماتریس یکه با ابعاد $m \times m$ است. نویز توان-قانون (Power law): ماتریس کوفاکتور متناظر با نویز توان-قانون مطابق رابطه (۱۲) است.

$$\mathbf{Q}_P = \Delta T^{\alpha/2} \mathbf{U}^T \mathbf{U} \quad (12)$$

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} h_0 & h_1 & \dots & h_N \\ 0 & h_0 & \dots & h_{N-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & h_0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$h_i = \left(\frac{\alpha}{2} + i - 1 \right) \frac{h_{i-1}}{i} \quad h_0 = 1 \quad (14)$$

که در آن α ان迪س نویز توان-قانون و $1/365.25$ نرخ نمونه‌برداری در سری‌های زمانی روزانه است. ترکیب این ماتریس‌های کوفاکتور، مدل تصادفی رابطه (۸) را تشکیل می‌دهد. مؤلفه‌های واریانس و متعاقب آن ماتریس واریانس کوواریانس مشاهدات (سری‌زمانی) با استفاده از روش LSVCE برآورده می‌شود.

۲-۳. آنالیز هارمونیک کمترین مربعات یک متغیره

روش آنالیز هارمونیک کمترین مربعات (LSHE) توسط امیری سیمکویی (۲۰۰۷) ارائه شده است. این روش، به منظور شناسایی مدل تابعی سری‌زمانی بر اساس تئوری کشف، شناسایی و انطباق DIA یا

$$\mathbf{X} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_r]_{n \times r} \quad (30)$$

$$\mathbf{X}_k = [x_{1k} \ x_{2k} \ \dots \ x_{rk}]_{2 \times r} \quad (31)$$

m تعداد مشاهدات، n تعداد مجهولات مدل تابعی و r تعداد سری‌های زمانی است. اجزای ماتریس Σ با بعد $r \times r$ و مجهولات متعلق به ماتریس \mathbf{Q} با بعد $m \times m$ از طریق LSVCE چندمتغیره مطابق با رابطه (۳۴) قابل حصول است.

طیف توانی در حالت چندمتغیره نیز از رابطه (۳۲) قابل محاسبه است.

$$\mathbf{P}(\omega_j) = \text{tr}(\hat{\mathbf{E}}^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{A}_j (\mathbf{A}_j^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{P}_A^\perp \mathbf{A}_j)^{-1} \mathbf{A}_j^T \mathbf{Q}^{-1} \hat{\mathbf{E}}^T \Sigma^{-1}) \quad (32)$$

مقادیر \mathbf{P}_A^\perp و $\hat{\mathbf{E}}$ همانند روابط (۲۳) و (۲۴) محاسبه می‌شوند با این تفاوت که مقدار \mathbf{Y} در رابطه (۲۹) را بهجای \mathbf{y} جای‌گذاری می‌کنیم. ماتریس Σ به ابعاد $r \times r$ همبستگی بین سری‌های زمانی را توصیف می‌کند که درایه‌های روی قطر اصلی آن $\sigma_{ii} = \sigma_i^2$ واریانس و درایه‌های غیر قطر اصلی آن σ_{ij} کوواریانس است.

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1r} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} & \dots & \sigma_{2r} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{1r} & \sigma_{2r} & \dots & \sigma_{rr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1r} \\ \sigma_{12} & \sigma_2^2 & \dots & \sigma_{2r} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{1r} & \sigma_{2r} & \dots & \sigma_r^2 \end{bmatrix} \quad (33)$$

همچنین ماتریس \mathbf{Q} به ابعاد $m \times m$ همبستگی زمانی را توصیف می‌کند که می‌تواند ترکیب خطی از ماتریس‌های کوفاکتور \mathbf{Q}_k به ازای $k = 1, 2, \dots, p$ باشد.

$$\mathbf{Q} = \sum_{k=1}^p s_k \mathbf{Q}_k \quad (34)$$

برآورده کمترین مربعات مؤلفه‌های واریانس در حالت چندمتغیره عبارت است از برآورد فاکتورهای مجهول s_k و ماتریس مجهول Σ که در دو مرحله انجام می‌شود. برآوردگر کمترین مربعات بردار پارامترهای مجهول $\mathbf{s} = [s_1, s_2, \dots, s_p]^T$ عبارت است از،

$$\hat{\mathbf{s}} = \mathbf{N}^{-1} \mathbf{l} \quad (35)$$

$$\hat{\mathbf{e}}_0 = \mathbf{p}_A^\perp \mathbf{y} \quad (23)$$

$$\mathbf{p}_A^\perp = \mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{A}^T \mathbf{Q}_y^{-1} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{Q}_y^{-1} \quad (24)$$

است و \mathbf{z} با ساختار ماتریس موجود در رابطه (۱۷) به ازای مقادیر مختلف ω تشکیل می‌شود. \mathbf{Q}_y ماتریس کواریانس مشاهدات است که با استفاده از LSVCE (بخش ۲-۲) قابل برآورد است (امیری سیمکویی، ۲۰۰۷، امیری سیمکویی و عسگری، ۲۰۱۲).

۴-۲. آنالیز هارمونیک کمترین مربعات چندمتغیره

رونده انجام آنالیز هارمونیک کمترین مربعات چندمتغیره شبیه به حالت یک متغیره است. از آنالیز هارمونیک کمترین مربعات چندمتغیره به منظور آنالیز همزمان چند سری‌زمانی استفاده می‌شود. سری‌های زمانی که در این روش آنالیز می‌شوند، باید طول برابر داشته باشند و زمان مشاهدات در آنها کاملاً منطبق باشد. با این فرض ماتریس طرح (\mathbf{A}) مدل تابعی متناظر با هریک از سری‌های زمانی یکسان خواهد بود و مدل تابعی در حالت چندمتغیره از ترکیب آنها به صورت رابطه (۲۵) حاصل می‌شود.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{y}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{A} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{x}_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{A}_k & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_k & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{A}_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{1k} \\ \mathbf{x}_{2k} \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{rk} \end{bmatrix} \quad (25)$$

مدل فوق را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\text{vec}(\mathbf{Y}) = (\mathbf{I}_r \otimes \mathbf{A}) \text{vec}(\mathbf{X}) + (\mathbf{I}_r \otimes \mathbf{A}_k) \text{vec}(\mathbf{X}_k) \quad (26)$$

$$\text{E}(\text{vec}(\mathbf{Y})) = (\mathbf{I}_r \otimes \mathbf{A}) \text{vec}(\mathbf{X}) + (\mathbf{I}_r \otimes \mathbf{A}_k) \text{vec}(\mathbf{X}_k) \quad (27)$$

$$\text{D}(\text{vec}(\mathbf{Y})) = (\Sigma \otimes \mathbf{Q}) \quad (28)$$

که در آن E عملگر امید ریاضی، D عملگر پراکنش، vec عملگر بردار و \otimes عملگر ضرب کرانوکر هستند. ماتریس‌های \mathbf{Y} ، \mathbf{X} و \mathbf{X}_k عبارت‌اند از:

$$\mathbf{Y} = [\mathbf{y}_1 \ \mathbf{y}_2 \ \dots \ \mathbf{y}_r]_{m \times r} \quad (29)$$

فرایند $y(t)$ به صورت ترکیب خطی p مقدار قبل خود به علاوه یک مقدار تصادفی تعریف می‌شود.

$$y(t) = \mu + e(t) + \beta_1 y(t-1) + \beta_2 y(t-2) + \dots + \beta_p y(t-p) \quad (40)$$

در رابطه (۴۰)، μ میانگین سری‌زمانی، $e(t)$ یک فرایند تصادفی نویز سفید با واریانس σ^2 و $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p$ ضرایب مدل هستند.

فرایند میانگین متحرک و اتورگرسیو (ARMA) تعمیمی از فرایندهای AR و MA است. فرایند تصادفی $y(t)$ با مدل ARMA به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$y(t) = \mu + e(t) + \sum_{i=1}^p \beta_i y(t-i) + \sum_{i=1}^q \theta_i e(t-i) \quad (41)$$

در رابطه (۴۱)، μ میانگین سری‌زمانی، $e(t)$ یک فرایند تصادفی با نویز سفید با واریانس σ^2 و $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p$ و $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$ ضرایب مدل $AR(p)$ و $MA(q)$ می‌باشد. این مدل‌ها را می‌توان با تعداد پارامتر محدود به فرایندهای تصادفی ایستا برآش داد. مدل ARMA نسبت به AR و MA با تعداد پارامترهای کمتری به مشاهدات برآش داده می‌شود؛ بنابراین با توجه به طول محدود سری‌های زمانی برآورد بهتری از پارامترها را نتیجه می‌دهد. با توجه به این که این مدل‌ها براساس همبستگی زمانی مشاهدات تعریف می‌شوند به خوبی می‌توان آنها را به منظور پیش‌بینی فرایندهای تصادفی به کار برد (پریستلی، ۱۹۸۱).

۶-۲. معیار اطلاعاتی آکائیکه (AIC)

در بیشتر مواقع انتخاب نوع مدل‌ها بر اساس آزمون‌های آماری تعریف شده بر روی مقادیر باقی‌مانده‌ها صورت می‌گیرد. یکی از انواع این مدل‌ها، مدل AIC بوده که براساس آزمون‌های آماری اعمال شده بر باقی‌مانده‌ها تعریف می‌شود. این معیار به منظور سنجش کیفیت مدل‌های برآورد شده است. این مدل، آزمون یک مدل در مقابل آزمون‌های فرض دیگر نیست بلکه آزمون بین

که مؤلفه‌های ماتریس نرمال N به ابعاد $p \times p$ و بردار \mathbf{l} به طول p از روابط (۳۶) و (۳۷) محاسبه می‌شوند.

$$n_{ij} = \frac{r}{2} \text{tr}(\mathbf{Q}^{-1} \mathbf{P}_A^\perp \mathbf{Q}_i \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{P}_A^\perp \mathbf{Q}_j) \quad (36)$$

$$l_i = \frac{m-n}{2} \text{tr}(\widehat{\mathbf{E}}^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{Q}_i \mathbf{Q}^{-1} \widehat{\mathbf{E}} (\widehat{\mathbf{E}}^T \mathbf{Q}^{-1} \widehat{\mathbf{E}})^{-1}) \quad (37)$$

در این روابط، i و j از ۱ تا p تغییر می‌کنند و $\widehat{\mathbf{E}} = \mathbf{P}_A^\perp \mathbf{Y}$ و $\mathbf{P}_A^\perp = \mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{A}^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{Q}^{-1}$ توجه به مجھول بودن ماتریس $\mathbf{Q} = \sum_{k=1}^p s_k \mathbf{Q}_k$ فاکتورهای مجھول s_k در یک فرایند تکراری برآورد می‌شوند. سپس ماتریس مجھول Σ با استفاده از برآورد گر کمترین واریانس مطابق رابطه (۳۸) قابل برآورد است.

$$\widehat{\Sigma} = \frac{\widehat{\mathbf{E}}^T \mathbf{Q}^{-1} \widehat{\mathbf{E}}^T}{m-n} \quad (38)$$

جزئیات بیشتر در مورد LSVCE چندمتغیره و فرایند تکراری برآورد مؤلفه‌ها در مقاله امیری سیمکوئی (۲۰۰۹) قابل مشاهده است.

۵-۲. فرایندهای اتورگرسیو-میانگین متحرک (ARMA)

فرض کنید $[y(1), y(2), \dots, y(m)] = \mathbf{y}(t)$ یک فرایند تصادفی به طول m باشد. در آنالیزهای سری‌های زمانی، مدل میانگین متحرک (MA)، یک رویکرد رایج به منظور مدل‌سازی سری‌های زمانی تک متغیره است. $MA(q)$ یانگر مدل میانگین متحرک مرتبه q بوده که فرایند $\mathbf{y}(t)$ را به صورت ترکیب خطی از دنباله‌ای از متغیرهای تصادفی ناهمبسته به صورت زیر تعریف می‌کند.

$$y(t) = \mu + e(t) + e(t-1) + \theta_2 e(t-2) + \dots + \theta_q e(t-q) \quad (39)$$

در رابطه (۳۹)، μ میانگین سری‌زمانی، $e(t)$ یک فرایند تصادفی نویز سفید با واریانس σ^2 و $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$ ضرایب مدل هستند.

همچنین دسته دیگر از مدل‌های سری‌های زمانی با عنوان مدل خودهمبسته (AR) شناخته می‌شوند. همانند q در MA ، p در $AR(p)$ یانگر مرتبه مدل است. در این مدل،

خواهد شد. لذا بخشی از این تحقیق به شناسایی ساختارهای تناوبی سری‌های زمانی پارامترهای دوران بهوسیله روش LSHE اختصاص می‌باید و پس از آن مجehولات مدل تابعی شامل ترم رگرسیون خطی و دامنه‌های فرکانس‌های موجود در سری‌زمانی برآورد می‌شوند و مدل تابعی ساخته می‌شود و در بخش بعدی مدل پیش‌بینی ARMA بهمنظور پیش‌بینی رفتارهای تصادفی این سری‌های زمانی تشکیل می‌شود.

پیاده‌سازی مراحل بالا نیازمند ارزیابی صحت مشاهدات سری‌های زمانی EOP، با استفاده از روش کشف مشاهدات اشتباه (ارائه شده در بخش ۱-۲) است. ماتریس طرح مدل تابعی، بر اساس فرکانس‌های شناخته شده در مطالعات پیشین تشکیل و به عنوان ورودی الگوریتم کشف مشاهدات اشتباه، مورد استفاده قرار گرفت. در این مرحله دوره‌تناوب‌های چندلر (۴۳۳ روز) و سالیانه و نیمه‌سالیانه و نیمه‌چندلر به عنوان فرکانس‌های غالب سری‌های زمانی حرکت قطبی (ایز، ۲۰۰۸) و دوره‌تناوب‌های سالیانه، نیمه‌سالیانه و ۱۲۰ روزه به عنوان فرکانس‌های غالب سری‌های زمانی LOD (وئو همکاران، ۲۰۲۱) مورد استفاده قرار گرفتند.

به منظور مدل‌سازی سری‌زمانی LOD و دستیابی به دقت مناسب در پیش‌بینی، لازم است قبل از پیاده‌سازی الگوریتم LSHE، اثرات جزر و مد زمینِ صلب و اثرات جزر و مد اقیانوسی مدل‌شده و از سری‌زمانی LOD کسر شود. بنابراین، مطابق با کنوانسیون سال ۲۰۱۰ IERS، اثرات ۵ روزه تا ۱۸/۶ سال، که به علت نیروی جزر و مد بر زمینِ صلب و همچنین اثرات روزانه و نیم‌روزانه، که به علت جزر و مد بر اقیانوس‌ها در سری‌زمانی LOD پیدید می‌آیند و تغییرات غیرخطی دارند، مطابق با رابطه (۴۴) مدل‌سازی شدند (پریت و لوزوم، ۲۰۱۰).

$$\delta\Delta = \sum_{i=1}^{62} B'_i \cos(\xi_i) + C'_i \sin(\xi_i) \quad (44)$$

در رابطه (۴۵) ضرایب α_i ، شامل ۵ ضریب آنومالی متوسط ماه، آنومالی متوسط خورشید، میانگین طول

چندین مدل بوده و نشان می‌دهد که استفاده از یک مدل آماری تا چه حد باعث از دست رفتن اطلاعات می‌شود. به عبارت دقیق‌تر، این معیار میان دقت مدل و پیچیدگی آن تعادل برقرار می‌کند. با توجه به داده‌های سری‌زمانی، چندین مدل با مقدار AIC سنجیده می‌شوند و مدل دارای کمترین AIC به عنوان مدل مناسب انتخاب می‌شود. از مقدار AIC می‌توان نتیجه‌گیری کرد که مثلاً دو مدل که مقادیر نسبتاً یکسانی دارند، به عنوان مدل مناسب از میان سایر مدل‌ها انتخاب می‌شوند. قابل ذکر است که معیاری به منظور انتخاب حد آستانه برای AIC که بتوان مدلی را به دلیل داشتن AIC بزرگ‌تر از این مقدار رد کرد وجود ندارد. در حالت کلی، AIC مطابق رابطه (۴۲) محاسبه می‌شود.

$$AIC = 2k - Ln(L) \quad (42)$$

در رابطه (۴۲)، k تعداد پارامترهای مدل آماری است و L مقدار حداکثر تابع درست‌نمایی برای مدل برآورد شده است.

برای مدل ARMA، معیار AIC به صورت رابطه (۴۳) محاسبه می‌شود.

$$AIC(p, q) = Ln(\hat{\sigma}^2(p, q)) + \frac{2 \times (p+q)}{T} \quad (43)$$

در رابطه (۴۳)، p و q به ترتیب مرتبه‌های AR و MA، $\hat{\sigma}^2$ واریانس باقی‌مانده‌ها و T طول داده‌های بدون فاصله (گپ) سری‌زمانی است.

۳. نتایج عددی

شناسایی دوره‌تناوب‌های موجود در یک سری‌زمانی منجر به تشکیل مدل تابعی شده و پس از آن، رفتارهای تصادفی سری‌زمانی مورد مطالعه، توسط مدل پیش‌بینی ARMA ارزیابی می‌شوند. نیاز به پیش‌بینی سری‌های زمانی پارامترهای دوران زمین همواره باعث پیاده‌سازی روش‌های مختلف آنالیزهای سری‌زمانی بر روی این پارامترها شده است. در این تحقیق به منظور پیش‌بینی این پارامترها از ترکیب روش‌های ARMA و LSHE استفاده

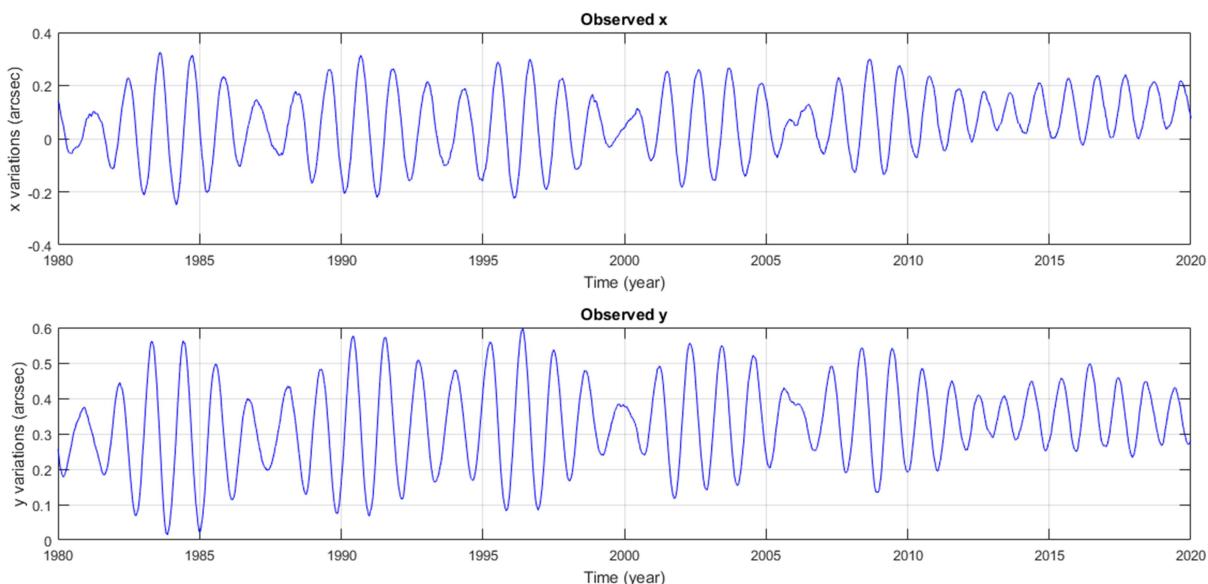
روی شکل‌ها و نیز در جدول‌های ۱ و ۲ ارائه شده است. با تشکیل مدل تابعی با استفاده از تمام دوره‌تناوب‌های کشف شده، دامنه رفتارهای متناوب موجود در سری‌های زمانی EOP، به عنوان بخش قطعی تغییرات سری‌های زمانی EOP، با استفاده از برآوردهای کمترین مربعات برآورد شد. بردار باقی‌مانده‌های کمترین مربعات، که اختلاف مقادیر واقعی مشاهدات و مقادیر حاصل از مدل تابعی است، شامل باقی‌مانده رفتارهای تصادفی سری‌زمانی EOP است. این رفتارهای تصادفی باقی‌مانده، با استفاده از مدل ARMA مدل‌سازی شده و پارامترهای برآورده شده آن به‌منظور پیش‌بینی مشاهدات در زمان‌های آتی مورد استفاده قرار گرفت. ابتدا با استفاده از معیار AIC، مدل بهینه ARMA که می‌تواند به بهترین وجه به بردار ARMA باقی‌مانده‌ها برازش داده شود استخراج شد. مدل ARMA با ۲ پارامتر اتورگرسیو و ۵ پارامتر میانگین متحرک ARMA(2,5) شامل مقدار میانگین، ضرایب اتورگرسیو، ضرایب میانگین متحرک و واریانس فرایند تصادفی با نویز سفید برآورد آن برآورده شدند. مقادیر این پارامترها در جدول ۳ ارائه شده است.

در گام آخر با استفاده از پارامترهای مدل تابعی و مدل ARMA برازش داده شده به بردار باقی‌مانده‌ها، پارامترهای توجیه زمین برای ۲۰ روز اول سال ۲۰۲۱ پیش‌بینی شدند. قابل ذکر است که برای پیش‌بینی سری‌زمانی LODR اثرات مدل‌سازی جزر و مد زمین صلب و جزر و مد اقیانوسی به مقادیر پیش‌بینی LODR اضافه شدند. مقادیر قدرمطلق دقت پیش‌بینی‌ها در جدول ۴ نمایش داده شده است. شکل ۵ نیز مقایسه بین مقادیر واقعی و پیش‌بینی شده این پارامترها را نشان می‌دهد. همچنین نتایج این تحقیق با نتایج دو روش پیش‌بینی یادگیری عمیق مقایسه شده است. این دو روش، سیستم استنتاج فازی مبنی بر شبکه تطبیقی یا ANFIS (Adaptive Network Based Fuzzy Inference System) و شبکه‌های عصبی مصنوعی یا

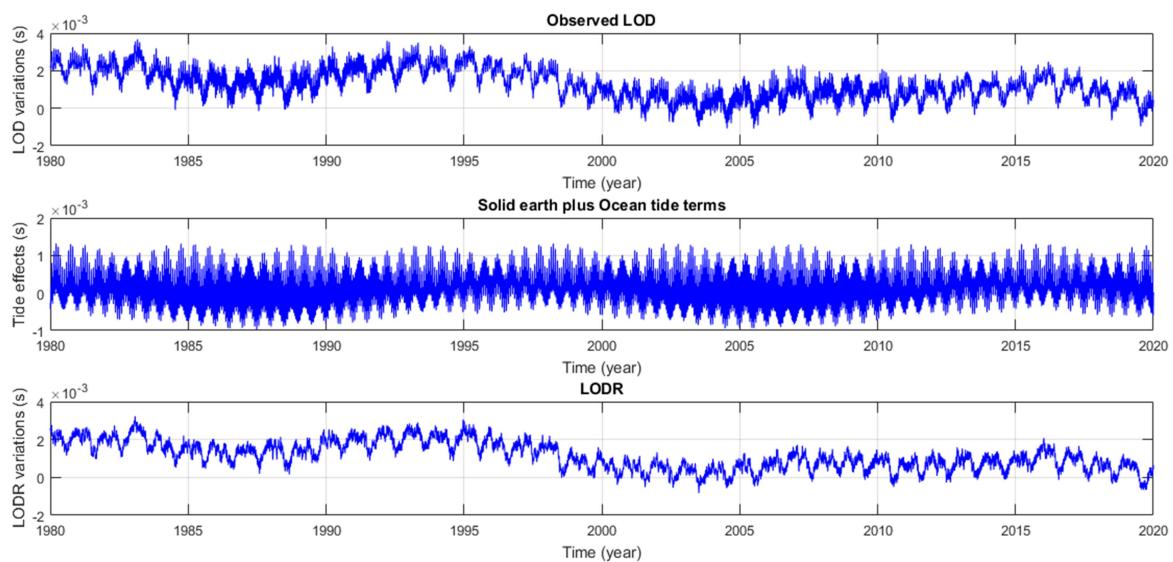
جغرافیایی نقطه گرهی صعودی ماه، اختلاف بین طول جغرافیایی مرکز ماه با میانگین طول جغرافیایی نقطه گرهی صعودی ماه و میانگین کشیدگی ماه توسط خورشید هستند. این ضرایب تابع زمان هستند و در هر روز مقادیر متفاوتی دارند. ضرایب a_{ij} نیز اعداد صحیحی هستند که برای هر کدام از ۶۲ اثر جزر و مدی زمین صلب و جزر و مدی اقیانوسی مدل‌سازی شده‌اند. مقادیر هر کدام از این α_j و α_{ij} در یادداشت‌های فنی IERS در سال ۲۰۱۰ به‌طور مفصل ارائه شده است. با جای‌گذاری این ضرایب در رابطه (۴۴)، مقادیر اثرات جزر و مدی زمین صلب و جزر و مدی اقیانوسی بر روی سری‌زمانی LOD برابر یک روز خاص محاسبه می‌شود. در رابطه (۴۴)، ۸۸ یانگر مقادیر این اثرات است. این اثرات پس از مدل‌سازی از سری‌زمانی LOD کم شده و سری‌زمانی حاصل شده، سری‌زمانی LOD بدون اثرات جزر و مدی زمین صلب و جزر و مدی اقیانوسی نامیده می‌شود. شکل ۱ سری‌های زمانی حرکت قطب را در بازه زمانی ۱۹۸۰ تا ۲۰۲۰ نمایش می‌دهد و در شکل ۲، سری‌زمانی LOD، نتایج مدل‌سازی اثر جزر و مدی زمین صلب و اقیانوسی و سری‌زمانی LODR، در همین بازه ترسیم شده است. قابل مشاهده است که در سری‌زمانی LODR بخشی از تغییرات سری‌زمانی حذف شده است (پیت و لوزم، ۲۰۱۰). در گام بعد، آنالیز هارمونیک کمترین مربعات یک متغیره بر روی سری‌زمانی LODR و آنالیز هارمونیک کمترین مربعات چندمتغیره بر روی مؤلفه‌های x و y سری‌زمانی حرکت قطب، از تاریخ اول ژانویه ۱۹۸۰ تا ۳۱ دسامبر ۲۰۲۰، مطابق بخش‌های ۳-۲ و ۴-۲، صورت گرفت و رفتارهای تناوبی موجود در این سری‌های زمانی استخراج شد. ماتریس کوواریانس مورد استفاده در LSHE با استفاده از LSVCE و با فرض مدل تصادفی به صورت ترکیب نویز سفید و توان-قانون با اندیس ۱ (فلیکر) برآورده شد. طیف توان LSHE مربوط به سری‌های زمانی حرکت قطب و LODR به ترتیب در شکل‌های ۳ و ۴ و همچنین مقدار ۵ دوره‌تناوب غالب آنها

۷/۹ برابر، برای مؤلفه y حدود $3/5$ برابر و برای مؤلفه ANFIS حدود $1/5$ برابر مطالعه مشابه با روش‌های ANN شده است. در روز $20^{\text{ام}}$ نیز دقت پیش‌بینی برای مؤلفه x حدود $1/15$ برابر، برای مؤلفه y حدود $2/89$ برابر و برای مؤلفه LOD حدود $5/18$ برابر شده است.

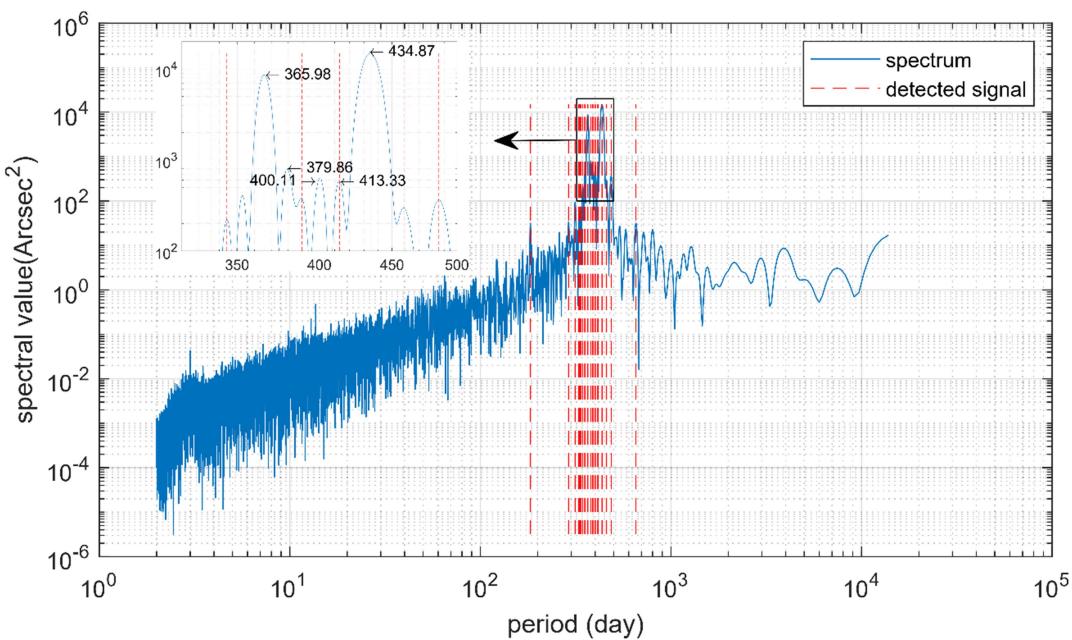
(Artificial Neural Network) روش‌های مؤثر در پیش‌بینی پارامترهای دوران زمین به حساب می‌آیند (آکیلماز و همکاران، ۲۰۱۱). با توجه به مقادیر جداول ۴ و ۵، دقت‌های پیش‌بینی به دست آمده در این تحقیق، پس از گذشت $10^{\text{روز}}$ ، برای مؤلفه x حدود



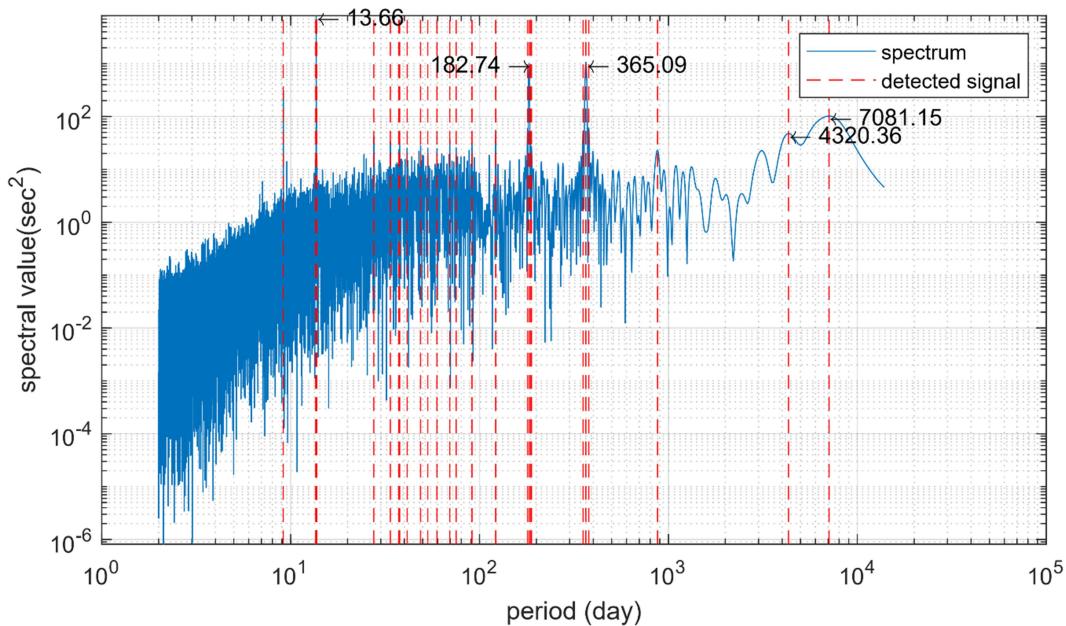
شکل ۱. نمودارهای سری‌های زمانی مؤلفه‌های x و y حرکت قطب.



شکل ۲. نمودارهای سری‌زمانی LOD مشاهداتی، نمودار سری‌زمانی مدل‌سازی جزر و مد زمین صلب و جزر و مد اقیانوسی بر LOD و نمودار سری‌زمانی LODR.



شکل ۳. نمودار طیف توانی حاصل از آنالیز هارمونیک کمترین مربعات دو متغیره سری‌های زمانی مؤلفه‌های X و y حرکت قطب در مقیاس لگاریتمی.



شکل ۴. نمودار طیف توانی حاصل از آنالیز هارمونیک کمترین مربعات یک متغیره سری زمانی LODR در مقیاس لگاریتمی.

جدول ۱. مقادیر ۵ دوره‌تناوب غالب کشف شده سری‌های زمانی مؤلفه‌های X و y حرکت قطب روز با روش آنالیز هارمونیک کمترین مربعات دو متغیره.

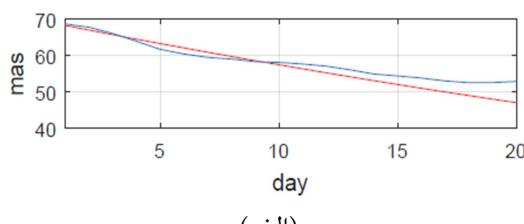
دوره‌تناوب	تعداد
۴۳۰/۸۷۰	۱
۳۶۵/۹۸۰	۲
۳۷۹/۸۶۰	۳
۴۰۰/۱۱۰	۴
۴۱۳/۲۳۰	۵

جدول ۲. مقادیر ۵ دوره تناوب غالب کشف شده مؤلفه های سری زمانی LODR بر حسب روز با روش آنالیز هارمونیک کمترین مربعات یک متغیره.

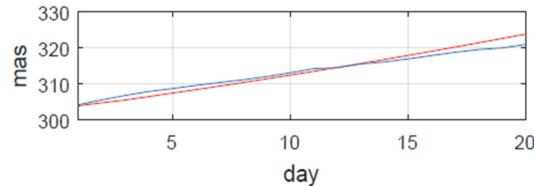
دوره تناوب	تعداد
۷۱۹۱/۱۱۰	۱
۳۶۵/۰۹۰	۲
۴۲۵۵/۲۰۰	۳
۱۸۲/۶۷۰	۴
۱۳/۶۶۰	۵

جدول ۳. ضرایب مدل ARMA برآورد شده به باقی مانده کمترین مربعات مدل های تابعی متناظر با سری های زمانی مؤلفه X و y حرکت قطب و سری زمانی LODR

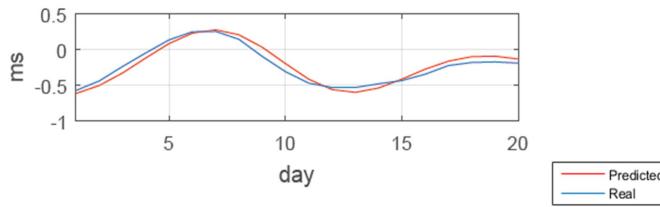
LODR ARMA(۲,۵)	y ARMA(۲,۵)	x ARMA(۲,۵)	ضرایب
3×10^{-18}	$5/7 \times 10^{-5}$	$0/005$	مقدار ثابت
۱/۷۴۱	۱/۹۹۸	۱/۹۹۶	β_1
-۰/۷۵۱	-۰/۹۹۸	-۰/۹۹۶	β_2
-۰/۱۲۷	-۰/۴۰۸	-۰/۲۷۶	θ_1
-۰/۱۷۲	-۰/۶۰۸	-۰/۵۷۱	θ_2
-۰/۱۵۰	۰/۲۴۵	۰/۱۷۲	θ_3
-۰/۱۳۸	-۰/۲۰۹	-۰/۲۰۳	θ_4
-۰/۰۸۹	-۰/۲۰۱	۰/۰۲۸۷	θ_5
$1/16 \times 10^{-9}$	2×10^{-7}	$2/8 \times 10^{-7}$	واریانس



(الف)



(ب)



(ج)

شکل ۵. مقایسه مقادیر واقعی و پیش‌بینی شده مؤلفه های x (الف)، y (ب) و LOD (ج).

جدول ۴. قدر مطلق خطاهای پیش‌بینی سری‌های زمانی حرکت قطب و LOD به ترتیب بر حسب واحدهای mas (millisec) و mas (milliardarcsec).

LOD (ms)	y (mas)	x (mas)	روز	LOD (ms)	y (mas)	x (mas)	روز
۰/۰۵	۱/۱	۱/۱	۱۱	۰/۰۴	۰/۲	۰/۳	۱
۰/۰۲	۰/۲	۱/۶	۱۲	۰/۰۶	۰/۸	۰/۷	۲
۰/۰۶	۰/۲	۱/۶	۱۳	۰/۰۹	۱/۳	۰/۲	۳
۰/۰۵	۰/۲	۱/۵	۱۴	۰/۰۷	۱/۵	۰/۶	۴
۰/۰۲	۰/۵	۲/۱	۱۵	۰/۰۵	۱/۴	۱/۷	۵
۰/۰۷	۰/۶	۲/۵	۱۶	۰/۰۱	۱/۳	۱/۸	۶
۰/۰۶	۰/۹	۲/۷	۱۷	۰/۰۲	۱/۲	۱/۶	۷
۰/۰۸	۱/۳	۳/۲	۱۸	۰/۰۶	۰/۹	۰/۸	۸
۰/۰۸	۲	۴/۲	۱۹	۰/۱۱	۰/۸	۰/۴	۹
۰/۰۵	۲/۲	۵/۵	۲۰	۰/۱۲	۰/۹	۰/۴	۱۰

جدول ۵. قدر مطلق خطاهای پیش‌بینی سری‌های زمانی حرکت قطب و LOD با دو روش یادگیری عمیق به ترتیب بر حسب واحدهای mas و ms.

ANN LOD (ms)	ANFIS LOD (ms)	ANN x,y (mas)	ANFIS x,y (mas)	روز
۰/۰۱۹	۰/۰۱۷	۰/۲۹	۰/۲۴	۱
۰/۰۴۹	۰/۰۴۵	۰/۵۷	۰/۵۵	۲
۰/۰۷۴	۰/۰۶۷	۰/۹۵	۰/۸۴	۳
۰/۰۹۷	۰/۰۸۸	۱/۳۰	۱/۱۲۵	۴
۰/۱۲۱	۰/۱۱۵	۱/۷۹	۱/۶۴	۵
۰/۱۴۲	۰/۱۳۹	۲/۱۰	۱/۸۵	۶
۰/۱۵۹	۰/۱۵۳	۲/۳۹	۲/۰۶	۷
۰/۱۷۴	۰/۱۷۰	۲/۶۷	۲/۴۱	۸
۰/۱۸۴	۰/۱۸۲	۲/۹۵	۲/۷۸	۹
۰/۱۹۳	۰/۱۸۸	۳/۲۵	۳/۱۷	۱۰
۰/۲۴۶	۰/۲۵۱	۴/۷۰	۴/۷۵	۱۵
۰/۲۵۱	۰/۲۵۹	۶/۲۸	۶/۳۷	۲۰

بایستی این پارامترها با دقت بالایی پیش‌بینی شوند و به همین منظور روش‌های مختلف آنالیزهای سری‌های زمانی مورد استفاده قرار گرفته‌اند. در این تحقیق از روش آنالیز هارمونیک کمترین مربعات به منظور شناسایی و مدل‌سازی رفتارهای قطعی سری‌های زمانی EOP استفاده شده است. با روش آنالیز هارمونیک کمترین مربعات می‌توان دوره‌تناوب‌های یک سری زمانی مشخص، با زمان‌های نمونه‌برداری نامنظم را تعیین کرد. بنابراین رفتارهای متناوب موجود در داده‌های سری زمانی

۴. نتیجه‌گیری

پارامترهای دوران زمین نقش کلیدی در کاربردهای مختلف ژئوفیزیکی و ژئودزی ماهواره‌ای مانند تعیین لحظه‌ای مدار دارند. این پارامترها از تکنیک‌های مختلف ژئودتیکی مانند SLR، LLR، GPS، VLBI و... حاصل می‌شوند اما به دلیل این که روند پردازش مشاهدات این تکنیک‌ها زمانبر است، به صورت لحظه‌ای در اختیار کاربران قرار نمی‌گیرند و در مدت ۲ تا ۱۴ روز بعد در دسترس قرار می‌گیرند؛ بنابراین با توجه به نیاز کاربران،

نمایش داده شده است. بهمنظور ارزیابی روش ارائه شده، نتایج این تحقیق با روش‌های ANFIS و ANN مقایسه شد و نتایج نشان داد که روش ارائه شده دارای دقت بهتری نسبت به این روش‌ها است (پس از گذشت ۲ روز) و می‌تواند پارامترهای دوران زمین را با دقت مناسبی پیش‌بینی نماید. دقت‌های پیش‌بینی به دست آمده در این تحقیق، پس از گذشت ۱۰ روز، برای مؤلفه x حدود $7/9$ برابر، برای مؤلفه y حدود $3/5$ برابر و برای مؤلفه LOD حدود $1/5$ برابر مطالعه مشابه با روش‌های ANN و ANFIS شده است. در روز ۲۰۱۴م نیز دقت پیش‌بینی برای مؤلفه x حدود $1/15$ برابر، برای مؤلفه y حدود $2/89$ برابر و برای مؤلفه LOD حدود $5/18$ برابر شده است.

مراجع

- Akyilmaz, O. and Kutterer, H., 2004, Prediction of Earth Rotation Parameters by Fuzzy Inference Systems, *Journal of Geodesy* 78(1–2), doi: 10.1007/s00190-004-0374-5.
- Akyilmaz, O., Kutterer, H., Shum, C. and Ayan, T., 2011, Fuzzy-Wavelet Based Prediction of Earth Rotation Parameters, *Applied Soft Computing*, 11(1), 837–41, doi: 10.1016/j.asoc.2010.01.003.
- Amiri Simkooei, A. and Asgari, J., 2012, Harmonic analysis of total electron contents time series: Methodology and results. *GPS Solutions*, 16(1), 77–88. <https://doi.org/10.1007/s10291-011-0208-x>.
- Amiri Simkooei, A., 2007, Least-Squares Variance Component Estimation, Theory and GPS Applications, Delft: NCG.
- Amiri Simkooei, A. 2009, Noise in Multivariate GPS Position Time-Series, *J Geod* 83, 175–187. <Https://Doi.Org/10.1007/S00190-008-0251-8>.
- Angermann, D., Seitz, M. and Drewes, H., 2010, Analysis of the DORIS Contributions to ITRF2008. *Adv Space Res*, 46(12), 1633–1647.
- Barnes, R., Raymond, H., White, A. and Wilson, C., 1983, Atmospheric Angular Momentum Fluctuations, Length-of-Day Changes and Polar Motion'. Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences 387(1792), 31–73. doi: 10.1098/rspa.1983.0050.
- C04 IERS14 از اول ژانویه ۱۹۸۰ تا ۳۰ دسامبر ۲۰۲۰ با استفاده از این روش استخراج شد. در این آنالیز، دوره‌هناوبهای چندلر و سالیانه، به عنوان دوره‌هناوبهای غالب ساختار سری‌های زمانی‌های x و y حرکت قطب و دوره‌هناوبهای سالیانه و نیمسالیانه به عنوان دوره‌هناوبهای غالب سری‌زمانی LOD تعیین شدند. پس از تشکیل مدل تابعی متناظر با رفتارهای متناوب استخراج شده و مدل سازی آنها به عنوان رفتارهای قطعی، برای مدل‌سازی بخش باقی‌مانده تغییرات سری‌زمانی شامل رفتارهای تصادفی، مدل ARMA به بردار باقی‌مانده‌های کمترین مربعات برازش داده شد. پیش‌بینی سری‌های زمانی مؤلفه‌های x و y حرکت قطب و سری‌زمانی LOD با استفاده از مدل تابعی و مدل ARMA تعیین شده، برای ۲۰ روز آتی صورت پذیرفت. در شکل ۵، نمودارهای مقادیر پیش‌بینی و مقادیر واقعی این پارامترها، برای این ۲۰ روز
- Chen, J. and Wilson, C. 2005, Hydrological Excitations of Polar Motion, 1993–2002, *Geophysical Journal International*, 160(3), 833–39. doi: 10.1111/j.1365-246X.2005.02522.x.
- Coulot, D., Pollet, A., Collilieux, X. and Berio, P., 2010, Global Optimization of Core Station Networks for Space Geodesy: Application to the Referencing of the STR EOP with Respect to ITRF. *J Geod* 84(1), 31.
- Dickey, J., Newhall, X. and Williams, J., 1985, Earth Orientation from Lunar Laser Ranging and an Error Analysis Polar Motion Services. *J Geophys Res Solid Earth*, 90(B11), 9353–9362.
- Dow, J., Nelan, R. And Rizos, C., 2009, The International GNSS Service in a Changing Landscape of Global Navigation Satellite Systems. *J Geod* 83 (3–4), 191–198.
- Freedman, A., Steppe, J., Dickey, J., Eubanks, T. and Sung, L.Y., 1994, The short-term prediction of universal time and length of day using atmospheric angular momentum. *J Geophys Res Solid Earth* 99(B4), 6981–6996.
- Iz, H., 2008, Polar Motion Modeling, Analysis, and Prediction with Time Dependent Harmonic Coefficients, *Journal of Geodesy* 82(12), 871–81. doi: 10.1007/s00190-008-0215-z.
- Jin, X., Liu, X., Cuo, J. and Shen, Y. 2021, Analysis and Prediction of Polar Motion Using

- MSSA Method. *Earth, Planets and Space* 73(1):147. doi: 10.1186/s40623-021-01477-2.
- Kalarus, M., Schuh, H., Kosek, W., Akyilmaz, O., Bizouard, Ch., Gambis, D., Gross, R., Jovanović, B., Kumakshev, S., Kutterer, H., Mendes Cerveira, P. J., Pasynok, S., and Zotov, L., 2010, Achievements of the Earth Orientation Parameters Prediction Comparison Campaign, *Journal of Geodesy* 84(10), 587–96. doi: 10.1007/s00190-010-0387-1.
- Kong, Q., Zhang, L., Han, L., Guo, J., Zhang, D. and Fang, W. 2020, Analysis of 25 Years of Polar Motion Derived from the DORIS Space Geodetic Technique Using FFT and SSA Methods. *Sensors* 20(10), 2823. doi: 10.3390/s20102823.
- Kosek, W., 2012, Future Improvements in EOP Prediction, Pp. 513–20 in *Geodesy for Planet Earth*. Vol. 136, International Association of Geodesy Symposia, edited by S. Kenyon, M. C. Pacino, and U. Marti. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg.
- Kosek, W., Kalarus, M., Johnson, T. J., Wooden, W. H., McCarthy, D. D., and Popiński, W., 2005, A comparison of LOD and UT1-UTC forecasts by different combined prediction techniques, *Artificial Satellites* 40 (2), 119–125.
- Malkin, Z. and Miller N., 2010, Chandler Wobble: Two More Large Phase Jumps Revealed'. *Earth, Planets and Space* 62(12):943–47. doi: 10.5047/eps.2010.11.002.
- Mathews, P. M., Buffett, B. A., Herring, T. A. and Shapiro, I. I., 1991, Forced Nutations of the Earth: Influence of Inner Core Dynamics 1. Theory, *Journal of Geophysical Research* 96(B5), 8219–42.
- McCarthy, D. and. Luzum, B., 1991, Prediction of Earth Orientation'. *Bulletin Géodésique* 65(1), 18–21. doi: 10.1007/BF00806338.
- Modiri, S., Belda, S., Hoseini, M., Heinkelmann, R., Ferrández, JM. and Schuh, H. 2020, A New Hybrid Method to Improve the Ultra-Short-Term Prediction of LOD'. *Journal of Geodesy* 94(2):23. doi: 10.1007/s00190-020-01354-y.
- Nastula, J., Chin, T., Gross, R., Śliwińska, J. and Wińska, M., 2020, Smoothing and Predicting Celestial Pole Offsets Using a Kalman Filter and Smoother. *Journal of Geodesy* 94(3), 29. doi: 10.1007/s00190-020-01349-9.
- Petit, G. and Luzum, B., 2010, (IERS Technical Note; No. 36, (36), 179.
- Priestley, M. B., 1981, Spectral Analysis and Time Series: Probability and Mathematical Statistics, No. 04; QA280, P7.
- Schuh, H., Ulrich, M., Egger, D., Müller, J. and Schwegmann, W., 2002, Prediction of Earth Orientation Parameters by Artificial Neural Networks, *Journal of Geodesy* 76(5), 247–58. doi: 10.1007/s00190-001-0242-5.
- Schuh, H. and Schmitz-Hübsch, H., 2000, Short Period Variations in Earth Rotation as Seen by VLBI. *Surv Geophys* 21(5–6), 499–520.
- Shen, Y., Guo, J., Liu, X., Kong, Q., Guo, L. and Li, W., 2018, Long-Term Prediction of Polar Motion Using a Combined SSA and ARMA Model, *Journal of Geodesy* 92(3), 333–43. doi: 10.1007/s00190-017-1065-3.
- Wu, F., Chang, G. and Deng, K., 2021, One-Step Method for Predicting LOD Parameters Based on LS+AR Model, *Journal of Spatial Science* 66(2), 317–28. doi: 10.1080/14498596.2019.1618401.
- Zhao, D. and Lei, Y., 2019, Possible Enhancement of Earth's Polar Motion Predictions Using a Wavelet-Based Preprocessing Procedure, *Studia Geophysica et Geodaetica* 63(1), 83–94. doi: 10.1007/s11200-018-1026-1.
- Zhao, D. and Lei, Y., 2020, A Technique to Reduce the Edge Effect in Least Squares Extrapolation for Enhanced Earth Orientation Prediction, *Studia Geophysica et Geodaetica* 64(3), 293–305. doi: 10.1007/s11200-021-0546-2.

Analysis and prediction of EOP time series using LSHE+ARMA method

Sharifi, M. A.^{1*}, Shirafkan, Sh.², Khazraei, S. M.³ and Amiri Simkoei, A. R.⁴

1. Associate Professor, Department of Surveying and Geomatics Engineering, Faculty of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran

2. M.Sc. Student, Department of Surveying and Geomatics Engineering, Faculty of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran

3. Ph.D. Graduated, Department of Geomatics Engineering, Faculty of Civil Engineering and Transportation, University of Isfahan, Iran

4. Professor, Department of Geomatics Engineering, Faculty of Civil Engineering and Transportation, University of Isfahan, Iran

(Received: 15 Nov 2021, Accepted: 10 Jan 2022)

Summary

The rotation of the solid Earth with respect to inertial space is not constant due to the changes of external gravitational forces and internal dynamics. Earth orientation parameters (EOP), including, the Earth's polar motion (PM), Anomalies in the Earth's angular velocity and celestial pole offsets (CPO), describe these irregularities in the Earth's rotation. Anomalies in the axis defined by the celestial intermediate pole (CIP) with respect to the Z axis of the terrestrial reference system are named as PM. The CPO are expressed as the deviations, dX and dY, between the observed CIP and the conventional CIP position. The difference between the smoothed principal form of universal time UT1 and the coordinated universal time UTC denotes the Earth's rotation angle, which together with the xp, yp terrestrial pole coordinates, forms a set of Earth orientation parameters (EOP). In addition to the other EOP, the length of day (LOD) is used to model the Anomalies in the Earth's rotation rate. LOD is the difference between the duration of the day measured by space geodesy and nominal day of 86,400 s duration.

Generally, EOP are the parameters that provide the rotation of the International Terrestrial Reference System (ITRS) to the International Celestial Reference System (ICRS) as a function of time. However, the EOP are computed using the modern space geodetic techniques such as Doppler Orbitography and Radiopositioning Integrated by Satellite (DORIS), Satellite Laser Ranging (SLR), Very Long Baseline Interferometry (VLBI) and the Global Navigation Satellite System (GNSS), they are unavailable to the real-time applications due to the data processing complexities. Accurate and rapid EOP predictions are required for different fields like precise orbit determinations of artificial Earth satellites, positional astronomy, space navigation and geophysical phenomena.

There are many different methods for analysis and prediction of EOP time series including deep learning methods, least square (LS) with autoregressive (AR) and also Singular Spectrum Analysis as a non-parametric method.

In this research Least Square Harmonic Estimation analysis is used to investigate the frequencies of EOP. First, the solid and ocean tide terms are modeled based on IERS technical notes. These effects are removed from LOD time series. The remained time series are named as LODR time series. The univariate time series analysis is then applied to the LODR time series and multivariate analysis is used for detecting the PM periodic patterns. Applying these methods to the 40 years of observations of EOP (since 1 January 1980 to 31 December 2020) revealed the Chandler, annual, semi Chandler, semi-annual and annual signals as the main periodic signals in the EOP time series. The functional model is then formed using all detected signals in order to model the deterministic variations of EOP time series. In order to model the remained non-deterministic variations, an ARMA (Autoregressive Moving Average) model is fitted to the least square residuals. The Akaike's Information Criterion (AIC) is used to investigate the optimized order of ARMA model.

The EOP is then predicted for the first 20 days of 2021, using the pre-identified functional model for the deterministic part and the ARMA model for the non-deterministic part of the time series variations. For the prediction of LOD time series, after creating the functional model of LODR time series, the solid and ocean tide terms are added to the functional model of LODR.

Finally, in order to validate the accuracy of the proposed method, a comparison is made with an EOP prediction study that used the ANN (Artificial Neural Network) and ANFIS (Adaptive Network Based Fuzzy Inference System) methods for short term prediction of EOP.

The result shows that the accuracy of the proposed method is better than the previous study and the method can be used for accurate prediction of EOP time series.

Keywords: EOP, time series, LSHE, ARMA, frequency, noise.

* Corresponding author:

sharifi@ut.ac.ir